

COGNOMS: _____ NOM: _____

Respon raonadament a les preguntes següents. Totes les respostes han de basar-se en els mètodes generals estudiats en l'assignatura, i no en càlculs particulars que aprofiten la senzillesa dels problemes. No es pot usar la resolució gràfica excepte quan s'indica explícitament.

1. L'empresa MAKINTHINGS està planificant la seua producció diària de tres productes en quantitats x, y, z , sense excedir les 26 hores diàries de mà d'obra disponibles ni el pressupost de 14 u.m. diàries disponibles per a la producció i maximitzant el benefici. El problema següent modelitza la situació:

$$\begin{array}{ll} \text{Max.} & 7x + 50y + z & \text{Benefici} \\ \text{s.a} & 2x + 14y + 3z \leq 26 & \text{hores de producció} \leq \text{hores disponibles} \\ & x + 8y + 2z \leq 14 & \text{cost} \leq \text{pressupost} \\ & x, y, z \geq 0 & \end{array}$$

- (a) **(*)(0.4 punts.)** Actualment MAKINTHINGS està elaborant diàriament 10 hl del primer producte i 2 del tercer. Calcula (sense iteracions ni tantejos) la taula del símplex corresponent a aquesta solució.
- (b) **(*)(0.2 punts.)** Quin és el benefici diari actual de MAKINTHINGS? _____ u.m. Podria MAKINTHINGS millorar el seu nivell de beneficis? Sí / No. Digues exactament què has vist en la taula per a saber la resposta: _____
- (c) **(*)(0.5 punts.)** Aplica el mètode símplex a la taula anterior (no es valorarà la resposta si parteixes d'una altra distinta). Respon a aquestes preguntes:
- Quina variable entra? _____ Què mires en la taula per a respondre?

 - Quina variable ix? _____ Posa ací el que mires o calcules per a arribar a eixa conclusió:

 - Per què has deixat d'iterar? _____
 - La solució òptima és de vèrtex, d'aresta finita o d'aresta infinita? De _____
Què veus en la taula per a saber la resposta? _____
-
- (d) **(0.1 punts.)** Digues amb paraules la solució òptima:
- (e) **(*)(0.2 punts.)** Modifica un coeficient de la funció objectiu en la taula òptima perquè la solució siga d'aresta. Posa la taula modificada en un altre full, però respon ací a aquestes preguntes: És d'aresta finita o infinita? Finita / Infinita. Què mires en la taula per a saber de quin tipus és? _____
- (f) **(0.2 punts.)** Calcula els preus duals. Quin benefici podria aconseguir MAKINTHINGS si disposara de 25 hores diàries per a la producció? _____ u.m.
- (g) **(0.1 punts.)** Com afectaria els beneficis de MAKINTHINGS si es vera obligada a servir una comanda de 3 hl del tercer producte? El benefici Augmentaria / Disminuiria en _____ u.m.
- (h) **(0.2 punts.)** Calcula per postoptimització la nova solució òptima si MAKINTHINGS disposara de 50 hores diàries de mà d'obra.
Convindria: _____

2. Resol aquests problemes, tant per a maximitzar com per a minimitzar:

$$\begin{array}{ll} \text{(0.8 punts.) (A) Opt.} & x^2 + 12y & \text{(*) (0.4 punts.) (B) Opt.} & 2x - 4y + 3z \\ \text{s.a} & x + 2y = 11 & \text{s.a} & x - 2y + z \geq 5 \\ & x \geq 1 & & -3y + 2z \leq 10 \\ & y \geq 0 & & x, y, z \geq 0 \end{array}$$

3. El problema següent minimitza la despesa d'un consumidor que desitja minimitzar la despesa que obté amb la compra de tres béns en quantitats x, y, z garantint almenys 12 unitats d'utilitat i sabent que no pot trobar en el mercat més de 12 unitats del primer bé:

