

COGNOMS: _____ NOM: _____

1. **(1.5 punts.) (*)** Comprova que el problema següent compleix les hipòtesis del teorema de Weierstrass:

$$\begin{aligned} \text{Max.} \quad & 3x + 2yz \\ \text{s.a} \quad & x^2 - y^2 + z \leq 2 \\ & x^2 + 5y \leq 100 \\ & y + 2z \leq 30 \\ & x + y + z \geq 1 \\ & y, z \geq 0 \end{aligned}$$

RESPOSTA:

- (a) La _____ és _____.
Justificació: Perquè...
- (b) El _____ és _____, és a dir, _____ i _____.
Justificació:

- (c) El _____ és no _____.
Justificació:

2. **(0.5 punts.)** Per tant, el teorema de Weierstrass ens assegura que:

3. **(0.5 punts.) (*)** Estudia si $(1, 1, 1)$ és una solució infactible, factible interior o factible de frontera del problema anterior. Segons del tipus que siga, posa exemples de solucions dels altres dos tipus i comprova que són del tipus que afirmes.

4. **(3 punts.) (*)** Estudia si el problema següent compleix les hipòtesis del teorema local-global amb objectiu de maximitzar i/o minimitzar.

$$\begin{aligned} \text{Opt.} \quad & -x^2 - y^2 + z^2 + 4xy + 2yz \\ \text{s.a} \quad & x^2 + 2y^2 - 5z \leq 100 \\ & 3x - y - z \geq 1 \\ & x, y, z \geq 0 \end{aligned}$$

Resposta:

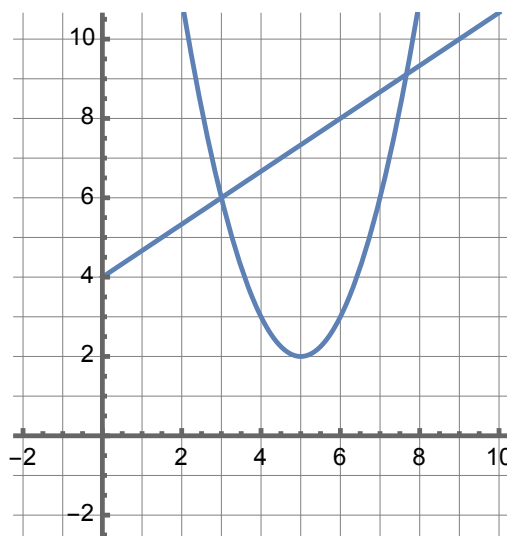
- (a) El _____ ha de ser _____.
Fes les comprovacions en un altre full i marca la conclusió: Sí ho és, No ho és.
- (b) La _____ ha de ser _____ per a l'objectiu de _____
i _____ per a l'objectiu de _____.
Fes les comprovacions en un altre full i marca la conclusió:
 Es compleix per a maximitzar, Es compleix per a minimitzar, No es compleix per a cap.

5. **(2 punts.)** Resol gràficament (en aquest mateix full) el problema següent representant tot el necessari, incloent-hi les corbes de nivell òptimes.

$$\begin{aligned} \text{Opt. } & 3x + 6y \\ \text{s.a } & x^2 + y^2 \geq 9 \\ & y \leq x^2 - 10x + 27 \\ & 3y - 2x \leq 12 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$$

6. Considera el problema següent:

$$\begin{aligned} \text{Max } & 3x + 6y + 5z \\ \text{s.a } & x + 3y + z \geq 50 \\ & x + 3y \leq 1 \\ & z \leq 2 \\ & x, y, z \geq 0 \end{aligned}$$



- (a) **(0.5 punts.)** És de programació lineal?
 Sí, No, per què?
- (b) **(0.5 punts.)** És de programació no lineal? Sí, No, per què?
- (c) **(0.5 punts.)** Raona si té òptim global, és infactible o no acotat.
7. **(0.3 punts.)** Posa un exemple de problema que tinga un màxim local, però que no tinga màxim global.
8. **(0.7 punts.)** Explica per què són falses aquestes definicions de problema no acotat i dona una definició correcta:
- (a) Un problema és no acotat si té infinites solucions factibles.
- (b) Un problema és no acotat si té infinites solucions òptimes.
- (c) Un problema és no acotat si...

