

TASAS DE VARIACIÓN E INDICADORES (NÚMEROS ÍNDICES)

NÚMEROS INDICES , PERÍODO BASE , PERÍODO ACTUAL

CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS ÍNDICES

NUMÉROS ÍNDICES DE PRECIOS

NO PONDERADOS

ÍNDICE DE SAUERBECK

ÍNDICE DE BRADSTREET-DUTOT

PONDERADOS

ÍNDICE DE LASPEYRES

ÍNDICE DE PASCHE

ÍNDICE DE FISHER

ÍNDICE DE EDGEWORTH

EJEMPLO NÚMEROS INDICES DE PRECIOS PONDERADOS

PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS ÍNDICES

CUMPLIMIENTO DE PROPIEDADES

DEFLACTACIÓN DE SERIES ESTADÍSTICAS

CAMBIO DE BASE Y EMPALME

Número índice : Aquella medida estadística que sirve para comparar una magnitud (o un conjunto de magnitudes) en dos situaciones (temporales o espaciales) distintas; una de las cuales se considera como referencia. (Normalmente se tratará de comparar períodos de tiempo distintos)

Período base o referencia: Será la situación inicial o el periodo tomado como referencia.(subíndice 0)

Período actual: la situación que quiere compararse.(subíndice t)

Clasificación: Los números índices pueden ser:

SIMPLES: pretenden hacer comparaciones sobre una sólo magnitud simple.(p.ej. el precio del trigo). Habitualmente se definen como ratios (razón) entre el valor actual y el valor del período base.

$$\text{para la magnitud simple } X_i \quad I_i^t = \frac{x_{it}}{x_{i0}}$$

COMPLEJOS: pretenden hacer comparaciones sobre una magnitud compleja, consistente en la agregación de varias magnitudes simples.(p.ej. precio de los cereales,cotización bursátil de un grupo (químicas,p.ej.).Habitualmente se utilizan promedios de índices simples (media aritmética, geométrica, armónica o agregativa).

Complejos SIN PONDERAR: Se utiliza un promedio de índices simples de cada magnitud simple X_i , sin ponderarlos: (dado un agregado de magnitudes $X_1, X_2, X_3, \dots, X_I$.)

media aritmética:

$$I^t = \frac{\sum_{i=1}^N I_i^t}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{x_{it}}{x_{i0}}}{N}$$

media agregativa:

$$I_A^t = \frac{\sum_{i=1}^N x_{it}}{\sum_{i=1}^N x_{i0}}$$

En menor medida se usan también las medias geométricas y armónica.

Complejos **PONDERADOS** : se utiliza un promedio de índices simples de cada magnitud, X_i , ponderado cada uno de ellos por un peso w_i , distinto en cada caso.

media aritmética ponderada:

$$I^t = \frac{\sum_{i=1}^N w_i I_i^t}{\sum_{i=1}^N w_i}$$

media agregativa ponderada:

$$I_A^t = \frac{\sum_{i=1}^N w_i x_{it}}{\sum_{i=1}^N w_i x_{i0}}$$

Números índices simples (precios, cantidades y valor):

Simplemente se trata de relativizar los precios, las cantidades o los valores respecto del año base.

Ejemplo: sean las siguientes cifras de producción y precios de ARROZ

y los correspondientes índices simples de precios ($\frac{P_t}{P_0}$), de cantidades ($\frac{q_t}{q_0}$) y de valores ($\frac{P_t q_t}{P_0 q_0}$), con respecto al periodo base 0.

PERIODO	PRECIO	CANTIDAD	VALOR	ÍNDICE PRECIOS (PREC.REL.)	ÍNDICE CANTIDADES (CANT.REL.)	ÍNDICE VALORES (VAL.REL.)
0	50	10	500	1	1	1
1	60	15	900	1,2	1,5	1,8
2	70	20	1400	1,4	2	2,8
3	75	30	2250	1,5	3	4,5
4	80	40	3200	1,6	4	6,4
5	90	50	4500	1,8	5	9

Números índices de precios.

Son números índices evaluados para magnitudes precios.

Índices de precios no ponderados: Dado un conjunto de artículos:

Índice de Sauerbeck: de precios es la media aritmética de los índices simples (de precios) de cada artículo:

$$S_p = \sum \frac{I_i^t}{N} = \frac{\sum \frac{P_{it}}{P_{i0}}}{N}$$

Índice de Bradstreet-Dûtot : es la media agregativa de los precios:

$$BD_p = \frac{\sum P_{it}}{\sum P_{i0}}$$

Ejemplo: Obtener los índices de precios de Sauerbeck y de Bradstreet-Dûtot para el conjunto de productos agrícolas : Arroz, trigo y patatas:

