CÀTEDRA DE DIVULGACIÓ DE LA CIÈNCIA
VNIVERSITAT DE VALÈNCIA · FUNDACIÓ Cañada Blanch

VNIVERSITAT DE VALÈNCIA

GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE CIENCIA E INNOVACIÓN
CREATIVIDAD INNOVACION AÑO EUROPEO 2009

FECYT
FUNDACIÓN ESPAÑOLA PARA LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA

CAM
Caja Mediterráneo
OBRAS SOCIALES

GENERALITAT VALENCIANA
CIUTAT DE LES ARTS I DE LES CIÈNCIES
FUNDACIÓN CIUDAD DE LAS ARTES Y LAS CIENCIAS

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "al-Khwārizmī"

SEMANA DA CIENCIA 2009

Onofre Monzó
Luis Puig
Tomàs Queralt

V


De les Drassanes del Grau al Mercat del Cabanyal

DE LES DRASSANES DEL GRAU AL MERCAT DEL CABANYAL

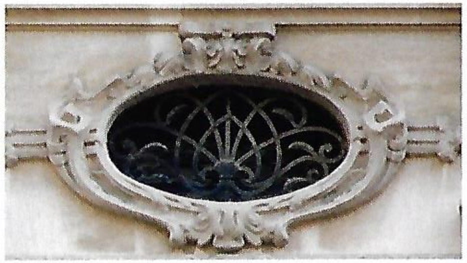
Ens trobem al Barri del Cabanyal-Canyamelar, districte dels Poblats Marítims

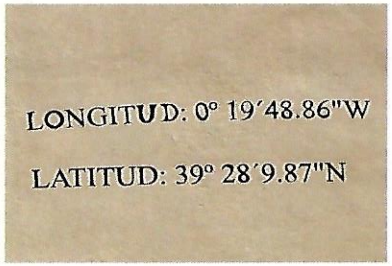
El recorregut

Començarem el recorregut a les Drassanes del Grau situades a la plaça Juan Antonio Benlliure de València i ens pararem, per explorar més en detall, a la Plaça de l'Armada Espanyola, el carrer de la Reina, el del Dr. Lluch i l'avinguda del Mediterrani. Presta atenció quan faces el desplaçament d'una parada a una altra i segueix les indicacions dels monitors i del professorat.

Activitat per a tot el recorregut

Durant el recorregut observaràs la geometria que t'envolta. A més a més, tracta de localitzar el lloc on s'han pres les fotos que apareixen a continuació, i indica quines idees matemàtiques contenen.





LES DRASSANES

Les **Drassanes del Grau** de la ciutat de València (L'Horta) es troben a la plaça de Juan Antonio Benlliure.

Edifici gòtic amb cinc naus paral·leles sostingudes per arcs diafragma construïts en rajola. Sobre cadascun d'ells descansa una senzilla coberta de teules a doble aigua. Es van alçar a finals del segle XIV com a drassana, arsenal i magatzem d'efectes de navegació de la ciutat.

L'activitat portuària de l'època va fer necessari disposar d'uns llocs per a la construcció i el manteniment de les naus, així com per emmagatzemar mercaderies i aparells. Com que fins eixe moment s'estava fent us de locals i cases particulars, el Consell de la ciutat va acordar en 27 d'agost de 1338 que, del recaptat en contribució, es construïra un edifici amb la finalitat de servir de guarderia de rems i altres aparells de les naus.

Aquestes van ser les primeres Drassanes del Grau, no coneixem la seua grandària i disposició en planta i alçat. Les Drassanes van poder adquirir la seua actual disposició en planta i alçat per l'acord, sobre les seues obres de reparació i aplicació, adoptat pels jurats de València del 12 d'agost de 1500.

En origen els extrems de les naus no havien d'estar cegats per a permetre l'entrada i eixida de vaixells i galeres. Les drassanes s'alçaven a pocs metres de la

costa sobre la mateixa arena de la platja, emplaçament que hui resulta difícil imaginar per l'existència del port i, sobretot, pels edificis que s'alcen en primera línia tapant l'accés al mar.
Les Drassanes constitueixen el principal edifici de la ciutat de València destinat en origen a la construcció i reparació d'embarcacions, a la guarda d'aparells marítims, o armaments que portaven les naus i també en una determinada època, a l'emmagatzemament de béns molt importants que arribaven a la ciutat per mar, com ara el blat i altres mercaderies.
Les drassanes es configuren seguint un sistema constructiu freqüent en l'arquitectura medieval valenciana, constituït per grans arcs diafragma, que suporten una sostrada de fusta. Aquest sistema és aquell que està format per una sèrie d'arcs de fàbrica, generalment de pedra o de rajola, que estan disposats transversalment a l'eix longitudinal de la nau que es vol cobrir. Els arcs tenen la funció de suportar la coberta de l'edifici, que normalment és de fusta. Cada nau té vuit trams, compresos entre nou arcs diafragmes, el que fa un total de quaranta espais o trams. L'edifici ha patit profundes alteracions en algunes naus, i especialment en les façanes. Entre nau i nau s'obrin vuit arcs, també ogivals, quasi equilàters, de semblant perfil i igual material als diafragmàtics, que comunicarien cada tram amb el seu veí, estant avui encegats, excepte dos que comuniquen les naus primera, segona i tercera.

1 A la vista d'una construcció qualsevol (edifici, casa, església...) podem determinar molta informació relativa a la destinació de l'edifici, època de construcció, estil arquitectònic, etc., que ens permeta comprendre i valorar l'obra, i a partir de la seua anàlisi, apreciar-la amb major coneixement com a exponent de la creativitat humana.

- Descriu-lo breument: edifici sencer, façana, laterals, interior...
- Indica la funció que tenia destinada dins de la següent classificació: vivenda, religiosa, militar, funerària, civil o d'oci.

2 Per a fer una anàlisi descriptiva hem de tindre en compte certs elements tècnics:

- Localització. Cal descriure l'entorn, tant actual com en el seu origen.
- Materials constructius. Indica els materials que veiem en la construcció indicant els predominants: taulell, vidre, ferro, etc.

- Elements sustentadors: suport. Descriu els aspectes de suport que s'observen, tant els continus (murs) com els discontinus (columnes, pilars, contraforts...).
- Elements intermedis (arcbotants, mènsules, tambors, petxine...)
- Elements sustentats (llinda, arc...)
- Coberta (volta, cúpula, coberta embigada, llanternó...)

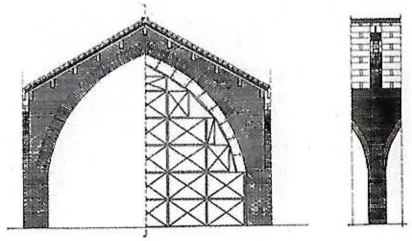
Fes una anàlisi descriptiva de les drassanes.

3 Els arcs de diafragma constitueixen una opció entre els diferents tipus d'arc que al llarg de la història de l'arquitectura s'ha utilitzat. Es tracta de l'evolució natural del romànic al gòtic molt utilitzat en la construcció a la corona d'Aragó després de la reconquesta.

- Els arquitectes de l'Edat Mitjana estaven obligats amb freqüència a continuar obres començades per altres. Això els obligava al càlcul de distàncies inaccessibles, al diàmetre d'una columna existent, a la determinació del centre d'un arc o d'un cercle, etc.

  Es defineix la **llum d'un arc** com la seua amplària. **La fletxa** és la l'altura de l'arc que es mesura des de la línia on arranca l'arc fins a la clau o vèrtex.
  Determina la llum i la fletxa dels arcs.

- L'art de tall de pedres forjat entre els segles XI i XII en tota l'àrea mediterrània i l'inici de les voltes de creueria a partir de la segona meitat del segle XII en els dominis reials francesos va motivar el començament del dibuix arquitectònic. Aquesta senzilla (i revolucionària) ferramenta conceptual permetia representar cossos de tres dimensions sobre una superfície que té dos, determinant a la vegada, forma i dimensions. El dibuix arquitectònic consisteix en l'ús de projeccions de l'element arquitectònic (un arc, una volta) sobre el plànol vertical (a plom) i horitzontal (a nivell). Amb això el sistema dièdric, o geometral, va veure el seu autèntic origen.