COGNOMS: _____ NOM: _____

Resol el problema següent pel mètode de ramificació i acotació usant LINGO per a resoldre els problemes intermedis. Escriu l'arbre corresponent i raona per què acaba cada branca. En cas que pugues ramificar diverses variables, tria la menor en ordre alfabètic, i en cas que pugues ramificar diversos nodes tria el de millor valor de la funció objectiu. El valor òptim de la funció objectiu del primer problema ha de donar-te 8 617.

$$\begin{array}{ll} \text{Max.} & 60x + 50y + 80z \\ \text{s.a} & 5x + y + z \leq 500 \\ & 5x + 15y + 35z \leq 1549 \\ & x + y + 7z \geq 206 \\ & x, y, z \geq 0 \text{ enteres} \end{array}$$

COGNOMS: _____ NOM: _____

1. **(1.5 punts.) (*)** Comprova que el problema següent compleix les hipòtesis del teorema de Weierstrass:

$$\begin{aligned} \text{Opt. } & 10x + 5y - 3z \\ \text{s.a } & x^2 + 2y^2 + z \leq 100 \\ & 100x - x^2 - y^2 + 2xy - z^2 \geq 100 \\ & x + 3y \leq 6 \\ & z \geq 0 \end{aligned}$$

RESPOSTA:

(a) La _____ és _____.

Justificació: Perquè...

(b) El _____ és _____, és a dir, _____ i _____.

Justificació:

(c) El _____ és no _____.

Justificació:

2. **(0.5 punts.)** Per tant, el teorema de Weierstrass ens assegura que:

3. **(3 punts.) (*)** Estudia si el problema anterior compleix les hipòtesis del teorema local global amb objectiu de maximitzar i/o minimitzar.

Resposta:

(a) El _____ ha de ser _____.

Fes les comprovacions en un altre full i marca la conclusió: Sí ho és, No ho és.

(b) La _____ ha de ser _____ per a l'objectiu de _____
i _____ per a l'objectiu de _____.

Es compleix per a maximitzar, Es compleix per a minimitzar, No es compleix per a cap.

Perquè...

4. **(0.5 punts.)** Per tant, el teorema local-global ens assegura que:

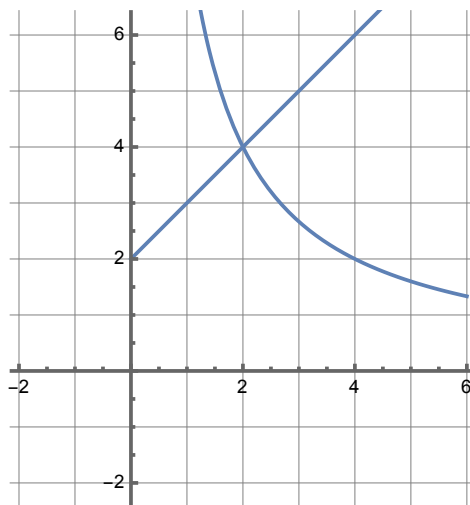
5. **(0.5 punts.) (*)** Estudia si $(9, -2, 0)$ és una solució infactible, factible interior o factible de frontera del problema anterior. Calcula el valor de la funció objectiu en aquesta solució.

6. **(1 punt.)** Raona si $(100, 100, 100)$ i $(2, 0, 2)$ poden ser o no màxims globals del problema.

7. **(2 punts.)** Resol gràficament (en aquest mateix full) el problema següent representant tot el necessari, incloent-hi les corbes de nivell òptimes.

$$\begin{aligned} \text{Opt. } & -x - 2y \\ \text{s.a } & xy \leq 8 \\ & y - x \leq 2 \\ & x^2 + y^2 \geq 4 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$$

8. **(0.3 punts.)** Canvia alguna cosa en el problema anterior perquè ja no siga un problema de programació no lineal.
9. **(0.3 punts.)** Posa un exemple de problema que tinga un mínim local, però que no tinga mínim global.
10. **(0.4 punts.)** Un problema de programació lineal pot tindre un mínim local que no siga un mínim global?



