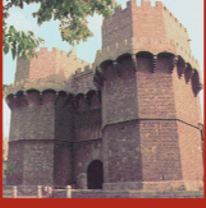
RUTES MATEMÀTIQUES A VALÈNCIA

I

De les Torres dels Serrans al Jardí Botànic



Títol: Rutes matemàtiques a València
I. De les Torres dels Serrans al Jardí Botànic
© *Autors:*
Onofre Monzó del Olmo
Luis Puig Espinosa
Tomàs Queralt Llopis
© *D'aquesta edició:*
Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "al-Khwārizmī "
Càtedra de Divulgació de la Ciència. Universitat de València
I.S.B.N.:
D.L.:
Printed in Spain
Imprimeix:

RUTES MATEMÀTIQUES A VALÈNCIA

> *L'ésser humà ve a aquest món amb dos ulls, però sols després de pacient ensenyament aprèn a veure. Mitjançant una observació intensiva i una creixent intuïció interna, la facultat òptica es fa robusta, capacitant-lo per a la creació d'una forma genuïna i, a través d'un lent procés de consideració selectiva, per a l'acunyament de conceptes valoratius d'allò que és artístic. En la nostra època amb l'èmfasi llibresc del seu sistema educatiu, la capacitat de percepció sensible roman sense desenvolupar i junt amb ella, el sentit de la bellesa.*
>
> *Walter Gropius*

Inicies ara un recorregut en grup pels carrers, places i parcs de València amb la intenció de veure i apreciar les matemàtiques que són presents per tot arreu. Posa't en disposició de veure les matemàtiques del teu voltant, i endavant!

Què hi farem i com?

Instruccions i normes bàsiques

El més important: segueix les instruccions del monitor i del teu professorat. El recorregut té una durada aproximada de 3 hores, durant el qual farem diverses parades. Actua amb precaució durant tota l'activitat.
Hi ha preguntes i propostes que requeriran accions o respostes individuals; d'altres, en parelles o en grup. Hauràs de fer estimacions, mesures, observacions, dibuixos o esquemes, càlculs… i, fins i tot, algunes fotografies. Hi ha activitats que hauràs de fer en un punt concret del recorregut i d'altres, durant tot aquest; algunes activitats hauràs de fer-les en el mateix moment, i d'altres, posteriorment, en classe. Observa especialment el mobiliari urbà (fanals, bancs, papereres, logotips, anuncis, etc.), la geometria del carrer i dels edificis (sòls, portes, reixes, façanes, etc.). Busca cossos i formes (cubs, cilindres, triangles, quadrilàters, còniques, espirals…) i propietats, com ara, paral·lelisme i perpendicularitat, simetries…

Treballa i passa-t'ho ben bé!

DE LES TORRES DELS SERRANS AL JARDÍ BOTÀNIC

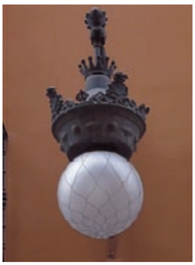
El recorregut

Començarem el recorregut a les Torres dels Serrans i finalitzarem al Jardí Botànic. Al llarg de l'itinerari ens anirem fixant en els diferents elements que poden tenir a veure amb les matemàtiques, i farem unes parades en les que resoldrem les activitats proposades. Cal prestar atenció al trànsit que hi ha al llarg de la ruta, i segueix les indicacions dels monitors i professors.
Les parades:

1 **Torres dels Serrans**
2 **Palau de la Generalitat**
3 **Plaça de la Verge**
4 **Plaça de la Reina**
5 **Torres de Quart**
6 **Jardí Botànic**

Activitat per a tot el recorregut

Durant el recorregut observaràs la geometria que t'envolta. A més a més, tracta de localitzar el lloc on s'han pres les fotos que apareixen a continuació, i indica quines idees matemàtiques contenen.