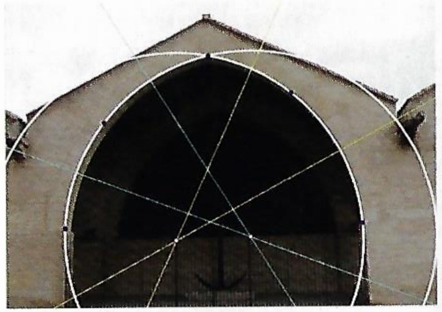
  Fes un plànol a escala d'un dels arcs.

- És sabut que la Geometria Descriptiva fou sistematitzada pel geòmetra francès Gaspar Monge (1746-1818) en base als coneixements prèviament desenvolupats sobre la estereotomia de la pedra (del grec *stereos*, sòlid i *tomé*, talla, secció). La ciència de l'estereotomia, o art del tall de pedres, és la part de l'art d'edificar que ensenya a donar forma, proporció i talls necessaris a les pedres que s'han d'emprar en un edifici per a la seua major fermesa i bellesa.

4 Ens trobem davant d'un dels arcs ogivals de les drassanes, es a dir, un arc acabat en punta en què els costats són dos arcs de cercle còncaus i simètrics que s'uneixen formant un angle curvilini.

Com podríem saber on estan els centres dels cercles que serveixen per traçar els arcs?

Observa la següent imatge:



Estima on estan els centres dels arcs dels cercles que conformen l'arc. Estima l'altura de l'edifici.

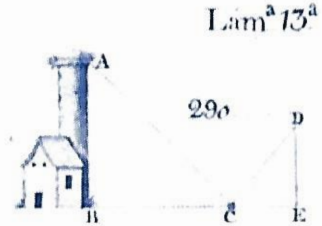
Distàncies inaccessibles

Abans de l'any 1600 la gent no disposava més que dels seus ulls i d'ulleres llarga vistes per veure l'Univers. Però, varen aconseguir tindre mesures precises de la grandària dels objectes a la Terra, la grandària del planeta Terra i les distàncies a la Lluna i al Sol. A l'actualitat encara fem servir les tècniques desenvolupades a l'antiguitat per fer tot tipus de mesures, per navegar a la Terra, en l'aire o a l'espai.
Els conceptes matemàtics utilitzats per determinar aquestes distàncies són els de congruència i semblança de triangles.

Dos triangles són congruents si un és còpia exacta de l'altre o, dit d'un altra manera,si un es pot superposar exactament a l'altre.
Dos triangles són semblants si tenen la mateixa forma, però no necessàriament la mateixa grandària.

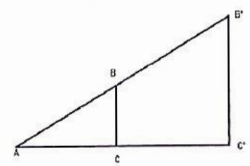
Els triangles que són congruents també són semblants, però no tots els semblants són congruents.
Les idees bàsiques de congruència i semblança les podem trobar desenvolupades sistemàticament en els *Elements* d'Euclides, llibre escrit al voltant de l'any 300 a. C., i varen ser estudiades molt abans per Thales (624-547, a. C).

En la part de "Geometría Práctica" del seu *Tratado Elemental de Matemáticas* de l'any 1847, el matemàtic espanyol José Mariano Vallejo proposava la figura següent en la qual mostrava com utilitzar la reflexió en un espill per mesurar l'alçada d'una torre.



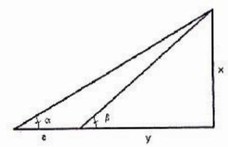
L'explicació del procediment pots trobar-la en una propietat dels triangles, que ja coneixia Thales.
El triangle ABC i el AB'C' són semblants però no congruents, per la qual cosa:

$$\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC} \text{ amb el que } B'C'=\frac{AC'}{AC}BC$$



Si el peu del que volem calcular l'alçaria no és accessible, és a dir no podem calcular AC',

Si sols coneixem el valor d'a i dels angles α i β:

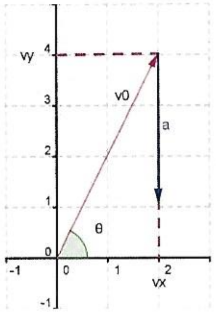


$$\begin{cases} tg\alpha = \dfrac{x}{a+y} \\ tg\beta = \dfrac{x}{y} \end{cases}$$

PLAÇA DE L'ARMADA ESPANYOLA

Continuant pel carrer del Dr. J. J. Dòmine i de la Reina hi trobem un monument que honora Joaquín Sorolla. Aquest té uns sortidors que quan ix l'aigua formen figures.

El sortidor de la font



Coneixes alguna figura que s'assemble? Efectivament són paràboles. Però per què és una paràbola?
La figura representa una partícula d'aigua que surt amb una velocitat v_0, amb un angle θ amb l'horitzontal.
Les components de la velocitat inicial són:

$v_{0x} = v_0 \cos \theta$
$v_{0y} = v_0 \sin \theta$

El moviment té dues components, un moviment rectilini i uniforme a l'eix X i un altre uniformement accelerat a l'eix Y.
Les equacions del moviment baix l'acceleració constant de la gravetat són:

$a_x = 0$	$v_x = v_{0x}$	$x = v_{0x} t$
$a_y = -g$	$v_y = v_{0y} + (-g)t$	$y = v_{0x} t + 1/2\,(-g)\,t^2$

Eliminat el temps (t) a les equacions que ens donen les posicions x i y, obtenim l'equació de la trajectòria, que té la forma:

$y = ax^2 + bx + c$, que és una paràbola. Hem afegit uns eixos coordinats i una quadrícula a una d'elles. Pots trobar la seua equació?

Una possible corba és: $y = -0'65x^2 + 3'354x$ que té un màxim en $(2'58,\ 4'33)$ i passa per $(5'16,\ 0)$. Suposem que les mesures són metres.

Amb aquesta informació pots calcular quant tarda una partícula d'aigua des de que ix fins que cau i la velocitat de sortida?

$y' = -1'3x + 3'354$
$y'(0) = 3'354$

que és el pendent de la tangent a la corba en $x = 0$. Per la qual cosa l'angle de sortida de l'aigua és $arctg(3'354) = 73'398°$

Ja sabem que :

$a_x = 0$	$v_x = v_{0x}$	$x = v_{0x}\, t$
$a_y = -g$	$v_y = v_{0y} + (-g)t$	$y = v_{0y}\, t + 1/2\,(-g)\,t^2$

al nostre cas

$v_{0x} = v_0 \cos 73'398 = 0'286\, v_0$
$v_{0y} = v_0 \sin 73'398 = 0'958\, v_0$

$a_x = 0$	$v_x = 0'286\, v_0$	$x = 0'286\, v_0\, t$
$a_y = -9'8$	$v_y = 0'958\, v_0 + (-9'8)\, t$	$y = 0'958\, v_0\, t + 1/2\,(-9'8)\,t^2$

I com que ja sabem que passa per (5'16, 0):

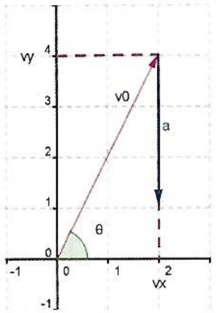
$5'16 = 0'286\, v_0\, t$
$0 = 0'958\, v_0\, t + 1/2\,(-9'8)\,t^2$

$$v_0 = \frac{5'16}{0'286t} = \frac{18'042}{t}$$

PLAÇA DE L'ARMADA ESPANYOLA

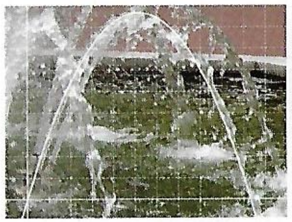
Continuant pel carrer del Dr. J. J. Dòmine i de la Reina hi trobem un monument que honora Joaquín Sorolla. Aquest té uns sortidors que quan ix l'aigua formen figures.

El sortidor de la font



Coneixes alguna figura que s'assemble? Efectivament són paràboles. Però per què és una paràbola?
La figura representa una partícula d'aigua que surt amb una velocitat v_0, amb un angle θ amb l'horitzontal.
Les components de la velocitat inicial són:

$v_{0x} = v_0 \cos \theta$
$v_{0y} = v_0 \sin \theta$



El moviment té dues components, un moviment rectilini i uniforme a l'eix X i un altre uniformement accelerat a l'eix Y.
Les equacions del moviment baix l'acceleració constant de la gravetat són:

$a_x = 0$	$v_x = v_{0x}$	$x = v_{0x} t$
$a_y = -g$	$v_y = v_{0y} + (-g)t$	$y = v_{0x} t + 1/2\,(-g)\,t^2$

Eliminat el temps (t) a les equacions que ens donen les posicions x i y, obtenim l'equació de la trajectòria, que té la forma:

$y = ax^2 + bx + c$, que és una paràbola. Hem afegit uns eixos coordinats i una quadrícula a una d'elles. Pots trobar la seua equació?

