

## Lección 1. Las cargas eléctricas y su interacción. Aspectos generales del campo electromagnético.

1. Clasificar los distintos tipos de interacción existentes en la naturaleza por su rango de validez. ¿Qué carga eléctrica debería de tener la Luna y la Tierra para vencer su atracción gravitatoria (suponer que las cargas son proporcionales a sus respectivas masas)? ¿Qué carga eléctrica debería de tener la Tierra y el Sol para vencer su atracción gravitatoria (suponer que ambas cargas son idénticas)?
2. Un electrón y un positrón pueden formar un sistema ligado o resonante denominado *positronium*. Cuando se aniquilan, emiten dos fotones  $\gamma$ . ¿Cuál es la energía de los fotones emitidos? Si los electrones tuvieran energía cinética, qué cambio habría que realizar en los cálculos anteriores? Suponer, por ejemplo, que en el sistema centro de masas el electrón se acerca al origen a una velocidad de  $0,999c$ .
3. ¿Cómo varían con la distancia los distintos tipos de interacción que se encuentran en la naturaleza (fuerte, débil, electromagnética y gravitatoria)? Comentar qué implican dichas leyes de variación.
4. Comentar el artículo publicado en Physics World del pasado mes de junio, titulado “Big break for charge symmetry” (<http://physicsweb.org/articles/world/16/6/3>).
5. Explicar el funcionamiento del tubo de rayos catódicos empleado por Thomson para el descubrimiento del electrón. Dado que el físico de Manchester Joseph John Thomson realizó su experimento en el Cavendish Laboratory (Cambridge), el sitio recomendado para este estudio es [http://www-outreach.phy.cam.ac.uk/camphy/electron/electron\\_index.htm](http://www-outreach.phy.cam.ac.uk/camphy/electron/electron_index.htm)  
¿En qué se diferenció el experimento de Thomson de los intentos fallidos anteriores?
6. En 1897, Thomson midió la relación carga/masa en su famoso experimento, pero también obtuvo en los años siguientes un valor para la carga del electrón ( $2,2 \times 10^{-19}$  C y posteriormente  $2,2 \times 10^{-19}$  C) hasta 1903. El primer físico que midió la carga del electrón con precisión fue Robert Andrew Millikan, en 1911 (recibió el premio Nobel por este hecho en 1923). ¿Qué diferencia había entre los métodos empleados por Thomson y Millikan?
7. Encontrar la carga total de las siguientes distribuciones de carga: (a) Una línea de carga de densidad  $\lambda_0$  uniformemente distribuida en un anillo circular de radio  $a$ . (b) Una densidad superficial de carga  $\sigma_0$  uniformemente distribuida sobre un disco circular de radio  $a$ . (c) Una densidad de carga de volumen  $\rho_0$  uniformemente distribuida en una esfera de radio  $R$ . (d) Una línea de carga de extensión infinita a lo largo de  $z$ , con una distribución

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{1 + (z/a)^2}.$$

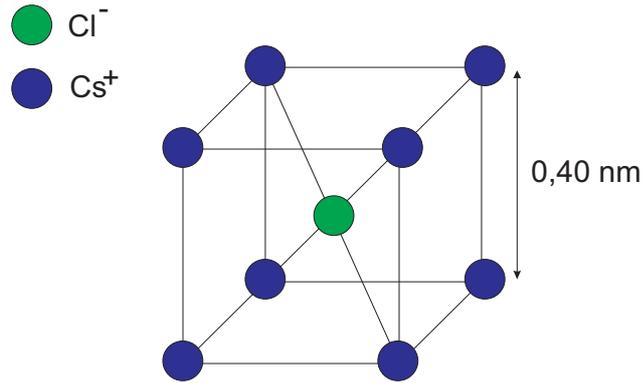
8. La ecuación de continuidad aparece en muchas áreas de la física. Dicha ecuación implica siempre una ley de conservación. (a) En Mecánica de Fluidos, por ejemplo, intervienen la densidad de masa del fluido  $\rho(\mathbf{r}, t)$  y la densidad de corriente  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, t)\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ .

Escribir la ecuación de continuidad para un fluido y decir cual es la cantidad conservada.  
(b) La ecuación de difusión para las partículas de un gas,

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\Delta n,$$

( $n$  es la densidad de partículas y  $D$  el coeficiente de difusión) es producto de la ecuación de continuidad. ¿Cuál es la densidad de corriente en este caso? ¿Y la cantidad conservada?