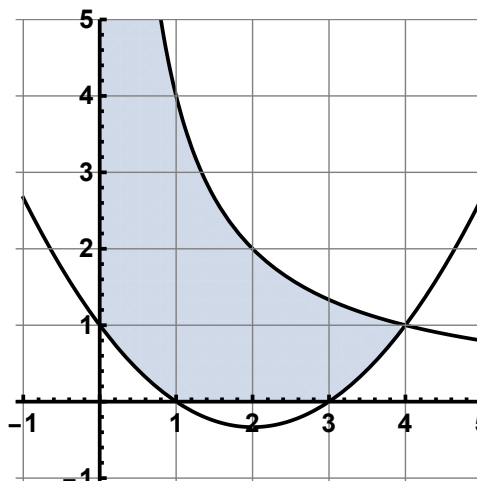
$$\begin{array}{ll} \text{Min.} & x + 2y + z & \text{Despesa} \\ \text{s.a} & 6x + 6z - x^2 - 2y^2 - 2z^2 + 2yz \geq 12 & \text{Utilitat} \\ & x \leq 12 & \text{Disponibilitat} \\ & x, y, z \geq 0 & \end{array}$$

- (a) **(*)(0.2 punts.)** Escribeu les condicions de Kuhn i Tucker del problema
- (b) **(*)(0.4 punts.)** Comprova si aquests punts les complixen: $(2, 2, 2)$ Sí / No. $(2, 0, 1)$ Sí / No.
- (c) **(*)(0.5 punts.)** Resol el problema. Quina quantitat de cada producte li convé comprar al consumidor?
 _____ unitats del primer producte, _____ del segon i _____ del tercer.
- (d) **(0.2 punts.)** Si el consumidor disposa de 5 u.m. per a gastar-se, quant podria augmentar el nivell d'utilitat requerit sense excedir el seu pressupost? Podrà exigir fins a _____ unitats d'utilitat.
4. **(0.3 punts.)** Resol gràficament el problema següent:

$$\begin{array}{ll} \text{Opt.} & x + y \\ \text{s.a} & xy \leq 4 \\ & 3y - x^2 + 4x \geq 3 \\ & x, y \geq 0 \end{array}$$

Marca en la figura les solucions òptimes (deixant clar si són màxims o mínims) juntament amb tot el necessari per a justificar que ho són.

5. **(0.1 punts.)** Raona a partir de la figura (sense càlculs, però justificant la teua resposta) si el conjunt d'oportunitats és convex. Sí No.



6. **(0.2 punts.)** Dels 9 problemes que apareixen en aquest examen (tingues en compte que cada problema amb Opt. són en realitat dos problemes i també compta el problema de la pregunta 1e) quin té infinites solucions òptimes, però només una solució factible bàsica òptima? Justifica la teua resposta en un altre full, però deixa clar ací a quin problema et referixes (si dius un de la pregunta 2, deixa clar si és 2A o 2B):

És el problema de la pregunta _____ amb objectiu de Maximitzar / Minimitzar.

COGNOMS: _____ NOM: _____

Modelitza el problema següent. Expressa la funció objectiu i les restriccions amb la notació matemàtica usual (no amb la notació de LINGO):

A l'empresa SHODDY & CO. li han presentat una demanda greu a França i vol formar un equip d'un màxim de 5 empleats que s'ocupe de gestionar el procés. Per a això el director ha preseleccionat a 8 candidats, dels quals ha valorat diferents aspectes que convé tindre en compte en la selecció, així com el salari que percebria cada un si s'integra en l'equip:

	Austen	Byron	Clarke	Defoe	Eliot	Forsyth	Greene	Huxley
Experiència	9	9	8	7	6	5	4	4
Nivell de francès	6	7	3	8	1	8	9	7
Coneixement d'Economia	8	7	9	7	6	7	6	6
Coneixement de Dret	9	7	7	5	7	5	4	4
Salari	3 000	2 900	2 700	2 500	2 500	2 400	2 400	2 300

El director vol triar l'equip de manera que els seus integrants tinguin conjuntament el màxim nivell d'experiència possible, però garantint que les mitjanes de l'equip en francès, Economia i Dret siguen, respectivament, d'almenys 7 punts, 6 punts i 5 punts. El cost de l'equip no hauria de superar els 13 000€ i, a més, el director vol tindre en compte el següent:

- Byron i Clarke porten molts anys treballant junts, per la qual cosa si s'incorporaren els dos en l'equip, el nivell d'experiència caldria valorar-lo amb 10 unitats addicionals.
- Byron no voldrà participar si no participen també la seua dona Eliot o el seu fill Huxley.
- Donada la gran capacitat d'Austen, si s'integra en l'equip, aquest hauria de constar com a màxim de 4 membres en lloc de 5.