Una possible corba és: $y = -0'65x^2 + 3'354x$ que té un màxim en $(2'58,\ 4'33)$ i passa per $(5'16,\ 0)$. Suposem que les mesures són metres.

Amb aquesta informació pots calcular quant tarda una partícula d'aigua des de que ix fins que cau i la velocitat de sortida?

$y' = -1'3x + 3'354$
$y'(0) = 3'354$

que és el pendent de la tangent a la corba en $x = 0$. Per la qual cosa l'angle de sortida de l'aigua és $arctg(3'354) = 73'398°$

Ja sabem que :

$a_x = 0$	$v_x = v_{0x}$	$x = v_{0x}\, t$
$a_y = -g$	$v_y = v_{0y} + (-g)t$	$y = v_{0y}\, t + 1/2\,(-g)\, t^2$

al nostre cas

$v_{0x} = v_0 \cos 73'398 = 0'286\, v_0$
$v_{0y} = v_0 \sin 73'398 = 0'958\, v_0$

$a_x = 0$	$v_x = 0'286\, v_0$	$x = 0'286\, v_0\, t$
$a_y = -9'8$	$v_y = 0'958\, v_0 + (-9'8)\, t$	$y = 0'958\, v_0\, t + 1/2\,(-9'8)\, t^2$

I com que ja sabem que passa per $(5'16,\ 0)$:

$5'16 = 0'286\, v_0\, t$
$0 = 0'958\, v_0\, t + 1/2\,(-9'8)\, t^2$

$$v_0 = \frac{5'16}{0'286t} = \frac{18'042}{t}$$

$$0=\frac{0'958\cdot 18'042\cdot t}{t}+\frac{1}{2}(-9'8)t^2=17'284-4'9t^2 \qquad \text{i}$$

$$t^2=\frac{17'284}{4'9}=3'527,\ t=\pm\sqrt{3'527}=\pm 1'878$$

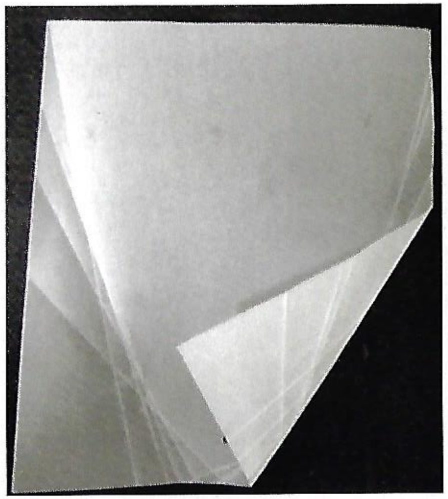
Com que el temps no pot ser negatiu $v_0=\dfrac{18'042}{1'878}=9'607$

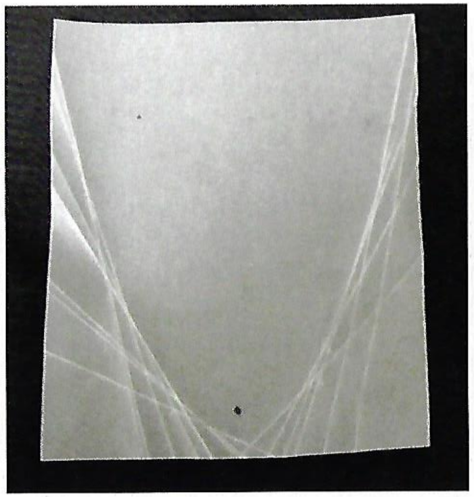
Amb el que la partícula tarda 1'878 segons en caure i ix amb una velocitat de 9'607 m/s.

Construcció de la paràbola. Mètode del full de paper.

Amb un tros de paper també pots obtindre una paràbola:

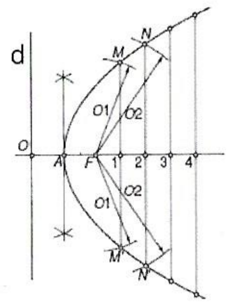
- Agafa un full de paper.
- Marca un punt prop de la vora.
- Ves fent passar la vora per aquest punt moltes voltes i marcant el plec.





Per què el resultat és una **paràbola**?
Recorda que una paràbola és el lloc geomètric dels punts del pla que equidisten d'un determinat punt fix anomenat **focus** i d'una determinada recta anomenada **directriu**.

Paràbola coneixent la directriu i el focus. Mètode del jardiner



a. Es dibuixa la directriu d i el focus F, i es troba el punt medi del segment OF, sent aquest el vèrtex A de la corba. A partir del focus F se situen punts arbitraris: 1, 2, 3, etc., i per ells es tracen paral·leles a la directriu d.

b. Prenent com radis les distàncies O1, O2, etc., i fent sempre centre en el punt *F*, es tracen arcs que tallen, respectivament, a les rectes que passen per 1, 2, 3, etc., obtenint-se els punts *M* i *M'*, *N* i *N'*, i així successivament.

c. En unir aquests punts amb traç continu resulta la paràbola buscada.

Dibuixant el·lipses

La paràbola és una de les corbes planes que formen part d'una família anomenada *còniques*. Saps quines corbes formen part d'aquesta família?

Per què s'anomenen còniques?

Sabries dibuixar una el·lipse? Descriu algun mètode.

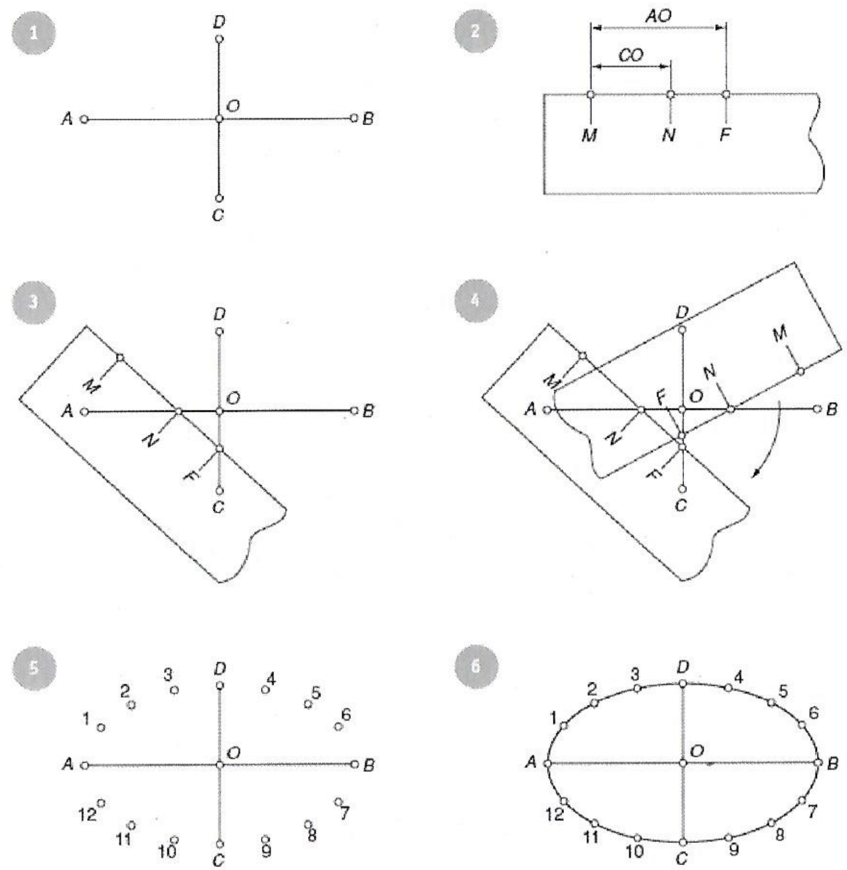
A continuació et mostrem un altre.