COGNOMS: _____ NOM: _____

Resol el problema següent pel mètode de ramificació i acotació usant LINGO per a resoldre els problemes intermedis. Escriu l'arbre corresponent i raona per què acaba cada branca. En cas que pugues ramificar diverses variables, tria la menor en ordre alfabètic, i en cas que pugues ramificar diversos nodes tria el de millor valor de la funció objectiu. El valor òptim de la funció objectiu del primer problema ha de donar-te 5557.7.

$$\begin{array}{ll} \text{Min.} & 60x + 50y + 87z \\ \text{s.a} & 50x + 10y + 10z \geq 3021 \\ & x + 3y + 7z \geq 54 \\ & x + 2y + 14z \geq 416 \\ & x, y, z \geq 0 \text{ enteres} \end{array}$$

COGNOMS: _____ NOM: _____

1. **(1.5 punts.)(*)** Comprova que el problema següent compleix les hipòtesis del teorema de Weierstrass:

$$\begin{aligned} \text{Min.} \quad & x^2 + y^2 + 2xy - z^2 \\ \text{s.a} \quad & 2x^2 + y^2 + z \leq 100 \\ & x - y + z \leq 2 \\ & x + y + 3z \geq 3 \\ & z \geq 0 \end{aligned}$$

RESPOSTA:

- (a) La _____ és _____.
Justificació: Perquè...
- (b) El _____ és _____, és a dir, _____ i _____.
Justificació:
- (c) El _____ és no _____.
Justificació:

2. **(0.5 punts.)** Per tant, el teorema de Weierstrass ens assegura que:

3. **(3 punts.)(*)** Estudia si el problema anterior compleix les hipòtesis del teorema local global:

Resposta:

- (a) El _____ ha de ser _____.
Fes les comprovacions en un altre full i marca la conclusió: Sí ho és, No ho és.
- (b) La _____ ha de ser _____.
Fes les comprovacions en un altre full i marca la conclusió: Sí ho és, No ho és.
Per tant:
 Es compleix el teorema local-global, No es compleix.

4. **(0.5 punts.)** Quina seria la solució òptima del problema si canviem l'última restricció per $z \geq 500$?
Es compleixen en tal cas les hipòtesis del teorema de Weierstrass?

5. Considera el problema

$$\begin{aligned} \text{Min.} \quad & x + y + 5z \\ \text{s.a} \quad & 3x - y + z \geq 3 \\ & x - 2y + 2z = 8 \\ & x - 3y + z \leq 6 \\ & x, y, z \geq 0 \end{aligned}$$

(a) **(0.5 punts.)**(*) Raona si les solucions següents són factibles o infactibles, interiors o de frontera, i calcula el valor que pren en elles la funció objectiu:

$$(1, 1, 1), \quad (12, 2, 0), \quad (0, 0, 4).$$

(b) **(0.5 punts.)** Sabent que una d'elles és òptima, raona quina és.

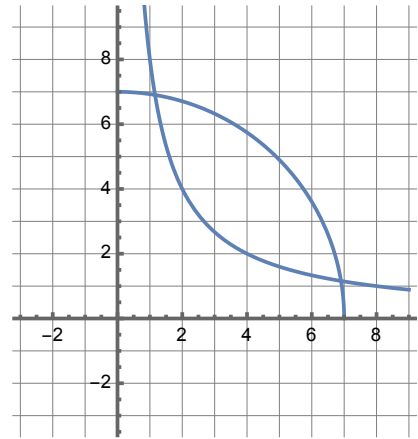
(c) **(0.5 punts.)** És $(4, 0, 2)$ una solució òptima?

(d) **(0.5 punts.)** És el problema de programació lineal? Sí, No, per què?

(e) **(0.5 punts.)** I de programació no lineal? Sí, No, per què?

6. **(2 punts.)** Resol gràficament (en aquest mateix full) el problema següent representant tot el necessari, incloent-hi les corbes de nivell òptimes.

$$\begin{aligned} \text{Opt.} \quad & -2x - 3y \\ \text{s.a} \quad & xy \geq 8 \\ & y \leq x^2 \\ & x^2 + y^2 \leq 49 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$$



COGNOMS: _____ NOM: _____

Resol el problema següent pel mètode de ramificació i acotació usant LINGO per a resoldre els problemes intermedis. Escriu l'arbre corresponent i raona per què acaba cada branca. En cas que pugues ramificar diverses variables, tria la menor en ordre alfabètic, i en cas que pugues ramificar diversos nodes tria el de millor valor de la funció objectiu. El valor òptim de la funció objectiu del primer problema ha de donar-te 6 246.7.

$$\begin{array}{ll} \text{Min.} & 110x + 130y + 170z \\ \text{s.a} & 50x + 30y + 70z \geq 2831 \\ & x + 3y + 7z \geq 63 \\ & 10x + y \leq 550 \\ & x, y, z \geq 0 \text{ enteres} \end{array}$$

COGNOMS: _____ NOM: _____

L'empresa STINKWARE LTD disposa de dues fàbriques $F1$ i $F2$ des d'on es disposa a servir una comanda de 650 kg del seu fertilitzant BLANDINITE a València i un altre de 500 kg a Conca. El problema següent determina quants kg de BLANDINITE convé servir des de cada fàbrica a cada ciutat per a servir almenys les quantitats demandades minimitzant el cost de transport, cuidant a més de que els costos d'elaboració i de les matèries primeres no excedisquen les partides pressupostàries destinades a això.

