Lección 6. Campos variables con el tiempo. Inducción electromagnética.

161. Sea una bobina toroidal de sección circular. La sección del toroide tiene radio a y el radio del mismo es R, siendo $a << R$. La bobina está formada por N espiras. Calcular el coeficiente de autoinducción.

162. Por una espira cuadrada de lado a circula una corriente $I(t)$. Calcular la *fem* inducida en un hilo muy largo situado a una distancia b de la espira. Recuérdese que el coeficiente de inducción mutua es simétrico.

163. En el campo de una corriente rectilínea e infinita, I, se encuentra una espira cuadrada de lado a recorrida por una corriente i de manera que el plano de la espira contiene al hilo. El lado más próximo de la espira a la corriente rectilínea está situado a una distancia d. Calcular la fuerza y el momento, si los hubiere, que actúan sobre la espira. Razonar sobre los efectos mecánicos que se incorporarían si el plano de la espira no contuviese la corriente rectilínea.

164. Calcular la inductancia mutua de dos espiras de radios r_1 y r_2 ($r_1 << r_2$) con su eje común y separadas una distancia z. Realizar el cálculo a partir del flujo de la espira grande sobre la pequeña y de la espira pequeña sobre la grande (en este último caso puede considerarse la espira pequeña como un dipolo).

165. Calcular la inductancia mutua de dos espiras de radios r_1 y r_2 ($r_1 << r_2$) con su eje común y separadas una distancia z. Realizar el cálculo a partir del flujo de la espira grande sobre la pequeña y de la espira pequeña sobre la grande (en este último caso puede considerarse la espira pequeña como un dipolo).

166. Sea un toroide de radio b y n espiras por unidad de longitud (radio de las espiras, a). Situamos en el plano del toroide una espira de radio c ($c < b - a/2$). Obtener el coeficiente de inducción mutua y de autoinducción del toroide.

167. Se tiene un campo magnético uniforme

$$\boldsymbol{B} = B\left[\sin\alpha \boldsymbol{u}_y + \cos\alpha \boldsymbol{u} z\right]\cos\omega t.$$

En el plano $z = 0$ se tiene una espira circular de radio a y resistencia R. Calcular la corriente inducida en dicha espira en función del tiempo.

168. Decir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones explicando el porqué: (a) Si hay un flujo magnético sobre un circuito filiforme cerrado aparece una fuerza electromotriz inducida. (b) El coeficiente de inducción mutua entre dos circuito es negativo. (c) La ley de Lenz afirma que la fuerza electromotriz inducida en un circuito tiende a oponerse a la causa que la produce.

169. Calcular la fuerza que ejerce un campo magnético constante $\boldsymbol{B}_0$ al actuar sobre un circuito filiforme que transporta una corriente I. ¿Qué momento ejerce sobre el circuito dicho campo magnético?

170. Demostrar que la ley de inducción de Faraday-Lenz se cumple para el caso de un circuito filiforme plano que se mueve a una velocidad $\boldsymbol{v}$ en el seno de un campo magnético estacionario (que no varía con el tiempo).

171. Define los coeficientes de inducción mutua para dos circuitos filiformes y demuestra que $L_{12} = L_{21}$.

172. (a) Definir los coeficientes de inducción L_{11}, L_{12} y L_{21} entre dos circuitos por los que circulan corrientes filiformes de intensidad I_1 e I_2. Suponer que los circuitos se encuentran en el vacío y que las corrientes son estacionarias. Observar que habitualmente el coeficiente L_{11} se denota como L ($L \equiv L_{11}$. (b) ¿Puede ser L_{12} positivo y L_{21} negativo? ¿Por qué? Deducir la relación entre ambos coeficientes.

173. Dos anillos conductores de radios a y b, coaxiales, están separados verticalmente una distancia c. Hallar el coeficiente de inducción mutua entre los anillos suponiendo que $b << a$.

174. Un río de lava de espesor despreciable arrastra partículas cargadas con una densidad superficial σ y se desplaza sobre un plano con velocidad $\boldsymbol{v}$ constante. En un punto del recorrido existe una espira cuadrada de lado a que gira en torno a un eje perpendicular al río de lava con una velocidad angular constante ω como consecuencia del viento. Calcular la fuerza electromotriz inducida, si la hay.