El·lipse coneixent els seus dos eixos. Mètode de la tira de paper

a. Aquest és un mètode senzill i ràpid per a traçar el·lipses. El procediment està basat en la definició d'el·lipse. Consisteix, per tant, a marcar sobre una tira de paper, amb traços xicotets, la longitud del semieix major *AO* i la del semieix menor *CO*.

b. Es fa coincidir el punt *N* sobre el semieix major *AO* de l'el·lipse que es va a dibuixar, i el punt *F* sobre el semieix menor *CO*, sent *M'* un punt de l'el·lipse. Repetint aquest procediment s'aconsegueixen nous punts, tants com es desitgen.

c. No cal oblidar que els punts *N* i *F* de la tira de paper han de coincidir sempre sobre els eixos de l'el·lipse que es vol dibuixar. Finalment, només resta unir els punts trobats de forma manual o amb plantilles per a determinar la corba.



Per què el resultat és una el·lipse?

Recorda que una el·lipse és una corba plana i tancada, lloc geomètric de tots el punts del plànol que verifiquen que la suma de la distància a dos punts fixos anomenats **focus** *F* i *F'* és constant i igual a l'eix major *AB*.

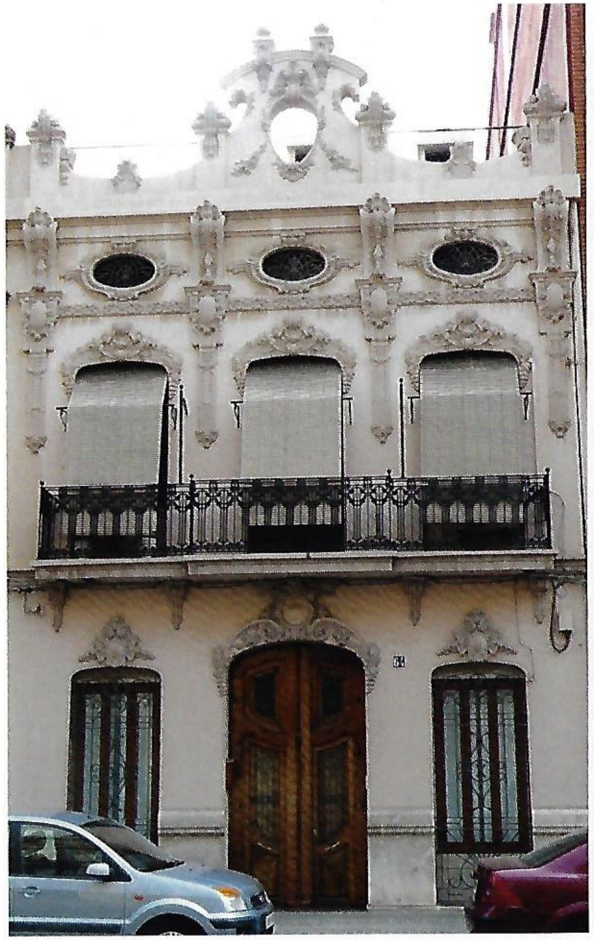
CARRER LA REINA
Nº 64

Al nº 64 del carrer la Reina ens trobem amb una façana a la qual li podem trobar elements matemàtics interessants. En primer lloc ens fixem en el seu estil modernista, amb una bona càrrega d'elements decoratius propis d'eixe estil arquitectònic. Per altra banda, les reixes i l'abundància de corbes reforcen la decoració típica modernista.

1 Observa l'eix de simetria de la façana. On el situaries?

2 Sobre cadascuna de les portes del balcó podem trobar una espècie de finestreta de forma ovalada. Saps la diferència entre un oval i una el·lipse?

Dibuixa una el·lipse i un oval a partir del seu eix major amb un assistent geomètric.



Els **ovals** són corbes tancades que es composen de quatre **arcs** de circumferència *tangents* entre sí. Això significa que:

- En el punt de contacte de cada dos d'aquests arcs, existeix una sola **tangent**, comuna per als dos.

- Per tant, els **centres** de cada dos arcs contigus, tenen que estar **alineats** amb el punt de tangència.

Oval coneixent l'eix menor

a Es traça la mediatriu de l'eix menor *CD*, obtenint-se el punt *O*. En la mediatriu està situat l'eix major de l'oval.

b Amb centre en *O* i radi *OC* es dibuixa una circumferència que talla a l'eix major en els punts O_1 i O_2; s'uneixen aquestos punts amb *C* i *D* prolongant eixes rectes.

c Amb radi *CD* i centre en *C* i *D*, respectivament, es tracen dos arcs que determinen els punts *P* i *P'*, *Q* i *Q'*, punts de tangència entre els arcs que formen l'oval.

d Per últim, amb centre en O_1 i en O_2, i radi O_1P, es tracen els altres dos arcs per a unir *P* amb *Q*, i *P'* amb *Q'*; d'aquesta manera queda determinat l'oval.

Oval coneixent l'eix major

a Es divideix l'eix major *AB* en tres parts iguals, determinant així els punts *O* i O_1. Amb centre en eixos punts i radi igual a 1/3 de *AB*, per exemple *OA*, es tracen dos circumferències que es tallen en els punts O_2 i O_3.

b S'uneixen mitjançant rectes els punts *O* i O_1 amb O_2 i O_3, obtenint així els quatre punts de tangència: *P* i *P'*, i *Q* i *Q'*.

c Amb centre en O_2 i O_3 respectivament i radi O_3P, es realitzen dos arcs fins unir els punts *P* amb *P'* i *Q* amb *Q'*. D'aquesta manera queda resolt l'oval.

3 A la part superior hi ha una decoració de la façana que deixa un buit en forma ovoide. Sabries definir un ovoide? Dibuixa un ovoide a partir del seu eix menor amb un assistent geomètric.

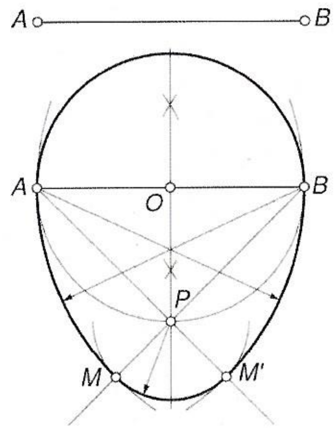
L'**ovoide** és una corba plana i tancada, simètrica sols respecte al seu eix major, i formada per quatre arcs de circumferència, dels que dos són iguals i els altres dos són desiguals.

Ovoide coneixent l'eix menor

a Es dibuixa la mediatriu de l'eix conegut AB, obtenint el punt O. Amb centre en O i radi OA, es traça una circumferència que talla a la mediatriu en el punt P.

b S'uneixen els punts A i B amb P, obtenint les semirectes r i s. Es tracen dos arcs amb radi AB i centre en els punts A i B, obtenit-se així els punts M i M'.

c Amb centre en P i radi PM o PM', es descriu l'últim arc que configura l'ovoide.



CARRER LA REINA 85
BIBLIOTECA

Observa la façana del carrer la Reina 85.

1 Fes una llista dels elements matemàtics que pots trobar a primera vista.

2 Observa la decoració de les reixes. Veuràs alguna que altra espiral. Descriu les regularitats que observes en les espirals.

3 Descriu alguna tècnica que permeta la construcció d'espirals.

4 En una trama quadrada de punts dibuixa vàries espirals poligonals usant com a angle de gir $\alpha = 90°$. Indica el valor de l'increment del pas Δ i la distància entre les espires d en cada cas.

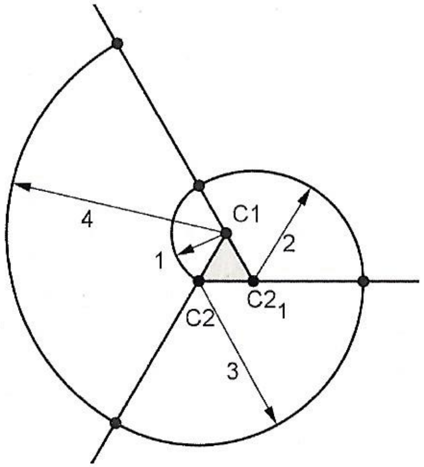
Fes el mateix en una trama isomètrica i en una trama polar variant els valors de α i Δ.

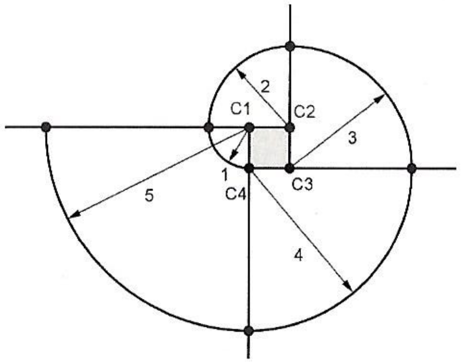
5 Sobre un objecte cilíndric enrosca un fil que tinga en el seu extrem un bolígraf i situa'l en el pol d'una trama polar. Mantenint el fil tens, ves desenvolupant-lo traçant sobre la trama la trajectòria que segueix el bolígraf. Estudia l'espiral obtinguda. Quina és l'amplària entre espires? Quina relació hi ha entre l'angle i la distància al pol?