	Arroz	Trigo	Patatas	Arroz	Trigo	Patatas	I.Sauerbeck	I.B-Dûtot
Periodo	Precio	Precio	Precio	I.Simple	I.Simple	I.Simple	(M-aritm.)	(M.agreg.)
0	50	30	40	1	1	1	1	1
1	60	30	40	1,2	1	1	1,06666666	1,08333333
2	70	35	45	1,4	1,1666	1,125	1,23055555	1,25
3	75	40	45	1,5	1,3333	1,125	1,31944444	1,33333333
4	80	45	50	1,6	1,5	1,25	1,45	1,45833333
5	90	50	50	1,8	1,6666	1,25	1,57222222	1,58333333

Índices de precios ponderados

Dependiendo de las ponderaciones para cada bien (o artículo) y del tipo de promedio que se utilice se podrán generar distintos índices:

Índice de Laspeyres : Es la media aritmética ponderada de los índices simples de cada artículo utilizándose como ponderación para cada bien: $w_i = p_{i0} \cdot q_{i0}$, esto es la ponderación para cada artículo será el valor de la cantidad consumida o vendida o producida del bien i-simo en el período base al precio del período base.

$$L_p = \frac{\sum w_i I_i^t}{\sum w_i} = \frac{\sum \frac{p_{it}}{p_{i0}} p_{i0} q_{i0}}{\sum p_{i0} q_{i0}} = \frac{\sum p_{it} q_{i0}}{\sum p_{i0} q_{i0}}$$

Índice de Pasche: Es la media aritmética ponderada de los índices simples de cada artículo utilizándose como ponderación para cada bien: $w_i = p_{i0} \cdot q_{it}$, esto es, el valor a precio del período base de la cantidad consumida en el período actual.

$$P_p = \frac{\sum w_i I_i^t}{\sum w_i} = \frac{\sum \frac{p_{it}}{p_{i0}} p_{i0} q_{it}}{\sum p_{i0} q_{it}} = \frac{\sum p_{it} q_{it}}{\sum p_{i0} q_{it}}$$

Índice de Fisher: Es simplemente la media geométrica de los dos anteriores.

$$F_p = \sqrt{L_p P_p} = \sqrt{\frac{(\sum p_{it} q_{it})(\sum p_{it} q_{i0})}{(\sum p_{i0} q_{it})(\sum p_{i0} q_{i0})}}$$

Índice de Edgeworth: Es la media agregativa ponderada de los índices simples de precios de cada artículo, utilizando como ponderación $w_i = q_{i0} + q_{it}$ Es decir, la suma de las

cantidades consumidas, producidas o vendidas de cada artículo en el año base y en el corriente :

$$E_p = \frac{\sum w_i p_{it}}{\sum w_i p_{i0}} = \frac{\sum p_{it} (q_{it} + q_{i0})}{\sum p_{i0} (q_{it} + q_{i0})}$$

Ejemplo números índices ponderados

PERIODO	ARROZ		TRIGO		PATATAS	
	PRECIOS	CANT.	PRECIOS	CANT.	PRECIOS	CANT.
0	50	10	30	10	40	10
1	60	15	30	10	40	15
2	70	20	35	15	45	15
3	75	30	40	15	45	15
4	80	40	45	20	50	20
5	90	50	50	20	50	25

INDICE DE LASPEYRES (M.ARIT. PONDERADA)							
PERIODO	ARROZ		TRIGO		PATATAS		I.LASPEYRES
	I.SIMPL	PONDERAC.	I.SIMPLE	PONDERAC.	I.SIMPLE	PONDERAC.	
0	1	500	1	300	1	400	1
1	1,2	500	1	300	1	400	1,083333333
2	1,4	500	1,16666667	300	1,125	400	1,25
3	1,5	500	1,33333333	300	1,125	400	1,33333333
4	1,6	500	1,5	300	1,25	400	1,45833333
5	1,8	500	1,66666667	300	1,25	400	1,58333333

INDICE DE PASCHE (M.ARIT. PONDERADA)							
PERIODO	ARROZ I.SIMPL	POND	TRIGO I.SIMPL	POND	PATATAS I.SIMPL	POND	I.PASCHE
0	1	500	1	300	1	400	1
1	1,2	750	1	300	1	600	1,090909091
2	1,4	1000	1,6666667	450	1,125	600	1,378048788
3	1,5	1500	1,333333333	450	1,125	600	1,382352941
4	1,6	2000	1,5	600	1,25	800	1,5
5	1,8	2500	1,6666667	600	1,25	1000	1,646341468

I.FISHER	
PERIODO	I.FISHER
0	1
1	1,0871146
2	1,3124637
3	1,3576219
4	1,4790199
5	1,6145301

INDICE DE EDGEWORTH (M.AGREG. PONDER.)							
PERIODO	ARROZ PRECIO	POND	TRIGO PRECIO	POND	PATATAS PRECIO	POND	I.EDGEWORTH
0	50	20	30	20	40	20	1
1	60	25	30	20	40	25	1,087719298
2	70	30	35	25	45	25	1,261538462
3	75	40	40	25	45	25	1,366666667
4	80	50	45	30	50	30	1,489130435
5	90	60	50	30	50	35	1,632075472

Propiedades de los números índices:

1. Existencia. Todo número índice ha de existir: Ha de tener un valor finito distinto de cero.
2. Identidad. Si se hacen coincidir el período base y el período actual el número índice debe ser 1.
3. Inversión. Si se intercambian el período base y el período actual los índices deben ser los valores recíprocos:

$$I_0^t = 1 / I_t^0$$

4. Proporcionalidad. Si en el período actual todas las magnitudes sufren una variación proporcional, el número índice debe variar afectado por esta proporcionalidad.