PARADA 1

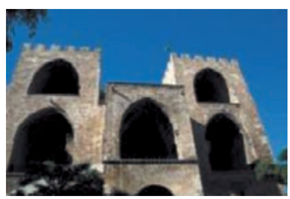
LES TORRES DELS SERRANS

Situació i context

Varen ser construïdes a finals del segle XIV. Circumdades per un fos, donaven accés als viatgers procedents de la serrania, i condueixen des del riu fins el mateix centre històric. Començades a construir en 1392 per Pere Balaguer, les Torres naixen com defensores d'un dels accessos més usats de la València antiga. En 1865 es deriven las muralles i queden exemptes. Des de 1586 fins 1887 són utilitzades com presó de nobles. Posteriorment, la part posterior de las Torres fou descoberta i des de la Plaça dels Furs es poden observar cinc sales, amb arcs d'ogiva i bovedes nervades. Les Torres són un magnífic exponent de l'arquitectura gòtica.

Activitat

Les Torres dels Serrans és una de les portes per les quals s'accedia a l'interior de la ciutat emmurallada de València. En la seua construcció es tingueren en compte distints factors que feien que la seua defensa fora el més fàcil possible.



A Observa quina forma té cadascuna de les dues torres. La seua base és un polígon. Quin?

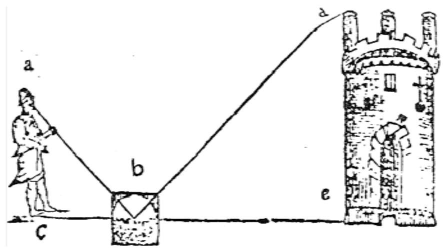
B Enumera els elements geomètrics presents en la façana de les torres.

C Observa la part posterior que donava a l'interior de la ciutat quan estava emmurallada. Sembla que hi ha un pla de simetria que passaria exactament pel centre de la porta d'entrada a la ciutat. També hi ha un pla imaginari que sembla haver tallat les torres de dalt a baix perpendicularment al sòl, de manera que ens apareixen les seccions dels passadissos interiors. Descriu com són.

D Al primer pis hi ha una finestra molt curiosa. Si tinguérem que tapar-la, quina figura geomètrica ens faria falta?

E Des de dalt de les torres es divisa la ciutat. Si disposes d'un plànol i una brúixola, series capaç d'orientar el plànol?

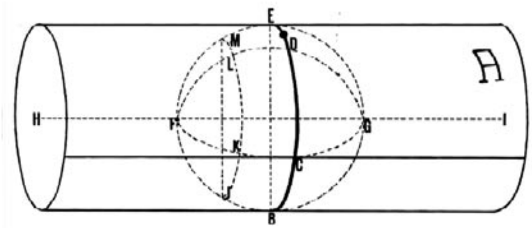
F Estima l'altura de les torres i després usa un espill per a calcular la seua altura aproximadament.



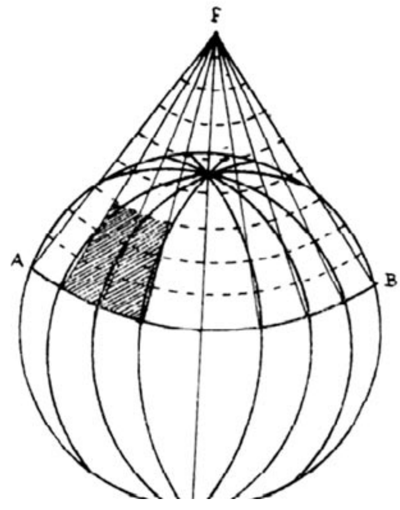
La representació de l'espai en plànols

El problema de representar la superfície de la terra en plànols és antic. Des dels primers mapes perses i xinesos fins l'actualitat, la cartografia ha intentat donar diferents solucions al problema de representar la superfície de la terra (de forma quasi esfèrica i per tant no desenvolupable) en un plànol. Eixes solucions passen pel procediment anomenat projecció, que consisteix en representar una regió de la superfície de la Terra sobre un pla.

Hi ha diverses maneres de posar en correspondència els punts de la superfície terrestre i els d'un pla. L'anomenada projecció conforme, a dues corbes qualsevols de la superfície terrestre que es tallen en un punt, segons un angle a, els corresponen dues corbes sobre el pla que també es tallen segons el mateix angle a. S'utilitza per als mapes fets a gran escala, i és la base dels sistemes de Mercator i de Lambert.