6 En una trama isomètrica pren un punt, i a partir d'ell comença a dibuixar radis de forma que cadascun siga el doble de l'anterior. Unint els extrems d'aquestos radis obtens una espiral poligonal logarítmica. Quines coordenades donaries per a situar els extrems d'aquestos radis? Sobre una trama polar dibuixa una espiral logarítmica en la que cada volta que girem deu graus el radi augmente un 20% . Quina serà l'equació d'aquesta espiral?

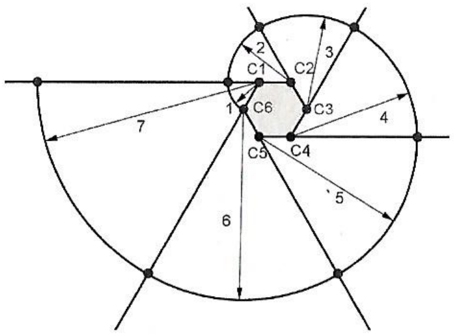
7 S'anomena **voluta** a la corba plana, oberta i continua composta per arcs de circumferència, tangents entre si, sent els centres dels arcs els vèrtex d'un polígon regular.

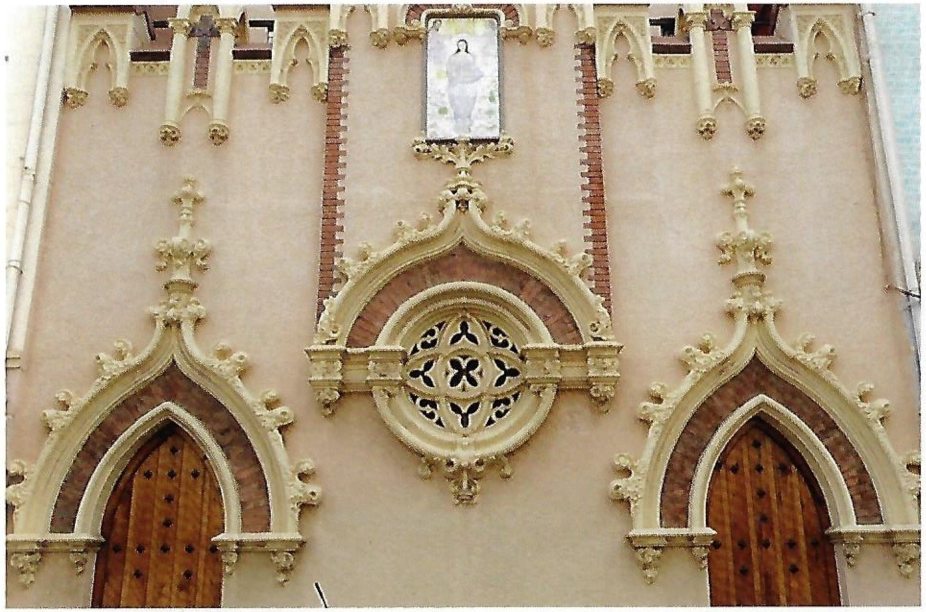
A partir d'un triangle, d'un quadrat o d'un hexàgon.





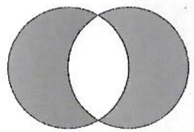
Explica la diferència entre una espiral i una voluta.





CAPELLA DE LA VERGE DEL CARME

Al carrer de la Reina 96 està la Parròquia de Crist Redemptor i Sant Rafel Arcàngel, amb decoració neogòtica. Observa la decoració que envolta els arcs de les portes.

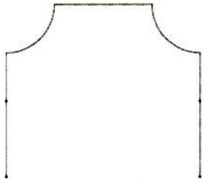


Al llarg de la història de l'art s'han emprat diversos tipus d'arcs. Tanmateix, la figura de la *vesica piscis* ha tingut un caràcter místic en la iconografia religiosa, encara que alguns atribueixen als pitagòrics qui la consideraven sagrada. La raó entre la llargària i l'amplària s'anomena la *mesura del peix*, i val exactament $\sqrt{3}$.

1 Representa gràficament $\sqrt{3}$ i $\sqrt{5}$ la *vesica piscis* d'amplitud un. Què passaria en el cas de que la seua amplitud fora un cert r?

2 A partir d'una *vesica piscis* d'amplitud 5 dibuixa l'arc ogival corresponent.

3 Dibuixa els següents arcs amb un assistent geomètric (geogebra, cabri...)

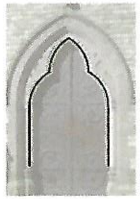
a Arc de mig punt	b Arc rebaixat	c Arc deprimit còncau	d Arc deprimit convex
			

a Mig punt: L'arc de mig punt utilitza mitja circumferència per a descarregar els pesos que recauen en l'espai buit. Va començar a ser utilitzat a Mesopotàmia durant el tercer mil·lenni abans de Crist i continua sent utilitzat en l'actualitat. Hem triat la imatge d'una finestra del carrer de la Reina 85.
Construcció: Dibuixem un arc donats el centre (*O*) i dos extrems (*B* i *A*, els vèrtexs superiors dels segments, en eixe ordre).

b Rebaixat: L'arc rebaixat es construeix quan no n'hi ha prou espai en la part superior per a l'arc de mig punt. La solució consisteix a col·locar el centre de l'arc més avall que l'anterior. La trobem en la casa del carrer la Reina 93.
Construcció: Es pren un segon punt *P* situat per davall de *O* sobre la mediatriu. Es traça l'arc amb centre en *P* i extrems en *B* i *A*.
L'arc rebaixat és un arc de mig punt quan *P* coincideix amb *O* (no s'arriba a rebaixar).

c Deprimit còncau: Es construeix quan encara hi ha més limitacions d'espai en la part superior. El trobem al carrer la Reina 100.
Construcció: Es divideix el segment *AB* en quatre parts. Amb centre en *O* i *O'* es traça dos arcs de circumferència. S'acaba la construcció traçant la tangent a ells.

d Deprimit convex:
Construcció: La construcció és similar a l'anterior. Es divideix el segment *AB* en quatre parts iguals. Els arcs de circumferència són de radi *AB*/4.

e Arc ogival	f Arc de ferradura	g Arc apuntat	h Arc conopial
			

e Ogival: Està compost per dos arcs de circumferència simètrics. Mira la fotografia de les Drassanes.
Construcció: Es dibuixa el segment *OA* i situem un punt *P* sobre ell. Tracem la mediatriu d'*AB*. Es dibuixa l'arc amb centre en *P* i extrems en *B* i un tercer punt situat sobre la mediatriu. Dibuixem l'altre arc per simetria axial del primer respecte de la mediatriu. L'arc ogival es converteix en arc de mig punt quan *P* se situa sobre *O*.

f Ferradura: Va ser molt utilitzat en l'art visigot i en l'hispà musulmà. Està compost per dos xicotets arcs de circumferència als costats i un gran arc central en la part superior. Observa l'església de Sant Pere de Balsemao en Lamego, Portugal.
Construcció: Es dibuixa la circumferència amb centre en *O* i radi en *A*. Dibuixem una altra circumferència amb centre en un punt *P* sobre la mediatriu i radi en *O*. Obtenim els punts d'intersecció de les dos circumferències *Q* (a l'esquerra) i *Q'* (a la dreta). Tracem tres arcs: un amb centre en *O* i extrems en *B* i *Q'*, un altre amb centre en *P* i extrems en *Q'* i *Q*, i l'últim amb centre en *O* i extrems en *Q* i *A*.

g Apuntat: Està format per quatre arcs de circumferència de 60° que es col·loquen sobre els costats exteriors de triangles equilàters. Ho estudiarem en el convent de Sant Domènec a Estella, Navarra.
Construcció: Es dibuixen triangles equilàters que tinguen per bases *AO* i *OB*. Anomenem *P* (esquerra) i *Q* (dreta) als vèrtexs superiors. Dibuixem també el triangle equilàter amb la base *PQ* en el que *R* serà el vèrtex superior.
Dibuixem ara dos arcs: un amb centre en *O* i extrems en *P* i *A* i el que té centre en *Q* i extrems en *R* i *P*. Els altres dos arcs s'obtenen per simetria respecte de la mediatriu al segment *AB* o bé traçant els arcs a l'altre costat.

h Conopial: És un arc de quatre centres que en la part central inverteix l'arc cap amunt col·locant el centre en la part superior, amb això aconsegueix formar un vèrtex. Ho veurem sobre una imatge de *La Cartoixa de Sevilla*.