9. Un átomo de hidrógeno puede considerarse como compuesto por una carga puntual en el origen (de valor  $+e$ ) y una nube de carga distribuida esféricamente desde el origen hasta el infinito, con una variación del tipo  $-Ae^{-Br}$ , siendo  $A$  y  $B$  constantes y  $r$  el módulo del radiovector  $r$ . Poner las constantes  $A$  y  $B$ , relacionadas entre sí, en términos de una sola constante de mayor significado físico. Escribir la densidad de carga del átomo de hidrógeno. Integrar dicha densidad de carga y comprobar la neutralidad del átomo de hidrógeno.
10. La velocidad de arrastre  $v_a$  es la velocidad media a la que se desplazan los electrones en un conductor o semiconductor bajo la acción de un campo eléctrico. En los metales, la velocidad de arrastre es un buen parámetro físico. Pero hay una cantidad física, denominada movilidad, que proporciona más información que la velocidad de arrastre y es esencial en semiconductores. Definir la movilidad y explicar su significado físico. ¿Qué diferencia hay entre el metal y el semiconductor para que la velocidad de arrastre no sea un buen parámetro físico?
11. Escribir la ecuación de continuidad en los distintos sistemas de coordenadas ortogonales más conocidos. Comentar, en cada uno de los sistemas, las distintas direcciones de la corriente que pueden simplificar la ecuación.
12. Una barra de silicio de sección  $2 \times 10 \text{ mm}^2$  y longitud 1 m, tiene una resistividad de  $2,5 \times 10^3 \Omega \cdot \text{cm}$ . Determinar la resistencia de dicha barra frente a una corriente que pase a lo largo de su longitud. ¿Cuánto cambiaría dicha resistencia si el silicio estuviera dopado  $n$  (ver tabla de clase)?
13. En la estructura cristalina del CsCl en condiciones normales, los iones  $\text{Cs}^+$  se sitúan en las esquinas de un cubo y los  $\text{Cl}^-$  están en el centro de dicho cubo. La arista del cubo es de 0.40 nm. Los iones  $\text{Cs}^+$  tienen un electrón menos (tienen carga  $+e$ ), mientras que los  $\text{Cs}^-$  lo tienen en exceso (tienen carga  $-e$ ). (a) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza electrostática neta ejercida sobre el ion  $\text{Cl}^-$  por los ocho iones  $\text{Cs}^+$  en las esquinas del cubo? (b) Si se pierde un ion de  $\text{Cs}^+$  se dice que el cristal tiene un defecto; ¿cuál es la magnitud de la fuerza electrostática neta ejercida sobre el  $\text{Cl}^-$  por los siete iones de  $\text{Cs}^+$  restantes?



14. La ley de Coulomb, escrita en el sistema internacional, es

$$F = k \frac{qq'}{r^2}.$$

La aparición de la constante  $k$  es debida a que la carga eléctrica no es una unidad fundamental en el sistema internacional o MKS. En el denominado sistema electrostático, la fuerza entre dos cargas adquiere la expresión simplificada

$$F = \frac{qq'}{r^2}.$$

Sabiendo que en dicho sistema la fuerza se mide en dinas y las distancias en cm, ¿qué valor, en Coulombs, tiene una unidad de carga en el sistema electrostático (dicha unidad se denomina statcoulomb)?

15. Sea una barra de longitud  $L$  cargada uniformemente, con carga total  $Q$ . A una distancia  $a$  de un extremo de la barra (a lo largo de la misma) hay una carga puntual  $q$ . ¿Cuál es la fuerza que la barra ejerce sobre la carga?
16. Obtener la ley de Biot-Savart a partir de la ley de Coulomb aplicándola a dos hilos paralelos cargados que se mueven a una velocidad  $v/c$  en la dirección de los hilos (hay que aplicar una transformación relativista y hallar la fuerza perpendicular al eje del movimiento).
17. Comentar estas dos frases: (a) Consideremos la interacción electromagnética entre un protón  $p$  y un positrón  $e^+$ . Desde el punto de vista clásico, el protón está rodeado por un campo electromagnético. Cuando el positrón (o cualquier otra partícula cargada) entra en este campo, experimenta una fuerza. De forma similar, el positrón está rodeado por un campo electromagnético y cuando el protón entra en su campo, siente una fuerza. (b) He aquí como vemos hoy en día dicha interacción. El positrón está rodeado por un campo electromagnético, lo que quiere decir que está rodeado de fotones que emite y absorbe continuamente. Cuando el protón se acerca al positrón, uno de los fotones del positrón es absorbido por el protón. El fotón posee energía y momento, que es transferido del positrón al protón. De esta manera el positrón se desvía perdiendo energía y momento, mientras que el protón se desvía por el aumento de energía y momento.