- En la projecció de Mercator la superfície de projecció de la Terra és un cilindre tangent a un meridià de la Terra i perpendicular al seu eix. L'eix del cilindre coincideix amb un diàmetre de l'ecuador terrestre. Es representen els meridians per una sèrie de rectes paral·leles equidistants mentre que els paral·lels es representen per un conjunt de rectes perpendiculars a les anteriors, la separació entre les quals no és constant. L'escala no és fixa, sinò que creix amb la latitud, raó per la qual la projecció de Mercator no acostuma a ésser emprada per a latituds superiors als 60°. La projecció UTM (Universal Transverse Mercator) va ser potenciada pels EEUU després de la segona gerra mundial. Es generen problemes quan ens allunyem del meridià de tangència.



- En la projecció de Lambert la superfície de projecció de la Terra és un con tangent a l'equador ideal i amb el vèrtex situat sobre els pols de la Terra. En desenvolupar el con tenim el plànol de la Terra, obtenint quadrícules en forma de trapezi isòsceles de bases corbes. Com els plànols són quadrícules a base de rectes perpendiculars i paral·leles entre sí, que determinen quadrats, hi ha una divergència entre aquestes línies (anomenades nord Lambert) i el nord geomètric. Aquest angle de divergència s'anomena angle de convergència de meridians o senzillament convergència.

PARADA 2

EL PALAU DE LA GENERALITAT

Situació i context

El Palau de la Generalitat està situat al barri de la Seu, la part més antiga de la ciutat de València, on des dels més remots orígens fundacionals hi va haver els principals edificis civils i religiosos, com ara els fòrums romans, la basílica visigòtica, el palau reial àrab i la mesquita, i des de la conquesta de Jaume I, la Seu, el palau arquebisbal i altres. Construït al segle XV. Gòtic i un tant renaixentista, la façana que dona a la plaça de Manises fou dirigida per l'arquitecte Pere Comte, en 1481. Seu de les Corts Valencianes, després de la Diputació i actualment de la Presidència de la Generalitat. Monument Històric Artístic des de 1931.

Mosaics

Un mosaic és un disseny format per combinacions de figures geomètriques planes i que cobreixen el pla, sense deixar buits ni solapar-se. També s'anomena tessel·lació, del llatí tessellae, nom que donaven els romans als taulellets usats en els paviments. Les cultures i civilitzacions més antigues han usat els mosaics per a decoració, i tenim molts exemples de la naturalesa en la que una superfície està coberta per formes geomètriques. El mosaic es construeix repetint, de forma ordenada, una o vàries figures geomètriques fins completar una superfície. Anomenem **mosaic regular** al que està construït usant únicament un únic polígon regular, i en el que els vèrtex del mosaic són també vèrtex de tots els polígons que concorren en ell. Un **mosaic semiregular** és aquell que està construït amb combinacions de polígons regulars, amb la condició de que tots els seus vèrtex siguen iguals. Un mosaic es **uniforme de tipus 2** quan està format per polígons regulars amb dos tipus distints de vèrtex. Per a descriure els mosaics utilitzem el símbol de Schläfi, que consisteix en indicar quins polígons concorren a cada vèr-

tex utilitzant el nombre de costats com abreviatura del polígon regular corresponent. Així, el mosaic regular d'hexàgons s'anomenarà (6,6,6) o bé 6^3.
Donat un mosaic, anomenem motiu mínim a la figura més xicoteta possible que continga tota la informació necessària, i amb la que podem composar el mosaic complet utilitzant les simetries del pla (translacions, girs i simetries).

Activitat

El Palau consta de tres cossos: dos torreons i un central més baix. És un edifici exempt amb tres portes: la del carrer dels Cavallers, la de la plaça de Manises i la de la plaça de San Bertomeu.

A En la façana que dona a la plaça de Manises s'observen les finestres de la planta baixa amb decoració geomètrica. Intenta esbrinar els distints elements de cadascuna. També es poden observar regularitats en la distribució de les finestres. Determina per a cada mosaic de la marqueteria de les finestres quin és el motiu mínim que el genera. De quin tipus de mosaic es tracta? Determina el símbol de Schläfi de cadascun.

B En la façana que dona a la plaça de San Bertomeu detectem elements propis del model de l'art del renaixement: els frontons, les simetries, les proporcions en les finestres... Però no totes les finestres guarden les mateixes proporcions, ja que hi ha finestres quadrades.

