Contrastes de Raíz Unitaria para Series Temporales en Presencia de Cambios Estructurales

Rosa Badillo Amador
Jorge Belaire Franch
Dulce Contreras Bayarri

DT 00-06

Dirección:

Departamento de Análisis Económico
Edificio Departamental Oriental
Universitat de València
Avgda. dels Tarongers, s/n
46022 – VALENCIA
Correo Electrónico: Jorge.Belaire@uv.es
Tel: 34-963828775
Fax: 34-963828249

Abstract: Unit root detection in time series maybe distorted by exogenous shocks. This paper analyses the consequences on the recursive, rolling and sequential tests of a break in either the intercept or the slope of the series. We show that sample size, type, magnitude and location of the break point are mayor issues in this subject. In addition, our work extends Banerjee, Lumsdaine and Stock's paper (1992) since the size and power of these tests are computed for small sample sizes.

Resumen: El proceso generador de una serie temporal se puede ver afectado por un shock exógeno en algún momento del tiempo, lo que dificulta el proceso de detección de la posible presencia de una raíz unitaria. El presente trabajo analiza las consecuencias que, sobre los resultados de los tests recursivo, rolling y secuencial, tiene un shock que provoca una única ruptura en la serie, ya sea en el intercepto o en la pendiente. Mostramos que los tests recursivo, rolling y secuencial son sensibles no sólo al tamaño de la muestra, sino también al tipo de ruptura, a la magnitud de la misma y a la ubicación de la fecha de ruptura en el periodo muestral. Por otra parte, nuestro trabajo complementa el de Banerjee, Lumsdaine y Stock (1992), al determinar el tamaño y la potencia de estos tests para el caso de tamaños muestrales pequeños.

1 Introducción

El comportamiento de la mayor parte de las series macroeconómicas se ve afectado, en algún periodo del tiempo, por determinados eventos (como la Gran Depresión de 1990, el shock del petróleo, a principios de los años setenta, etc.), que añaden un mayor grado de di…cultad para conocer su verdadero proceso generador. La necesidad de identi…car si una serie es estacionaria o, por el contrario, presenta una o más raíces unitarias trasciende al ámbito de la Teoría Económica, de ahí la importancia de conseguir un consenso en este tipo de estudios. La omisión de los posibles cambios estructurales que presentan las series temporales por efecto de un shock, ya sea en su intercepto o en su tendencia, conlleva errores en el comportamiento de los tests de raíces unitarias, por lo que pueden provocar conclusiones erróneas. Así, uno de los tópicos que genera mayor discusión en la Teoría econométrica es el desarrollo de tests de raíces unitarias, en el caso en el que la variable objeto de estudio muestre cambios estructurales.

A raíz de la publicación de Nelson y Plosser (1982), que estudia las propiedades dinámicas de determinadas series temporales macroeconómicas y …nancieras, se desarrollan numerosos estudios al respecto. El enfoque tradicional considera que los shocks corrientes únicamente provocan efectos temporales en las series y no inciden en el comportamiento a largo plazo de las mismas. Nelson y Plosser (1982) cambian este punto de vista, al argumentar que si se utilizan las técnicas estadísticas desarrolladas por Dickey y Fuller (1979, 1981) (DF), se puede concluir que los shocks corrientes tienen efectos en el comportamiento a largo plazo de la mayor parte de las series macroeconómicas y …nancieras. Otros autores como, Campbell y Mankiw (1987, 1988), Clark (1987), Cochrane (1988), Shapiro y Watson (1988) y Christiano y Eichenbaum (1989) consideran que los shocks corrientes son una combinación de shocks temporales y permanentes, y que las respuestas de una serie a los shocks corrientes, en el largo plazo, dependen de la importancia relativa del tamaño de estos dos tipos de shocks. Perron (1988, 1989) y Rappoport y Reichlin (1989) ponen en cuestión las conclusiones de Nelson y Plosser, al considerar que un test de raíz unitaria que no tiene en cuenta una ruptura posible en la serie tiene baja potencia, por lo que los estimadores de los parámetros autorregresivos tienden, asintóticamente, a valores próximos a la unidad, cuando el modelo que constituye el verdadero proceso generador de los datos (p.g.d) es estacionario, aunque afectado por una ruptura estructural. Perron (1989) sugiere que el comportamiento aparente de "raíz unitaria" que encuentran Nelson y Plosser en 13 de 14 series macroeconómicas es debido a que no tienen en cuenta la presencia de un cambio estructural, por lo que, según Perron (1989), si se prescindiera de aquellos datos que representan un comportamiento anómalo en la evolución de la serie, a través de la inclusión de variables dummy, aquella presentaría un comportamiento estacionario. Así, Perron (1989) propone una modi…cación del test de DF que permite, bajo la hipótesis nula (H_0) de raíz unitaria, la hipótesis alternativa (H_1) de estacionariedad alrededor de una función de la tendencia determinista que presenta un cambio en su intercepto en 1929 (un crash) y en su pendiente en 1973 (una disminución en su crecimiento). Algunos autores, como Montañés y Olloqui (1999), añaden una serie de objeciones al estudio de Perron (1989), ya que obtienen que cuando la variable es estacionaria alrededor de una tendencia segmentada y los investigadores fracasan en determinar el periodo verdadero en el que se produce la ruptura es más difícil rechazar la H_0 de raíz unitaria, cuando mayor es la magnitud de la ruptura y cuando la muestra es …nita, por lo que se reduce la potencia del test propuesto por Perron (1989)[1].

Los tests para determinar si una serie temporal presenta una raíz unitaria no sólo se ven afectados por la presencia o no de un posible cambio estructural, sino también si la fecha de la ruptura se considera exógena o, por el contrario, se halla correlacionada con los datos. Christiano (1992), al igual que Zivot y Andrews (1992), Banerjee, Lumsdaine y Stock (1992) y Perron (1994) argumentan que el punto de ruptura no debe ser determinado exógenamente. Perron (1989) tabula un conjunto de valores críticos para su test suponiendo que elige la fecha de ruptura exógenamente. Sin embargo, Christiano (1992) argumenta que Perron (1989) elige esta fecha de ruptura tras analizar la evolución histórica de la serie, por lo que para Christiano (1992), Perron (1989) no supone realmente que aquella se determina de manera exógena. Este aspecto tiene gran importancia en cuanto que la inferencia se distorsiona si se considera la elección del punto de ruptura de manera endógena. Ante las críticas de Christiano (1992), Perron (1997), argumenta que las fechas de ruptura elegidas en su artículo de 1989 están determinadas de forma exógena, ya que las elige ex-ante, y no son modi…cadas ex-post, y porque guardan relación con los sucesos exógenos para los que la Teoría Económica ya había sugerido los efectos que realmente se produjeron (como el crash bursátil de 1929, con el subsiguiente desmantelamiento de la organización económica, y el repentino cambio exógeno en el precio del petróleo en los años setenta, con la posterior alteración en la coordinación y en las políticas económica internacionales). Por el contrario, según Perron (1997), si las fechas de ruptura se eligen de forma ex-post (después de examinar los datos), es decir, cuando se puede decir que los cambios que se producen como consecuencia de los sucesos exógenos se desarrollan realmente como previamente había predicho la Teoría Económica, la elección del punto de ruptura debe estar correlacionada, en cierta medida, con los datos, aunque el grado de correlación es difícil de determinar. Christiano (1992) muestra, a través de procesos de simulación bootstrap, que si se selecciona la fecha de ruptura de manera endógena, sin tenerlo en cuenta al generar los valores críticos, la H_0 de raíz unitaria se rechaza de forma espuria con mayor frecuencia, en favor de la alternativa de estacionariedad alrededor de una tendencia cambiante. Por el contrario, si se ajustan los valores críticos a un previo análisis de los datos, aquéllos superarían,

[1] Únicamente si se produce un cambio en la función de la tendencia que sólo afecta al intercepto del p.g.d, Montañés y Olloqui (1999) obtienen que el estadístico que contrasta la H_0 de raíz unitaria muestra un valor correcto, asintóticamente, aunque se cometa un error en la determinación de la fecha de ruptura.

en valor absoluto, a los valores críticos no ajustados al mismo, por lo que la frecuencia de rechazos espurios disminuiría. Un resultado análogo obtienen Zivot y Andrews (1992) al considerar diferentes algoritmos para la elección del punto de ruptura de forma endógena y al generar distribuciones asintóticas similares a las de Banerjee, Lumsdaine y Stock (1992). Estos últimos autores también sugieren que el punto de ruptura de una serie debe ser considerado como desconocido a priori, por lo que no sería adecuado utilizar la teoría de la distribución usual, condicionada a un punto de ruptura no aleatorio. Además, contrastan la posibilidad de que haya un punto de ruptura mediante los procedimientos recursivo, rolling o secuencial, que son objeto de análisis en el presente trabajo, obteniendo la distribución asintótica de estadísticos construidos bajo la hipótesis de raíces cambiantes/tendencias cambiantes. Delong y Sumers (1988) computan un conjunto completo de estadísticos de raíces unitarias recursivos o rolling y lo aplican a la teoría asintótica desarrollada en Banerjee, Lumsdaine y Stock (1992), al igual que lo hicieron Banerjee, Dolado y Galbraith (1990). Por tanto, gran número de autores ponen de manifiesto que la consideración del punto de ruptura en una serie temporal como exógeno o endógeno incide considerablemente en las conclusiones que se extraen a la hora de determinar la presencia de raíces unitarias, aunque Perron (1997), al considerar la elección endógena de la fecha de ruptura y diferentes metódos para seleccionar las distribuciones muestrales asintóticas y de muestras finitas, en las mismas series que aparecen en Perron (1989)[2], llega a conclusiones similares a las de este último, en el que, según el propio autor, considera la fecha de ruptura exógena.

Otro aspecto que cabe señalar es la sensibilidad de los tests de raíces unitarias, que obtienen el punto de ruptura en función de los datos, a la situación de la fecha en la que se produce y al tamaño de la misma. Christiano (1992) genera los valores críticos de los estadísticos F generados para contrastar la H_0 de tendencia determinista (TS) o estocástica (DS), siendo la H_1 de tendencia cambiante, ya sea por un cambio en su intercepto y/o en su pendiente. Estos estadísticos se calculan mediante procedimientos bootstrap aplicados a los posibles periodos de ruptura[3] y a cada uno de los 1000 conjuntos de datos artificiales generados para modelos que presentan tendencia determinista o estocástica[4]. El resultado que obtiene Christiano (1992) no sólo sorprende porque obtiene valores críticos de la distribución F, en valor absoluto, por encima de los estándares, sino también porque muestra que los valores críticos alejados del principio y del final de la muestra son más elevados que los de los extremos, por lo que la distribución F convencional rechaza con excesiva frecuencia la H_0 de tendencia (determinista o estocástica) no cambiante. Asimismo, Christiano (1992) demuestra que cuando obtiene los valores críticos para muestras pequeñas, éstos son aún mayores, en valor absoluto, que en el caso de muestras grandes, pero son independientes de la elección de la fecha de ruptura. Zivot y Andrews (1992)

[2] Series de Nelson-Plosser (1982).