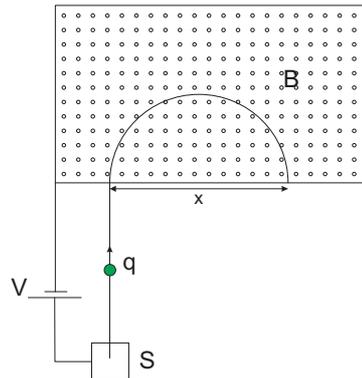
18. Si  $\mathbf{F}$  es un vector constante, determinar  $\nabla(\mathbf{F} \cdot \mathbf{r})$ .
19. Demostrar el teorema de Green, que afirma lo siguiente: Si  $\delta S$  es la frontera de un volumen  $V$ , se cumple para dos funciones  $U_1$  y  $U_2$  continuas y con derivada continua:

$$\int_V (U_1 \Delta U_2 - U_2 \Delta U_1) d^3 \mathbf{r} = \oint_{\delta S} (U_1 \nabla U_2 - U_2 \nabla U_1) \cdot d\mathbf{S}.$$

20. Determinar la fuerza eléctrica existente entre un hilo infinito (indefinido) de densidad  $\lambda_1$  y una carga puntual de valor  $q_2$  situada a una distancia de 1 m del hilo. Hacerlo de las dos maneras posibles: (a) determinar el campo creado por un hilo y a partir de ahí la fuerza y (b) determinar la fuerza sobre el hilo debido al campo de la carga puntual.
21. Calcular la fuerza de Coulomb entre dos hilos infinitos con densidades de carga  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ . Utilizar para ello el valor del campo creado por la primera línea de carga.
22. Supongamos dos hilos cargados con densidades lineales  $\lambda_1 = 1 \text{ C/m}$  y  $\lambda_2 = 2 \text{ C/m}$ , situados perpendicularmente uno al otro (uno según el eje  $x$  y otro según el  $z$ , por ejemplo), pero separados una distancia mínima  $d = 1 \text{ m}$ . Determinar la fuerza entre los hilos (bien la fuerza por unidad de longitud o considerar que los hilos son muy largos de longitud  $L$ ). Pare ello, utilizar el valor del campo creado por la primera línea de carga y los argumentos de simetría necesarios que simplifiquen el problema.
23. Determinar la fuerza magnética entre dos corrientes filiformes paralelas de 1 A, separadas una distancia de 1 m.
24. Consideremos una densidad de carga  $\rho_0 = 5 \text{ C/m}^3$ , uniformemente distribuida en una esfera de radio  $a = 4 \text{ m}$  con un agujero de radio  $b = 1 \text{ m}$  con centro en la mitad del radio de la esfera.
25. Utilizando el principio de superposición, calcular el campo magnético creado por una corriente distribuida uniformemente sobre un hilo de radio  $a$  en el que se le ha practicado un hueco de radio  $a/2$ .
26. Una partícula  $\alpha$  entra, a velocidad  $\mathbf{v} = (100, 0, 0) \text{ m/s}$ , en una región del espacio en la que existe un campo magnético  $\mathbf{B} = (0, 0, 10) \text{ T}$ . ¿Cuál es el radio de giro de dicha partícula? ¿Qué campo eléctrico y en qué dirección hemos de aplicarlo, para que la partícula describa un movimiento plano tal que después de una vuelta ésta se haya desplazado una distancia igual a su radio? ¿Qué campo eléctrico y en qué dirección hemos de aplicarlo, para que la partícula describa un movimiento helicoidal de manera que después de una vuelta ésta se haya desplazado una distancia igual a su radio?
27. Obtener la expresión para una densidad de fuerza de Lorentz, que sería aplicable en el seno de un fluido conductor.
28. Un electrón es acelerado desde el reposo por una ddp de 350 V. Entonces entra en una región en la que hay un campo magnético uniforme de 200 mT, siendo su vector velocidad perpendicular a la dirección del campo magnético. Calcular (a) la velocidad del electrón y (b) el radio de su trayectoria en el seno del campo magnético.