C La façana que dona al carrer de cavallers és molt semblant a la que dona a la plaça de Manises. Intenta recordar si detectes alguna diferència, i després comprova-ho.

PARADA 3

LA PLAÇA DE LA VERGE

Situació i context

La plaça de la Mare de Déu ha d'haver format part del gran fòrum de la València romana, on s'encreuaven el Cardo, que devia correspondre a l'actual carrer del Salvador (el qual, pel nord, enllà del pont sobre el Túria, arribava a la via de Saguntum, i pel sud acabava en una porta situada a l'actual carrer de la Mar) i el Decumanus, (el qual, seguint cap a l'oest l'actual carrer dels Cavallers, arribava fins a les torres de Quart, i per l'est acabava en un punt determinat del carrer del Governador Vell). És precisament en aquesta noble via del Decumanus on hi ha ara el Palau de la Generalitat i on els nobles valencians es feren edificar, al mateix carrer i a les places pròximes, molts palaus els noms dels quals encara corresponen als dels seus propietaris més importants.

Activitat

A Observa el lloc on es creuaven perpendicularment les dues vies que eren els eixos de la ciutat romana. Podries estimar la superfície de la plaça? Quantes persones creus que hi cabrien si estigués plena de gent?

B La font de la plaça representa el riu Túria rodejat per unes donzelles que simbolitzen les sèquies de València construïdes pels romans. Sabries identificar la forma de la font?

C En la façana de la Basílica observem tres portes d'accés, una d'elles inutilitzada. Fixem-se que cada porta té damunt un balconet que manté la proporció de la porta.

D Observa la porta dels Apòstols. Segur que trobaràs elements proporcionals.

Sobre ella hi ha una rosassa en la que hi ha inscrita una estrella de sis puntes, composada per dos triangles equilàters. La rosassa està envoltada per cercles concèntrics, i sobre ella hi ha una cornisa la qual és paral·lela als costats d'un dels triangles. Fes una foto de la porta de manera que aparega la rosassa. Mesura les dimensions de la porta. Si el diàmetre de la rosassa és de 6.5 m., calcula:

- l'escala de la foto que has fet;
- l'àrea de la rosassa;
- i nomena les figures geomètriques que t'apareguen en la foto.

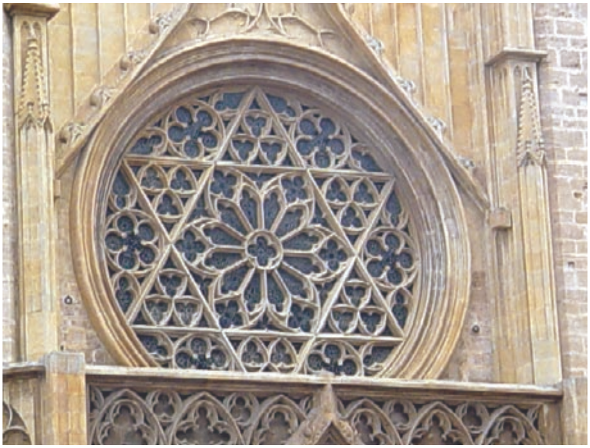
E Mesura l'angle amb el que es veu la llanterna o cimborri amb un goniòmetre o un clinòmetre. L'usarem per a estimar l'altura de la torre. Caldrà mesurar també des de quina distància a la torre prens aquesta mesura. Per cert, a quin políedre correspondria la forma de la torre?

F Observa la inscripció amb el sistema de numeració romà situada a la porta de la biblioteca.

El nombre d'Or

Anomenem nombre d'Or al valor $f = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} = 1'61803...$

És conegut també pel nom de proporció àuria o divina proporció. El nom de nombre d'Or no apareix fins el segle XIX en Alemanya, però les seues proporcions i propietats són conegudes des de molt antic. Hi ha multitud d'exemples que



ens mostren com s'ha utilitzat el nombre d'or al llarg de l'historia en la pintura, l'escultura, l'arquitectura, etc. Des de la Gran Piràmide de Keops, fins a Le Corbusier, artistes de totes les èpoques com Leonardo da Vinci, Botticelli, Durero… han usat la divina proporció per a donar sensació de bellesa i harmonia.