Determina quins candidats convé que formen l'equip perquè el nivell total d'experiència siga màxim i es respecten tots els requisits indicats.

Escriu el model en la plantilla del full adjunt. La teua resposta es valorarà fins a un màxim de 0.5. Si posteriorment ho resols amb LINGO sense conjunts la nota es multiplicarà per un factor màxim de 2 (amb el que pots obtindre fins a 1 punt), i si ho resols usant conjunts es multiplicarà per un factor màxim de 4 (amb el que pots aconseguir fins a 2 punts). Si la teua solució en LINGO no es correspon amb la plantilla, el model que s'avaluarà serà el de la plantilla.

COGNOMS: _____ NOM: _____

Definició de les variables:

Funció objectiu (amb la seua interpretació):

Restricció 1 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 2 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 3 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 4 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 5 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 6 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 7 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 8 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 9 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 10 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 11 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 12 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 13 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 14 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 15 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 16 (amb la interpretació de cada membre):

Condicions de no negativitat, integritat, etc.

COGNOMS: _____ NOM: _____

La pastisseria CLOYINGEATS ha de gastar urgentment 50 kg de maduixes que estan a punt de caducar, però té només 400 litres de llet i no podrà rebre més abans que caduquen les maduixes. Per això vol produir immediatament les quantitats oportunes de quatre productes gastant almenys totes les maduixes disponibles i sense usar més dels 400 litres de llet que té en stock. El problema següent determina quants kg de cada producte pot elaborar amb les 1 000 u.m. que té disponibles per a aconseguir el màxim benefici possible:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max.} & 2x + 9y + 15z + 4w & \text{Benefici} \\
 \text{s.a} & x + 2y + 3z + w = 1\,000 & \text{Pressupost} \\
 & z + 3w \geq 50 & \text{Maduixes} \\
 & y + 2z + 2w \leq 400 & \text{Llet} \\
 & x, y, z, w \geq 0 &
 \end{array}$$

Variable	Value	Reduced Cost
X	250.0000	0.000000
Y	300.0000	0.000000
Z	50.00000	0.000000
W	0.000000	5.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
BENEFICI	3950.000	1.000000
COST	0.000000	2.000000
MADUIXES	0.000000	-1.000000
LLET	0.000000	5.000000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X	2.000000	????????	????????
Y	9.000000	1.250000	0.5000000
Z	15.00000	1.000000	1.666667
W	4.000000	5.000000	INFINITY

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
COST	1000.000	INFINITY	250.0000
MADUIXES	50.00000	150.0000	50.00000
LLET	400.0000	125.0000	300.0000

Respon a les preguntes següents. Excepte en la 1 i la 2, respon amb el format (A), (B), (C) que hem usat sempre en classe, i a més, quan siga procedent, completa els buits i marca les caselles de l'enunciat. No es valoraran respostes que no respecten aquest format.

1. **(0.1 punts.)** Indica breument què és (quina interpretació té) el membre esquerre i el membre dret de cada restricció.