175. Comprobar que el campo vectorial

$$\boldsymbol{B} = 10^{-7} \cos 3x \sin(kz - \omega t)\boldsymbol{u}_y \quad ,$$

donde $k^2 = \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 - 9$, es un posible campo magnético en el vacío. Hallar el campo eléctrico correspondiente.

176. Se tiene un campo magnético uniforme y vertical de valor $\boldsymbol{B}$. En el seno de dicho campo, una barra de longitud L gira en el plano horizontal respecto a uno de sus extremos con velocidad angular ω. CAlcular la diferencia de potencial que aparece entre los extremos de la barra. ¿Puede calcularse aplicando la ley $\mathcal{E} = -\partial\Phi/\partial t$? Razonar la respuesta.

177. Sea una espira circular de radio a por la que circula una corriente $i(t) = i_0 \sin \omega t$. Con el mismo centro existe otra espira conductora de radio b y resistencia R. Suponiendo que el radio a es muy pequeño comparado con el radio b, calcular: (a) El coeficiente de inducción mutua entre las dos espiras. (b) La fuerza electromotriz inducida y la intensidad inducida en la espira de radio b.

178. Sea una espira de radio a formada por N vueltas muy juntas. Perpendicularmente al plano de la espira y en su centro se coloca una pequeña brújula de forma que la dirección N/S coincide con el diámetro. La brújula está paralela al suelo. Se aplica una corriente eléctrica de valor I y la espira se desvía 30°. Calcular el campo magnético terrestre.

179. Calcular el coeficiente de inducción mutua entre una espira cuadrada de lado a y un hilo exterior, rectilíneo e indefinido, paralelo a uno de los lados y que dista $a/2$ de dicho lado. Razonar la respuesta.

180. Se tiene un campo magnético cuyo valor en puntos del eje z es $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{u}_z B_0/z^3$. Una espira pequeña, circular, de radio a y resistencia R, cuyo eje de simetría de revolución coincide con el eje z, cae verticalmente con velocidad v. Calcular la corriente inducida y la fuerza que el campo magnético ejerce sobre la espira.

181. ¿Puede producirse un campo eléctrico $\boldsymbol{E} = E_\phi \boldsymbol{u}_\phi = -(E_0 r/a)\boldsymbol{u}_\phi$, puramente azimutal, en una región cilíndrica de radio a?

182. Una espira circular de radio a y resistencia R está situada en el plano xy. En $t = 0$ se conecta un campo magnético uniforme que, para $t > 0$ tiene la expresión

$$\boldsymbol{B}(t) = \frac{B_0}{\sqrt{2}}(\boldsymbol{u}_x + \boldsymbol{u}_y)\left[1 - e^{-\lambda t}\right].$$

(a) Determinar la corriente $I(t)$ inducida en la espira. (b) Dibujar esquemáticamente la evolución $I = I(t)$.

183. Un alternador de un coche consiste en una bobina rectangular, con 200 vueltas de hilo y área 0,01 m^2, girando en un campo magnético de 0,1 T (el campo se produce mediante un solenoide alimentado con corriente continua). Si la velocidad de rotación es de 10000 rpm, ¿cuál es la tensión de pico?

184. Considérese un cable coaxial consistente en dos cilindros huecos indefinidos concéntricos, de radios a y b. La corriente I circula hacia arriba por el cilindro interior y hacia abajo por el exterior. Determinar la autoinductancia, por unidad de longitud, mediante la definición $L = \Phi/I$ y a partir de la energía magnética $(1/2)LI^2$.

185. Determinar la autoinducción por unidad de longitud de la circunferencia $L' = L/2\pi R$ para un solenoide toroidal (un hilo arrollado alrededor de un toroide) de radio R. Demostrar que en el límite $R \to \infty$ el resultado se aproxima al de la autoinducción por unidad de longitud de un solenoide cilíndrico. Tomar A y n constantes, siendo A el área del cilindro y n el número de espiras por unidad de longitud.

186. Supongamos una espira formada por un triángulo equilátero de altura a alejada una distancia b de un hilo largo por el que pasa una corriente I. El hilo y el triángulo están en el mismo plano y es paralelo a uno de los lados del triángulo. Hallar el coeficiente de inducción mutua del sistema.