Leonardo de Pisa (Fibonacci) observà al segle XIII que en generar una successió recurrent (anomenada actualment successió de Fibonacci), el quocient de dos termes consecutius s'aproxima a la proporció àuria. També a la naturalesa hi ha exemples sorprenents en les que ens apareixen les successions de Fibonacci, com les espirals de les pipes de gira-sol o les pinyes.

En la vida quotidiana també ens apareix el nombre d'Or en forma de rectangle auri: és aquell en el que la proporció entre els costats és la proporció àuria. Així, les targetes de crèdit i el DNI, són rectangles auris.

A finals dels segle XV, Luca Pacioli escriu un tractat complet sobre el nombre d'Or que titula La Divina Proporció. Li diu així per la seua correspondència amb la Santa Trinitat: "… així com in divinis hi ha una mateixa substància entre tres persones (Pare, Fill i Espèrit Sant), de igual manera una mateixa proporció es trobarà sempre entre tres termes, i mai de més o de menys…"

Expressada en forma d'equació: $$\frac{\Phi + 1}{\Phi} = \Phi$$

veiem en el primer membre tres termes amb les operacions de suma i quocient que com les tres persones de la Santa Trinitat constitueixen l'únic Déu que roman idèntic a ell mateix.

PARADA 4

LA PLAÇA DE LA REINA

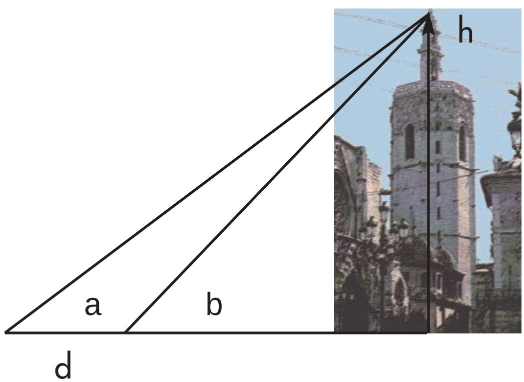
Situació i context

El lloc que actualment ocupa la plaça de la Reina estava constituït per edificis i un laberint de carrers similar al que es troba al voltant de la Seu. Aquests edificis es varen enderrocar deixant lloc al que és actualment la plaça.

Activitat

El que primer crida l'atenció de la plaça de la Reina és la torre-campanari de la Catedral, que l'anomenem el Micalet. La torre es va construir en un moment en el que la ciutat pugnava en importància amb altres, en un intent de dotar a la ciutat de construccions emblemàtiques que la identificaren i mostraren com la més important de l'antic Regne.

A Intenta estimar l'altura del Micalet, i després fes el càlcul utilitzant algun instrument de mesura. Pots utilitzar l'esquema que s'adjunta i prendre les mesures amb un clinòmetre i una cinta mètrica.



B Davant de la porta barroca de la Catedral, un poc cap a la dreta, hi ha una maqueta del conjunt catedralici. Observa els elements de simetria i descriu-los. Què li faria falta per a ser simètrica? Quina creus que pot ser l'escala utilitzada per a fer la maqueta?

C En la mateixa maqueta, pensada per a que les persones cegues puguen apreciar el que és la Catedral, hi ha una altra de la ciutat més xicoteta. Intenta localitzar distints llocs de la ciutat amb els ulls tancats.

D Molts de nosaltres no sabem el codi que usen les persones cegues per a llegir: s'anomena el codi Braille. Intenta identificar alguna lletra del text que hi apareix.

E Observa la vidriera que hi ha mirant cap a la plaça. Descriu-la i compara-la amb la que dona al carrer de la Barchilla.

F Al carrer de la Barcella (Barchilla) observaràs una passarel·la que connecta la catedral amb el Palau de l'arquebisbe. A la part dreta hi ha un senyal que identificava als habitants de la ciutat quina era la mesura estàndard per a prendre-la com a referència en cas de litigi. Quina pot ser aquesta mesura?

PARADA 5

LES TORRES DE QUART

Situació i context

El Portal de Quart, constitueix junt al de Serrans, anterior en construcció, el principal testimoni de les restes d'una ciutat emmurallada, com ho fou la València medieval. Es tractava de la porta que enllaçava amb el camí que passant per Quart es dirigia cap a Castella, i per tant constituïa una de les principals portes d'accés a la ciutat, junt amb el dels Serrans obert cap el nord i els desapareguts de San Vicent cap el sud i el del Mar, cap l'est i per tant cap el Grau. Es va construir entre 1441 i 1460 i ve a substituir un portal menor anterior que no es trobava ja acord amb la importància d'aquest accés a la ciutat.