Min.	$50F1V + 40F1C + 31F2V + 45F2C$	Cost de transport
s.a	$25F1V + 25F1C + 45F2V + 45F2C \leq 41\,000$	Cost de elaboració
	$20F1V + 20F1C + 15F2V + 20F2C \leq 20\,000$	Cost de matèries primeres
	$F1V + F2V \geq 650$	València
	$F1C + F2C \geq 500$	Conca
	$F1V, F1C, F2V, F2C \geq 0$	

Variable	Value	Reduced Cost
F1V	37.50000	0.000000
F1C	500.0000	0.000000
F2V	612.5000	0.000000
F2C	0.000000	24.00000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
TRANSPORT	40862.50	-1.000000
ELABORACIO	0.000000	0.9500000
MATERIES_PRIMERES	62.50000	0.000000
VALENCIA	0.000000	-73.00000
CONCA	0.000000	-63.00000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
F1V	50.00000	INFINITY	19.00000
F1C	40.00000	24.00000	63.75000
F2V	31.00000	19.00000	INFINITY
F2C	45.00000	INFINITY	24.00000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
ELABORACIO	41000.00	750.0000	250.0000
MATERIES_PRIMERES	20000.00	INFINITY	62.50000
VALENCIA	650.0000	2.380952	16.66667
CONCA	500.0000	2.380952	30.00000

Respon a les preguntes següents. Excepte en la 1 i la 2, respon amb el format (A), (B), (C) que hem usat sempre en classe, i a més, quan siga procedent, completa els buits i marca les caselles de l'enunciat.

1. **(0.1 punts.)** Indica breument què és (quina interpretació té) el membre esquerre i el membre dret de cada restricció.

Cost elaboració	_____	\leq	_____
Cost matèries primeres	_____	\leq	_____
València	_____	\geq	_____
Conca	_____	\geq	_____

2. **(0.1 punts.)** Digues amb paraules quina és la solució òptima del problema (i no digues res més que la solució òptima del problema).
3. **(0.2 punts.)** El cost de les matèries primeres és major o menor que 19 990€?
 Major, Menor. (Respon sense fer cap càlcul que no pugues fer mentalment, però deixa clar en el paper com arribes a la conclusió.)
4. **(0.3 punts.)** Com afectaria el cost de transport que STINKWARE reduïra en 100€ el pressupost per a l'elaboració del seu producte? En total, així gastaria més o menys diners? Més, Menys.
5. **(0.2 punts.)** Interpreta l'interval de sensibilitat de l'última restricció.
6. **(0.5 punts.)** Si fera falta servir 2 kg més de BLANDINITE a Conca, des de quina fàbrica convindria enviar-los? Des de F1, Des de F2. Quant variaria el cost d'elaboració? _____ I el cost de transport? _____
7. **(0.3 punts.)** Raona si l'afirmació següent és vertadera o falsa: Si STINKWARE volguera servir un kg de BLANDINITE a Conca des de la fàbrica 2, el cost de transport augmentaria en 45€, però com deixaria de servir-lo des de la fàbrica 1, s'estalviaria els 40€ que costa eixe transport, i així en global el cost augmentaria $45 - 40 = 5$ €. Vertader, Fals.
8. **(0.3 punts.)** STINKWARE encarrega el transport des de la fàbrica 1 a una empresa de transports que li oferix un descompte de 15€ per kg en el transport a València. Amb eixe descompte, convindria augmentar la quantitat transportada a València? Sí, No. I a Conca? Sí, No.

COGNOMS: _____ NOM: _____

Laura està preparant el seu equipatge per a un viatge amb avió. Portarà una maleta i una bossa de mà. Després de ficar l'imprescindible, li queda un poc d'espai (per a no passar-se del pes màxim permès, li caben 750 grams en la maleta i 450 en la bossa de mà). La taula següent mostra el pes de cada objecte i la utilitat que li suposaria portar-lo en la maleta. Si el porta en la bossa de mà, la utilitat seria 2 unitats major:

	Tauleta	Llibre	Jaqueta	Revista	Ulleres
Pes	420	390	270	240	15
Utilitat	5	3	4	7	3

Laura vol portar almenys alguna cosa de lectura, però no contempla emportar-se les ulleres si no s'emporta el llibre, perquè en tal cas pot prescindir d'elles.