Construcció: Es dibuixa el segment *OA* i situem un punt *P* sobre ell. Tracem un arc de 90° amb centre en *P* i radi en *A* (potser hages de dibuixar primer la circumferència completa). Anomenem *Q* al punt d'intersecció de la circumferència anterior amb la perpendicular a *AB* que passa per *P* (*Q* és a més l'extrem de l'arc anterior). Prolonguem el segment *PQ* a partir de *Q* una distància equivalent a *PO*, ens donarà un punt *R*. Tracem un nou arc de 90° amb centre en *R* i extrems en *Q* i en la mediatriu d'*AB*. L'altra part de l'arc es pot dibuixar per simetria respecte de la mediatriu. Quan *P* coincideix amb *O*, l'arc és de mig punt.

7 Arc carpanell	**8** Arc rebaixat	**9** Arc Tudor	**10** Arc rampant
			

7 Carpanell: L'arc carpanell és un arc rebaixat amb tres centres, dos d'ells s'utilitzen per a formar xicotets arcs en els extrems pel que adquireix una forma arrodonida. Ho anem a estudiar en la portada d'una *casa de Palma de Mallorca*.

Construcció: Es dibuixa el segment *OA* i situem un punt *P* sobre ell. Dibuixem el triangle equilàter que té per base *AP*, anomenem *Q* al seu vèrtex superior i tracem l'arc amb centre en *P* que va des de *Q* fins A. Es traça la mediatriu del segment *AB*. L'arc oposat s'obté per simetria respecte de la mediatriu. Anomenem *R* al punt d'intersecció de la mediatriu amb el costat *PQ* del triangle equilàter. Unim els extrems dels dos arcs amb un nou arc que té per centre *R* i extrems en els vèrtexs superiors dels triangles equilàters. Quan *P* coincideix amb *A* tenim l'arc rebaixat i quan coincideix amb *O* serà un arc de mig punt.

8 Trevolat: Està format per tres arcs de circumferència que reprodueixen el perfil d'un trèvol. Ho tenim en el *Mihrab de la Mesquita de Còrdova*.

Construcció: Es dibuixa el segment *OA* i situem un punt *P* sobre ell. *P'* serà el simètric de *P* respecte de *O*. Dibuixem el triangle equilàter que té per base *PP'* i el vèrtex superior el anomenem *Q*. Ara podem fer un arc de 120° amb centre en *P* i extrems en *A* i en el costat esquerre del triangle equilàter (potser necessites abans traçar la circumferència per a trobar el punt *R* del triangle). Dibuixem l'arc simètric respecte de la mediatriu, que donarà un altre punt *R'* sobre l'altre costat del triangle). Finalment, tracem l'arc de 300° amb centre en *Q* i extrems en *R* i *R'*.

9 Tudor: És un arc rebaixat que es construeix a partir de quatre centres: dos d'ells de radi més xicotet serveixen per a arrodonir els extrems mentre els altres dos tenen el centre en la part inferior i s'uneixen en la mediatriu. S'ha construït sobre una imatge d'una de les portes del *Taj Mahal* a l'Índia.

Construcció: Es divideix el segment *OA* en quatre parts iguals amb la ferramenta punt mitjà. Açò genera 5 punts que numerem d'esquerra a dreta, l'1 coincideix amb *A* i el 5 amb *O*. Es traça el triangle equilàter que té per vèrtexs inferiors 1 i 4. Anomenem *Q* al vèrtex superior i dibuixem l'arc de 60° amb centre en 4 i extrems *Q* i *A* (1). Es traça la recta que prolonga el costat dret del triangle i es porta fins a la intersecció amb la prolongació del segment (barra) de la dreta: el punt d'intersecció ho anomenarem *R*. Tracem l'arc amb centre en *R*, el primer extrem sobre el vèrtex superior de l'arc (en la mediatriu) i el punt *Q*. Els altres dos arcs es dibuixen per simetria.

10 Rampant. És asimètric i està format per dos arcs de 90°, un amb major radi que l'altre. La suma dels dos radis és igual al segment *AB*. Ho trobem en les portes posteriors de l'església de la Magdalena junt amb el castell de la Mola a Novelda, Alacant.

Construcció: Es divideix el segment *OA* en dos parts desiguals. En una d'elles es traça un arc de 90°. Quan s'arriba al punt més alt, es tanca amb un xicotet arc també de 90° fins arribar a la línia vertical en *A*. Es completa amb un segment recte fins arribar a *A*.

CARRER LA REINA 110

En l'arquitectura clàssica, un fris és la part de l'entaulament compresa entre l'arquitrau i la cornisa. Però habitualment entenem per fris:

- Decoració tallada, pintada o gravada en bandes horitzontals.
- Faixa que contrasta pel dibuix o el color i adorna i envolta una extensió de fons.
- Faixa més o menys ampla que hom sol pintar a la part inferior de les parets, de diferent color que aquestes.

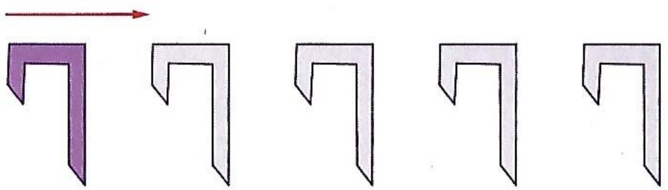
En matemàtiques el que caracteritza als frisos és que estan generats, a partir d'una figura, per un conjunt d'isometries que tenen la propietat que hi ha una recta que totes les isometries d'eixe conjunt la deixen invariant. Per això és pel que els frisos es queden en una franja del pla.

Els moviments en el pla que poden formar part d'un fris són:

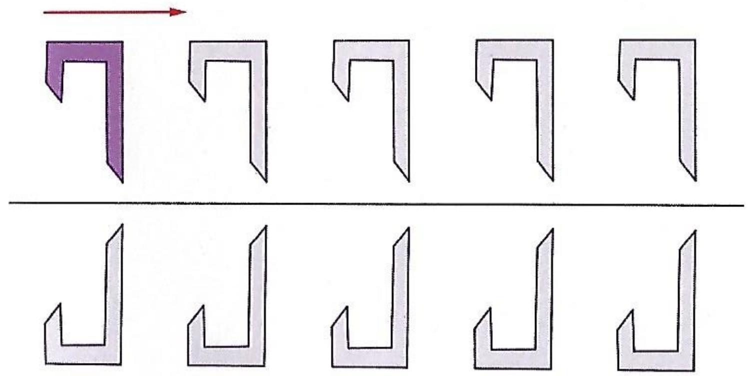
- Les translacions de vector paral·lel a les vores de la regió.
- Els girs de 180° el centre dels quals equidista de les vores de la regió
- Les simetries l'eix de les quals és la recta que equidista de les vores de la regió o és perpendicular a dita recta.
- Les simetries en lliscament l'eix de les quals és la recta que equidista de les vores de la regió.