5. Homogeneidad. Un número índice no debe quedar afectado por un cambio en las unidades de medida.

Cumplimiento de las propiedades por los índices de precios.

1. Existencia. La cumplen los seis.
2. Identidad. La cumplen los seis.
3. Inversión. Sólo la verifican los índices de Bradstreet-Dûtot, Edgeworth y Fisher.
4. Proporcionalidad. La satisfacen los seis, pero los resultados de una transformación proporcional son anómalos desde el punto de vista económico en el caso de los índices de Paasche, Edgeworth y Fisher, pues suponer que al variar los precios las cantidades se mantengan siempre constantes, es algo excesivo.
5. Homogeneidad. No la cumple ninguno.

En resumen: el índice de Bradstreet-Dûtot es el que más propiedades cumple, pero es un índice no ponderado, por lo que se suele preferir el índice de **Laspeyres** que es el único índice ponderado que cumple la proporcionalidad sin producir contrasentidos económicos.

Deflactación de series estadísticas

Si disponemos de una serie estadística de datos sobre la valoración de alguna magnitud económica (consumo , producción , etc) , lo habitual es que la valoración monetaria de estos datos se realice a **precios corrientes** de cada período. En la medida en que los precios sufren alteraciones de unos períodos a otros, la serie así representada no permite hacer comparaciones. La solución de este problema es expresar la serie en términos de **precios constantes** de un determinado período (año base).

Es decir realizar la transformación:

Período	Valor nominal (ptas.corrientes)	Valor real (ptas. constantes)
0	$V_0 = \sum p_{i0} \cdot q_{i0}$	$V_0^R = \sum p_{i0} \cdot q_{i0}$
1	$V_1 = \sum p_{i1} \cdot q_{i1}$	$V_1^R = \sum p_{i0} \cdot q_{i1}$
.		
t	$V_t = \sum p_{it} \cdot q_{it}$	$V_t^R = \sum p_{i0} \cdot q_{it}$
.		
T	$V_T = \sum p_{iT} \cdot q_{iT}$	$V_T^R = \sum p_{i0} \cdot q_{iT}$

El paso de la serie original a la serie valorada en precios constantes se llama **deflactación**, y el índice a través del cual se puede pasar de una serie a la otra se llama **deflactor**. La deflactación de series es una de las utilidades importantes de los números índices.

Puede probarse que si se utiliza como deflactor el índice de precios de Laspeyres no se consigue el objetivo de obtener la valoración a precios constantes; sin embargo, si se utiliza el índice de **Paasche** sí se consigue cambiar la serie a valores constantes.

Cambio de base y empalme.

Otro problema que se plantea es la pérdida de representatividad de los índices al ir alejándonos del período base, especialmente cuando las ponderaciones utilizadas se refieren al período base. Este problema suele resolverse renovando cada cierto tiempo la evaluación de los índices, **cambiando de período base**.

Si se lleva a cabo una renovación del índice en un determinado período a partir de ese período se evaluarán los índices mediante otras ponderaciones y la serie quedará dividida en dos partes no homogéneas:

año	índice	año base
1985	1 (100)	1985
1986	1.15 (115)	1985
1987	1.25 (125)	1985
1988	1.39 (139)	1985
1989	1.60 (160)	1985
1990	1 (100)	1990
1991	1.2 (120)	1990
1992	1.3 (130)	1990
1993	1.5 (150)	1990

La homogeneización de la serie se resuelve empalmando las dos series de forma que manteniendo el índice 100 (1) para el nuevo año base los índices anteriores mantengan la proporcionalidad. (Regla de tres). Para poder realizar el empalme es necesario conocer el índice del nuevo año base referido al antiguo año base (en nuestro caso el índice de 1990 referido a 1985): supongamos que es 1.90 (190), entonces la serie homogénea sería:

año	empalme	índice
1985	$1 / 1.90 = 0.5263$	0.5263 (52.63)
1986	$1.15 / 1.90 = 0.6052$	0.6052 (60.52)
1987	$1.25 / 1.90 = 0.6578$	0.6578 (65.78)

1988	$1.39 / 1.90 = 0.7315$	0.7315(73.15)
1989	$1.60 / 1.90 = 0.8421$	0.8421 (84.21)
1990		1 (100)
1991		1.2 (120)
1992		1.3(130)
1993		1.5 (150)