D'altra banda, considera que portar alhora en la bossa de mà la revista i les ulleres li proporcionaria 10 unitats extra d'utilitat.

Determina quins objectes ha de portar Laura en la maleta i quins en la bossa de mà per a maximitzar la seua utilitat.

Modelitza el problema indicant clarament el significat de cada variable, de la funció objectiu i de cada restricció, resol-lo amb LINGO, indica la solució òptima (amb paraules, és a dir, de manera que s'entenga el que convé fer sense saber programació matemàtica) i comprova que la solució que proposes complix tots els requisits del problema.

COGNOMS: _____ NOM: _____

El fons d'inversió GRIND AND PROFIT planeja comprar pisos a tres constructores en tres urbanitzacions de futura construcció. La taula següent indica el preu de cada pis i el benefici que previst que proporcionaria:

	Constructora 1	Constructora 2	Constructora 3
Preu	15	12	20
Benefici	200	210	300

Per a reduir riscos, el gestor del fons no vol comprar a cada constructora més del 50% del total de pisos adquirits.

D'altra banda, les constructores 1 i 2 li ofereixen la possibilitat d'invertir en la construcció de les urbanitzacions. La primera li demana 50 u.m. i li garanteix amb això un benefici de 300 u.m., mentre que la segona li demana 60 u.m. i li garanteix 320 u.m. de benefici. A més, participar en la construcció li suposaria una sèrie d'avantatges que augmentaria en 20 u.m. el benefici de cada pis (de la urbanització corresponent).

A més, de nou per a no incórrer en riscos excessius, el gestor no vol invertir alhora en les dues constructores.

Determina quants pisos convé que GRIND AND PROFIT compri a cada constructora i si li convé o no invertir en la construcció de les dues primeres per a maximitzar el benefici si disposa d'un pressupost de 1 200 u.m.

Modelitza el problema indicant clarament el significat de cada variable, de la funció objectiu i de cada restricció, resol-lo amb LINGO, indica la solució òptima (amb paraules, és a dir, de manera que s'entengui el que convé fer sense saber programació matemàtica) i comprova que la solució que proposes compleix tots els requisits del problema.

COGNOMS: _____ NOM: _____

L'empresa OILYCREAMS LDT. traurà al mercat dos nous productes: AIR DU FLEURS i SWINDLE DE LUXE, que pensa distribuir en les seues dues botigues, una situada al poble on té la seua fàbrica, i una altra en la capital de la província. En la capital pensa vendre el litre de AIR DU FLEURS a 40 u.m., i el de SWINDLE DE LUXE a 20 u.m. En canvi, al poble els preus seran de 30 i 15, respectivament.

Els costos de fabricació són de 10 u.m. cada litre de AIR DU FLEURS i de 4 u.m. cada litre de SWINDLE DE LUXE.

Per raons de demanda, vol elaborar diàriament 1 litre de SWINDLE DE LUXE per cada 5 litres de AIR DU FLEURS i no vol distribuir més de 500 litres diaris de producte en la capital ni més de 100 al poble.

El pressupost diari per a la fabricació d'aquests productes és de 5000 u.m., però OILYCREAMS LDT. estaria disposat a augmentar-lo fins a 5500 u.m., així com augmentar la distribució diària en un 10%, sempre que amb això aconseguira un benefici diari d'almenys 17000 u.m.

Determina quants litres ha d'enviar diàriament de cada producte a cada botiga per a maximitzar els beneficis, així com si li convé dur a terme l'augment de pressupost i de les quantitats distribuïdes, per a maximitzar el benefici diari.

Modelitza el problema indicant clarament el significat de cada variable, de la funció objectiu i de cada restricció, resol-lo amb LINGO, indica la solució òptima (amb paraules, és a dir, de manera que s'entenga el que convé fer sense saber programació matemàtica) i comprova que la solució que proposes complix tots els requisits del problema.

COGNOMS: _____ NOM: _____

1. Una empresa vol dissenyar un nou producte que pot fabricar a partir de tres matèries primeres, emprades en quantitats x, y, z . El problema següent determina les quantitats que convé emprar de cada una d'elles per a maximitzar la producció, de manera que s'empren les 6 hores diàries disponibles per a la producció en sí i fins a un màxim de 42 hores diàries per a processar les dues últimes matèries primeres que es vagen a emprar. A més el procés de producció requereix que aquestes dues matèries primeres s'empren en una proporció determinada per la tercera restricció.