Analitzant les possibles combinacions d'aquests moviments, es pot demostrar que hi ha exactament **7 frisos diferents**. Aquí tenim un exemple de cada un d'ells:

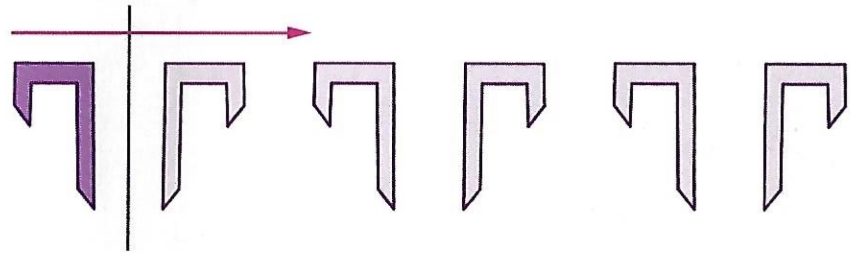
I. Fris generat per translació



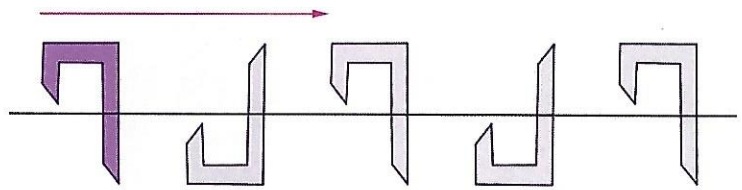
II. Fris generat per una simetria horitzontal i translació



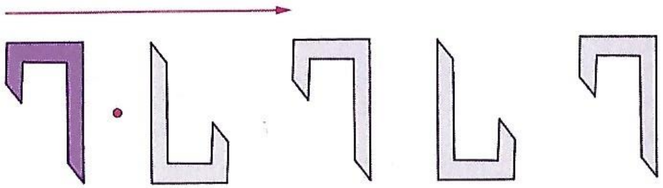
III. Fris generat per una simetria vertical i translació



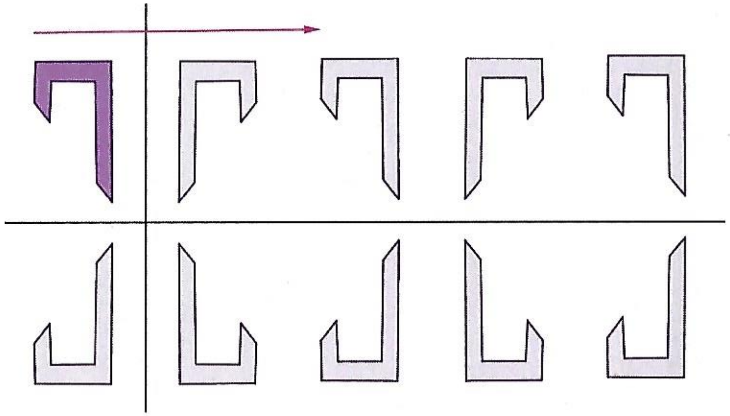
IV. Fris generat per una simetria en lliscament i translació



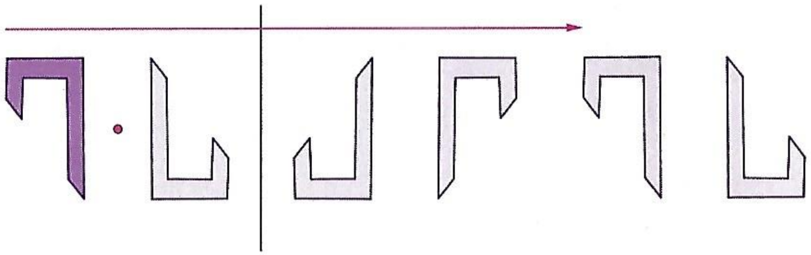
V. Fris generat per un gir de 180° i translació



VI. Fris generat per una simetria vertical, una horitzontal i translació



VII. Fris generat per un gir, una simetria vertical i translació

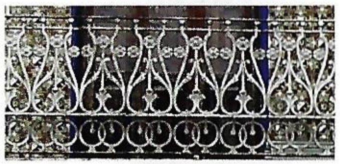


En el nostre passeig pel carrer de la Reina segur que en trobes més d'un. Quan ho faces, fes-ne un esquema per tractar, després, de classificar-los.

Ací tens alguns, intenta localitzar-los i digues de quin tipus és.

Està al carrer ____________________ nº.____ és del tipus ____

Està al carrer ____________________ nº.____ és del tipus ____



Està al carrer ____________________ nº.____ és del tipus ____

CARRER DE LA BARRACA, 305

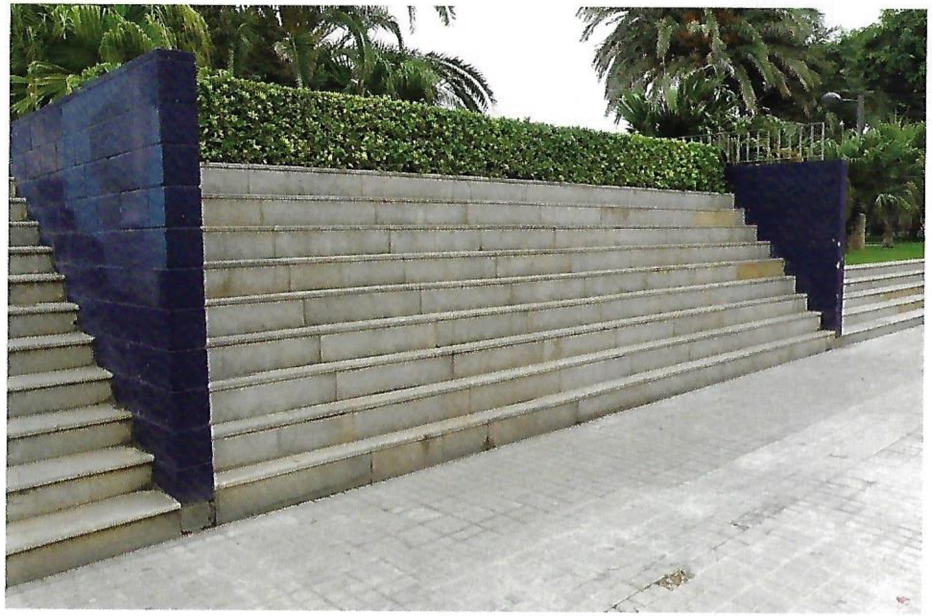
Des del número 305 fins el 311 del carrer de la Barraca encara podem trobar algunes edificacions de les quals pren el nom el carrer.
Actualment el Cabanyal és un barri de la ciutat de València, però originalment foren un grup de pescadors amb les seues famílies que, en establir-se prop de la vora mar, allà cap al segle XIII, construïren les seues barraques i establiren la base de la geometria del barri. A mesura que la població creix i es dedica tant a la pesca com a l'agricultura, els principals carrers es disposen paral·lels a la línia de la mar, i connectats per carrers secundaris més estrets, que li confereixen un caràcter particular diferenciat de la ciutat de València, de la que li separava una distància considerable, i que ja al segle XVIII comptava amb més de dues-centes barraques. La construcció del port a finals del segle XVIII i com a conseqüència de la deriva de la mar (de nord a sud), el mar es va allunyat i va naixent una nova terra. És en 1839 quan es configura definitivament el caràcter ortogonal del barri debut a tres motius: la retirada del mar i creixement de la zona litoral, la independència com a poble i el nou Ajuntament vol fer moltes coses, i la desamortització, fet que exigeix delimitar la propietat de cada pam de terreny.

El barri del **Cabanyal-Canyamelar** és, des de finals del segle XIX, un barri mariner de la ciutat de València. Aquest barri, fins a 1897, va ser un municipi independent anomenat el Poble Nou de la Mar. La seua peculiar trama en retícula deriva de les alineacions de les antigues barraques, paral·leles al mar. Aquest tret particular li conferí el títol de *Bé d'Interès Nacional*. Poble principalment de pescadors, prompte es va convertir en una zona d'interès com a lloc de descans i oci. Mostra d'això són un bon nombre d'alqueries que apareixien juntament amb les barraques, pertanyents als més afavorits en el segle XVIII, o la presència de fondes que s'anunciaven en la premsa de l'època. A la darreria del segle XX es tornen a reprendre projectes per a construir l'extensió de l'avinguda de Vicent Blasco Ibáñez (de fet hi ha un projecte de Manuel Sorní Grau de 1865 que pretenia comunicar València amb el Mar i Casimir Meseguer al seu projecte de finals del XIX ja va anomenar a aquesta avinguda Passeig de València al Mar), que s'havien desestimat a la primera meitat del segle i que passaria a través del barri i que requereix l'enderroc d'un gran nombre d'edificis, molts d'ells considerats d'interès nacional.

1 A partir de tot el exposat fins ara, indica diferents tipus de models de creixement urbà, i cita un exemple si el coneixes.

2 Si ens posem front el número 15 del carrer d'En Vicent Guillot "Tio Bola" veurem una de les barraques de perfil.

Fes les estimacions i les mesures que cregues necessàries per calcular el pendent de la teulada de les barraques.