29. La figura muestra un dispositivo para medir la masa de los iones. Un ion de masa  $m$  y carga  $+q$  es producido en la fuente  $S$  (una cámara en la que se produce una descarga de gas) prácticamente en reposo. El ion se acelera por una ddp  $V$  y penetra a través de una rendija en una región en la que hay un campo magnético uniforme  $\mathbf{B}$ . En el campo, el ion viaja siguiendo una trayectoria circular hasta impactar en una placa fotográfica, quedando registrada la distancia  $x$  desde la rendija de entrada al punto de impacto. Demostrar que la masa del ion viene dada por

$$m = \frac{B^2 q}{8V} x^2.$$



30. Un ciclotrón consiste de dos zonas semicirculares que confinan un campo magnético  $\mathbf{B}$  uniforme, separadas entre sí por una región o entrehierro de anchura  $d$  en la que un campo eléctrico acelera iones cargados y los introduce en la región del campo magnético. Dado que los iones tienen cada vez más velocidad describen una trayectoria de mayor radio hasta que salen despedidos del ciclotrón a una velocidad  $v_F$  muy alta. Si el campo eléctrico existente es de 10 kV/m y el campo magnético de 15 T, ¿cuál es la velocidad a la que saldrá despedido un protón que parte del reposo después de describir 10 ciclos completos?
31. Por un paralelepípedo de silicio de lados  $a$  y  $b$  y espesor  $d$  ( $a = 10$  mm,  $b = 3$  mm,  $d = 0.1$  mm) pasa una corriente de 10 mA a lo largo de  $a$  uniformemente distribuida por la superficie  $bd$ . Dicho paralelepípedo se introduce en una región en la que hay un campo magnético  $\mathbf{B} = 10$ T, uniforme, perpendicular al plano de la lámina semiconductora. En un primer momento, el campo magnético desvía los electrones perpendicularmente a su trayectoria hasta que, en estado estacionario, se genera un campo transversal que compensa dicha desviación. A dicho campo se le denomina campo de Hall y este efecto, efecto Hall. Determinar el campo transversal para este caso particular.
32. Demostrar el Teorema de Helmholtz y explicar su significado físico.
33. Utilizando el Teorema de Helmholtz, descomponer el campo  $\mathbf{A} = (r^2, 3z^2, 3y^2)$  en una parte longitudinal y una transversal.
34. Los campos de una onda electromagnética que se propaga en el vacío cumplen las cuatro ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad , \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad ,$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad , \quad \nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad .$$

Comprobar que estos campos pueden descomponerse en una parte longitudinal y una parte transversal.

35. Sea una esfera de radio  $a = 4$  m, con un agujero de radio  $b = 1,5$  m, con centro en la mitad del radio de la esfera. Dicha esfera, no conductora, tiene una densidad de carga  $\rho_0 = 50 \mu\text{C}/\text{m}^3$ , uniformemente distribuida en su volumen. Dentro del agujero se coloca una carga puntual  $q = 2 \mu\text{C}$ . Suponiendo que la carga está situada en la línea que une el centro de la esfera cargada con el centro del agujero, ¿hay alguna posición en la que la carga  $q$  esté en equilibrio?
36. Sea una esfera de radio  $R$  con una carga inicial  $Q$  uniformemente distribuida en su volumen. Imaginemos que la carga, a partir de un cierto instante de tiempo ( $t = 0$ ), se concentra exponencialmente en su superficie. (a) Escribir una expresión para la evolución temporal de la densidad de carga en dicho volumen. Si suponemos una esfera imaginaria de radio  $r$  ( $r < R$ ), habrá carga saliendo por esa superficie esférica para un  $t > 0$ , por lo que podremos hablar de un flujo de carga saliente. (b) Escribir una expresión para la evolución temporal de la densidad de corriente. (c) Comprobar que se cumple la ecuación de continuidad.
37. En el experimento de Rutherford, una partícula  $\alpha$  es dispersada por un núcleo atómico. La sección eficaz de dispersión se vio en segundo curso. Pero hagamos un cálculo más sencillo. Hagamos incidir una partícula  $\alpha$  con carga  $+2e$  y velocidad  $v = 0,1c$  sobre un átomo de Ge neutro. Dicho átomo consiste, en primera aproximación, en una carga puntual  $+32e$ , rodeado por una nube electrónica uniforme de 125 pm de radio. Suponiendo que el átomo de Ge está en reposo, hallar la ley de variación de la fuerza Coulombiana entre la partícula  $\alpha$  y el átomo de Ge en función del tiempo. Tomar  $t = 0$  al momento en el cual la partícula  $\alpha$  se adentra en la nube electrónica.