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max.} & 2x + 3y + 24z & \text{Producció} \\
 \text{s.a} & x + y + 6z = 6 & \text{Hores d'elaboració} \\
 & 5y + 36z \leq 42 & \text{Hores de processament} \\
 & -y + 6z \leq 18 & \text{Proporció d'ús} \\
 & x, y, z \geq 0 &
 \end{array}$$

- (a) **(2 punts.)**(*) El pla inicial de l'empresa és emprar únicament 6 kg diaris de la segona matèria primera. Calcula (sense iterar) la taula del símplex corresponent a aquesta solució.
- (b) **(0.2 punts.)**(*) A partir de la taula, raona si l'empresa podria aconseguir més quantitat de producte que la que li proporciona la solució anterior. Sí, No. Com ho saps?
- (c) **(0.2 punts.)**(*) Si apliquem el mètode símplex a la taula anterior:
 Entra la variable _____ com ho saps? _____
 Ix la variable _____ com ho saps? _____
 (No respongues amb frases genèriques. Indica què mires o calcules per a saber la resposta.)
- (d) **(1.8 punts.)**(*) Itera la taula anterior fins a arribar a la solució òptima.
 Quantes vegades has iterat? _____ (cada vegada que passes d'una taula a una altra, això és una iteració.)
 Per què no continues iterant? _____
- (e) **(0.2 punts.)**(*) Digues amb paraules la solució òptima:
- (f) **(1 punt.)** Calcula i interpreta el preu dual de la primera restricció.
- (g) **(1 punt.)** Calcula l'interval de sensibilitat de les hores de processament disponibles.
- (h) **(1 punt.)** Calcula l'interval de sensibilitat de la producció a què dona lloc cada kg de la tercera matèria primera.
- (i) **(0.5 punts.)** Si l'empresa volguera emprar almenys 3 kg de la primera matèria primera, la producció augmentaria, disminuiria en _____ unitats. Explica quina dada uses per a respondre:
- (j) **(0.5 punts.)** Estudia si el problema té una solució bàsica amb variables bàsiques x, z, s (on s és la variable de folgança de la segona restricció). Sí que la té, No la té. En cas afirmatiu, calcula-la.

2. Completa la taula següent i respon a les qüestions:

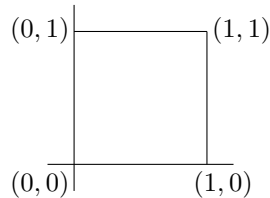
	2	3	4	0
	x	y	z	s
		-1	2	6
s		0	2	2

- (a) **(*)(0.3 punts.)** Si el problema és de maximitzar entra la variable _____ i ix la variable _____. La taula correspon a un problema: amb solució òptima de vèrtex, amb solució òptima d'aresta finita, amb solució òptima d'aresta infinita, infactible, no acotat.
- (b) **(*)(0.3 punts.)** Si el problema és de minimitzar entra la variable _____ i ix la variable _____. La taula correspon a un problema: amb solució òptima de vèrtex, amb solució òptima d'aresta finita, amb solució òptima d'aresta infinita, infactible, no acotat.
- (c) **(0.3 punts.)** A partir de la taula anterior, troba una solució òptima distinta de $(x, y, z) = (6, 0, 0)$. És un màxim o un mínim?

3. Considera el problema

$$\begin{aligned} \text{Max. } & f(x, y) \\ \text{s.a } & x + s = 1 \\ & y + t = 1 \\ & x, y, s, t \geq 0 \end{aligned}$$

el conjunt d'oportunitats del qual és el quadrat:



- (a) **(0.1 punts.)** Quantes solucions factibles bàsiques té? _____. Com ho saps?
- (b) **(0.2 punts.)** Quines són les variables bàsiques de la solució $(0, 1)$? _____
- (c) **(0.2 punts.)** En aplicar el mètode símplex, quina variable caldria ficar en la base per a passar des del punt anterior a $(1, 1)$? _____ Quina eixiria? _____
- (d) **(0.2 punts.)** Marca les caselles de les possibilitats que podrien donar-se per a este problema, segons quina fora la funció objectiu:
- Problema infactible, Problema no acotat, Solució òptima de vèrtex, Solució òptima d'aresta finita, Solució òptima d'aresta infinita.