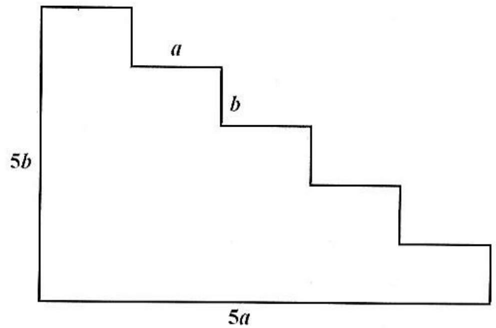


CARRER DR. LLUCH 225-227

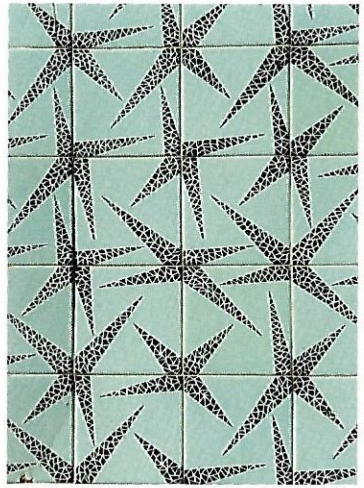
Enfront del nº. 255 del carrer del Dr. Luch trobem unes escales.

1 Calcula quin percentatge tenen els pendents.
T'atreveixes a dir quin angle formen amb el terra sense utilitzar el clinòmetre o el transportador d'angles?

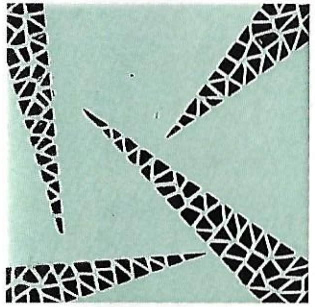
Observa



2 Al número 227 del carrer Dr. Lluch trobem aquest motiu format per taulells:



El taulell emprat ha sigut

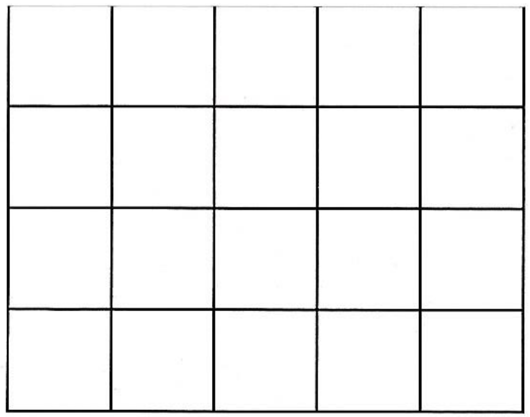


El conjunt de taulells com el de la foto, s'ha disposat seguint alguna pauta? Si és així quina?

Fent servir translacions i girs sobre el taulell poden construir-se diferents entaulellats (mosaics), ací en tens tres:

Quines isometries, translacions i girs, s'han fet servir per construir el mosaics anteriors?

Podries dissenyar altres configuracions fent servir el mateix taulell?



ESTRUCTURES ESTABLES

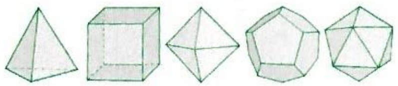
Al carrer dels pescadors està el poliesportiu on es troba l'estructura de la fotografia.

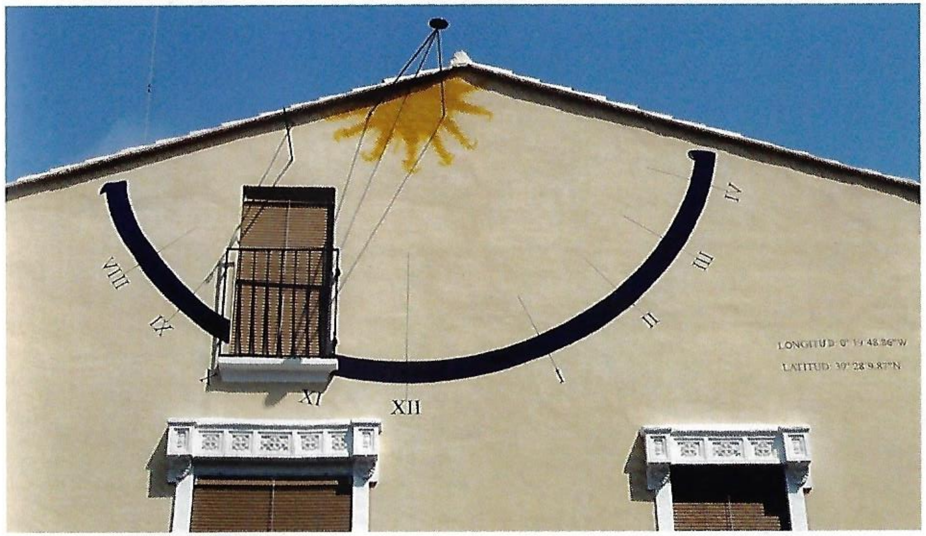
Sabem perquè una estructura no es deforma si està formada per triangles, però en aquest cas no sols hi ha triangles. També es fan servir quadrats.

Santiago Calatrava a la seua tesi doctoral va estudiar quines eren les condicions per que una estructura espacial fora estable:

Arestes = 3 · vèrtex – 6

Amb aquesta informació comprova quins dels poliedres regulars són estables.
És suficient que una estructura complisca aquesta condició per a poder dir que és estable? Cerca algun exemple.





AVDA. DEL MEDITERRANI, 13

Al número 13 del carrer del Mediterrani es pot observar un rellotge de Sol vertical.

Quin hora marca el rellotge quan et trobes davant?
I al teu rellotge de polsera?.

A quin hora es va fer la fotografia?
A què es deu la diferència horària?

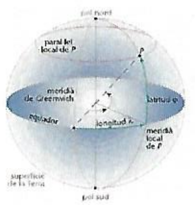
Baix a la dreta del rellotge es pot veure la següent inscripció:

Longitud: 0° 19' 48,86'' W
Latitud: 39° 28' 9,87'' N

Què són eixos nombres?
És necessària la informació que ens aporta?
Tots els rellotges de Sol són iguals independentment del lloc on es troben?

Coordenades geogràfiques

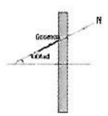
Les **coordenades geogràfiques** permeten determinar la posició de cada punt a la Terra mitjançant tres coordenades, usant un sistema de coordenades esfèriques. Les dues primeres coordenades corresponen a la latitud i a la longitud del punt, la tercera a l'alçada sobre la superfície (o sobre el centre de la Terra).
La longitud d'un punt P de la superfície terrestre és l'arc d'equador comprès entre el punt d'intersecció del meridià de Greenwich amb l'equador i el punt d'intersecció del meridià local de P amb l'equador.
La latitud de P és l'arc del meridià local de P comprès entre l'equador i P, mesurat de 0° a 90° a cada hemisferi a partir de l'equador.



La Terra no és esfèrica, sinó que té una forma irregular que s'aproxima a un el·lipsoide. D'aquesta manera, l'extensió d'un grau de longitud o de latitud és diferent en diferents punts geogràfics, per la qual cosa cal fer correccions sobre el sistema de coordenades per tal que cada punt quede determinat de forma no ambigua pels tres valors de coordenades.

Investiga com es construeixen els rellotges de Sol

El rellotge de sol Vertical Meridional és el més comú dels rellotges de Sol. La condició per a aquests rellotges és que la paret on estan siga perpendicular al Meridià local.
En el pla del rellotge hi ha marcades unes línies amb uns números que representen les hores, normalment de 6 del matí a 6 de la vesprada, i del dit pla ix un gnòmon o estil l'ombra del qual ens marca l'hora.
Aquest gnòmon sol ser una vareta o un triangle metàl·lic. La inclinació del gnòmon ha de ser igual a la latitud del lloc i sempre estarà en la direcció Nord-Sud. Marquen el mateix nombre d'hores del matí que de la vesprada.
El pla o quadrant on s'assenyalen les línies horàries és un pla vertical dirigit exactament cap al Sud. En aquests rellotges el gnòmon, contingut en un pla perpendicular al quadrant del rellotge, forma un angle amb el pla del rellotge igual a la colatitud del lloc (colatitud = 90 – latitud), perquè amb el pla horitzontal forma un angle igual a la latitud del lloc.



ALGUNES LECTURES RECOMANADES

Bossard, Y. (1977). *Rosaces, frises et pavages.* (2 vol.). París: CEDIC.

Coxeter, H.S.M. (1971). *Fundamentos de geometría.* México: Limusa.

EN INTERNET

http://www.jmora7.com/Arcos/index.htm

http://www.xtec.cat/~jjareno/activitats/frisos/intro.htm