[3] $t = i, i+1, \ldots, T$, siendo $i = 3, \ldots, T-2$.

[4] Las conclusiones de su artículo no son sensibles a la elección del mecanismo generador de los datos.

también generan los valores críticos asintóticos y para muestras …nitas de su estadístico t_{DF}^{min}, obtenido al elegir el estadístico t más pequeño que se obtiene al contrastar la H_0 de raíz unitaria, frente a la H_1 de proceso estacionario alrededor de una tendencia que tiene una ruptura en su intercepto o en su pendiente, entre todos los estadísticos calculados para las posibles fechas de ruptura. Zivot y Andrews (1992) concluyen que su estadístico t_{DF}^{min} es dependiente del periodo en el que se produce la ruptura y que los valores críticos asintóticos son más elevados que los de Perron (1989), para un valor …jo de la fracción de ruptura, y aún más si éstos se calculan para muestras …nitas. Banerjee, Lumsdaine y Stock (1992) también obtienen valores críticos superiores, en valor absoluto, en muestras pequeñas, al considerar una ruptura estructural endógena en la pendiente de la serie. De todo lo anterior se deduce que la mayoría de los contrastes de raíces unitarias rechazan con menor probabilidad la H_0 de raíz unitaria si existe una ruptura en la función de la tendencia, si se tiene en cuenta la correlación del punto de ruptura con los datos y cuanto menor es el tamaño muestral. El trabajo de Perron (1997) contradice estos resultados, ya que demuestra que su test tiene una fuerte potencia, incluso cuando se supone una correlación perfecta entre la elección de la fecha de ruptura y los datos, aunque el tamaño muestral sea pequeño y se obtengan los valores críticos adaptados al mismo.

Otros estudios, como el de Carrión, Sansó y Artís (1999) estiman la super…cie de respuesta del test de DF de raíz unitaria con rupturas estructurales en función del tamaño muestral y de la fecha de ruptura, que consideran exógena, con el …n de obtener los valores críticos de la distribución del estadístico y así poder contrastar la H_0 de un proceso integrado con tendencia segmentada. Estos autores concluyen que, comparando los valores críticos asintóticos calculados por Perron (1989) y Zivot y Andrews (1992), con los obtenidos a través de las super…cies de respuesta, se obtienen unas pequeñas diferencias que ponen de mani…esto que los valores críticos asintóticos de Zivot y Andrews (1992) están sesgados por defecto.

Por otra parte, cabe señalar la sensibilidad de los tests que contrastan la H_0 de raíz unitaria al tipo de ruptura y al número de posibles puntos de ruptura. Así, Perron (1989), Banerjee, Lumsdaine y Stock (1992), Christiano (1992), Zivot y Andrews (1992), Perron (1997), Vogelsang y Perron (1994) o Perron (1997) analizan los estadísticos si se produce una ruptura en la función de tendencia de las series, mientras que otros, como Perron (1990) o Perron y Vogelsang (1992) tienen en cuenta los estadísticos que se obtienen si se considera un cambio únicamente en la media, obteniendo conclusiones diferentes. Otros autores muestran que la inferencia relacionada con las raíces unitarias es sensible al número de posibles rupturas. Vogelsang (1994) muestra que la potencia de un test de raíces unitarias no es monotónica cuando se estima un modelo con una ruptura en los datos, cuando el p.g.d realmente presenta dos rupturas. Este argumento es similar a lo que apunta Perron (1989), cuando a…rma que los modelos que no tienen en cuenta un cambio estructural están mal especi…cados, por lo que la inferencia lleva a que se considere una excesiva persistencia en las series. Lumsdaine y Papell (1997) tienen en cuenta la presencia de dos puntos de ruptura endógenos en la tendencia de las variables, encontrando mayor evidencia contra la H_0 de raíz unitaria que la que hallan Zivot y Andrews (1992), pero menor que la obtenida por Perron (1989). Sin embargo, Lumsdaine y Papell (1997) reiteran en que el objetivo de su trabajo no es defender la preferencia por modelos con un número especí…co de rupturas, sino que la literatura subsiguiente debe dirigirse a detectar la selección del modelo más adecuado al determinar tanto el tipo de rupturas, como su número. Otros autores, entre los que destacan Clemente, Montañés y Reyes (1998), consideran que una serie temporal suele presentar más de una ruptura, por lo que se deben introducir un gran número de ellas en la especi…cación de los modelos, con el …n de obtener los estadísticos que permitan detectar la presencia o no de raíz unitaria. Clemente, Montañés y Reyes (1998) amplían el trabajo de Perron y Vogelsan (1992) al caso en el que las variables exhiben doble cambio en su media, derivan la distribución asintótica de los estadísticos y los tabulan para determinados tamaños muestrales y para diferentes valores de los parámetros cambiantes de las variables que representan el crecimiento de la variable endógena retardada. La conclusión que extraen a través de su estudio empírico es que los resultados que obtienen al aplicar el test de Dickey-Fuller Ampliado (DFA) o a través de los estadísticos de Perron y Vogelsang (1992) son diferentes si se consideran dos puntos de ruptura. Algunos trabajos como el de Arestis y Biefang-Frisancho (1999) aplican, a series de tasas de desempleo de 26 países de la OCDE, contrastes de raíces unitarias que tienen en cuenta dos puntos de ruptura endógenos en dos modelos "innovational outlier" que suponen un doble cambio en la media de una variable, o rupturas en el intercepto y en la tendencia, de la misma forma que en Lumsdaine y Papell (1997). Los resultados de sus contrastes llevan a la conclusión de que los shocks afectan a corto plazo al comportamiento de las series analizadas y, por ello, que los tests de raíces unitarias que no tienen en cuenta la presencia de rupturas estructurales presentan errores de especi…cación y sugieren una excesiva persistencia de los shocks. Por tanto, resulta evidente la sensibilidad de los contrastes de raíces unitarias al número de rupturas en las series.

El presente trabajo analiza el efecto de la presencia de un único punto de ruptura en la tendencia del p.g.d de una serie temporal en los resultados de los tests de raíces unitarias, si se tienen en cuenta variables dummy que recojan estos cambios y cuando se supone que el punto de ruptura es endógeno. Los tests de raíces unitarias utilizados en nuestro estudio son los tests recursivo, rolling y secuencial, según el procedimiento metodológico descrito en Banerjee, Lumsdaine y Stock (1992). Sin embargo, ampliamos el estudio de estos autores al tabular los valores críticos para tamaños muestrales más pequeños ($T = 30$; $T = 50$ y $T = 75$) y al obtener el tamaño y la potencia de estos tests para estas muestras. Asimismo, nuestro estudio va más allá, ya que además demostramos que las conclusiones de estos tests, para tamaños muestrales pequeños, dependen del tipo de ruptura (en el nivel o en la pendiente), de la ubicación de la fecha de ruptura en la muestra y del tamaño del shock.

En la Sección 2 se exponen, de forma resumida, los tests de raíces unitarias analizados. En la Sección 3 se explicitan los resultados obtenidos a través del método de Monte Carlo y en la Sección 4 se recogen las conclusiones del trabajo. Además, se expone un Apéndice con tablas de resultados.

2 Test recursivo, rolling y secuencial

Los test recursivo, rolling y secuencial se basan en la presunción de que si existe una ruptura, su fecha no se conoce a priori, y por tanto debe de calcularse a partir de los datos. Una vez que se supone que el punto de ruptura es desconocido, la teoría asintótica no se puede utilizar, por lo que se debe obtener la distribución para una serie de estadísticos evaluados sobre un posible rango de puntos de ruptura.

Banerjee, Lumsdaine y Stock (1992) muestran, mediante experimentos de Monte Carlo, que el estadístico estándar t_{DFA} no es apropiado, pero el estadístico habitual t_{DFA} o el estadístico mínimo t^{min}_{DFA}, calculados para submuestras de datos al utilizar los procedimientos recursivo, rolling y secuencial tienen unas propiedades de tamaño y potencia razonables.

El estadístico $\hat{t}^{min}_{DFA}$ recursivo se calcula para submuestras $t = 1, \ldots, k$, en las que $k = k_0, \ldots, T$, donde k_0 es el primer dato considerado como el último de la submuestra y T es el tamaño de toda la muestra. El estadístico se calcula para diferentes submuestras que van incrementando en una observación hasta que finalmente se cubre toda la muestra. La primera submuestra empieza en 1 y finaliza en k_0, con $k_0 = 0.25T$[5]. Así, se estima, para cada submuestra, el modelo:

$$\Delta y_t = \psi^* y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \psi_i^* \Delta y_{t-i} + \mu + \gamma t + u_t, \qquad u_t \sim IID(0, \sigma^2), \qquad (1)$$

y se elige el valor mínimo $\hat{t}_{DFA}(k/T)$ de cada una de ellas considerando $\hat{t}^{min*}_{DFA} \equiv \min_{k_0 \leq k \leq T} \hat{t}_{DF}(k/T)$, comparándolo con los valores críticos que se obtienen en el presente trabajo (ver Tabla 1 del Apéndice), al contrastar la H_0 de una raíz unitaria[6].

Los estadísticos rolling se calculan de manera similar, aunque usando submuestras que representan una fracción δ_0 constante de toda la muestra, y que se mueven a lo largo de ella. La primera submuestra cubre el periodo que va de 1 a

[5] La elección de k_0 como un cuarto del tamaño muestral es arbitraria, aunque coincide con el valor que se usa en Banerjee et al. (1992).

[6] Cabe señalar que cada estadístico t_{DFA} se multiplica por (k/T). Así, cuando $k = T$, es decir, cuando la submuestra a considerar tiene en cuenta todo el periodo muestral, el estadístico t_{DFA} debe recaer en el rango de los estadísticos calculados.

k, con $k = 0.3T$, la segunda submuestra va de 2 a $0.3T + 1$, y así sucesivamente[7], en cada una de ellas se calcula el estadístico $t_{DFA}^{min*} \equiv \min_{k_0 \leq k \leq T} t_{DF}(k/T; \delta_0)$.

El estadístico secuencial mínimo t_{DFA}^{min*} se calcula utilizando toda la muestra completa, teniendo en cuenta $t_{DF}^{min*} \equiv \min_{k_0 \leq k \leq T-k_0} t_{DF}(k/T)$ y llevando a cabo una adaptación de (1):

$$\Delta y_t = \alpha^* y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \alpha_i^* \Delta y_{t-i} + \mu_0 + \mu_1 t + \mu_2 D + u_t; \; u_t \sim IID(0; \sigma^2); \qquad (2)$$

en la que el cambio en la tendencia del modelo se produce en un periodo k desconocido que se sitúa entre $0.15T$ y $T - 0.15T$[8], teniendo en cuenta un posible cambio en la tendencia:

$$\begin{aligned} D &= t - k && \text{para } (t > k) \\ D &= 0 && \text{para } (t \leq k); \end{aligned} \qquad (3)$$

mientras que el cambio en la media viene recogido en el modelo por:

$$\begin{aligned} D &= 1 && \text{para } (t > k) \\ D &= 0 && \text{para } (t \leq k) \end{aligned} \qquad (4)$$

Permitiendo que k (fecha desconocida del hipotético punto de ruptura) incremente secuencialmente, se calculan los valores mínimos del estadístico $t(k/T)$ para los modelos con cambios en la tendencia y en la media[9].

3 Resultados de Monte Carlo

En la presente sección se exponen los valores críticos y se examina el tamaño y potencia de los tests recursivo, rolling y secuencial cuando $T = 30, T = 50$ y $T = 75$[10]. Además, a través del presente trabajo se demuestra que tanto el tamaño como la potencia de estos tests son sensibles no sólo al tamaño muestral, sino

[7] La elección de k igual a un tercio de la muestra es arbitraria, aunque coincide con el valor que se usa en Banerjee et al. (1992).

[8] La consideración del valor 0.15 es el usado en Banerjee et al. (1992). Perron (1997), contrariamente a Banerjee et al. (1992), no utiliza este supuesto.

[9] Para $T = 100$; $T = 250$ y $T = 500$; se utilizan los valores críticos que aparecen en la Tabla 1 (tests recursivos y rolling) y en la Tabla 2 (test secuencial) de Banerjee et al. (1992), pero si $T = 30, T = 50$ o $T = 75$; se deben utilizar los valores críticos expuestos en la Tabla 1 del Apéndice del presente trabajo.

[10] Banerjee et al. (1992) realizan el mismo ejercicio para tamaños muestrales más elevados ($T = 100, T = 250$ y $T = 500$).

también al tipo de ruptura que experimenta una serie temporal, a la magnitud de la ruptura y a la situación de la fecha en la que se produce la ruptura en el periodo muestral.

3.1 Valores críticos para muestras pequeñas

En la presente subsección se exponen los valores críticos obtenidos mediante procedimientos de simulación basados en 10000 iteraciones, a partir de la distribución del estadístico t_{min} para cada uno de los tamaños muestrales considerados ($T = 30; T = 50$ y $T = 75$) y para cada uno de los tests (recursivo, rolling y secuencial), suponiendo que los datos son generados mediante el proceso: $\Delta y_t = \varepsilon_t$; siendo ε_t iid $N(0; 1)$. Por tanto, nuestro trabajo complementa la tablas de valores críticos expuestas en Banerjee, Lumsdaine y Stock (1992) para $T = 100$; $T = 250$ y $T = 500$.

Cada estadístico recursivo $\hat{t}_{DF}^{min*}$ se calcula estimando (1) para $p = 0$ en cada uno de los periodos $(t = 1; \ldots; k)$ de cada submuestra, para $k = k_0; \ldots; T$; siendo $\delta_0 = 0.25$ y teniendo en cuenta que $\delta_0 = \frac{k_0}{T}$. Los estadísticos rolling $\tilde{t}_{DF}^{min*}(k/T)$ se obtienen estimando (1) con $p = 0$ en cada uno de los periodos $t = k - [T\delta_0] + 1; \ldots; k$ para $k = [T\delta_0]; \ldots; T$; siendo $\delta_0 = \frac{1}{3}$. El estadístico secuencial t_{DF}^{min*} para el cambio en la tendencia se calcula estimando secuencialmente la ecuación (2) con D dado por (3), $p = 0$. El estadístico secuencial t_{DF}^{min*} para el cambio en la media se calcula estimando secuencialmente la ecuación (2) con D dado por (4) y $p = 0$. Para el cálculo de t_{DF}^{min*} se supone que $\delta_0 = 0.15$.

Los resultados del cálculo de los valores críticos, para varios niveles de significación (1%; 2,5%; 5,0% y 10,0%) se exponen en la Tabla 1 del Apéndice, de la que se desprende que los valores críticos para todos los niveles de significación y para los diferentes estadísticos ($\hat{t}_{DF}^{min*}$; $\tilde{t}_{DF}^{min*}$ y t_{DF}^{min*}) se reducen, en valor absoluto, y en términos generales, a medida que aumenta el tamaño muestral. Ello pone de manifiesto que cuanto menor es el tamaño de la muestra es más difícil rechazar la H_0 de raíz unitaria con una ruptura en el intercepto y/o en la pendiente[11].

3.2 Tamaño y potencia de los tests recursivo, rolling y secuencial en muestras pequeñas

En la presente subsección se analiza el tamaño y la potencia de los tests recursivo, rolling y secuencial para $T = 30$; $T = 50$ y $T = 75$. Los tests recursivo y rolling se basan en las regresiones (1) y el test secuencial en las regresiones de la ecuación (2), considerando $p = 0$ y utilizando los valores críticos de la

[11] Resultado similar se obtiene en Banerjee et al. (1992), para los mismos estadísticos, aunque con tamaños muestrales diferentes.

Tabla 1 del Apéndice. Los resultados que se obtienen muestran que tanto el tamaño como la potencia de estos tests no sólo dependen del tamaño muestral, sino también del tipo de ruptura que experimenta la serie, de la magnitud de la misma[12] y de la ubicación del punto de ruptura en el periodo muestral.

3.2.1 Tamaño de los tests

En las columnas $\hat{\#}_1$; de las tablas 2 a 10 del Apéndice, se exponen las tasas de rechazo espurio (al nivel de significación nominal del 5%) de la H_0 de raíz unitaria con un cambio en el intercepto de magnitud α, producido en el momento δT; para muestras de tamaños 30, 50 y 75, al aplicar los tests recursivo, rolling y secuencial. Asimismo, en las columnas $\hat{\#}_\tau$ de estas tablas se exponen las tasas de rechazo de la H_0 de raíz unitaria que se obtienen al utilizar estos tres tipos de tests, si el verdadero p.g.d es integrado de orden uno (I(1)) con un cambio en la pendiente de magnitud β; que se produce en el momento δT; para los mismos tamaños muestrales.

A partir de las tablas 2 a 4, en las que se exponen los resultados del tamaño del test recursivo, y examinando las columnas $\hat{\#}_1$; se desprende que, si el punto de ruptura recae en la primera mitad de la muestra la tasa de rechazo espurio de la H_0 de raíz unitaria con un cambio en el intercepto es mucho más elevada que si se sitúa en la segunda mitad. Así, si la fecha de ruptura se sitúa en la primera mitad del periodo muestral se obtiene que cuanto mayor es el tamaño muestral y la magnitud de la ruptura en el nivel de la serie, aumenta el error de tipo I. Esta tasa de rechazo espurio es también mayor si la fecha de ruptura se sitúa en torno al punto $0.1T$: El comportamiento del test recursivo es diferente si la fecha de ruptura recae en la segunda mitad de la muestra, ya que el tamaño del test se reduce cuando aumenta T, pero es independiente de α y de δ. De todo ello se desprende que, cuando el verdadero p.g.d de una serie temporal es I(1) con una cambio en su nivel, puede no ser recomendable aumentar el tamaño muestral. Así por ejemplo, si la fecha de ruptura se sitúa inicialmente en la segunda mitad de la serie y aumenta T por la derecha, es decir aumentan los datos con fecha posterior a los iniciales, el error de tipo I puede aumentar por el hecho de que la fecha de ruptura pase a situarse en la primera mitad de la muestra, por lo que, contrariamente a lo que se prevee, en lugar de disminuir el tamaño del test cuando aumenta T, éste puede incrementarse. Por el contrario, si se produce un incremento de los datos por la izquierda, es decir, si T crece con datos más antiguos que los que inicialmente se disponía y la fecha de ruptura se encuentra inicialmente en la primera mitad de la muestra, puede ser que el tamaño disminuya al incrementar T si la fecha de ruptura pasara a situarse en la segunda mitad de la muestra, donde el error de tipo I es menor. Por otra parte, si se tienen en cuenta los resultados expuestos en las columnas $\hat{\#}_\tau$ de estas tablas, se puede observar que, en general, el test recursivo presenta un

[12] Los valores que representan la magnitud de ruptura en el intercepto y en la pendiente son arbitrarios, aunque coinciden con los que aparecen en Leybourne et al. (1998).

tamaño muy bajo, disminuyendo, aunque de forma prácticamente inapreciable, si aumenta T, se mantiene invariable en relación al tamaño de la ruptura y aumenta, de manera moderada, si la fecha de ruptura se sitúa en la segunda mitad del periodo muestral.

Los resultados del análisis de Monte Carlo, respecto al tamaño del test rolling, expuestos en las tablas 5 a 7, ponen de manifiesto que, al igual que sucede en el test recursivo, el tamaño del test es mayor para el caso en el que el verdadero p.g.d sea un $I(1)$ con un cambio en el intercepto, que si éste se produce en la pendiente. De la misma manera que para el test recursivo, si se analizan los resultados expuestos en las columnas $\hat{\#}_{1}$ para el test rolling, se obtiene que el comportamiento de este test también se modifica según si la fecha de ruptura recae en un intervalo u otro de la muestra. Así, en el periodo inferior al punto $0.9T$, cuanto mayor es T y la magnitud del cambio en el intercepto, se incrementa más el error de tipo I, mientras que si $\delta > 0.9$, la tasa de rechazo espurio del test es muy baja y se mantiene prácticamente independiente de T y de α. Por tanto, no está claro que el aumento de T pueda conseguir una mejora en el tamaño del test, ya que éste, tal y como sucede en el test recursivo, depende de otros factores. En lo que se refiere a las columnas $\hat{\#}_{\tau}$ de estas tablas, al igual que sucede en el test recursivo, el tamaño del test rolling se reduce a medida que aumenta T, aunque de forma casi imperceptible, y se mantiene prácticamente invariable en relación a la magnitud del cambio en la pendiente y a la ubicación del punto de ruptura en la muestra.

De las tablas 8 a 10, en las que se exponen los resultados del análisis de Monte Carlo referidos al tamaño del test secuencial, y examinando las columnas $\hat{\#}_{1}$, se deduce que, si $\delta < 0.5$, al igual que en el test recursivo, la tasa de rechazo espurio de la H_0 aumenta cuanto mayor es el tamaño muestral, cuanto mayor es la magnitud del cambio en el intercepto y si la ruptura se produce en torno al punto $0.10T$. Asimismo, si la fecha de ruptura se sitúa en la segunda mitad de la muestra, el error de tipo I es nulo, por lo que si el verdadero p.g.d de una serie es $I(1)$ y presenta una ruptura en su nivel, el test siempre acepta la H_0 de raíz unitaria con un cambio en su intercepto. Así, al igual que ocurre con el test recursivo y con el rolling, si una serie es $I(1)$ y presenta un cambio en su nivel, no siempre mejora el tamaño del test al aumentar su tamaño muestral, ya que depende de si éste incrementa por la "derecha" o por la "izquierda" de la serie, además de otros factores. Por otra parte, este test se comporta correctamente, si una serie presenta una raíz unitaria con un cambio en su pendiente, columnas $\hat{\#}_{\tau}$, ya que, independientemente de T, β y δ, este test nunca rechaza la H_0 de forma espuria.

Finalmente, cabe señalar que comparando estos tres tipos de test, el test secuencial es, en general, el que mejor comportamiento presenta, ya que si se contrasta la H_0 de raíz unitaria con un cambio en su intercepto y dicha hipótesis es cierta, ésta no se rechazaría siempre que el punto de ruptura recaiga en la segunda mitad de la muestra. Asimismo, si la H_0 a contrastar es la de un proceso I(1) con un cambio en su pendiente, tampoco se rechazaría de forma espuria esta hipótesis, independientemente de la magnitud de la ruptura y de su ubicación en el periodo muestral. No obstante, si el verdadero p.g.d de una serie temporal presenta una ruptura en su nivel, que recae en la primera mitad de su periodo muestral, no es el test secuencial, sino el rolling, el que presenta un menor tamaño, aunque, pese a ello, si $T = 75$; ® = 10:0 y la fecha de la ruptura se sitúa próxima al periodo central de la muestra, la tasa de rechazo espurio de la H_0 contrastada a través del test rolling llega a tomar un valor en torno al 55%. Del análisis del tamaño de estos test no se puede concluir que sea conveniente aumentar T, ya que aquel depende también de otros factores, como el tipo de ruptura que se produce en el verdadero p.g.d de la serie, su magnitud y la fecha en la que se produce ese shock, entre otros factores que van más allá del presente estudio, como por ejemplo el número de puntos de rupturas.

3.2.2 Potencia de los tests

Una vez analizado el tamaño de los tests recursivo, rolling y secuencial, es necesario comprobar su potencia, es decir, la tasa de rechazo de la H_0 de raíz unitaria cuando ésta presenta un cambio en su intercepto o en su pendiente, si el verdadero p.g.d de la serie es un proceso estacionario en torno a un nivel o alrededor de una tendencia que varía por efecto de un único shock. Si se supone que la serie, objeto de análisis, es estacionaria, implica que el valor de Ã¤ en las ecuaciones (1) y (2) es inferior a la unidad[13]. Los resultados del análisis de la potencia de estos tests se exponen en las tablas 11 a 19 del Apéndice, en las que se muestra que ésta es diferente dependiendo del tamaño muestral, si se produce un cambio en el intercepto o en la pendiente de la serie, según la magnitud de los cambios y en función de la ubicación del punto de ruptura en el periodo muestral, entre otros factores.

Atendiendo al análisis del las tablas 11 a 12, en las que se analiza la potencia del test recursivo, y haciendo referencia a las columnas en las que el verdadero p.g.d es estacionario en torno a un nivel que cambia en un momento del tiempo (columnas $\hat{\#}_1$), se obtiene que a medida que aumenta el tamaño muestral, incrementa la potencia del test, mientras que, por el contrario, si aumenta ®, en términos generales, se produce una reducción de la misma. Asimismo, cabe señalar que la potencia del test es mayor si Ã¤, que se halla acotado, en nuestro estudio, entre 0 y 0.9, toma valor en ambos extremos, en especial en 0.9, mientras que cuando toma valores intermedios su potencia disminuye. Otro aspecto a destacar es que la potencia del test también depende de la ubicación de la fecha de ruptura en el periodo muestral, de manera que dependiendo de T; de ®; y de Ã¤, la potencia del test varía de forma diferente según la ubicación de esta fecha en la muestra. Si se consideran las columnas $\hat{\#}_¿$; cabe resaltar que

[13] En el presente estudio se asumen, de forma arbitraria, los siguientes valores de Ã¤ : 0, 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 y 0.9.

también se obtiene un aumento en la potencia del test recursivo si incrementa el tamaño muestral, mientras que, en términos generales, ésta se reduce cuanto mayor es β, excepto si el cambio en la pendiente se produce en un periodo muy próximo al principio de la muestra. Otro aspecto que cabe señalar es que la potencia del test recursivo es más elevada cuanto más cercano a los extremos de la muestra se halla la fecha de ruptura y si ψ^* toma valor en sus extremos, en especial, para $\psi^* = 0.9$. De todo ello, se desprende que la potencia del test recursivo es mayor, contrariamente a lo que se debería esperar, si el proceso de la serie se acerca a un proceso I(1), pero, contrariamente, a lo que sucede con el tamaño del test recursivo, sí que es evidente, según los resultados expuestos en estas tablas, que si aumenta T mejora la potencia del test, independientemente, de los factores analizados en nuestro estudio, tales como el tipo de cambio estructural, su magnitud, la ubicación de la fecha de ruptura en T y el grado de estacionariedad o no del proceso, es decir, si ψ^* está más próximo a 0 o a 0.9.

La potencia del test rolling se expone en las tablas 14 a 16. A partir de las columnas $\hat{\vartheta}_1$, se obtiene que si el verdadero proceso generador de una serie es estacionario con un cambio en su intercepto, al igual que en el test recursivo, el test rolling rechaza con mayor probabilidad la H_0 cuanto mayor es T, pero contrariamente al test recursivo, cuanto mayor es α se incrementa la potencia del test rolling, excepto si la fecha de ruptura se sitúa muy próxima al extremo final del periodo muestral. Si se mantiene constante T, α y ψ^*, la potencia del test es inferior si la fecha de ruptura se ubica en el intervalo central del periodo muestral (valores de δ en torno a 0.5). Asimismo, cabe señalar que la potencia del test es mayor si ψ^* toma valor 0, 0.1 y 0.9, en especial 0, mientras que cuando toma valores 0.5 y 0.7 su potencia disminuye. Por otra parte, cuando la H_0 que se contrasta es la de raíz unitaria con un cambio en la pendiente (columnas υ_τ), se observa que también a medida que aumenta T, se incrementa la potencia del test, mientras que, en términos generales, ésta también aumenta cuanto mayor es β, excepto si el cambio en la pendiente se produce al final de la muestra, en cuyo caso disminuye. Otro aspecto que cabe señar es que la potencia del test rolling es más elevada cuanto más próximo a los extremos de la muestra se halla la fecha de ruptura, en especial al principio de la muestra y si ψ^* toma valor 0. Así pues, se desprende que la potencia del test es mayor si el proceso es estacionario sin estructura autorregresiva, aunque cuando presenta una raíz próxima la unidad, β es elevado, y además la fecha de ruptura se sitúa al principio de la muestra, la potencia del test rolling toma valor 1. De todo lo anterior se deduce que la potencia del test mejora si aumenta T, independientemente del tipo de cambio estructural, su magnitud, la ubicación de la fecha de ruptura en la muestra y del valor de ψ^*, al igual que sucede en el test recursivo.

En las tablas 17 a 19 se expone la diferente potencia que posee el test secuencial en función del tipo de ruptura que se produce en el proceso generador de una serie temporal, del tamaño muestral, de la magnitud de la ruptura, de la situación de la fecha de esta ruptura en el periodo muestral y del grado de inercia[14]. A partir de las columnas $\hat{\#}_1$, en las que se expone la potencia del test, si la H_0 que se contrasta es la de raíz unitaria con un cambio en el intercepto y el verdadero p.g.d de una serie es estacionario con una variación en su nivel, al igual que el test recursivo y el test rolling, el test secuencial también rechaza con mayor probabilidad esta H_0 cuanto mayor es T, pero contrariamente al test recursivo, y al igual que en el rolling, cuanto mayor es ® aumenta en mayor medida la potencia del test, aunque de manera independiente de la ubicación de la fecha de ruptura en la muestra. Si se mantiene constante T; ® y Ã¤; la potencia del test secuencial prácticamente no varía en función de la situación de la fecha de ruptura en la muestra. Asimismo, cabe señalar que aunque la potencia del test es elevada para cualquier valor de Ã¤, toma valor muy próximo a la unidad tanto si Ã¤ = 0 como si Ã¤ = 0:9, mientras que se mantiene moderadamente inferior cuando Ã¤ = 0:5. Si se tienen en cuenta los resultados de las columnas $\hat{\#}_¿$, en las que se supone que el verdadero p.g.d de una serie presenta una ruptura en la pendiente de su tendencia determinista, se observa que la potencia del test secuencial disminuye considerablemente respecto a los resultados que aparecen en las columnas $\hat{\#}_1$. Además, contrariamente a lo que sucede en el test recursivo y rolling, cuanto mayor es T se reduce en mayor medida su potencia, excepto si Ã¤ toma valor superior a 0.5, en cuyo caso sucede lo contrario. Además cuando el proceso generador de la serie es estacionario sin inercia o muy próximo a esta situación, la potencia del test se reduce, a medida que aumenta el tamaño de la ruptura, mientras que para valores de Ã¤ superiores, se produce lo contrario. La situación de la fecha de ruptura en la muestra también afecta, de forma considerable, a la potencia del test secuencial, ya que si ¯ es elevado y aquella no recae al principio de la muestra, la potencia del test se reduce de forma elevada, llegando a ser nula para los diferentes tamaños muestrales analizados. Por otra parte, si ¯ es más pequeño, la potencia del test suele ser menor si la ruptura se produce en el periodo central de la muestra. Por tanto, según los resultados expuestos en estas tablas, la potencia del test puede incrementar si aumenta T, siempre que el verdadero p.g.d sea estacionario y presente un cambio en su intercepto o si presenta un cambio en su pendiente, pero Ã¤ toma valores por encima de 0.5.

Finalmente, comparando la potencia de los test recursivo, rolling y secuencial, cabe señalar que si el verdadero proceso generador de una serie es estacionario con un cambio en su intercepto, la potencia de estos tests es más elevada si se utiliza el test secuencial, independientemente de T, ®, ± y Ã¤, aunque como se ha expuesto anteriormente, varía según los valores que toman estos parámetros. Por el contrario, si la serie es estacionaria, pero presenta un cambio en su pendiente, el test recursivo es el que presenta una mayor potencia, en términos generales.

[14] Al igual que Banerjee et al. (1992) se excluye, de forma arbitraria, el periodo muestral inferior a 0:15T o superior a (1 ¡ 0:15T); como posibles intervalos donde puede producirse una ruptura en la serie.

4 Conclusión

El presente estudio analiza las consecuencias de un shock exógeno en la evolución de las series temporales y, por ende, en el proceso de detección de su comportamiento estacionario o, por el contrario, de raíz unitaria, a través de los tests recursivo, rolling y secuencial, que se basan en la presunción de una correlación entre la fecha de ruptura y los datos de la serie. Nuestro trabajo complementa el de Banerjee, Lumsdaine y Stock (1992), al determinar el tamaño y la potencia de los tests recursivo, rolling y secuencial, para el caso en el que el tamaño muestral sea pequeño ($T=30$, $T=50$ y $T=75$) y se utilicen los valores críticos tabulados para estos tamaños muestrales. Además, a través de una análisis de Monte Carlo, se pone de manifiesto que los resultados que se obtienen al utilizar estos tests, son sensibles no sólo al tamaño de la muestra, sino también al tipo de ruptura (cambio en el nivel o en la pendiente de la serie), a la magnitud de la misma y a la ubicación de la fecha de ruptura en el periodo muestral. Así, en relación al tamaño de estos tests, se obtiene que el test secuencial es el que menor rechazo espurio de la H_0 presenta, si el verdadero p.g.d es $I(1)$ con un cambio en su intercepto y la fecha de ruptura se sitúa en la segunda mitad de la muestra y también si el proceso generador de la serie presenta raíz unitaria con un cambio en su pendiente, en ambos casos el tamaño del test secuencial es independiente de la magnitud de la ruptura, ya que siempre toma valor cero. Pero si el verdadero p.g.d es $I(1)$ con una ruptura en su intercepto que recae en la primera mitad de la muestra, el test rolling es el que menor tamaño presenta, aumentando éste cuanto mayor es la magnitud de la ruptura. En cuanto a la potencia de estos tests, se obtiene que si el verdadero proceso generador de una serie es estacionario con un cambio en su intercepto, la potencia es mayor en el caso del test secuencial. Por el contrario si la serie es estacionaria, pero presenta un cambio en su pendiente, el test recursivo es el que presenta una mayor potencia, en términos generales. Asimismo, cabe señalar que la potencia de los tests recursivo, rolling y secuencial es sensible al tamaño muestral, a la magnitud de la ruptura, a la ubicación de la fecha del shock en el periodo muestral y al grado de inercia de la serie. Por tanto, a la hora de determinar si un proceso, que se ve afectado por un cambio estructural, presenta una raíz unitaria, no es sólo adecuado determinar si éste ha incidido en el nivel o en la tendencia del mismo, sino también cómo afecta a los resultados de los tests de raíces unitarias el tamaño de la muestra, la magnitud del shock y la posición de la fecha de ruptura en el periodo muestral, ya que estos factores, tal y como demostramos a través de un análisis de Monte Carlo, inciden considerablemente en los resultados de los tests. Por tanto, no se puede decir que aumentando únicamente el tamaño muestral se consiga mejorar el tamaño y la potencia de estos tests, ya que en ellos inciden otros factores.

Apéndice

Tabla 1: Valores críticos de $t_{DF}^{\text{mín}}$ (Número de iteraciones=10000)

Tamaño muestral (T)	**Nivel significación**	**Recursivo** $\hat{t}_{DF}^{\text{mín}}$	**Rolling** $\bar{t}_{DF}^{\text{mín}}$	**Secuencial** $\tilde{t}_{DF}^{\text{mín}}$ **Cambio media**	**Cambio tendencia**
30	**1.0%**	-6.51081	-8.94858	-5.73706	-4.86843
	2.5%	-5.58615	-7.85467	-5.34654	-4.42203
	5.0%	-4.99993	-6.97872	-5.01625	-4.07658
	10.0%	-4.42060	-6.16032	-4.64824	-3.70975
50	**1.0%**	-5.40174	-6.93763	-5.50527	-4.60905
	2.5%	-4.92792	-6.26236	-5.16875	-4.27864
	5.0%	-4.53134	-5.77401	-4.88639	-3.99860
	10.0%	-4.14009	-5.25868	-4.57516	-3.69981
75	**1.0%**	-5.11240	-6.22987	-5.42153	-4.63660
	2.5%	-4.73208	-5.79171	-5.07022	-4.30375
	5.0%	-4.36912	-5.43873	-4.83476	-4.02691
	10.0%	-4.02530	-5.05665	-4.54134	-3.72151

Tabla 2: Tamaño del test recursivo (T=30 y número de iteraciones=1000)

d	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$
	a **=2.5**	a **=5.0**	a **=10.0**	b **=0.5**	b **=1.0**	b **=2.0**
0.05	0.161	0.332	0.724	0.015	0.010	0.001
0.10	0.241	0.592	0.945	0.004	0.000	0.000
0.30	0.040	0.152	0.271	0.031	0.031	0.030
0.50	0.014	0.014	0.014	0.036	0.036	0.036
0.70	0.015	0.015	0.015	0.037	0.037	0.037
0.90	0.015	0.015	0.015	0.037	0.037	0.037
0.95	0.015	0.015	0.015	0.037	0.037	0.037

Tabla 3: Tamaño del test recursivo (T=50 y número de iteraciones=1000)

d	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$
	a **=2.5**	a **=5.0**	a **=10.0**	b **=0.5**	b **=1.0**	b **=2.0**
0.05	0.190	0.489	0.907	0.002	0.000	0.000
0.10	0.472	0.959	1.000	0.000	0.000	0.000
0.30	0.141	0.745	0.998	0.008	0.007	0.006
0.50	0.006	0.006	0.006	0.015	0.014	0.014
0.70	0.008	0.008	0.008	0.015	0.015	0.015
0.90	0.008	0.008	0.008	0.015	0.015	0.015
0.95	0.008	0.008	0.008	0.015	0.015	0.015

Tabla 4: Tamaño del test recursivo (T=75 y número de iteraciones=1000)

d	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$
	a **=2.5**	a **=5.0**	a **=10.0**	b **=0.5**	b **=1.0**	b **=2.0**
0.05	0.285	0.755	0.996	0.001	0.000	0.000
0.10	0.689	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000
0.30	0.422	0.990	1.000	0.005	0.005	0.005
0.50	0.005	0.005	0.005	0.006	0.006	0.006
0.70	0.005	0.005	0.005	0.006	0.006	0.006
0.90	0.005	0.005	0.005	0.007	0.007	0.007
0.95	0.005	0.005	0.005	0.007	0.007	0.007

Tabla 5: Tamaño del test rolling (T=30 y número de iteraciones=1000)

d	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$
	a=2.5	a=5.0	a=10.0	b=0.5	b=1.0	b=2.0
0.05	0.016	0.030	0.117	0.008	0.006	0.005
0.10	0.029	0.052	0.097	0.008	0.006	0.005
0.30	0.018	0.036	0.085	0.008	0.006	0.005
0.50	0.002	0.035	0.073	0.004	0.003	0.003
0.70	0.019	0.034	0.078	0.007	0.005	0.005
0.90	0.005	0.005	0.005	0.007	0.007	0.007
0.95	0.005	0.005	0.005	0.008	0.008	0.008

Tabla 6: Tamaño del test rolling (T=50 y número de iteraciones=1000)

d	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$
	a=2.5	a=5.0	a=10.0	b=0.5	b=1.0	b=2.0
0.05	0.014	0.046	0.148	0.002	0.002	0.002
0.10	0.016	0.056	0.152	0.002	0.002	0.002
0.30	0.018	0.059	0.154	0.002	0.002	0.002
0.50	0.023	0.057	0.155	0.001	0.001	0.001
0.70	0.014	0.047	0.137	0.001	0.001	0.001
0.90	0.004	0.004	0.004	0.002	0.002	0.002
0.95	0.004	0.004	0.004	0.002	0.002	0.002

Tabla 7: Tamaño del test rolling (T=75 y número de iteraciones=1000)

d	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$
	a=2.5	a=5.0	a=10.0	b=0.5	b=1.0	b=2.0
0.05	0.020	0.106	0.439	0.001	0.001	0.001
0.10	0.026	0.154	0.539	0.001	0.000	0.000
0.30	0.027	0.167	0.553	0.000	0.000	0.000
0.50	0.028	0.155	0.557	0.001	0.001	0.001
0.70	0.026	0.157	0.559	0.001	0.001	0.001
0.90	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001
0.95	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001

Tabla 8: Tamaño del test secuencial (T=30 y número de iteraciones=1000)

d	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$
	a **=2.5**	a **=5.0**	a **=10.0**	b **=0.5**	b **=1.0**	b **=2.0**
0.05	0.004	0.007	0.001	0.000	0.000	0.000
0.10	0.098	0.465	0.966	0.000	0.000	0.000
0.30	0.052	0.265	0.706	0.000	0.000	0.000
0.50	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000
0.70	0.000	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000
0.90	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.95	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Tabla 9: Tamaño del test secuencial (T=50 y número de iteraciones=1000)

d	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$
	a **=2.5**	a **=5.0**	a **=10.0**	b **=0.5**	b **=1.0**	b **=2.0**
0.05	0.008	0.039	0.116	0.000	0.000	0.000
0.10	0.196	0.895	1.000	0.000	0.000	0.000
0.30	0.127	0.718	0.998	0.000	0.000	0.000
0.50	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.70	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.90	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.95	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Tabla 10: Tamaño del test secuencial (T=75 y número de iteraciones=1000)

d	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_m$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$	$\hat{J}_t$
	a **=2.5**	a **=5.0**	a **=10.0**	b **=0.5**	b **=1.0**	b **=2.0**
0.05	0.029	0.156	0.574	0.001	0.000	0.000
0.10	0.363	0.987	1.000	0.000	0.000	0.000
0.30	0.298	0.975	1.000	0.000	0.000	0.000
0.50	0.004	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000
0.70	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.90	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.95	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Tabla 11: Potencia del test Recursivo (T=30 y número de iteraciones=1000)

$(y^* = 0.0)$ d	a =2.5 $\hat{J}_m$	a =5.0 $\hat{J}_m$	a =10.0 $\hat{J}_m$	b=0.5 $\hat{J}_t$	b=1.0 $\hat{J}_t$	b=2.0 $\hat{J}_t$
0.05	0.417	0.107	0.001	0.824	0.895	0.981
0.10	0.188	0.004	0.000	0.830	0.686	0.161
0.30	0.334	0.155	0.141	0.279	0.188	0.164
0.50	0.479	0.300	0.295	0.368	0.300	0.277
0.70	0.529	0.471	0.464	0.567	0.498	0.480
0.90	0.708	0.691	0.684	0.738	0.720	0.706
0.95	0.743	0.727	0.722	0.739	0.739	0.737
$(y^* = 0.1)$ d	a =2.5 $\hat{J}_m$	a =5.0 $\hat{J}_m$	a =10.0 $\hat{J}_m$	b=0.5 $\hat{J}_t$	b=1.0 $\hat{J}_t$	b=2.0 $\hat{J}_t$
0.05	0.214	0.017	0.000	0.725	0.834	0.973
0.10	0.105	0.001	0.000	0.713	0.511	0.131
0.30	0.233	0.127	0.120	0.208	0.148	0.146
0.50	0.347	0.246	0.241	0.282	0.238	0.229
0.70	0.427	0.389	0.377	0.427	0.376	0.362
0.90	0.567	0.550	0.547	0.570	0.565	0.551
0.95	0.593	0.576	0.573	0.582	0.581	0.574
$(y^* = 0.3)$ d	a =2.5 $\hat{J}_m$	a =5.0 $\hat{J}_m$	a =10.0 $\hat{J}_m$	b=0.5 $\hat{J}_t$	b=1.0 $\hat{J}_t$	b=2.0 $\hat{J}_t$
0.05	0.038	0.000	0.000	0.556	0.725	0.975
0.10	0.038	0.002	0.000	0.556	0.240	0.400
0.30	0.145	0.101	0.095	0.158	0.127	0.128
0.50	0.206	0.183	0.180	0.185	0.174	0.169
0.70	0.272	0.261	0.257	0.264	0.248	0.236
0.90	0.361	0.350	0.347	0.337	0.330	0.327
0.95	0.365	0.363	0.360	0.344	0.343	0.339
$(y^* = 0.5)$ d	a =2.5 $\hat{J}_m$	a =5.0 $\hat{J}_m$	a =10.0 $\hat{J}_m$	b=0.5 $\hat{J}_t$	b=1.0 $\hat{J}_t$	b=2.0 $\hat{J}_t$
0.05	0.082	0.001	0.000	0.574	0.824	1.000
0.10	0.061	0.003	0.000	0.356	0.380	0.936
0.30	0.109	0.099	0.097	0.182	0.161	0.155
0.50	0.175	0.171	0.169	0.222	0.208	0.204
0.70	0.228	0.222	0.222	0.263	0.252	0.247
0.90	0.280	0.277	0.276	0.307	0.304	0.297
0.95	0.286	0.286	0.285	0.309	0.310	0.308
$(y^* = 0.7)$ d	a =2.5 $\hat{J}_m$	a =5.0 $\hat{J}_m$	a =10.0 $\hat{J}_m$	b=0.5 $\hat{J}_t$	b=1.0 $\hat{J}_t$	b=2.0 $\hat{J}_t$
0.05	0.568	0.174	0.000	0.876	0.994	1.000
0.10	0.275	0.018	0.000	0.686	0.965	1.000
0.30	0.168	0.108	0.107	0.287	0.249	0.232
0.50	0.223	0.205	0.205	0.380	0.363	0.352
0.70	0.295	0.292	0.292	0.459	0.446	0.443
0.90	0.385	0.385	0.385	0.541	0.533	0.525
0.95	0.396	0.395	0.395	0.543	0.543	0.539
$(y^* = 0.9)$ d	a =2.5 $\hat{J}_m$	a =5.0 $\hat{J}_m$	a =10.0 $\hat{J}_m$	b=0.5 $\hat{J}_t$	b=1.0 $\hat{J}_t$	b=2.0 $\hat{J}_t$
0.05	0.937	0.995	1.000	1.000	1.000	1.000
0.10	0.999	1.000	0.991	0.998	1.000	1.000
0.30	0.999	0.999	0.814	0.601	0.268	0.124
0.50	0.883	0.564	0.152	0.320	0.271	0.260
0.70	0.518	0.418	0.418	0.602	0.549	0.530
0.90	0.776	0.772	0.772	0.875	0.855	0.837
0.95	0.823	0.821	0.821	0.897	0.886	0.880

Tabla 12: Potencia del test Recursivo (T=50 y número de iteraciones=1000)

(y^* = 0.0) d	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.989	0.792	0.144	1.000	1.000	1.000
0.10	0.864	0.080	0.000	0.998	0.952	0.690
0.30	0.884	0.401	0.353	0.551	0.415	0.385
0.50	0.949	0.778	0.764	0.843	0.807	0.787
0.70	0.978	0.965	0.965	0.979	0.975	0.970
0.90	0.997	0.996	0.996	0.998	0.998	0.998
0.95	0.998	0.998	0.998	1.000	1.000	0.999
(y^* = 0.1) d	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.909	0.403	0.006	0.999	1.000	1.000
0.10	0.599	0.007	0.000	0.989	0.860	0.723
0.30	0.729	0.300	0.275	0.364	0.297	0.276
0.50	0.869	0.658	0.646	0.711	0.666	0.649
0.70	0.937	0.912	0.910	0.932	0.915	0.899
0.90	0.987	0.985	0.984	0.993	0.989	0.987
0.95	0.991	0.991	0.991	0.993	0.993	0.992
(y^* = 0.3) d	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.358	0.006	0.000	0.980	0.996	1.000
0.10	0.132	0.002	0.000	0.854	0.568	0.966
0.30	0.359	0.202	0.193	0.221	0.180	0.177
0.50	0.538	0.429	0.423	0.441	0.401	0.400
0.70	0.719	0.696	0.688	0.695	0.668	0.653
0.90	0.880	0.872	0.872	0.864	0.850	0.841
0.95	0.905	0.898	0.897	0.894	0.885	0.873
(y^* = 0.5) d	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.047	0.000	0.000	0.931	0.998	1.000
0.10	0.048	0.000	0.000	0.639	0.864	1.000
0.30	0.228	0.178	0.177	0.228	0.208	0.198
0.50	0.369	0.345	0.342	0.351	0.333	0.330
0.70	0.538	0.533	0.529	0.512	0.497	0.488
0.90	0.688	0.678	0.673	0.643	0.631	0.625
0.95	0.721	0.716	0.709	0.659	0.652	0.646
(y^* = 0.7) d	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.466	0.010	0.000	0.999	1.000	1.000
0.10	0.293	0.004	0.000	0.988	1.000	1.000
0.30	0.359	0.212	0.212	0.419	0.470	0.737
0.50	0.530	0.483	0.483	0.590	0.573	0.571
0.70	0.688	0.685	0.685	0.732	0.726	0.719
0.90	0.823	0.823	0.823	0.812	0.804	0.799
0.95	0.837	0.836	0.836	0.821	0.821	0.816
(y^* = 0.9) d	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.10	1.000	1.000	0.998	1.000	1.000	1.000
0.30	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.993
0.50	1.000	1.000	1.000	0.912	0.839	0.820
0.70	1.000	0.999	0.998	0.999	0.998	0.997
0.90	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.95	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Tabla 13: Potencia del test Recursivo (T=75 y número de iteraciones=1000)

$(y^* = 0.0)$ d	a=2.5 $\hat{J}_m$	a=5.0 $\hat{J}_m$	a=10.0 $\hat{J}_m$	b=0.5 $\hat{J}_t$	b=1.0 $\hat{J}_t$	b=2.0 $\hat{J}_t$
0.05	1.000	1.000	0.943	1.000	1.000	1.000
0.10	1.000	0.712	0.000	1.000	1.000	0.999
0.30	0.998	0.793	0.690	0.794	0.739	0.721
0.50	1.000	0.991	0.984	0.995	0.991	0.987
0.70	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.90	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.95	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$(y^* = 0.1)$ d	**a=2.5 $\hat{J}_m$**	**a=5.0 $\hat{J}_m$**	**a=10.0 $\hat{J}_m$**	**b=0.5 $\hat{J}_t$**	**b=1.0 $\hat{J}_t$**	**b=2.0 $\hat{J}_t$**
0.05	1.000	0.986	0.556	1.000	1.000	1.000
0.10	0.992	0.274	0.000	1.000	0.995	1.000
0.30	0.984	0.575	0.543	0.663	0.604	0.588
0.50	0.999	0.960	0.957	0.967	0.961	0.951
0.70	1.000	1.000	1.000	0.998	0.998	0.998
0.90	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.95	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$(y^* = 0.3)$ d	**a=2.5 $\hat{J}_m$**	**a=5.0 $\hat{J}_m$**	**a=10.0 $\hat{J}_m$**	**b=0.5 $\hat{J}_t$**	**b=1.0 $\hat{J}_t$**	**b=2.0 $\hat{J}_t$**
0.05	0.942	0.321	0.001	1.000	1.000	1.000
0.10	0.614	0.000	0.000	0.992	0.970	1.000
0.30	0.692	0.344	0.333	0.381	0.348	0.330
0.50	0.918	0.789	0.782	0.794	0.765	0.764
0.70	0.981	0.973	0.972	0.972	0.969	0.966
0.90	1.000	1.000	1.000	0.997	0.997	0.997
0.95	1.000	1.000	1.000	0.998	0.998	0.998
$(y^* = 0.5)$ d	**a=2.5 $\hat{J}_m$**	**a=5.0 $\hat{J}_m$**	**a=10.0 $\hat{J}_m$**	**b=0.5 $\hat{J}_t$**	**b=1.0 $\hat{J}_t$**	**b=2.0 $\hat{J}_t$**
0.05	0.277	0.000	0.000	1.000	1.000	1.000
0.10	0.069	0.000	0.000	0.938	1.000	1.000
0.30	0.344	0.271	0.266	0.307	0.284	0.402
0.50	0.652	0.599	0.597	0.568	0.550	0.543
0.70	0.839	0.832	0.831	0.794	0.777	0.772
0.90	0.960	0.959	0.958	0.934	0.930	0.929
0.95	0.967	0.967	0.965	0.962	0.958	0.956
$(y^* = 0.7)$ d	**a=2.5 $\hat{J}_m$**	**a=5.0 $\hat{J}_m$**	**a=10.0 $\hat{J}_m$**	**b=0.5 $\hat{J}_t$**	**b=1.0 $\hat{J}_t$**	**b=2.0 $\hat{J}_t$**
0.05	0.355	0.000	0.000	1.000	1.000	1.000
0.10	0.251	0.001	0.000	1.000	1.000	1.000
0.30	0.524	0.404	0.404	0.562	0.927	1.000
0.50	0.773	0.737	0.737	0.749	0.741	0.738
0.70	0.926	0.924	0.923	0.890	0.883	0.880
0.90	0.978	0.976	0.976	0.946	0.946	0.946
0.95	0.986	0.985	0.985	0.959	0.956	0.955
$(y^* = 0.9)$ d	**a=2.5 $\hat{J}_m$**	**a=5.0 $\hat{J}_m$**	**a=10.0 $\hat{J}_m$**	**b=0.5 $\hat{J}_t$**	**b=1.0 $\hat{J}_t$**	**b=2.0 $\hat{J}_t$**
0.05	1.000	1.000	0.999	1.000	1.000	1.000
0.10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.30	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.50	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.70	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.90	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.95	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Tabla 14: Potencia del test Rolling (T=30 y número de iteraciones=1000)

(y^* = 0.0) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.271	0.436	0.900	0.241	0.252	0.241
0.10	0.240	0.374	0.808	0.241	0.231	0.235
0.30	0.206	0.306	0.815	0.236	0.220	0.216
0.50	0.212	0.323	0.802	0.240	0.231	0.227
0.70	0.230	0.333	0.806	0.232	0.210	0.209
0.90	0.209	0.202	0.198	0.242	0.243	0.232
0.95	0.208	0.202	0.202	0.244	0.241	0.242
(y^* = 0.1) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.202	0.343	0.830	0.191	0.200	0.193
0.10	0.175	0.303	0.756	0.194	0.184	0.187
0.30	0.156	0.243	0.754	0.178	0.168	0.164
0.50	0.162	0.260	0.751	0.193	0.180	0.177
0.70	0.175	0.266	0.752	0.185	0.165	0.168
0.90	0.151	0.146	0.143	0.193	0.192	0.184
0.95	0.151	0.147	0.146	0.194	0.192	0.191
(y^* = 0.3) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.132	0.219	0.641	0.139	0.135	0.146
0.10	0.122	0.196	0.627	0.137	0.122	0.138
0.30	0.102	0.169	0.592	0.116	0.114	0.120
0.50	0.100	0.171	0.605	0.128	0.119	0.130
0.70	0.110	0.185	0.598	0.119	0.109	0.114
0.90	0.096	0.096	0.093	0.128	0.127	0.122
0.95	0.098	0.096	0.096	0.128	0.129	0.128
(y^* = 0.5) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.090	0.125	0.385	0.098	0.107	0.146
0.10	0.080	0.138	0.430	0.097	0.089	0.112
0.30	0.079	0.115	0.358	0.085	0.088	0.111
0.50	0.078	0.114	0.403	0.099	0.096	0.105
0.70	0.073	0.132	0.377	0.093	0.085	0.095
0.90	0.077	0.074	0.072	0.095	0.093	0.090
0.95	0.077	0.075	0.075	0.098	0.099	0.093
(y^* = 0.7) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.165	0.103	0.132	0.095	0.102	0.147
0.10	0.080	0.075	0.145	0.074	0.077	0.105
0.30	0.066	0.075	0.163	0.089	0.081	0.112
0.50	0.079	0.083	0.169	0.081	0.089	0.120
0.70	0.067	0.079	0.155	0.081	0.079	0.087
0.90	0.080	0.080	0.078	0.086	0.085	0.083
0.95	0.079	0.079	0.079	0.085	0.089	0.086
(y^* = 0.9) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.179	0.509	0.934	0.061	0.063	0.069
0.10	0.150	0.419	0.690	0.055	0.055	0.069
0.30	0.120	0.297	0.197	0.051	0.047	0.066
0.50	0.096	0.145	0.058	0.047	0.048	0.052
0.70	0.069	0.087	0.044	0.052	0.045	0.046
0.90	0.062	0.062	0.061	0.063	0.059	0.061
0.95	0.064	0.065	0.065	0.062	0.063	0.062

Tabla 15: Potencia del test Rolling (T=50 y número de iteraciones=1000)

(y * = 0.0) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.657	0.814	0.998	0.608	0.612	0.614
0.10	0.637	0.797	0.996	0.597	0.583	0.591
0.30	0.601	0.760	0.997	0.583	0.561	0.575
0.50	0.583	0.757	0.994	0.564	0.543	0.561
0.70	0.580	0.723	0.994	0.552	0.524	0.534
0.90	0.590	0.578	0.573	0.587	0.573	0.568
0.95	0.605	0.597	0.597	0.597	0.593	0.588
(y * = 0.1) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.534	0.728	0.997	0.467	0.472	0.479
0.10	0.513	0.702	0.993	0.458	0.451	0.475
0.30	0.466	0.657	0.995	0.434	0.420	0.448
0.50	0.439	0.660	0.991	0.430	0.404	0.434
0.70	0.446	0.637	0.992	0.437	0.402	0.424
0.90	0.441	0.438	0.434	0.444	0.435	0.431
0.95	0.465	0.459	0.459	0.463	0.456	0.452
(y * = 0.3) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.297	0.546	0.990	0.236	0.233	0.265
0.10	0.282	0.509	0.977	0.222	0.221	0.265
0.30	0.246	0.435	0.981	0.200	0.200	0.259
0.50	0.213	0.470	0.984	0.212	0.206	0.268
0.70	0.228	0.452	0.976	0.215	0.200	0.252
0.90	0.220	0.219	0.217	0.222	0.215	0.213
0.95	0.231	0.227	0.227	0.227	0.223	0.221
(y * = 0.5) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.147	0.317	0.939	0.133	0.145	0.265
0.10	0.142	0.332	0.935	0.130	0.137	0.238
0.30	0.135	0.276	0.945	0.121	0.133	0.253
0.50	0.130	0.322	0.949	0.118	0.123	0.256
0.70	0.119	0.291	0.932	0.124	0.120	0.243
0.90	0.116	0.117	0.116	0.135	0.131	0.128
0.95	0.120	0.122	0.121	0.139	0.138	0.137
(y * = 0.7) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.106	0.113	0.575	0.132	0.206	0.526
0.10	0.082	0.133	0.657	0.094	0.112	0.368
0.30	0.067	0.121	0.706	0.092	0.122	0.358
0.50	0.065	0.145	0.718	0.095	0.123	0.359
0.70	0.047	0.110	0.658	0.099	0.121	0.335
0.90	0.061	0.061	0.061	0.111	0.109	0.108
0.95	0.063	0.063	0.063	0.115	0.116	0.113
(y * = 0.9) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.323	0.815	0.910	0.122	0.200	0.546
0.10	0.339	0.738	0.193	0.079	0.132	0.474
0.30	0.138	0.091	0.057	0.073	0.111	0.343
0.50	0.077	0.060	0.069	0.082	0.099	0.281
0.70	0.072	0.065	0.069	0.078	0.084	0.201
0.90	0.079	0.080	0.078	0.092	0.090	0.088
0.95	0.080	0.079	0.079	0.095	0.095	0.094

Tabla 16: Potencia del test Rolling (T=75 y número de iteraciones=1000)

$(y^* = 0.0)$ d	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.960	0.982	1.000	0.940	0.937	0.943
0.10	0.950	0.987	1.000	0.934	0.928	0.934
0.30	0.929	0.971	1.000	0.926	0.911	0.925
0.50	0.929	0.976	1.000	0.914	0.911	0.930
0.70	0.937	0.975	1.000	0.926	0.914	0.929
0.90	0.939	0.927	0.927	0.937	0.933	0.932
0.95	0.948	0.947	0.946	0.939	0.939	0.937
$(y^* = 0.1)$ d	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.883	0.954	1.000	0.849	0.846	0.870
0.10	0.869	0.956	1.000	0.826	0.918	0.841
0.30	0.829	0.939	1.000	0.811	0.804	0.836
0.50	0.825	0.932	1.000	0.802	0.800	0.829
0.70	0.846	0.942	1.000	0.820	0.806	0.836
0.90	0.836	0.826	0.826	0.827	0.823	0.824
0.95	0.856	0.854	0.852	0.841	0.840	0.836
$(y^* = 0.3)$ d	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.589	0.829	1.000	0.533	0.527	0.638
0.10	0.562	0.816	1.000	0.492	0.504	0.630
0.30	0.511	0.782	1.000	0.478	0.487	0.628
0.50	0.504	0.782	0.999	0.468	0.456	0.607
0.70	0.522	0.786	1.000	0.476	0.474	0.593
0.90	0.510	0.502	0.501	0.519	0.506	0.504
0.95	0.533	0.528	0.528	0.530	0.528	0.527
$(y^* = 0.5)$ d	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.303	0.627	1.000	0.260	0.282	0.646
0.10	0.274	0.609	1.000	0.240	0.275	0.597
0.30	0.264	0.591	1.000	0.235	0.268	0.595
0.50	0.253	0.607	0.997	0.216	0.248	0.585
0.70	0.259	0.571	1.000	0.216	0.238	0.565
0.90	0.245	0.241	0.242	0.244	0.234	0.235
0.95	0.253	0.253	0.252	0.256	0.255	0.252
$(y^* = 0.7)$ d	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.136	0.273	0.982	0.241	0.525	0.978
0.10	0.134	0.321	0.991	0.126	0.250	0.885
0.30	0.141	0.383	0.995	0.163	0.257	0.892
0.50	0.151	0.416	0.986	0.147	0.244	0.857
0.70	0.153	0.384	0.994	0.140	0.229	0.877
0.90	0.149	0.148	0.148	0.151	0.148	0.149
0.95	0.151	0.152	0.151	0.156	0.154	0.152
$(y^* = 0.9)$ d	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.05	0.855	0.998	0.909	0.626	0.930	1.000
0.10	0.844	0.969	0.146	0.322	0.720	0.999
0.30	0.265	0.250	0.334	0.279	0.489	0.989
0.50	0.265	0.274	0.399	0.284	0.421	0.973
0.70	0.263	0.269	0.356	0.830	0.391	0.967
0.90	0.277	0.277	0.277	0.279	0.278	0.278
0.95	0.281	0.281	0.281	0.280	0.280	0.280

Tabla 17: Potencia del test Secuencial (T=30 y número de iteraciones=1000)

(y^* = 0.0) d	a =2.5 $\hat{J}_m$	a =5.0 $\hat{J}_m$	a =10.0 $\hat{J}_m$	b=0.5 $\hat{J}_t$	b=1.0 $\hat{J}_t$	b=2.0 $\hat{J}_t$
0.20	0.893	0.978	1.000	0.848	0.236	0.011
0.30	0.903	0.975	1.000	0.520	0.015	0.000
0.50	0.891	0.978	1.000	0.286	0.003	0.000
0.70	0.914	0.974	1.000	0.598	0.033	0.000
0.80	0.887	0.972	1.000	0.849	0.320	0.000
(y^* = 0.1) d	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.20	0.812	0.959	1.000	0.703	0.117	0.018
0.30	0.813	0.953	1.000	0.338	0.004	0.000
0.50	0.809	0.963	1.000	0.138	0.001	0.000
0.70	0.825	0.961	1.000	0.399	0.011	0.000
0.80	0.787	0.951	1.000	0.703	0.160	0.000
(y^* = 0.3) d	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.20	0.598	0.897	1.000	0.384	0.057	0.968
0.30	0.609	0.904	1.000	0.092	0.002	0.005
0.50	0.613	0.922	1.000	0.025	0.000	0.000
0.70	0.618	0.922	1.000	0.123	0.001	0.000
0.80	0.541	0.869	1.000	0.383	0.030	0.000
(y^* = 0.5) d	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.20	0.466	0.849	1.000	0.241	0.178	0.662
0.30	0.514	0.863	1.000	0.045	0.005	0.014
0.50	0.516	0.917	1.000	0.006	0.000	0.000
0.70	0.490	0.877	1.000	0.028	0.000	0.000
0.80	0.379	0.752	1.000	0.209	0.005	0.000
(y^* = 0.7) d	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.20	0.687	0.832	0.999	0.630	0.866	0.999
0.30	0.738	0.917	1.000	0.208	0.184	0.279
0.50	0.741	0.981	1.000	0.012	0.000	0.000
0.70	0.573	0.881	1.000	0.020	0.000	0.000
0.80	0.393	0.658	0.994	0.176	0.003	0.000
(y^* = 0.9) d	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.20	1.000	1.000	1.000	0.997	0.999	1.000
0.30	0.998	1.000	1.000	0.840	0.584	0.035
0.50	0.989	0.999	1.000	0.142	0.000	0.000
0.70	0.808	0.905	0.999	0.284	0.002	0.000
0.80	0.647	0.699	0.891	0.698	0.120	0.000

Tabla 18: Potencia del test Secuencial (T=50 y número de iteraciones=1000)

(y^* = 0.0) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.20	1.000	1.000	1.000	0.917	0.145	0.032
0.30	1.000	0.999	1.000	0.449	0.008	0.001
0.50	1.000	1.000	1.000	0.219	0.003	0.000
0.70	1.000	1.000	1.000	0.670	0.030	0.000
0.80	1.000	1.000	1.000	0.944	0.205	0.000
(y^* = 0.1) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.20	0.994	1.000	1.000	0.753	0.073	0.067
0.30	0.996	0.999	1.000	0.207	0.003	0.001
0.50	0.996	1.000	1.000	0.098	0.001	0.000
0.70	0.998	1.000	1.000	0.419	0.007	0.000
0.80	0.997	1.000	1.000	0.843	0.082	0.000
(y^* = 0.3) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.20	0.942	0.997	1.000	0.307	0.051	0.404
0.30	0.947	0.996	1.000	0.044	0.002	0.009
0.50	0.952	0.998	1.000	0.017	0.000	0.000
0.70	0.954	1.000	1.000	0.086	0.001	0.000
0.80	0.938	1.000	1.000	0.353	0.003	0.000
(y^* = 0.5) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.20	0.837	0.994	1.000	0.170	0.317	0.995
0.30	0.841	0.997	1.000	0.015	0.010	0.147
0.50	0.837	0.998	1.000	0.001	0.000	0.000
0.70	0.836	0.997	1.000	0.005	0.000	0.000
0.80	0.783	0.984	1.000	0.066	0.000	0.000
(y^* = 0.7) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.20	0.896	0.999	1.000	0.899	1.000	1.000
0.30	0.946	1.000	1.000	0.278	0.596	0.976
0.50	0.964	1.000	1.000	0.002	0.000	0.000
0.70	0.911	0.998	1.000	0.001	0.000	0.000
0.80	0.787	0.977	1.000	0.030	0.000	0.000
(y^* = 0.9) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.30	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.50	1.000	1.000	1.000	0.744	0.004	0.000
0.70	1.000	1.000	1.000	0.798	0.000	0.000
0.80	1.000	1.000	1.000	0.998	0.286	0.000

Tabla 19: Potencia del test Secuencial (T=75 y número de iteraciones=1000)

(y^* = 0.0) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.20	1.000	1.000	1.000	0.660	0.081	0.064
0.30	1.000	1.000	1.000	0.323	0.006	0.002
0.50	1.000	1.000	1.000	0.181	0.002	0.001
0.70	1.000	1.000	1.000	0.633	0.021	0.000
0.80	1.000	1.000	1.000	0.968	0.197	0.001
(y^* = 0.1) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.20	0.992	1.000	1.000	0.660	0.041	0.166
0.30	1.000	1.000	1.000	0.152	0.003	0.009
0.50	1.000	1.000	1.000	0.083	0.001	0.001
0.70	1.000	1.000	1.000	0.385	0.005	0.000
0.80	1.000	1.000	1.000	0.880	0.071	0.000
(y^* = 0.3) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.20	1.000	1.000	1.000	0.188	0.047	0.908
0.30	1.000	1.000	1.000	0.025	0.005	0.073
0.50	0.999	1.000	1.000	0.012	0.001	0.000
0.70	1.000	1.000	1.000	0.066	0.001	0.000
0.80	1.000	1.000	1.000	0.381	0.003	0.000
(y^* = 0.5) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.20	0.098	0.999	1.000	0.113	0.603	1.000
0.30	0.987	1.000	1.000	0.010	0.027	0.788
0.50	0.993	1.000	1.000	0.003	0.000	0.000
0.70	0.986	1.000	1.000	0.004	0.000	0.000
0.80	0.984	1.000	1.000	0.045	0.000	0.000
(y^* = 0.7) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.20	0.987	1.000	1.000	0.991	1.000	1.000
0.30	0.997	1.000	1.000	0.421	0.977	1.000
0.50	0.997	1.000	1.000	0.004	0.002	0.000
0.70	0.989	1.000	1.000	0.002	0.000	0.000
0.80	0.981	1.000	1.000	0.008	0.000	0.000
(y^* = 0.9) **d**	**a =2.5** $\hat{J}_m$	**a =5.0** $\hat{J}_m$	**a =10.0** $\hat{J}_m$	**b=0.5** $\hat{J}_t$	**b=1.0** $\hat{J}_t$	**b=2.0** $\hat{J}_t$
0.20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.30	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.50	1.000	1.000	1.000	0.996	0.079	0.000
0.70	1.000	1.000	1.000	0.964	0.000	0.000
0.80	1.000	1.000	1.000	1.000	0.395	0.000

References

[1] Arestis, P., Biefang-Frisancho, M. (1999): Unit roots and structural breaks in OECD unemployment. Economics Letters, 65, 149-156.

[2] Banerjee, A., Dolado, J. y Galbraith, J. W. (1990): Recursive tests for unit roots and structural breaks in long annual GNP series. Unpublished manuscript (Institute of Economics and Statistics, Oxford, U.K.).

[3] Banerjee, A., Lumsdaine, R. L. y Stock, J. H. (1992): Recursive and sequetial tests for a unit root: Theory and international evidence. Journal of Business and Economic Statistics, 10, 271-287.

[4] Campbell, J. Y. y Mankiw, N. G. (1987): Are output ‡uctuations transitory?. Quarterly Journal of Economics, 102, 857-880.

[5] Campbell, J. Y. y Mankiw, N. G. (1988): Searching for a break in GNP. Working Paper, 2695 (National Bureau of Economic Research, Cambridge, MA).

[6] Carrion, J. L., Sansó, A. y Artís, M. (1999): Response surfaces estimates for the Dickey-Fuller unit root test with structural breaks. Economic Letters, 63, 279-283.

[7] Christiano, L. J. (1992): Searching for a break in GNP. Journal of Business and Economic Statistics, 10, 237-250.

[8] Christiano, L. J. y Eichenbaum, M. (1989): Unit roots in real GNP: Do we know, and do we care?. Discussion paper, 18 (Federal Reserve Bank of Minneapolis, Institute for Empirical Macroeconomics).

[9] Clark, P. K. (1987): The cyclical component of U.S. economic activity. Quarterly Journal of Economics, 102, 797-814.

[10] Clemente, J., Montañés, A. y Reyes, M. (1998): Testing for a unit root in variables with a double change in the mean. Economics Letters, 59, 175-182.

[11] Cochrane, J. H. (1988): How big is the random walk in GNP?. Journal of political Economy, 96, 893-920.

[12] DeLong, J. B. y Summers, L. H. (1988): How does macroeconomic policy a¤ect output?. Brookings Papers on Economic Activity, 2, 433-480.

[13] Dickey, D. A. y Fuller, W. A. (1979): Distribution of the estimators for autorregressive time series with a unit root. Journal of the American Statistical Association, 74, 427-431.

[14] Dickey, D. A. y Fuller, W. A. (1981): Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. Econometrica, 49, 1057-1072.

[15] Leybourne, S. J., Mills, T. C. y Newbold, P. (1998): Spurious rejections by Dickey-Fuller tests in the presence of a break under the null. Journal of Econometrics, 87, 191-203.

[16] Lumsdaine, R. L. y Papell, D. H. (1997): Multiple trend breaks and the unit-root hypothesis. The Review of Economics and Statistics, Vol.79, 2, 212-218.

[17] Montañés, A. y Olloqui, I. (1999): Misspeci…cation of the breaking date in segmented trend variables: e¤ect on the unit root tests. Economic Letters, 65, 301-307.

[18] Nelson, C. R. y Plosser, C. I. (1982): Trends and random walks in macroeconomic time series. Journal of Monetary Economics, 10, 139-162.

[19] Perron, P. (1988): The Hump-shaped behavior of macroeconomic ‡uctuations. Unpublished manuscript (Princeton University, Dept. of Economics).

[20] Perron, P. (1989): The Great crash, the oil price shock and the unit root hypothesis. Econometrica, 57, 1361-1401.

[21] Perron, P. (1994): Trend, unit root and structural change in macroeconomic time series. En B. B.. Rap (ed.), "Cointegration for the applied economists". MacMillan Press, Basingstoke, 113-146.

[22] Perron, P. (1997): Further evidence on breaking trend functions in macroeconomic variables. Journal of Econometrics, 80, 355-385.

[23] Perron, P. y Vogelsang, T. J. (1992): Nonstationarity and level shifts with an application to purchasing power parity. Journal of Business and Economic Statistics, 10, 301-320.

[24] Rappoport, P. y Reichlin, L. (1989): Segmented trends and non-stationary time series. Economic Journal, 99, 168-177.

[25] Shapiro, M. y Watson, M. (1988): Sources of business cycle ‡uctuations. NBER Macroeconomics Annual, 3, 11-148.

[26] Vogelsang, T. J. (1994): Wald-type tests for detecting shifts in linear time series models with some unit roots. Unpublished Manuscript (Cornell University).

[27] Vogelsang, T. J. y Perron, P. (1994): Additional tests for a unit root allowing for a break in the trend fuction at an unknown time. Manuscript (Department of Economics, Cornell University, Ithaca, NY).

[28] Zivot, E. y Andrews, D. W. K. (1992): Further evidence on the Great crash, the oil-price shock, and the unit-root hypothesis. Journal of Business and Economic Statistics, Vol. 10, 3, 251-270.