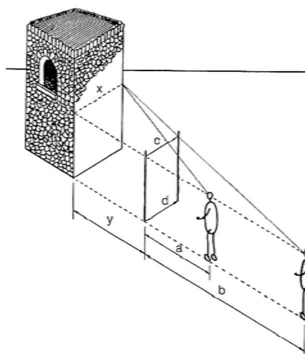
Activitat

A Si observes les Torres des de la part interior de l'antiga ciutat emmurallada, veuràs certes semblances amb les Torres dels Serrans. Indica-les.

B A l'interior de la Torre observaràs un buit de forma octogonal. Determina la superfície que abarca. Sabries dibuixar un octògon regular amb regla i compàs?

C El Portal es configura en unes línies generals seguint també el model de porta flanquejada per torres, però amb unes peculiaritats que la distingeixen de la Porta dels Serrans. Las torres prismàtiques queden substituïdes per torres semicilíndriques, el que ha servit per a relacionar-lo amb altres models com l'anomenat Arc de Triomf de Castel Nuovo de Nàpols. Estima el volum de cada torre.

D Imagina que eres un atacant a les torres i no te pots aproximar per a mesurar la seua amplària. Estima eixa amplària amb algun mètode indirecte de càlcul.



PARADA 6

EL JARDÍ BOTÀNIC

Situació i context

Després d'instal·lar-se en diverses localitzacions, l'any 1802 es decideix emplaçar el jardí botànic de la Universitat a l'hort de Tramoieres, extramurs de la ciutat. Aquesta instal·lació va ser impulsada pel rector Blasco amb l'assessorament de Cavanilles. Després de vàries èpoques de decadència, el jardí va commemorar el 200è aniversari amb una renovació de la que gaudim actualment.

Activitat

A Observa la façana exterior del museu i descriu els elements geomètrics que detectes.

B Quina és la llum que deixa passar cada finestra circular?

C La dependència d'entrada al jardí té una forma característica, doncs sembla un cilindre que deixa via lliure a un gran llidoner. Per què penses que l'arquitecte va dissenyar aquesta forma?

D A l'interior del jardí observaràs múltiples connexions entre les matemàtiques i formes de la naturalesa. Descriu alguna d'eixes formes.

E Observa l'umbracle. Determina quin model funcional serviria millor per a descriure la forma de la seua coberta.

Matemàtiques i natura

Segurament observaràs que moltes formes de la natura tenen a veure amb models geomètrics: l'esfera, l'ona, l'hexàgon, el fractal, la paràbola, l'hèlix, l'espiral... Però, per què hi ha formes que són més freqüents que altres. Quina raó determina estes formes?

Moltes fulles d'arbres tenen un eix de simetria. Els pètals de moltes flors tenen disposicions pentagonals o hexagonals regulars. Les falagueres reprodueixen la idea de fractal. Els troncs de certes palmeres tenen disposició en hèlix. Les bresques de les abelles són hexagonals, amb l'ànim de cobrir l'espai amb el mínim material possible. L'espiral empaqueta, per tant ès una bona manera de créixer sense ocupar molt espai.

ALGUNES LECTURES RECOMANADES

Alsina, C. 1994. *La matemàtica del consumidor*. Colección dos puntos. Proyecto Sur de Ediciones. Granada.

Domínguez Muro, M. 1999. *El número de oro*. Colección dos puntos. Proyecto Sur de Ediciones. Granada.

Mora, J. A. y Rodrigo, J. 1993. *Mosaicos*. Colección dos puntos. Proyecto Sur de Ediciones. Granada.

Meavilla, V. 1995. *Medir sin esfuerzo*. Colección Saber Hacer. Alhambra Longman. Madrid.

Universitat de València

Càtedra de Divulgació de la Ciència
Universitat de València · Fundació Cañada Blanch

Museu de les Ciències Príncipe Felipe
Valencia

CSIC

Ministerio de Ciencia y Tecnología

CAM
Caja de Ahorros del Mediterráneo
Obres Socials

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "al-Khwārizmī"