Cost		=	
Maduixes		≥	
Llet		≤	

2. **(0.1 punts.)** Digues amb paraules quina és la solució òptima del problema (i no digues res més que la solució òptima del problema).
3. **(0.2 punts.)** Si la solució haguera sigut

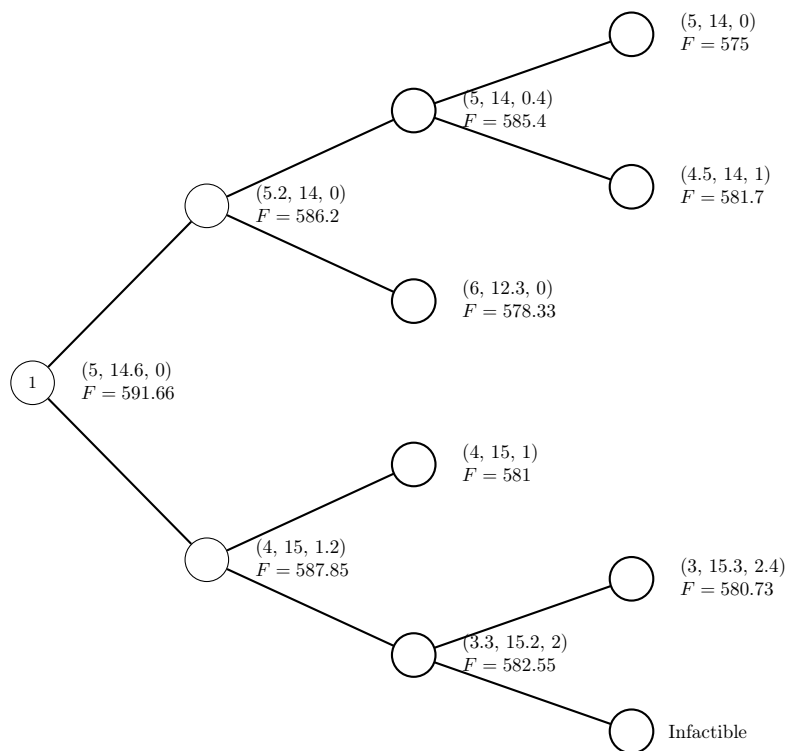
Row	Slack or Surplus	Dual Price
LLET	10.00000	0.000000

això significaria que convindria usar 390 litres de llet? Sí / No.

4. **(0.6 punts.)** Què preferiria CLOYINGEATS, veure's obligada a atendre una comanda de 10 kg del quart producte o bé trobar-se amb 20 kg de maduixes més que ha de gastar?
5. **(0.4 punts.)** CLOYINGEATS es planteja augmentar el preu de venda del seu quart producte, de manera que li proporcione un benefici de 6 u.m. per kg. Li convindria aleshores produir-lo? Sí No. A partir de quin nivell de benefici podria resultar convenient produir-lo? A partir de _____ u.m. per kg.
6. **(0.6 punts.)** CLOYINGEATS es troba que en realitat disposa de 500 litres de llet. Li convé usar-los? Sí / No. Farà això que necessite més maduixes? Sí / No. Com es veurà afectat el benefici? Augmentarà / Disminuirà en _____ u.m.

COGNOMS: _____ NOM: _____

1. Suposa que en resoldre un problema amb variables senceres (x, y, z) has obtingut l'arbre següent:



- (a) **(0.15 punts.)** Posa sobre cada branca la restricció afegida i numera els nodes com 2a, 2b, 3a, 3b, etc. en l'orde precís que requereix el mètode de ramificació i acotació.
 - (b) **(0.15 punts.)** Indica en cada node no ramificat que no calga ramificar per què no cal continuar ramificant-lo.
 - (c) **(0.1 punts.)** Podem assegurar que algun dels nodes és òptim? Sí No. En cas afirmatiu, quin? _____ En cas negatiu afeg dues branques al node que calga ramificar i posa sobre elles les restriccions corresponents.
2. **(0.2 punts.)** Construïx la taula del símplex corresponent a la solució òptima del problema d'interpretació.
3. **(0.2 punts.)** Completa el que faltava en la solució:

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X	2.000000	-----	-----

4. (0.2 punts.) Estudia si el problema d'interpretació complix les hipòtesis del teorema de Weierstrass (només es corregirà el que poses en aquest full, en els buits pertinents):

- La _____ és _____.

Justificació: Perquè...

- El _____ és _____, és a dir, _____ i _____.

Justificació:

- El _____ és no _____.

Justificació:

- Per tant, el teorema de Weierstrass ens assegura que: