Habilidad, clases sociales y educación: un modelo de señalización

Escriche, L.[*] Olcina, G. Sánchez, R.
Universidad de Valencia

Diciembre 2002

Abstract

En este trabajo se presenta un modelo de señalización en el mercado de trabajo en el que se relajan dos supuestos implícitos en el modelo original de Spence. Se considera que los individuos se distinguen tanto por su capacidad innata como por su nivel de renta y, por otra parte, se supone que existen dos tipos de puestos de trabajo con distinta productividad. La solución del modelo es un equilibrio semiagrupador en el que la educación no es señal perfecta de la capacidad del individuo. Además, cuando las diferencias de renta entre las familias son significativas y los puestos con salario alto relativamente abundantes, sólo los individuos de mayor capacidad y renta invierten en educación no productiva para señalizarse.

[*]Corresponding author: University of Valencia, Campus dels Tarongers, Av. dels Tarongers, s/n. Edificio Departamental Oriental 46022 Valencia. Spain. E-mail: Luisa.Escriche@uv.es.

1 Introducción.

En este trabajo se presenta un modelo de señalización en el mercado de trabajo en el que se analiza si la educación revela la suficiente información, sobre las características no observables de los individuos que interesan a las empresas, para realizar una correcta asignación de trabajadores a puestos cuando, por otra parte, los individuos pertenecen a familias con distintos niveles de renta. Si un individuo de familia con renta alta alcanza, independientemente de su capacidad, un nivel educativo superior al del individuo con menores posibilidades económicas, la educación perdería su potencial informativo.

Según la hipótesis del modelo de señalización de Spence (1974), los trabajadores se diferencian por su capacidad y, a través de su inversión en educación, intentan informar a las empresas sobre esta característica innata que, lógicamente, es información privada. El principal resultado que obtiene es que los individuos de mayor capacidad invierten más en educación, señalizándose perfectamente, y obtienen un salario acorde con su productividad. En el modelo de Spence hay dos importantes supuestos implícitos: (i) los individuos no tienen restricciones en renta para su inversión en educación y (ii) las empresas siempre pagan salarios altos a los individuos más productivos. Si se acepta que el salario está vinculado al puesto, este segundo supuesto podría interpretarse como que siempre existe un puesto con salario alto para el trabajador más productivo.

En este trabajo se modifican estos dos supuestos para estudiar si, y bajo qué circunstancias, la educación es un instrumento de señalización que permite realizar una correcta asignación de trabajadores a puestos. Se supone que existen dos tipos de puestos (con salario alto y con salario bajo) en una determinada proporción. Estos puestos se distinguen por su productividad y las empresas prefieren a los trabajadores con mayor capacidad en los puestos más productivos. Por otra parte, se va a suponer que los individuos proceden de familias con diferentes niveles de renta. La modificación de estos dos supuestos permitirá, además de analizar las cuestiones asignativas, demostrar que el nivel educativo de un individuo está condicionado tanto por su capacidad innata como por el nivel de renta de la familia a la que pertenece, pero también por la estructura de puestos de trabajo existentes en el momento en que acceden al mercado de trabajo.

El modelo considera una economía con un continuo de familias/trabajadores y también de puestos. El objetivo de cada familia es maximizar su utilidad que depende de su nivel de consumo y del puesto de trabajo que su hijo pueda conseguir en el futuro. Como existen dos tipos de puestos, las familias intentan, vía inversión educativa, conseguir los mejores puestos para sus descendientes. Así , cada familia destinará parte de su renta a financiar la educación de su hijo, lo que afectará a su nivel de consumo. Debido a que se supone que la utilidad marginal del consumo es decreciente, el sacrificio, en términos de consumo, que realizan las familias de renta alta cuando invierten en educación es menor que el que soportan las familias de renta baja.

Las empresas, tal y como se ha anticipado, ofrecen dos tipos de puestos con distinta productividad e intentan cubrir los puestos de productividad alta con los trabajadores de mayor capacidad. No obstante, son los trabajadores los que deciden, en última instancia, si aceptan una oferta laboral. Si una empresa ofreciese un puesto con salario bajo a un trabajador de capacidad alta, existiendo vacantes con salario alto, éste lo rechazaría. Así pues, la única asignación estable es aquella en la que los mejores trabajadores ocupan los mejores puestos, siempre y cuando existan puestos suficientes para ellos. Se supone que tanto la capacidad como la renta del individuo no son observables por las empresas. Quizás las empresas tengan datos en el currículum de los candidatos de los que podrían obtener alguna información sobre el nivel de renta de la familia a la que pertenece. Pero en cualquier caso, no pueden considerarse como una señal perfecta, es decir, no parece que exista un dato fiable a partir del cual se pueda inferir con exactitud el nivel de renta de la familia. No obstante, la característica que interesa básicamente a las empresas es la capacidad del trabajador.

El modelo se plantea como un juego de señalización con cuatro tipos de individuos que resultan de la combinación de los dos tipos de capacidad (alta y baja) y de los dos tipos de familia (renta alta y baja) que se suponen en el modelo. Un resultado interesante a destacar es que no existe un equilibrio separador *à la Spence*, en el que todos los individuos con más capacidad se presenten en el mercado de trabajo con niveles de educación más altos. Formalmente, el equilibrio del juego de señalización que se obtiene en este trabajo es un equilibrio semiagrupador; la educación no sirve para identificar los cuatro tipos existentes porque individuos de capacidades distintas se presentan con un mismo nivel educativo en el mercado de trabajo. En este sentido, la educación pierde parte de su poder informativo. Concretamente, en el equilibrio semiagrupador del modelo sólo los individuos de mayor capacidad y renta podrán identificarse porque invierten lo suficiente como para separarse del resto de tipos; existen, sin embargo otros dos tipos de individuos que la empresa no puede identificar porque siempre se presentan con el mismo nivel educativo. Son los individuos de capacidad baja pertenecientes a familias con renta alta y los individuos de capacidad alta y renta baja.

El tipo de equilibrio semiagrupador varía en función de las características de la economía, en concreto, de la proporción de puestos con salario alto y de la disparidad entre los niveles de renta de las familias.

En sociedades donde las diferencias entre las rentas de las familias no sean muy importantes, los únicos individuos que invierten en educación para informar a las empresas sobre su capacidad innata son los individuos de mayor capacidad y renta y el resto se presentan con el nivel de enseñanza obligatorio. A este equilibrio se le denomina cuasiagrupador (cuatro tipos, dos niveles de educación).

En sociedades con una diferencia de renta de las familias importante y con una elevada proporción de puestos de trabajo de alta productividad, también se alcanza dicho equilibrio cuasiagrupador. En este equilibrio ningún tipo, excepto el de mayor capacidad y renta, se educa por encima de lo obligatorio ya que la probabilidad de conseguir un buen puesto es alta.

En sociedades con una diferencia de renta de las familias importante, pero existiendo una relativa escasez de puestos con salario alto, los tipos de mayor capacidad tienen más incentivos a señalizarse para intentar conseguir los escasos puestos buenos. Como consecuencia, en este mercado de trabajo aparecerá un equilibrio cuasiseparador (cuatro tipos, tres niveles de educación). En el equilibro cuasiseparador los tipos intermedios (individuos de capacidad baja y renta alta y los individuos de capacidad alta y renta baja) se confunden. Eligen un nivel intermedio por encima del obligatorio, para desmarcarse de los tipos de menor capacidad y renta, pero que no alcanza al nivel del tipo de capacidad y renta alta. Con este nivel intermedio evitan la competencia del tipo de menor capacidad y renta por los escasos puestos buenos ya que éste, al ser identificado, es asignado a un puesto con salario bajo.

El efecto de las restricciones de renta en las decisiones educativas de los individuos en el contexto de un juego de señalización es también analizado por Giannini (1997). En su análisis supone que algunos individuos de capacidad alta pueden financiarse como máximo un determinado nivel de estudios y obtiene, a diferencia del modelo que aquí se presenta, un equilibrio agrupador o separador, dependiendo de ese nivel máximo de estudios. En su modelo no existen tipos de renta alta pero capacidad baja que, como se demostrará en este trabajo, son los que impiden que los tipos de capacidad alta aunque de familias con menor renta se señalicen (porque su estrategia es, precisamente, "confundirse" con estos últimos) dando lugar a equilibrios semiagrupadores.

El trabajo está organizado de la siguiente manera: en el apartado 2 se describe el modelo como un juego de señalización y se define el equilibrio del juego. En el apartado 3 se analizan los posibles equilibrios para, en el apartado 4, seleccionar el que resulta socialmente estable. También se demuestra que el tipo de mercado de trabajo y el nivel de renta de las familias determina las características del equilibrio semiagrupador. En el apartado 5 se comparan los equilibrios desde el punto de vista de los niveles de educación elegidos por las familias y también se analizan las distintas implicaciones desde el punto de vista de la eficiencia asignativa y de la movilidad intergeneracional. Por último, en el apartado 6 se estudian los efectos de variaciones en los costes de la educación sobre los niveles de educación y sobre cuál sea la posible solución del modelo. Por último, se resumen los principales resultados del modelo en el apartado de conclusiones.

2 El modelo.

En este apartado se presenta, en primer lugar, la descripción del modelo y en segundo lugar, la definición del equilibrio del juego y una primera aproximación a los posibles equilibrios.

2.1 Descripción del modelo.

El modelo considera una economía estacionaria (en dos momentos del tiempo) con un continuo de familias/trabajadores y empleos. El continuo de empleos se normaliza a la unidad y existe un trabajador por empleo. El conjunto de puestos está particionado en dos sectores en ambos periodos: puestos con salario alto, w_r, y puestos con salario bajo, w_p, en proporciones $(1-\delta)$ y δ, respectivamente. También existen dos tipos de familia atendiendo a su nivel de renta; por cuestiones de sencillez, se considera que la única fuente de ingresos son las rentas salariales, por tanto, la familia rica (pobre) es aquélla en la que el padre ocupa un puesto de trabajo con salario alto w_r (bajo, w_p). Las proporciones de uno y otro tipo de familia son entonces $1-\delta$ y δ, respectivamente. Por otra parte, cada familia tiene un descendiente que puede tener una capacidad alta h o baja l con idéntica probabilidad, siendo esta característica información privada de las familias.

Las empresas prefieren asignar individuos con capacidad alta h a los buenos puestos (aquellos asociados al salario alto w_r). En los malos puestos (con salario w_p), ambos tipos de individuos son igualmente productivos. Las familias son perfectamente altruistas e intentan que sus descendientes alcancen un buen puesto de trabajo. Como la capacidad es información privada, el mecanismo utilizado por las familias para intentar revelar o transmitir esta información será invertir en educación observable por las empresas. De ahí que cada familia decidirá qué parte de su renta consume y qué parte destina a financiar la educación de su hijo con la finalidad de mejorar su ocupación futura. A partir del nivel de estudios de los candidatos las empresas intentan inferir su capacidad para asignarlos a los distintos puestos.

En definitiva, la **secuencia del juego** es la siguiente: en un primer periodo las familias adoptan su decisión de educación/consumo. Al principio del periodo siguiente, las empresas observan los niveles de educación y se forman unas creencias sobre la capacidad de los nuevos trabajadores (descendientes de las familias) y, basándose en ellas, ofrecen a cada trabajador un puesto de trabajo. Así pues, los puestos pasan a estar ocupados por una nueva generación. En el último periodo, el trabajador elige la empresa en la que desea trabajar.

2.1.1 Estrategia de las familias.

De todo lo anterior se desprende que hay cuatro tipos de familias; considerando dos niveles de renta, $i = \{r, p\}$, y dos tipos de capacidad de los hijos $j = \{h, l\}$; se denotará mediante el par ij a la familia de renta i con un hijo de capacidad j. Así pues, se denotan mediante los pares $\{pl, ph, rl, rh\}$ los cuatro tipos de familias (también se utilizan para nombrar a los cuatro tipos de trabajadores/hijos que se incorporan al mercado de trabajo).

En este contexto de información privada, la educación se utiliza como instrumento de señalización de la capacidad innata de los individuos. Los padres deciden cómo distribuir su renta entre gasto en bienes de consumo y gasto en educación para maximizar su utilidad que depende del consumo y del puesto de trabajo que obtenga su descendiente. Concretamente, la función de utilidad de la familia es:

$$U(x, e, w) = u(x) + E[w/m(e)]$$

siendo $u(x)$ la utilidad derivada de un nivel de consumo x; $E[w/m(e)]$ es el salario esperado para el descendiente que alcanza el nivel educativo e y $m(e)$ la regla de asignación de las empresas cuando observan e. Por otra parte, se supone una función de utilidad creciente y cóncava, $u'(\cdot) > 0$ y $u''(\cdot) < 0$.

La restricción presupuestaria de la familia es:

$$x = \bar{w}_i - c(e, j),$$

donde $\bar{w}_i$ es el nivel de renta, x es el gasto en consumo de un bien con precio unitario y $c(e, j)$ son los costes de la educación e para un individuo de capacidad j. La función de utilidad de una familia, con un nivel de renta $\bar{w}_i$ y con un descendiente de capacidad j, puede reescribirse, incorporando su restricción presupuestaria, como

$$U_{ij}(e, w) = u(\bar{w}_i - c(e, j)) + E[w/m(e)].$$

Respecto a los costes de la educación, se supone que son menores para los individuos de mayor capacidad $c(e, h) < c(e, l)$. No obstante, el supuesto crucial, habitual en este tipo de modelos, para que la educación sirva como instrumento de señalización es que el coste marginal de la educación también es menor para los de mayor capacidad, es decir,

$$c_e(e, h) < c_e(e, l). \tag{1}$$

En este trabajo el nivel obligatorio y gratuito de educación se ha normalizado a cero, por tanto, la variable e es un nivel educativo por encima de dicho nivel.

Con la intención de facilitar análisis posteriores, a continuación se estudian las pendientes de las curvas de indiferencia para los distintos tipos de familia. La pendiente de la curva de indiferencia en el espacio (w, e), considerando que el salario es determinístico, se deriva a partir de la expresión de la curva de indiferencia

$$\bar{U}_{ij}(e, w) = u(\bar{w}_i - c(e, j)) + w,$$

y viene dada por:

$$\begin{aligned} \frac{dw}{de} &= u'(\bar{w}_i - c(e, j))c_e(j)) > 0, \qquad (2) \\ \frac{d^2w}{de^2} &= -u''(\bar{w}_i - c(e, j))c_e(j))c_e(j)) > 0 \end{aligned}$$

si suponemos individuos aversos al riesgo y un coste marginal constante de la educación ($u''(\cdot) < 0$, $c_{ee} = 0$).

Las familias con hijos de capacidad baja tienen curvas de indiferencia con mayor pendiente que aquéllas que tienen hijos con capacidad alta, dado un determinado nivel de renta. Obsérvese que a partir de (2) y considerando el supuesto (1) resulta:

$$u'(\bar{w}_i - c(e, l))c_e(l)) > u'(\bar{w}_i - c(e, h))c_e(h)) \quad i = \{r, p\}.$$

Por otra parte, dado un determinado nivel de capacidad del descendiente, las familias con más ingresos tiene unas curvas de indiferencia con menor pendiente porque la utilidad marginal del consumo es decreciente:

$$u'(\bar{w}_p - c(e,j))c_e(j)) > u'(\bar{w}_r - c(e,j))c_e(j)) \quad j = \{h,l\}.$$

El problema surge cuando se intenta establecer qué curva de indiferencia tiene mayor pendiente, la de la familia pobre con descendiente de tipo h o aquélla de renta alta con hijo l. Se trabajará con el supuesto de que es menor la de la última. Por consiguiente, se supondrá que se cumple la condición:

$$u'((\bar{w}_p - c(e,h))c_e(h)) > u'((\bar{w}_r - c(e,l))c_e(l)), \tag{3}$$

cuya interpretación gráfica es que la pendiente de la curva de indiferencia de la familia de renta baja con individuo de mayor capacidad es mayor que la de la familia de renta alta con individuo de menor capacidad. Para que esta desigualdad se cumpla, dado que el coste marginal de la educación es menor para los individuos de mayor capacidad, es necesario que se verifique la desigualdad

$$\frac{u'((\bar{w}_p - c(e,h))}{u'((\bar{w}_r - c(e,l))} > \frac{c_e(l)}{c_e(h)} > 1.$$

Así pues, la utilidad marginal del consumo de una familia ph debe ser superior a la de una familia rl. Dada la concavidad de la función de utilidad, se supondrá que los niveles de renta familiares son suficientemente dispares para garantizar la desigualdad (3). Nótese que la desigualdad también depende de la función de costes de la educación concretamente de cómo la capacidad del individuo afecta a los costes de la educación. Concretamente, cuanto menor sea el ratio $\frac{c_e(l)}{c_e(h)}$ y mayor $\frac{c(e,l)}{c(e,h)}$ más fácilmente se cumplirá la desigualdad. No obstante, se ha optado por establecer el supuesto sobre los niveles de renta porque es menos controvertido y restrictivo que los que serían necesarios sobre los costes de la educación y capacidad de los individuos. Además, en este trabajo se estudia, precisamente, el efecto de introducir disparidad de rentas en el modelo de Spence. También se podría considerar que cuanto mayor sea el grado de aversión al riesgo de las familias, más fácilmente se cumplirá la condición (3) anterior.

Considerando los supuestos anteriores, las curvas de indiferencia para cada uno de los cuatro tipos de familias son como se presentan en el Gráfico 1.

Así pues, la pendiente de las curvas de indiferencia es decreciente con el nivel de renta y con la capacidad del descendiente. La interpretación es sencilla. Dado un determinado nivel de renta, se toma cualquier punto (e,w) y se consideran las dos curvas de indiferencia de los trabajadores de capacidad alta y habilidad baja que pasan por ese punto. Las curvas de indiferencia de los trabajadores de capacidad baja siempre tienen una pendiente mayor. Esto es, para compensar a un trabajador de capacidad baja por un incremento de educación dado se requiere un mayor incremento en el salario que el que sería necesario para un trabajador de capacidad alta por el mayor coste marginal de la educación de

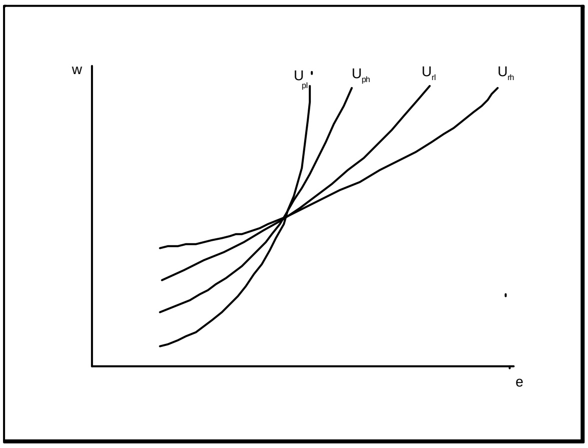

Gráfico 1: Curvas de indiferencia de los cuatro tipos.

los primeros ($U'_{pl} > U'_{ph}$ y $U'_{rl} > U'_{rh}$). Por otra parte, las familias de renta alta están dispuestas a incrementar mucho más su nivel educativo a cambio de un determinado incremento salarial. Un mayor nivel de renta está asociado a niveles de consumo más elevados y, debido a que se supone que la utilidad marginal del consumo es decreciente, estas familias están dispuestos a renunciar a más consumo para invertir en la educación de sus hijos, que las familias con menor nivel de renta. Esto implica que $U'_{pl} > U'_{rl}$ y que $U'_{ph} > U'_{rh}$.

2.1.2 Regla de asignación de las empresas.

Un aspecto que requiere cierta discusión es el **proceso de asignación** de trabajadores a puestos. Recuérdese que tanto la capacidad innata como el nivel de renta del individuo no son observables por las empresas, pero a éstas sólo les importa lo primero para conseguir una asignación óptima de trabajadores a puestos. Luego, tal y como se ha mencionado, las empresas los contratan, para uno u otro puesto, basándose en las conjeturas sobre su capacidad. Denótese esta conjetura con la distribución de probabilidad $\mu(ij/e)$ que asigna una probabilidad a cada uno de los tipos ij a partir del nivel de estudios observado e; por lo tanto, $(\mu(ij/e) \geq 0$ y $\mu(pl/e) + \mu(ph/e) + \mu(rl/e) + \mu(rh/e) = 1$. Se supone que las empresas prefieren contratar para los buenos puestos (aquéllos con salario alto) a los tipos de capacidad alta y, sin embargo, para los puestos con salario bajo están indiferentes entre ambos tipos de trabajadores porque son igualmente rentables. Por otra parte, se supone que la empresa decide observando el currículum de todos los candidatos.

En este trabajo no se va a formalizar con detalle el proceso de toma de decisiones de las empresas. Para simplificar el modelo se trabaja con una regla de asignación particular aunque razonable. En una primera etapa los trabajadores identificados como de capacidad alta (su currículum es totalmente informativo) son asignados a un buen puesto (siempre que haya suficientes buenos puestos) y los trabajadores identificados como de capacidad baja (l), serán asignados a los puestos con salario bajo. No obstante, tras esta primera etapa, pueden quedar puestos sin cubrir y candidatos sin contratar. En concreto, pueden existir candidatos de cuyos currículum la empresa no infiere si son de capacidad alta o baja. Contemplando esta posibilidad, la etapa anterior es racional, (es decir, asignar a los de capacidad baja a puestos malos) como se comenta a continuación, pues aumenta la probabilidad de que un tipo h, que se presenta con un currículum no informativo, sea asignado a un buen puesto.

En la segunda etapa, la empresa asigna a los candidatos que se presentan con un nivel educativo, llamémosle $\tilde{e}^*$, e infieren que con una determinada probabilidad puede ser de un tipo u otro, $(1 > \mu(ih/\tilde{e}^*) > 0)$. Estos trabajadores serán contratados en los puestos que han quedado vacantes en la etapa anterior, de modo que el salario esperado por estos trabajadores está condicionado por la proporción relativa de puestos w_r y w_p entre las vacantes. Así pues, el salario esperado por el trabajador será:

$$E[w/\tilde{e}^*] = \pi w_r + (1-\pi) w_p$$

donde π es el cociente entre el número de vacantes con w_r y el número de candidatos que han elegido $\tilde{e}^*$.

Es importante señalar que esta regla de asignación es equivalente, (desde el punto de vista del salario esperado con cada uno de los niveles de educación,) a una situación en la que las empresas fuesen colocando a sus candidatos por orden de solicitud de empleo de acuerdo a una regla de asignación aleatoria que coincidiese con las creencias de las empresas, siempre que los candidatos tengan la misma probabilidad en el orden de llegada.

Por último, es importantes destacar que la regla de asignación descrita es estable, en el sentido de que ningún trabajador puede mejorar cambiando de empresa.[1]

2.2 Definición de equilibrio.

El modelo se ha planteado como un juego de señalización. Se comienza por definir el concepto de equilibrio que se va a utilizar.

Definition 1 *El equilibrio queda caracterizado por un conjunto de niveles de educación e_{ij}, uno para cada tipo de individuo, unas creencias de las empresas y una regla de asignación, que cumplen los siguientes requisitos:*
(i) el nivel de educación e_{ij} elegido por cada familia para su hijo es óptimo dados los niveles de educación del resto de tipos, las creencias y la regla de asignación de las empresas, es decir, cada e_{ij} resuelve

$$\max_{e_{ij}} \ u(\bar{w}_i - c(e,j)) + E[w/m(e)];$$

[1] Véase Roth y Sotomayor (1990).

(ii) las creencias de las empresas en el equilibrio se derivan de los niveles de educación elegidos por las familias y utilizando la regla de Bayes donde sea posible;
(iii) las creencias de las empresas para un nivel de educación no utilizado en equilibrio (es decir, fuera de la senda de equilibro) deben asignar probabilidad cero al tipo ij si para este tipo elegir ese nivel educativo está dominado en equilibrio;
(iv) la regla de asignación de las empresas, descrita en la sección anterior, debe ser estable dadas las creencias y la elección de las familias;
(v) el nivel agregado de educación en el equilibrio es el mínimo posible consistente con (i)-(iv).

Esta definición de equilibrio se corresponde con el concepto de equilibrio bayesiano perfecto (PBE) en estrategias puras del juego de señalización particular existente en nuestro modelo, en el que el receptor (las empresas) actúan de forma pasiva. Además en el punto (iii) se ha añadido una restricción muy básica y razonable sobre las creencias fuera de la senda de equilibrio; es un requisito habitual en los juegos de señalización, inicialmente planteado por Cho y Kreps (1987), conocido como *criterio intuitivo.* Se dice que el mensaje e está *dominado en equilibrio* para el tipo ij, si la ganancia en equilibrio de la familia con un descendiente ij, es más alta que la mayor ganancia posible para ij por utilizar e. Este requisito es imprescindible porque si no fuera así existiría un gran número de equilibrios pero todos ellos basados en creencias poco razonables. Por ejemplo, es fácil comprobar que existen dos PBE que no satisfacen esa restricción. Son los que se han denominado equilibrio agrupador y universal. Para facilitar la identificación de los equilibrios y de las distintas situaciones que se analizarán posteriormente, se utiliza un vector de niveles educativos $(e_{pl}, e_{ph}, e_{rl}, e_{rh})$.

En el "equilibrio" agrupador $(0, 0, 0, 0)$, todos los tipos eligen un mismo nivel educativo, $e = 0$, (en el trabajo el nivel de educación obligatorio se ha normalizado a cero). Las empresas no obtienen ninguna información adicional que permita modificar su percepción inicial sobre la capacidad de los trabajadores. En consecuencia, los asignarán aleatoriamente a los puestos de trabajo.

En el "equilibrio" universal $(0, \hat{e}^u, \hat{e}^u, \hat{e}^u)$ todos los tipos excepto el tipo pl eligen un mismo nivel educativo; concretamente, sólo el individuo de menor capacidad y renta, pl, no se educa por encima de lo obligatorio. Como consecuencia, la empresa reconoce a este último tipo y lo asigna a un puesto con salario bajo y, por otra parte, los que se agrupan eligiendo un nivel superior al obligatorio serán contratados aleatoriamente para cubrir el resto de puestos. Tanto este equilibrio como el anterior no superan la aplicación del criterio intuitivo porque están basados en creencias poco razonables. Concretamente estos equilibrios se sostienen porque las empresas no consideran que los niveles de educación más altos sólo pueden ser seleccionados por las familias ricas con hijos de capacidad alta, porque el resto de familias estarían peor eligiendo tal nivel de educación que en sus equilibrios. Por tanto, el tipo de mayor capacidad y renta tiene fuertes incentivos a desviarse del equilibrio e intentar señalizar su tipo para garantizarse un puesto con salario alto. Si se desviase, y lograse convencer a las empresas de que es de tipo rh conseguiría un salario alto. En el Apéndice A se describen con más detalle estos dos situaciones y se demuestra que no cumplen el criterio intuitivo.

Por último, el requisito (v) garantiza que el equilibrio sea siempre el de menor coste de separación. Es posible demostrar que si un equilibrio cumple de (i) a (iv) debe satisfacer este requisito, pero estableciendo (v) como requisito, se simplifica la solución del modelo.

En el siguiente apartado se analizan los posibles equilibrios del modelo.

3 Equilibrios del modelo.

En los juegos de señalización pueden existir diferentes equilibrios en estrategias puras, que pueden clasificarse en tres categorías: separadores, agrupadores y semiagrupadores. En los *equilibrios separadores*, el nivel de educación elegido permite a las empresas inferir con exactitud la capacidad del trabajador porque cada tipo elige un nivel de educación diferente. En los *equilibrios agrupadores* las empresas son totalmente incapaces de discriminar entre los trabajadores porque, independientemente de su capacidad, todos seleccionan una misma educación. Finalmente, en los *equilibrios semiagrupadores* las empresas pueden obtener alguna información a partir del nivel de educación observado, pero no toda. Esto es debido a que individuos con idéntica capacidad eligen niveles de educación diferentes, lo que no es habitual en este tipo de modelos. Sin embargo, en el contexto descrito parece razonable pensar que individuos de capacidad baja, pero con distinto nivel de renta, no tienen porqué presentarse con el mismo nivel educativo.

Existen dos situaciones que tienen especial relevancia y que no constituyen equilibrios de este modelo. La primera de las situaciones consistiría en que sólo los individuos de familias con renta alta, independientemente de su capacidad, invierten en educación. La segunda sería la que describiría un equilibrio semejante al del modelo básico de Spence, es decir, una situación en la que únicamente los tipos de mayor capacidad, independientemente del nivel de renta de su familia, invierten en educación para señalizarse. Estas situaciones se analizan a continuación.

En la primera, los individuos de familias ricas eligen, al margen de las diferencias de capacidad, un nivel educativo superior al de las familias de menor renta; esto es un **"equilibrio" separador** por niveles de renta $(0, 0, e', e')$. Es fácil concluir que éste no puede ser un equilibrio del modelo de señalización planteado. La razón estriba en que las empresas, al observar el nivel educativo superior e', deben concluir que procede tanto de individuos de capacidad alta como baja y, en consecuencia, los asigna a los distintos puestos con base en esta percepción. Pero, nótese, que esta percepción es idéntica a la que tiene la empresa frente al nivel educativo obligatorio (con el que se presentan los de menos recursos) y, por lo tanto, los asignará de acuerdo a la misma regla de asignación. Entonces, ¿para qué se educan más los más ricos, si obtienen lo mismo?

La segunda situación planteada como potencial equilibrio es aquélla en que sólo invierten en educación los individuos de mayor capacidad, es decir, un **"equilibrio" separador** $(0, e'', 0, e'')$. Recuérdese que en el modelo básico de Spence con dos tipos, en equilibrio, los trabajadores de capacidad alta invierten en educación y los de baja no. Una traslación directa a este modelo, implicaría que los tipos ph y rh se educan por encima del nivel obligatorio y los tipos pl y rl no. Curiosamente, éste no es un equilibrio del modelo aquí planteado. Para que este equilibrio existiese, dadas unas ganancias por señalizar la capacidad (frente a cursar la enseñanza obligatoria), deberían cumplirse dos condiciones. Primera, las ganancias serán mayores que las pérdidas de utilidad para las familias con hijos de capacidad alta. Segunda, las ganancias serán menores que las pérdidas de utilidad para las familias con hijos de capacidad baja. Estas dos condiciones no se cumplen bajo el supuesto (3).

El motivo de la no existencia del equilibrio separador es que el máximo nivel educativo que está dispuesto a financiar la familia de renta baja a un hijo de capacidad alta, dadas unas ganancias, es menor que el nivel que debería alcanzar para que el individuo de capacidad baja, pero de familia con renta alta, tenga incentivos a imitarle. Obsérvese que la pérdida de utilidad de la familia por financiar un gasto en educación $c(e, j)$, puede escribirse como

$$u(\bar{w}_i) - u(\bar{w}_i - c(e, j)) \qquad \forall ij,$$

de donde es inmediato que $\frac{\partial}{\partial e}[u(\bar{w}_i) - u(\bar{w}_i - c(e, j))] = u'(\cdot)c_e(j) > 0$, por tanto, la pérdida de utilidad es creciente con e. Sin embargo, aunque esta pérdida es creciente, no lo es a la misma tasa para cada familia. Para analizar este último punto se calculan las siguientes derivadas:

$$\frac{\partial}{\partial w_i}[u'(\bar{w}_i - c(e, j))c_e(j)] = u''(\bar{w}_i - c(e, j))c_e(j) < 0$$

$$\frac{\partial}{\partial j}[u'(\bar{w}_i - c(e, j))c_e(j)] = u''(\bar{w}_i - c(e, j))c_j(j) + u'(\bar{w}_i - c(e, j))c_{ej}(j) < 0.$$

Por tanto, la pérdida de utilidad debido a un incremento del gasto educativo es menor para las familias de renta alta y/o con hijos de capacidad alta. No obstante, debido al supuesto $u'((\bar{w}_p - c(e, h))c_e(h) > u'((\bar{w}_r - c(e, l))c_e(l)$ la pérdida de utilidad es mayor para la familia ph de menor renta con un hijo de capacidad alta que para la familia rl de mayor renta pero con hijo de menor capacidad. El resultado es que, dada una ganancia potencial, no es posible encontrar un nivel educativo que señalice a los de mayor capacidad, cualquiera que sea el nivel de renta de la familia, que no pueda ser alcanzado (imitado) por el tipo de capacidad baja pero de familia con ingresos altos. Este último tipo está dispuesto a invertir en educación mucho más que los de renta baja. No es posible encontrar un mismo nivel educativo para los tipos más capaces, rh y ph, que evite que el tipo rl los imite.

Dado que se trabaja con equilibrios en estrategias puras, existe un número finito de posibles candidatos a equilibrio, aparte de los ya comentados, que no se exponen para no extender innecesariamente el análisis. Es fácil comprobar que existen sólo dos equilibrios, que se caracterizan a continuación. Formalmente, son equilibrios semiagrupadores y son los únicos que cumplen los requisitos planteados en la definición.[2]

3.1 Equilibrio cuasiagrupador.

En el equilibrio que se llamará **equilibrio cuasiagrupador** $(0, 0, 0, e^a_{rh})$, únicamente invierten en educación (e^a_{rh}) los individuos de mayor capacidad que pertenecen a familias de renta alta; a ningún otro tipo le compensa soportar los costes de ese nivel educativo e^a_{rh} por lo que se agrupan en torno al nivel obligatorio $(e_{rl} = e_{ph} = e_{pl} = 0)$. A este equilibrio se le denomina cuasiagrupador porque de los cuatro tipos, tres se agrupan en torno al nivel de estudios obligatorio.

El equilibrio queda caracterizado por los niveles de educación elegidos por las familias, la regla de asignación de las empresas y las creencias de estas últimas tal y como aparece en la siguiente Proposición.

Proposition 2 *Existe un equilibrio cuasiagrupador caracterizado por:*
(i) los niveles de educación elegidos por las familias

$$\begin{aligned} e_{rh} &= e^a_{rh} \\ e_{rl} &= e_{ph} = e_{pl} = 0 \end{aligned}$$

siendo e^a_{rh} *el nivel de educación que resuelve la ecuación:*

$$u(\bar{w}_r) + w^a = u(\bar{w}_r - c(e^a_{rh}, l)) + w_r; \tag{4}$$

[2] Otros autores han obtenido, aunque en contextos diferentes, equilibrios semiagrupadores o "*central pools*". Lewis y Sappington (1989) obtienen un equilibrio semiagrupador en un modelo principal-agente con incentivos contrapuestos. Green y Laffont (1990) consideran un modelo en el que un agente actúa en distintos escenarios al mismo tiempo y se enfrenta a las intervenciones de un entrante en cada uno de esos escenarios. El entrante intenta inferir la información privada a partir de las acciones de la empresa establecida. Green y Laffont consideran que el conjunto de acciones del entrante es discreto. Banks (1990) también obtiene un *central pool* en un modelo de competición electoral. Por último, Bernheim (1994) obtiene un equilibrio semiseparador en el contexto de un modelo en el que los agentes están preocupados por su estatus y éste depende de sus acciones. Obtiene un equilibrio semiagrupador porque, entre otros factores, considera que el conjunto de acciones de los agentes que tienen la información privada está acotado. El equilibrio agrupador que obtiene Giannini (1997) también está determinado porque los trabajadores pueden tener una cota superior en el nivel educativo que pueden elegir que, como se señaló en la introducción, dependería de su nivel de renta. En este capítulo se ha optado, sin embargo, por no establecer un límite superior a la educación.

(ii) las conjeturas de las empresas:

$$\mu(pl/e=0) = \frac{\delta}{1+\delta}$$
$$\mu(ph/e=0) = \frac{1-\delta}{1+\delta}$$
$$\mu(rl/e=0) = \frac{\delta}{1+\delta}$$
$$\mu(rl/0<e<e_{rh}^{a}) = 1$$
$$\mu(rh/e \geq e_{rh}^{a}) = 1;$$

(iii) la regla de asignación de las empresas:

$$m(e_{rh}^{a}) = w_r$$
$$m(0) = \pi^a w_r + (1-\pi^a) w_p = w^a \tag{5}$$

siendo $\pi^a = \frac{1-\delta}{1+\delta}$ *la probabilidad de ser asignado a un puesto con salario alto si el individuo no invierte en educación.*

Proof. Véase Apéndice B. ■

En este equilibro, de los cuatro tipos, tres no se educan por encima de lo obligatorio o, expresado en términos más formales, se agrupan eligiendo $e=0$. Por ello, las empresas pueden identificar perfectamente al tipo que invierte en educación que, como aparece en la Proposición es el tipo de mayor capacidad y renta. Por tanto, las empresas infieren correctamente la capacidad de aquéllos que eligen educarse (eligiendo e_{rh}^{a}) pero no pueden discriminar entre los que se presentan con el nivel obligatorio ($e_{rl}^{a} = e_{ph}^{a} = e_{pl}^{a} = 0$). Según el proceso de asignación planteado al principio, resulta que los primeros serán asignados a los mejores puestos y entre el resto de tipos se reparten el resto de puestos.

La representación de este equilibrio es la que se presenta en el Gráfico 2.

En el Gráfico 2 el punto elegido por los tres tipos de trabajadores que se agrupan es $e=0$ y el tipo que se separa, el de mayor capacidad y renta, elige e_{rh}^{a}. La función de trazo grueso representa el salario esperado por los trabajadores como una función del nivel de educación que eligen. Esta función debe coincidir o estar siempre por debajo de las curvas de indiferencia de los trabajadores en los puntos que los trabajadores seleccionan. Esta función está determinada por lo que los trabajadores estiman que serán las conjeturas de las empresas cuando observan un determinado nivel de educación. Según esas conjeturas, las empresas deciden una regla de asignación y es ésta la que determina el salario esperado para cada nivel de educación. Por otra parte, las creencias de las empresas al observar los niveles educativos e_{rh}^{a} y 0, deben confirmarse. Las empresas observan que realmente, hay tres tipos que se presentan con el nivel obligatorio y sólo el rh elige un nivel superior. Por ello, los salarios esperados por los trabajadores cuando eligen esos niveles de equilibrio serán w^a y w_r respectivamente, dadas las proporciones de cada uno de los cuatro tipos de

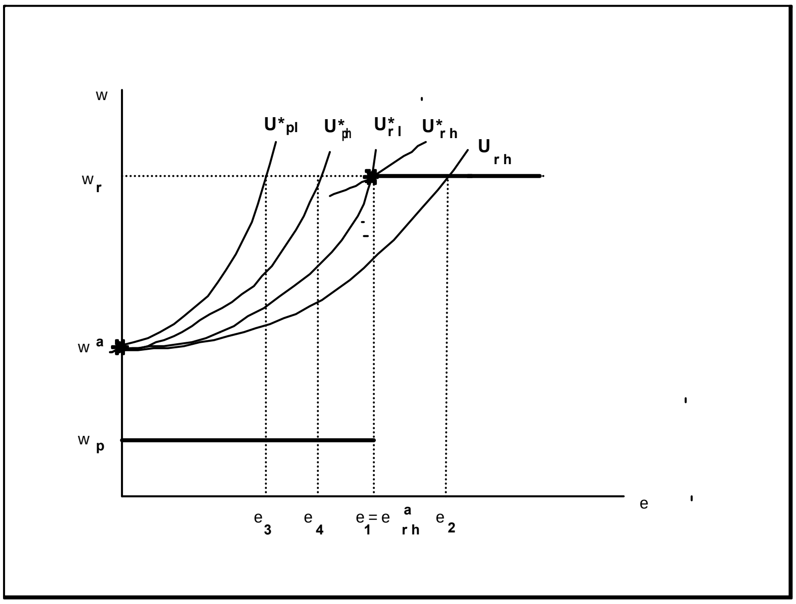

Gráfico 2: Equilibrio cuasiagrupador.

trabajadores y de puestos. Por último, se denota mediante U_{ij}^{*a} la utilidad que una familia de tipo ij obtiene en el equilibrio cuasiagrupador.

A continuación, se analizan algunos aspectos interesantes de este equilibrio. En primer lugar, obsérvese que el nivel de educación con que se presenta el individuo de capacidad alta y de familia con renta alta e_{rh} es justo el nivel de educación que deja indiferente a su inmediato competidor (tipo rl) entre no invertir en educación y educarse (imitando al rh) para conseguir w_r; esto es

$$U_{rl}^{a*}(0, w^a) = U_{rl}(e_{rh}^a, w_r), \tag{6}$$

que puede reescribirse como (4)

$$u(\bar{w}_r) + w^a = u(\bar{w}_r - c(e_{rh}^a, l)) + w_r.$$

Por tanto, en este modelo el inmediato competidor del tipo que se separa es un individuo con menor capacidad pero perteneciente a una familia con el mismo nivel de renta.

En segundo lugar, obsérvese que este equilibrio se sostiene porque las empresas creen que un nivel educativo inferior al máximo, ($e \in (0, e_{rh}^a)$), sólo podría ser elegido por un individuo rico de capacidad baja. Estas creencias están justificadas porque tal y como puede comprobarse en el Gráfico, los niveles de educación superiores a e_3^a están dominados en equilibrio para el tipo pl (porque eligiendo uno de esos niveles aunque le pagasen lo máximo, w_r, estaría peor que en equilibrio). Del mismo modo, los niveles superiores a e_4^a están dominados en equilibrio para el tipo ph; los niveles superiores a e^a_{rh} están dominados en equilibrio para el tipo rl (véase expresiones 17 y 18) y, por último, los niveles superiores a e^a_2 están dominados en equilibrio para cualquier tipo por lo que cualquier creencia puede ser razonable. Por tanto, las creencias que soportan este equilibrio nunca otorgan una probabilidad positiva a que un tipo elija un nivel de educación dominado en equilibrio, es decir, cumplen el requisito (iii) de equilibrio.

3.2 Equilibrio cuasiseparador.

En el equilibrio que se llamará cuasiseparador $(0, \tilde{e}^c, \tilde{e}^c, e^c_{rh})$ se observan tres niveles de educación. El nivel educativo más alto e^c_{rh} es el elegido por los tipos de mayor capacidad y renta; el intermedio $\tilde{e}^c$ es el elegido por los tipos rl y ph y, por último, la enseñanza obligatoria es el nivel de los individuos de menor capacidad y renta ($e_{pl} = 0$). Este equilibrio se le denomina cuasiseparador porque existiendo cuatro tipos, se observan tres niveles de educación.

La caracterización y existencia del equilibrio cuasiseparador se presenta en la siguiente Proposición.

Proposition 3 *Existe un equilibrio cuasiseparador caracterizado por:*
(i) los niveles de educación elegidos por las familias

$$\begin{aligned} e_{rh} &= e^c_{rh} \\ e_{rl} &= e_{ph} = \tilde{e}^c \\ e_{pl} &= 0 \end{aligned}$$

siendo e^c_{rh} y $\tilde{e}^c$ los niveles de educación que resuelven:

$$u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, l)) + w^c = u(\bar{w}_r - c(e^c_{rh}, l)) + w_r \tag{7}$$

$$u(\bar{w}_p) + w_p = u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, l)) + w^c; \tag{8}$$

(ii) las conjeturas de las empresas en el equilibrio:

$$\begin{aligned} \mu(pl/0 &\leq e < \tilde{e}^c) = 1 \\ \mu(ph/e &= \tilde{e}^c) = 1 - \delta \\ \mu(rl/e &= \tilde{e}^c) = \delta \\ \mu(rl/\tilde{e}^c &< e < e^c_{rh}) = 1 \\ \mu(rh/e &\geq e^c_{rh}) = 1, \end{aligned}$$

(iii) la regla de asignación de las empresas:

$$\begin{aligned} m(e^c_{rh}) &= w_r \\ m(\tilde{e}^c) &= \pi^c w_r + (1 - \pi^c) w_p = w^c \\ m(0) &= w_p. \end{aligned} \tag{9}$$

siendo $\pi^c = 1 - \delta$ la probabilidad de ser asignado a un puesto con salario alto si el individuo no invierte en educación.

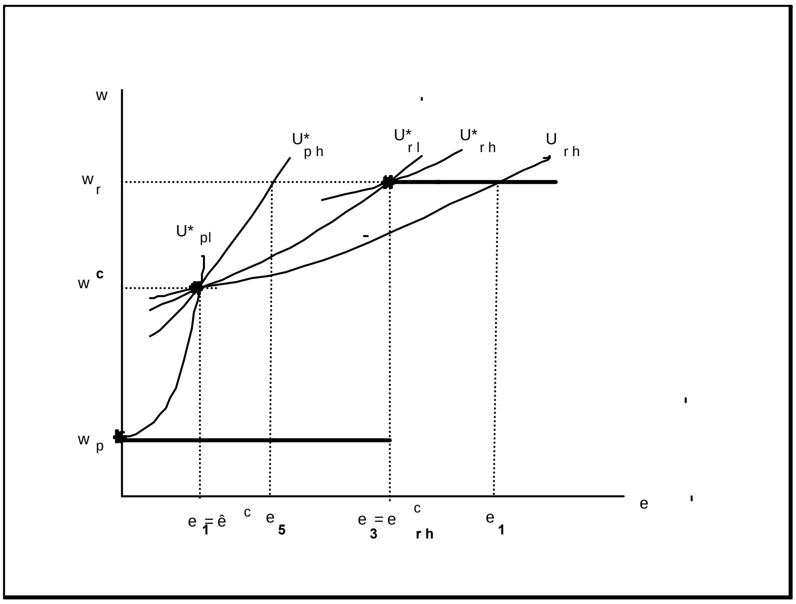

Gráfico 3: Equilibrio cuasiseparador.

Proof. Véase Apéndice C. ■

El equilibrio aparece representado en el Gráfico 3.

El **equilibrio cuasiseparador** $(0, \tilde{e}^c, \tilde{e}^c, e^c_{rh})$ consiste en que (i) los individuos de mayor capacidad y renta rh eligen un nivel suficientemente alto como para que las empresas los identifiquen y, en consecuencia, los asignen a un puesto con salario alto w_r; (ii) los individuos de menor capacidad y renta, pl, no invierten en educación, por lo que serán asignados a los puestos con w_p y, por último, (iii) los tipos intermedios ph y rl (de familias con ingresos altos e hijo de capacidad baja y familias ingresos bajos e hijo de capacidad alta, respectivamente) eligen un nivel intermedio de educación, y ocuparán aleatoriamente los restantes puestos.

Un aspecto interesante, que ya ha aparecido en el equilibrio cuasiagrupador, es que el tipo con mayor habilidad y renta rh se educa lo suficiente como para desmarcarse del tipo con su misma renta pero de menor habilidad; con otras palabras, su inmediato competidor es el tipo rl. En el Gráfico es fácil comprobar que e^c_{rh} es justo el nivel educativo que resuelve:

$$U^{*c}_{rl}(\tilde{e}^c, w^c) = U_{rl}(e^c_{rh}, w_r). \tag{10}$$

que puede reescribirse como (7)

$$u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, l)) + w^c = u(\bar{w}_r - c(e^c_{rh}, l)) + w_r.$$

El tipo rl para evitar que las empresas lo identifiquen (lo que conllevaría ser asignado a un puesto w_p), elige el mismo nivel que el tipo de capacidad alta y renta baja. En estas circunstancias, tal nivel educativo $\tilde{e}^c$ no sirve para informar a las empresas sobre la capacidad de los trabajadores. Obsérvese en el Gráfico 3, que este nivel intermedio es justo el que permite a estos tipos intermedios no ser imitados por el tipo de menor capacidad y renta:

$$U_{pl}^{c*}(0, w_p) = U_{pl}(\tilde{e}^c, w^c) \tag{11}$$

que puede reescribirse como (8)

$$u(\bar{w}_p) + w_p = u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, l)) + w^c.$$

Como consecuencia de todo lo anterior, los niveles educativos superior e inferior conservan su poder informativo.

Con respecto a las creencias de las empresas, nótese que si la empresa observase un nivel educativo próximo al máximo e_{rh}^c (concretamente $e \in (\tilde{e}^c, e_{rh}^c)$), pensaría que está frente a un tipo rico pero de capacidad baja: es el único tipo, a parte del rh, para el que no está dominado en equilibrio enviar esos niveles de educación. Ninguno de los de renta baja estaría mejor en esa situación que en el equilibrio.

4 Equilibrio socialmente estable.

Los dos equilibrios descritos suponen situaciones relativamente diferentes de la sociedad; en este apartado, se analiza la estabilidad de dichos equilibrios. Como paso previo es necesario comparar las utilidades obtenidas en cada equilibrio por los distintos tipos de familia.

Lemma 4 *(i) Si $e_{rh}^a < e_{rh}^c$ la utilidad de todos los tipos de familia en el equilibrio cuasiagrupador es superior a la obtenida en el cuasiseparador, es decir,*

$$U_{ij}^{*a} > U_{ij}^{*c} \qquad \forall ij;$$

(ii) si $e_{rh}^a > e_{rh}^c$ la utilidad de las familias de renta alta con hijos de capacidad alta es mayor en el equilibrio cuasiseparador, es decir,

$$U_{rh}^{*c} > U_{rh}^{*a}.$$

Proof. *Si $e_{rh}^a < e_{rh}^c$, (en adelante caso A) se obtienen los siguientes resultados.*

- $U_{rh}^{*a}(e_{rh}^a, w_r) > U_{rh}^c(e_{rh}^c, w_r)$.
- $U_{rl}^{*a}(0, w^a) > U_{rl}^c(\tilde{e}^c, w^c)$. Para demostrarlo recuérdense dos igualdades que se verifican en ambos equilibrios: (i) en el equilibrio cuasiagrupador el

tipo rl elige justo el nivel que lo deja indiferente entre agruparse en torno a $e = 0$ y e^a_{rh}, con sus correspondientes pagos; esto es:

$$U^{*a}_{rl}(0, w^a) = U_{rl}(e^a_{rh}, w_r);$$

(ii) en el equilibro cuasiseparador el tipo rl está indiferente entre $\tilde{e}^c$ y e^c_{rh} con sus correspondientes pagos:

$$U^{*c}_{rl}(\tilde{e}^c, w^c) = U_{rl}(e^c_{rh}, w_r).$$

Estas igualdades pueden reescribirse como:

$$U^{*a}_{rl}(0, w^a) = u(w_r - c(e^a_{rh},\ l)) + w_r$$

y

$$U^{*c}_{rl}(\tilde{e}^c, w^c) = u(w_r - c(e^c_{rh},\ l)) + w_r,$$

y como $u(w_r - c(e^a_{rh},\ l)) + w_r > u(w_r - c(e^c_{rh},\ l)) + w_r$ necesariamente el tipo rl está mejor en el cuasiagrupador $U^{*a}_{rl}(0, w^a) > U^{*c}_{rl}(\tilde{e}^c, w^c)$.

- $U^{*a}_{ph}(0, w^a) > U_{ph}(\tilde{e}^c, w^c)$. Cuando la utilidad del tipo rl es superior en el equilibrio cuasiagrupador resulta que

$$U_{rl}(\tilde{e}^c, w^c) < U^{*a}_{rl}(0, w^a).$$

Se define un nivel educativo e' tal que:

$$U_{rl}(0, w^a) = U_{rl}(e', w^c)$$

y resulta que

$$U_{rl}(\tilde{e}^c, w^c) < U_{rl}(e', w^c)$$

de donde claramente se deduce que $e' < \tilde{e}^c$.

Se define un nivel educativo $\bar{e}$ tal que:

$$U^{*a}_{ph}(0, w^a) = U_{ph}(\bar{e}, w^c)$$

y tendríamos que $\bar{e} < e'$ por el supuesto establecido sobre las pendientes de las curvas de indiferencia. Como consecuencia, considerando la definición de $\bar{e}$ ($U^{*a}_{ph}(0, w^a) = U_{ph}(\bar{e}, w^c)$) y que $\bar{e} < e' < \tilde{e}^c$ entonces

$$U_{ph}(\bar{e}, w^c) > U_{ph}(\tilde{e}^c, w^c)$$

y dado que $U^{*a}_{ph}(0, w^a) = U_{ph}(\bar{e}, w^c)$, esta desigualdad se puede reescribir como

$$U^{*a}_{ph}(0, w^a) > U_{ph}(\tilde{e}^c, w^c)$$

que es lo que se quería demostrar.

- $U_{pl}^{*a}(0, w^a) > U_{pl}^c(0, w_p)$. Para este tipo es obvio que prefiere el equilibrio cuasiagrupador porque el salario esperado es mayor.

Por último, cuando $e_{rh}^a > e_{rh}^c$ (en adelante caso B) es obvio que la utitilidad del tipo rh será mayor en el cuasiseparador. ■

Para analizar qué equilibro es más estable no se planteará una dinámica explícita. En su lugar, y en línea con la literatura de refinamientos, trataremos de descubrir alguna condición mínima o necesaria que debería cumplir un equilibrio para que sea considerado estable. Para ello pensemos que la sociedad se encuentra inicialmente en uno de los equilibrios. Supongamos que aparecen en la población niveles de educación con probabilidad cero en dicho equilibrio pero que tienen probabilidad positiva en el otro. Supongamos, además, que el tipo o tipos de familias que elegirían dicho nivel de educación en el segundo equilibrio, obtienen una mayor utilidad en éste que en el primero (si las empresas los reconocen).

Si esto es así, y exigimos que las empresas busquen explicaciones "consistentes" de la posibles desviaciones de un equilibrio, está claro que el segundo equilibrio desestabilizaría al primero. En todo caso y como mínimo, podemos afirmar que el primero es inestable.

Si, por el contrario, los niveles de educación que no son utilizados en un equilibrio pero sí lo son en el otro (por lo que se dispone entonces, en caso de observarlos, de una explicación consistente), proporcionaran una utilidad menor para los tipos que los utilizan, concluiríamos que el primero no es desestabilizado por el segundo.

En definitiva, imaginemos que uno de los equilibrios no es "desestabilizado" por el otro y, en cambio, este último (si fuera la situación inicial de la sociedad) es "desestabilizado" por el primero. Entonces se concluiría que el equilibrio socialmente estable es el primero.

A modo de ilustración, supóngase que la sociedad se encuentra en el equilibrio cuasiseparador, de modo que la empresa prevé observar los niveles del equilibrio cuasiseparador, ¿qué debería creer la empresa si, no obstante, observase un nivel educativo diferente como e_{rh}^a? Nótese que e_{rh}^a no es un nivel de educación cualquiera. Es, precisamente, un nivel educativo que sí es enviado, en otro equilibrio, por un tipo concreto de trabajador. La empresa podría razonablemente pensar que e_{rh}^a está siendo enviado por el tipo rh, que prefiere el equilibrio cuasiagrupador (véase Lema 2.1), y podría intentar "provocar" ese equilibrio. Ahora bien, si esta fuese la creencia de la empresa, la mejor respuesta de este tipo ya no es e_{rh}^c sino que es e_{rh}^a. Por otra parte, una conclusión totalmente diferente resulta si el tipo de economía conduce al caso B. En este caso, la empresa aunque observase e_{rh}^a no tiene sentido que considere que el tipo rh se está desviando para "provocar" tal equilibrio porque, en el caso B, el tipo de renta y capacidad alta prefiere el nivel de educación e_{rh}^c. Ciertamente, en el caso B, el equilibrio cuasiseparador parece más estable que en el caso A.

El razonamiento anterior es muy semejante a la lógica subyacente en el refinamiento propuesto por Mailath, Okuno-Fujiwara y Postlewaite (1993) consistente en el "equilibrio no derrotado" (*undefeated equilibrium*). Por esta razón, se recurre a dicho refinamiento para discernir formalmente cual es el equilibrio socialmente estable (en adelante, ESE).

Definition 5 *Se dice que un PBE, E^*, es derrotado por un PBE, E^{**}, si existiese un nivel de educación e_{ij}^{**} no escogido en el equilibrio E^* pero sí en el E^{**} por uno o más tipos para los que, precisamente el equilibrio alternativo, E^{**}, es preferido al equilibrio propuesto, E^*. El equilibrio E^* resultará derrotado si al ajustar las creencias, en el sentido de considerar que el mensaje e_{ij}^{**} proviene de los tipos que lo envían en el equilibrio E^{**}, dicha creencia no sostiene el equilibrio. Un PBE es un equilibrio no derrotado cuando ningún otro PBE lo derrota.*

Aplicando este refinamiento a los dos equilibrios existentes, se obtiene el resultado que se presenta en el siguiente Lema.

Lemma 6 *El equilibrio cuasiagrupador es el equilibrio socialmente estable cuando $e_{rh}^c > e_{rh}^a$, mientras que el equilibrio cuasisepador es el equilibrio socialmente estable cuando $e_{rh}^c < e_{rh}^a$.*

Proof.

- Caso A: $e_{rh}^c > e_{rh}^a$.

En primer lugar se comprueba que el equilibrio cuasiseparador es derrotado por el cuasiagrupador. Para ello se escoge un nivel de educación que es enviado en el cuasiagrupador pero no en el cuasisepador, en concreto, e_{rh}^a. Debido a que $U_{rh}(e_{rh}^a, w_r) > U_{rh}(e_{rh}^c, w_r)$, las creencias de las empresas deben ajustarse y considerar que $\mu(rh/e_{rh}^a) = 1$. Ahora bien, con estas creencias el equilibrio cuasisepador no se mantiene porque para el tipo rh ya no es mejor respuesta enviar e_{rh}^c sino enviar e_{rh}^a (es menos costoso y obtiene lo mismo, w_r).

En segundo lugar, se comprueba que en el caso A el equilibrio cuasiagrupador no es derrotado por el cuasisepador. Tomemos $\tilde{e}^c$ o e_{rh}^c no enviados en el equilibrio cuasiagrupador. Por resultados anteriores se conoce que este equilibrio no es preferido por ningún tipo (véase Lema 2.1) en el que se obtuvo que $U_{rh}^{*a}(e_{rh}^a, w_r) > U_{rh}(e_{rh}^c, w_r)$, $U_{rl}^{*a}(0, w^a) > U_{rl}(\tilde{e}^c, w_p^c)$, y $U_{ph}^{*a}(0, w^a) > U_{ph}(\tilde{e}^c, w^c)$) por lo que no puede seguirse con la argumentación. No es necesario revisar las creencias que sostienen el equilibrio cuasiagrupador.

- Caso B: $e_{rh}^c < e_{rh}^a$.

En primer lugar, se comprueba que el equilibrio cuasiseparador derrota al cuasiagrupador. Obsérvese que e_{rh}^c es un mensaje no enviado en el equilibro cuasiagrupador y que proporciona más utilidad al tipo rh que enviar e_{rh}^a; esto es, $U_{rh}(e_{rh}^a, w_r) < U_{rh}(e_{rh}^c, w_r)$ por lo que las creencias de las empresas si observasen e_{rh}^c deberían ser $\mu(rh/e_{rh}^c) = 1$. Pero entonces el equilibrio cuasiagrupador no se sostiene porque la mejor respuesta para rh es escoger e_{rh}^c. El equilibrio cuasiagrupador ha sido derrotado. Por último, resta comprobar que lo contrario no es cierto, es decir, que el equilibrio cuasiseparador no es derrotado por el cuasiagrupador. Esto no ocurre porque el único nivel de educación que no se espera en el equilibrio cuasiseparador pero sí en el cuasiseparador es e^a_{rh} y dado que $U_{rh}(e^a_{rh}, w_r) < U_{rh}(e^c_{rh}, w_r)$ en la Sociedad B, las creencias de las empresas que sostienen el equilibrio cuasiseparador no deben revisarse. ■

Luego, para diferentes condiciones sobre los parámetros del modelo $(w_r, w_p, \delta, U(\cdot))$ se obtendría que $e^a_{rh} > e^c_{rh}$ o bien $e^a_{rh} < e^c_{rh}$, es decir, las condiciones de la sociedad que conducirían al equilibrio cuasiseparador o al cuasiagrupador como equilibrio socialmente estable. Bajo determinadas características de la función de utilidad, estas condiciones se presentan en la siguiente Proposición.

Proposition 7 *Suponiendo que $U(\cdot)$ presenta aversión al riesgo absoluta constante, el equilibrio socialmente estable de la economía es*
(i) el equilibrio cuasiagrupador, cuando

$$\begin{cases} \delta \in (0,1) \; si \; \frac{U'(\bar{w}_p)}{U'(\bar{w}_r)} < 2 \\ \delta \in (0,\bar{\delta}) \; si \; \frac{U'(\bar{w}_p)}{U'(\bar{w}_r)} > 2, \end{cases}$$

(ii) el equilibrio cuasiseparador, cuando

$$\delta \in [\bar{\delta}, 1) \; si \; \frac{U'(\bar{w}_p)}{U'(\bar{w}_r)} > 2,$$

siendo $\bar{\delta}$ el valor crítico que resuelve el sistema

$$u(\bar{w}_r) + w^a = u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l)) + w^c \quad (12)$$
$$u(\bar{w}_p) + w_p = u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l)) + w^c \quad (13)$$

y los salarios w^a y w^c vienen dados por (5) y (9).

Proof. Véase Apéndice D. ■

Obsérvese que la situación descrita en (i) se corresponde a una sociedad en que no existe "mucha" disparidad salarial, o en la que existiendo tal disparidad, el porcentaje de puestos con salario bajo es menor que un determinado nivel crítico $\bar{\delta}$. Las situación descrita en (ii) se corresponde a una sociedad con suficiente disparidad salarial y una proporción de puestos con salario bajo superior a un determinado valor crítico $\bar{\delta}$. Con la intención de facilitar la exposición, en ocasiones se denominará "Sociedad B" a esta útima situación, y a las situaciones recogidas en (i) como "Sociedad A".

Por lo tanto, dependiendo de las características de la sociedad, los individuos eligen unos niveles de educación que revelan más o menos información al empresario, es decir, el equilibrio socialmente estable es el equilibrio cuasiseparador o el equilibrio cuasiagrupador. En concreto, se pueden distinguir tres situaciones.

En una sociedad en la que las rentas de las familias no son demasiado dispares $(\frac{U'(\bar{w}_r)}{U'(\bar{w}_p)} > 1/2)$ se produce un equilibrio cuasiagrupador independientemente de la estructura de puestos. Cuando no existe mucha disparidad en el nivel de renta, tampoco existen muchas diferencias en el nivel educativo que uno y otro tipo de familias pueden financiar, lo que implica que son necesarios niveles educativos más altos, en relación a cuando esto no ocurre, para desmarcarse de los competidores. El resultado es que la utilidad de todas las familias es mayor cuando son pocos los individuos que invierten en educación señalizadora.

En una sociedad con una disparidad de rentas suficiente ($\frac{U'(\bar{w}_r)}{U'(\bar{w}_p)} < 1/2$) y con una proporción de puestos con salario bajo superior a $\bar{\delta}$ se produce un equilibrio cuasiseparador. Los dos tipos intermedios se separan del de menor capacidad y renta y, a su vez, el tipo de mayor capacidad y renta se separa de estos tipos intermedios.

En una sociedad en la que la disparidad es elevada ($\frac{U'(\bar{w}_r)}{U'(\bar{w}_p)} < 1/2$) pero la proporción de puestos con salario bajo es inferior a $\bar{\delta}$ se produce un equilibrio cuasiagrupador. Sólo invierte por encima del nivel educativo obligatorio el tipo de mayor capacidad y renta porque al resto de tipos, aun sin invertir en educación, tienen una probabilidad elevada de conseguir un buen puesto.

En el siguiente apartado se analizan cada uno de estos tipos de sociedad desde distintos puntos de vista.

5 Nivel educativo, eficiencia asignativa y movilidad intergeneracional.

En este apartado se comparan, en primer lugar, los salarios esperados y los niveles educativos que cada tipo de trabajador obtiene en cada uno de los equilibrios y, en segundo lugar, se comparan los equilibrios desde el punto de vista de la eficiencia asignativa y de la movilidad intergeneracional.

5.1 Niveles educativos y salarios.

Desde el punto de vista de los salarios, el aspecto más interesante es que en ambos equilibrios el tipo de mayor capacidad y renta, dado que elige un nivel de educación disuasorio para cualquier otro tipo, es identificado y, en consecuencia, consigue un puesto con salario alto. Sin embargo, el resto de tipos no obtienen los mismos salarios en uno y otro equilibrio. Como regla nemotécnica, se utiliza un vector de salarios $(w_{pl}, w_{ph}, w_{rl}, w_{rh})$ para cada equilibrio. Así pues, recuérdese que los salarios en el equilibrio cuasiagrupador y cuasiseparador son (w^a, w^a, w^a, w_r) y (w_p, w^c, w^c, w_r), respectivamente (véase Proposición 2.1 y 2.2).

Los tipos intermedios (rl y ph) perciben un salario superior en el equilibrio cuasiseparador, en el que se desmarcan del tipo de menor capacidad y renta; el salario con el nivel intermedio $\tilde{e}^c$ es superior al salario en el equilibrio cuasiagrupador (en el que estos tipos se agrupan con el pl eligiendo $e = 0$). La diferencia entre ambos salarios es

$$w^c - w^a = \frac{(1-\delta)\delta}{1+\delta}(w_r - w_p) > 0$$

donde se han sustituido los salarios w^c y w^a de (9) y (5). La razón es la siguiente: en ambos equilibrios los individuos que se agrupan compiten por $\frac{(1-\delta)}{2}$ puestos con w_r pero en el cuasiseparador sólo compiten por ellos los tipos rl y ph mientras que en el semiagrupador compiten los tipos rl, ph y pl por lo que la probabilidad de conseguir un buen puesto es mayor en el cuasiseparador Además, esta diferencia se acrecienta o disminuye dependiendo del valor de δ :

$$\frac{\partial}{\partial \delta}\left(w^c - w^a\right) = \left(w_r - w_p\right)\left(\frac{1-2\delta-\delta^2}{(1+\delta)^2}\right)\left\{\begin{array}{l} > 0 \text{ si } \delta < 0.41 \\ < 0 \text{ si } \delta > 0.41 \end{array}\right. .$$

A continuación se analizan los determinantes de los niveles de educación escogidos por las familias. En primer lugar, se estudia la relación entre el nivel de educación elegido por los individuos y la estructura de puestos de trabajo. En segundo lugar se comparan los niveles educativos en el equilibrio cuasiagrupador y cuasiseparador, $(0,0,0,e^a_{rh})$ y $(0,\tilde{e}^c,\tilde{e}^c,e^c_{rh})$.

El nivel educativo del tipo de mayor capacidad y renta, en ambos equilibrios, es mayor cuanto más escasos sean los puestos con salario alto, es decir,

$$\frac{de^a_{rh}}{d\delta} > 0, \frac{de^c_{rh}}{d\delta} > 0. \tag{14}$$

Por el contrario, el nivel educativo elegido por los tipos que se agrupan en el cuasiseparador, ph y rl, es menor cuanto más escasos sean los puestos con salario alto:

$$\frac{d\tilde{e}^c}{d\delta} < 0. \tag{15}$$

Para explicar el signo de esta derivadas es útil analizar las ecuaciones que caracterizan implícitamente e^a_{rh}, e^c_{rh} y $\tilde{e}^c$, (4), (7) y (8), respectivamente. Como se ha aclarado en el apartado anterior, cada una de ellas determina cada uno de los niveles de educación de equilibrio como aquél que deja indiferente a su inmediato seguidor entre su nivel de educación de equilibrio o imitarlo. Así, la respuesta de cada uno de estos niveles de educación de equilibrio ante variaciones de δ dependerá, lógicamente, de cómo cambian los incentivos de los inmediatos competidores cuando δ cambia. Estas ecuaciones (4), (7) y (8) se pueden reescribir como:

$$\begin{aligned} u(\bar{w}_r) - u(\bar{w}_r - c(e^a_{rh}, l) &= w_r - w^a \\ u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, l)) - u(\bar{w}_r - c(e^c_{rh}, l)) &= w_r - w^c \\ u(\bar{w}_p) - u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, l)) &= w^c - w_p \end{aligned}$$

La parte izquierda de estas ecuaciones recoge la pérdida de utilidad por el menor consumo que implica imitar al siguiente tipo, mientras que la parte derecha es la ganancia esperada de imitarlo. Lo que condiciona el signo de las derivadas es cómo varía la ganancia esperada de un competidor cuando la distribución de puestos cambia.

El signo positivo de la derivada $\frac{de^a_{rh}}{d\delta}$ es debido a que cuanto más escasos sean los buenos puestos, menor es el salario w^a y, como consecuencia, más incentivos tienen los tipos de renta alta pero capacidad baja a imitar al de renta y capacidad alta. Esto obliga a este último a defenderse con niveles de educación mayores a medida que los puestos buenos son más escasos.

La derivada $\frac{d\tilde{e}^c}{d\delta}$ es negativa, lo que significa que el nivel intermedio elegido en el equilibrio cuasiseparador es decreciente con δ. La razón es que cuanto mayor es δ, es decir, más puestos con salario bajo existen, menor es el salario esperado de los que se agrupan en $\tilde{e}^c$ y, por tanto, menos atractivo le resulta al tipo pl imitar a los que se agrupan en $\tilde{e}^c$. Como consecuencia, el nivel elegido por éstos para separarse disminuye.

La derivada $\frac{de^c_{rh}}{d\delta}$ es positiva. Sin embargo, obsérvese que el cambio en δ provoca dos efectos sobre los incentivos del tipo rl: un efecto directo sobre los incentivos a imitar al tipo rh y un efecto indirecto a través del cambio en el nivel de educación $\tilde{e}^c$ provocado por el cambio de δ y los cambios que esto provoca en los incentivos a imitar del tipo pl. La fórmula de esta derivada es

$$\frac{de^c_{rh}}{d\delta} = -\frac{-(w_r - w_p) + U'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l))(-1)c_e(l)\frac{d\tilde{e}}{d\delta}}{U'(\bar{w}_r - c(e^c_{rh}, l))c_e(l)} > 0.$$

Esta derivada puede expresarse también como

$$\frac{de^c_{rh}}{d\delta} = \frac{(w_r - w_p)\left(1 - \frac{U'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l))}{U'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l))}\right)}{U'(\bar{w}_r - c(e^c_{rh}, l))c_e(l)}.$$

Obviamente, dado que $\frac{U'(\bar{w}_r)}{U'(\bar{w}_p)} < 1$ el signo de la derivada es positivo. Ahora bien, su magnitud depende de si $\frac{U'(\bar{w}_r)}{U'(\bar{w}_p)}$ es mayor o menor que $\frac{1}{2}$. Por ejemplo, si es mayor, el efecto indirecto es alto por lo que el efecto total es relativamente pequeño.

En segundo lugar, se aborda la comparación de los niveles educativos. En el Gráfico 4 se representan en el espacio (e, δ) los dos casos caracterizados en la Proposición 2.3. El primer caso, $\frac{U'(\bar{w}_r)}{U'(\bar{w}_p)} > 1/2$, aparece representado en (a) y el segundo, $\frac{U'(\bar{w}_r)}{U'(\bar{w}_p)} < 1/2$, en (b). Para representar la situación con más disparidad hay que pensar que la mayor disparidad, con respecto a la otra situación, puede aparecer porque las familias pobres tengan menos renta, las ricas más, o ambas cosas. En el Gráfico (b) la situación $\frac{U'(\bar{w}_r)}{U'(\bar{w}_p)} < 1/2$ refleja una situación en la que las familias pobres tienen menos renta que en la situación $\frac{U'(\bar{w}_r)}{U'(\bar{w}_p)} > 1/2$.

A la vista de dicho gráfico resulta fácil interpretar los resultados del apartado anterior. En ese apartado se ha demostrado que, dependiendo de las características de la sociedad, los individuos eligen unos niveles de educación que revelan más o menos información al empresario, es decir, el ESE es el equilibrio cuasiseparador o el cuasiagrupador. En concreto, se pueden distinguir tres situaciones.

Primera, los puestos buenos (y, por tanto, las familias ricas) son relativamente abundantes ($\delta \in (0, \bar{\delta})$). En esta situación el ESE es el equilibrio cuasiagrupador, de modo que sólo los individuos ricos de capacidad alta invierten en

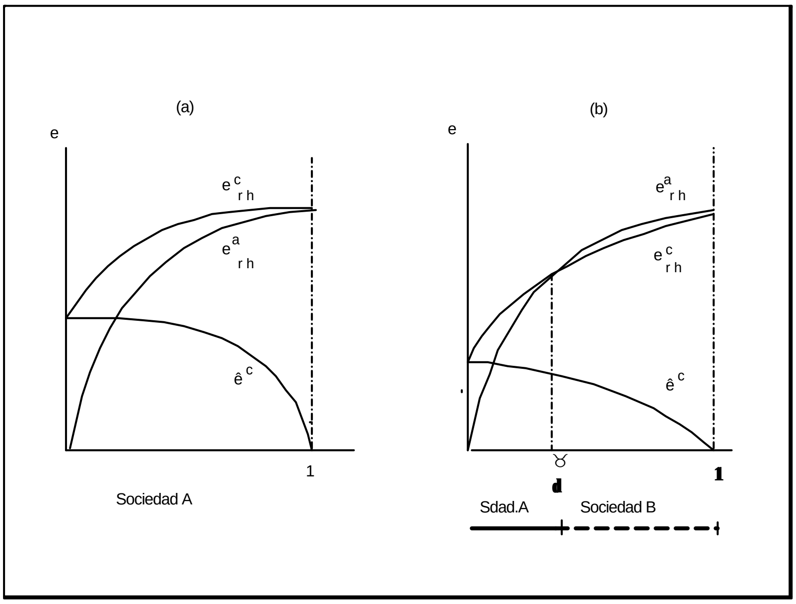

Gráfico 4: Comparación de los niveles educativos.

educación señalizadora. El motivo por el que el equilibrio cuasiseparador no es estable es el siguiente: cuando los puestos buenos son abundantes, la diferencia en el salario esperado para el tipo de menor capacidad y renta entre ser identificado e imitar a sus competidores es máxima. En esta situación, con ese nivel intermedio de educación $\tilde{e}^c$, la probabilidad de conseguir un buen puesto es muy alta y la diferencia $w^c - w_p$ es máxima. La consecuencia es que si los tipos intermedios se quieren desmarcar, sería precisamente en estas circunstancias cuando lo tendrían que hacer con un nivel educativo más alto. Así, si se compara esta situación $(0, \tilde{e}^c, \tilde{e}^c, e^c_{rh})$ con una en la que estos tres tipos se eduquen justo lo obligatorio $(0, 0, 0, e^a_{rh})$ y consigan con muy alta probabilidad un puesto bueno (w^a cercano a w_r), su utilidad será mayor en esta última. Esto es justo lo que ocurre, tal y como se ha presentado en el Lema 2.1. Además, claramente el tipo de mayor capacidad y renta también está mejor porque educándose menos ($e^a_{rh} < e^c_{rh}$) tiene garantizado un buen puesto. En definitiva, cuando los puestos buenos son muy abundantes, sólo compensa a los tipos de mayor capacidad y renta invertir en educación porque el resto de tipos, aunque no lo hagan, tienen una probabilidad muy alta de conseguir un buen puesto.

En la segunda situación existen suficientes puestos con salario bajo ($\delta \in [\bar{\delta}, 1)$) y puede existir poca o mucha disparidad en la renta de las familias ($\frac{U'(\bar{w}_r)}{U'(\bar{w}_p)} > 1/2, \frac{U'(\bar{w}_r)}{U'(\bar{w}_p)} < 1/2,$). En el primer caso, también el ESE es el equilibrio cuasiagrupador. La diferencia con respecto a la situación anterior es que en esta sociedad se observarán menos individuos que se eduquen por encima de lo obligatorio porque hay menos familias de renta alta pero su nivel educativo es superior.

Por último, si existe suficiente disparidad en la renta de las familias ($\frac{U'(\bar{w}_r)}{U'(\bar{w}_p)} < 1/2$) el ESE será el equilibrio cuasiseparador.

El motivo de porqué cuando los puestos buenos ya no son tan abundantes es la disparidad de rentas la que condiciona cual es el equilibrio socialmente estable se expone a continuación. A medida que los puestos buenos se van haciendo más escasos, a los tipos de menor capacidad y renta les "interesa" menos imitar a los tipos intermedios (si estamos considerando el equilibrio cuasiseparador) y eso permite a estos últimos desmarcarse con niveles educativos menores que cuando dichos puestos son abundantes. Si, además, la renta de las familias pobres es muy baja en términos relativos, el nivel intermedio que disuade al tipo de menor capacidad y renta es bajo ($\tilde{e}^c$ bajo); entonces, aunque el salario esperado es menor (porque al ser los puestos buenos más escasos, w^c disminuye), también separarse es menos costoso para los tipos rl y ph. Esto hace que estos individuos prefieran el equilibrio cuasiseparador al cuasiagrupador. En suma, a medida que los puestos buenos se van haciendo más escasos si el diferencial de rentas entre las familias es suficiente ($\frac{U'(\bar{w}_r)}{U'(\bar{w}_p)} < 1/2$), los tipos intermedios y el superior prefieren el equilibrio en el que el tipo de menor capacidad y renta es identificado por las empresas (equilibrio cuasiseparador) para, de ese modo, tener mayores posibilidades de ocupar un buen puesto. La condición sobre la disparidad de rentas garantiza que la presión de las familias pobres no sea muy elevada de modo que ni el nivel intermedio $\tilde{e}^c$ ni el superior e^c_{rh} requeridos para separarse sean tan altos que haga preferible no educarse por encima de lo obligatorio, es decir, el equilibrio cuasiagrupador.

En el siguiente apartado se estudia la eficiencia de la asignación de trabajadores a puestos y la movilidad intergeneracional en cada uno de los equilibrios.

5.2 Movilidad intergeneracional y eficiencia asignativa.

Un aspecto interesante es el análisis de las implicaciones de la señal educación para la movilidad social intergeneracional y la eficiencia asignativa. Como indicador de la movilidad intergeneracional podría utilizarse la probabilidad de un individuo perteneciente a una familia de baja renta de conseguir un puesto w_r que, lógicamente, estará positivamente correlacionada con la probabilidad de un individuo de familia con renta alta de ser asignado a un puesto w_p. Para facilitar el análisis se sintetizan los resultados más relevantes en el Cuadro 1. Las probabilidades de cada uno de los tipos de ocupar un puesto w_r aparecen en las cuatro primeras columnas. Pero lo relevante es la probabilidad de individuos de familia de renta alta y baja, $r(\cdot)$ y $p(\cdot)$ respectivamente, que se presentan en las columnas quinta y sexta. A la vista de estos resultados se puede afirmar que la movilidad intergeneracional es mayor en el equilibrio cuasiagrupador porque la probabilidad de que un descendiente de familia pobre alcance un buen puesto es mayor ($\frac{1-\delta}{1+\delta} > \frac{1-\delta}{2}$). Con otras palabras, en el equilibro cuasiagrupador son mayores las posibilidades de ascenso (descenso) de clase social para hijos de familias con menores (mayores) recursos. La deducción de este resultado es sencilla: como en el cuasiseparador el tipo pl es identificado y asignado a un puesto w_p y eso no ocurre en el cuasiagrupador, resulta que, como colectivo, las posibilidades de ascenso de los de menor renta son mayores en este último. Claramente, la explicación radica en las posibilidades tan diferentes de ascenso social que tiene en uno y otro equilibrio el tipo pl; en el cuasiseparador eran nulas. Sin embargo, es importante destacar que en ambos equilibrios los hijos de familias ricas tienen mayor probabilidad de pertenecer al sector con w_r. En suma, si los parámetros del modelo conducen al equilibrio cuasiseparador, resulta que hay mayor inmovilismo social.[3]

Cuadro 1: Probabilidad de ser asignado a un puesto con w_r

Tipos:	rh	rl	ph	pl	$r(\cdot)$	$p(\cdot)$
Eq. cuasisep.	1	$(1-\delta)$	$(1-\delta)$	0	$\frac{(2-\delta)}{2}$	$\frac{(1-\delta)}{2}$
Eq. cuasiagr.	1	$\frac{(1-\delta)}{(1+\delta)}$	$\frac{(1-\delta)}{(1+\delta)}$	$\frac{(1-\delta)}{(1+\delta)}$	$\frac{1}{(1+\delta)}$	$\frac{(1-\delta)}{(1+\delta)}$

En segundo lugar, se analizan ambos equilibrios desde el punto de vista de la **eficiencia asignativa**. Uno de los posibles efectos de la señalización en el mercado de trabajo, como apunta Stiglitz (1975), es la posible mejora de la asignación de trabajadores a puestos, en cuyo caso, los beneficios sociales de la educación podrían exceder de los privados (cuestión muy debatida en la literatura sobre señalización). En efecto, de cada uno de los equilibrios resulta una asignación de trabajadores a puestos que puede ser más o menos eficiente. Recuérdese que la productividad de un trabajador de menos capacidad en el puesto w_r es menor a la de un trabajador de capacidad alta. Sin embargo, en los puestos w_p las empresas obtienen la misma rentabilidad independientemente de la capacidad del trabajador. Dado este supuesto, el equilibrio más eficiente será aquél en el que un número mayor de buenos puestos estén ocupados por individuos de capacidad alta. Se puede comprobar que dicho número es $\frac{(1-\delta)(1+2\delta)}{2(1+\delta)}$ en el equilibrio cuasiagrupador, y $\frac{1-\delta^2}{2}$ en el cuasiseparador, siendo este número mayor en el cuasiseparador. El motivo es que en este equilibrio, a

[3] Becker y Tomes (1979) estudian la movilidad intergeneracional en un modelo en el que los padres invierten en capital humano de los hijos y también transfieren otro tipo de dotaciones como la cultura familiar o la reputación. Una síntesis de este modelo y el contraste de algunas de sus hipótesis puede encontrarse en Siebert (1989). Este modelo predice una tendencia de las ganancias de ricos y pobres hacia la media porque las familias pobres invierten en educación pero las ricas, una vez que la tasa de rendimiento del capital humano iguala a la del capital físico, invierten en capital físico. De esta forma, las ganancias salariales tienden a igualarse. En este capítulo, al plantearse en un contexto totalmente distinto y centrarse en la inversión en educación como mecanismo de señalización, no puede deducirse que las familias ricas dejen de invertir en educación en un determinado punto. Más bien se podría defender la idea de que las familias ricas con hijos de capacidad alta, invertirán en educación tanto como sea necesario para defenderse de los imitadores. El nivel que deben alcanzar para desmarcarse depende del tipo de sociedad. Además, la igualación de las ganancias dependería de la distribución relativa de puestos.

diferencia del cuasiagrupador, el tipo pl es identificado. Este resultado era perfectamente anticipable. Un equilibrio separador sería el más eficiente (porque la asignación se realizaría conociendo la capacidad de los candidatos ya que toda la información privada es revelada) y el cuasiseparador es el que más se le asemeja, desde el punto de vista de la información que transmite. Por tanto, es lógico que sea más eficiente que el cuasiagrupador.

Los dos equilibrios tienen un rasgo en común, que ya se ha mencionado anteriormente: el tipo de capacidad alta perteneciente a una familia con pocos recursos no puede señalizarse en ninguna situación porque, sea cual sea su elección, es imitado por el tipo de capacidad baja pero rico. No obstante, en el Cuadro 1 puede observarse que en el equilibrio cuasiseparador este tipo está mejor porque tiene una mayor probabilidad de conseguir un buen puesto. Este sería también un factor a tener en cuenta en el diseño de políticas encaminadas a facilitar que el ESE sea uno u otro equilibrio. Este punto se analiza en el siguiente apartado.

6 Efectos de variaciones en los costes de la educación.

En este apartado se analiza, en primer lugar, el efecto de variaciones en los costes de la educación sobre los niveles de educación de equilibrio y sobre el valor crítico $\bar{\delta}$ que determina que uno u otro equilibrio sea la solución cuando existe suficiente disparidad salarial.

Con este objetivo, se introducen dos nuevos parámetros en el modelo. Un primer parámetro β estará relacionado con los costes de la educación. En el modelo se ha supuesto que existe un nivel de educación gratuito, normalizado a 0, que no sirve como instrumento de señalización dado que $c(0, l) = c(0, h)$. A partir de este nivel, la educación conlleva costes; el parámetro β será, precisamente, un indicador del coste marginal de la educación. Una disminución del parámetro β se interpretará como un aumento de la financiación pública de cualquier nivel educativo y para cualquier tipo de familia. Un segundo parámetro s_p estará relacionado con las ayudas públicas directas a las familias de menor renta para financiar la educación de sus hijos. Considerando estos nuevos parámetros, las funciones de utilidad de las familias con renta alta y baja son, respectivamente:

$$\begin{aligned} U_{rj}(e, w^e; \beta) &= u(\bar{w}_r - c(e, j, \beta)) + w^e \\ U_{pj}(e, w^e; \beta, s_p) &= u(\bar{w}_p - c(e, j, \beta, s_p)) + w^e, \end{aligned}$$

siendo w^e el salario esperado y $c_\beta > 0$ y $c_{s_p} < 0$.

Los resultados de los ejercicios de estática comparativa se resumen en el Cuadro 2; en el Apéndice E se presentan los cálculos correspondientes. En las tres primeras columnas se recogen los efectos sobre los niveles de educación en los dos equilibrios. En la cuarta columna se presenta el efecto sobre $\bar{\delta}$.

Cuadro 2: Resultados de estática comparativa

Efecto de variaciones en:	e^a_{rh}	e^c_{rh}	$\tilde{e}^c$	$\bar{\delta}$
β	$(-)$	$(-)$	$(-)$	(0)
s_p	(0)	$(+)$	$(+)$	$\begin{cases} (+) & \text{si } \delta \in (0, \bar{\delta}) \\ \text{indeterminado} & \text{si } \delta \in [\bar{\delta}, 1) \end{cases}$

A la vista de los resultados presentados en el Cuadro 2 se comprueba que los efectos de una disminución generalizada de los costes de la educación tiene un impacto muy diferente en la economía a una disminución de costes para las familias de menor renta (aumento la cuantía de las becas). Los efectos de una y otra política pueden agruparse en dos bloques. En primer lugar, considerando el efecto sobre los niveles de educación de equilibrio, se observa que una reducción de los costes de la educación provoca una aumento de los niveles de educación de equilibrio necesarios para señalizarse, como cabría esperar. Sin embargo, la becas a las familias de menor renta provocan un aumento de los niveles educativos sólo si el equilibrio existente es el cuasiseparador. En el caso de que la sociedad exista un equilibrio cuasiagrupador, un aumento de las becas a las familias de menor renta no tiene ningún efecto. La razón es que en un equilibrio cuasiagrupador el único tipo que se señaliza es el de mayor capacidad y renta y lo hace para separarse del tipo de renta alta pero de menor capacidad. Por lo tanto, una ayuda a los tipos de renta baja, que no son sus inmediatos competidores, no afecta a su decisión.

En segundo lugar, considerando los efectos sobre la posibilidad de que el equilibrio socialmente estable sea uno u otro equilibrio (medido a través del efecto sobre $\bar{\delta}$), obsérvese que el impacto de las dos políticas es muy diferente. Con variaciones generalizadas de los costes de la educación no es posible aumentar la probabilidad de que se alcance uno u otro equilibrio. Sin embargo, con una variación de las ayudas a las familias de menor renta es posible, en algunos casos, conseguir que se alcance uno u otro equilibrio. Será posible o no dependiendo de la proporción de puestos con salario bajo en la sociedad. A continuación, se analiza con más detalle este último punto.

La sociedad podría pasar de una situación con un equilibrio cuasiagrupador a una situación correspondiente al cuasiseparador si, cuando la sociedad tiene una proporción δ de puestos con salario bajo relativamente pequeña ($\delta \in (0, \bar{\delta}]$), se reducen las ayudas a las familias de menor renta. Curiosamente, un aumento de las ayudas a las familias de menor renta no favorece que el equilibrio socialmente estable sea el equilibrio cuasiseparador, que es en el único en el que uno de los tipos con renta baja adquiere educación por encima del nivel obligatorio. La razón es que si las familias con w_p tienen menores costes, el nivel que los deja indiferente entre no educarse e imitar al siguiente tipo eligiendo $\tilde{e}$ deberá aumentar. Si este valor aumenta, a su vez, el nivel de e^c_{rh} aumentará. Eso hace más difícil que se produzca la situación necesaria para que el equilibrio cuasiseparador derrote al cuasiagrupador. En el gráfico 4, una reducción de costes de la educación para las familias de menor renta implicaría que la curva que determina $\tilde{e}^c$ se desplazaría hacia arriba y, como consecuencia, también lo haría e^c_{rh}. El resultado es que la estabilidad del equilibrio cuasiseparador se hace más difícil. En resumen, cuantas más ayudas reciban las familias con menos recursos para financiar la educación de sus hijos más deberán educarse los tipos que quieran separarse del tipo pl y, por consiguiente, incurrirán en más costes. La consecuencia final será que todos (excepto el de mayor renta y capacidad que siempre se separa) obtienen más utilidad si se educan hasta el nivel gratuito. Por eso, el equilibrio cuasiagrupador derrotará al equilibrio cuasiseparador en algunos contextos en los que antes de la variación de s_p no era posible (el rango de δ en los que esto ocurre se amplía).

Ahora bien, es necesario matizar que los efectos de las variaciones en las becas a las familias de menor renta son válidos en tanto en cuanto el supuesto del modelo (3) concerniente a la utilidad marginal del consumo de las familias de tipo pl y rl se siga cumpliendo, es decir, si se sigue verificando que

$$u'((\bar{w}_p - c(e,h,s_p))c_e(h,s_p)) > u'((\bar{w}_r - c(e,l))c_e(l)).$$

Obsérvese que con un aumento suficiente de las becas, s_p, podría conseguirse que esta desigualdad se invirtiese. Si aumentan estas ayudas, se producen dos efectos. Primero, la utilidad marginal del consumo de la familia con menor recursos cae (porque su consumo puede ser mayor) y, segundo, también cae el coste marginal de la educación que financia. Estos dos efectos hacen que la parte izquierda de la desigualdad se reduzca. Si la desigualdad llegase a invertirse, un equilibrio separador eficiente (*à la Spence)* existe. Por tanto, dicho equilibrio es factible en sociedades donde no exista desigualdad en los niveles de renta.

En resumen, un aumento de las ayudas a las familias de menor renta no afecta a los niveles de educación señalizadora en una sociedad en la que la disparidad de rentas no sea importante (el ESE es el equilibrio cuasiagrupador) pero provoca un aumento de los niveles educativos necesarios para señalizarse cuando la disparidad es significativa (el ESE es el equilibrio cuasiseparador). Esto ocurre únicamente si la cuantía de las becas no corrige las desigualdades en renta de las familias. Si la cuantía de las ayudas es suficiente para conseguir que todas las familias puedan financiar los mismos niveles educativos, el equilibrio separador sería posible. Con otras palabras, en una sociedad con disparidad de rentas, si la política de becas no consigue que todas las familias puedan financiar los mismos niveles educativos, todos los tipos que se educan por encima de lo obligatorio, (el ESE en un equilibrio cuasiseparador) lo tendrán que hacer en mayor medida. Además, el equilibrio separador, totalmente informativo no será posible.

Un aspecto curioso que merece un comentario es que un sistema de ayudas exclusiva para los individuos con pocos recursos pero de capacidad alta tendría un impacto diferente. No afectaría ni a los niveles de educación de equilibrio ni a las posibilidades de existencia de uno u otro equilibrio. La razón radica en los tipos que se señalizan lo hacen para separarse de sus inmediatos competidores que son los tipos de menor capacidad en ambos equilibrios. Por consiguiente, una medida que afecte exclusivamente a los costes de la educación del tipo de capacidad alta, ph, no alteraría los niveles de equilibro, por lo tanto, a las posibilidades de que el equilibrio socialmente estable sea uno u otro equilibrio. Gráficamente, ninguna de las curvas del Gráfico 4 se desplazaría. No obstante, dado que la capacidad es información privada no resulta fácil diseñar un programa de becas o ayudas exclusiva para los individuos de capacidad alta.

Es importante señalar que los resultados de este apartado están condicionados por el supuesto de que las empresas no conocen el nivel de renta de la familia cuando contratan a un individuo. No obstante, si existiese una política de becas de la que son beneficiarias las familias de menor renta, las empresas podrían inferir el tipo de familia a la que pertenece un solicitante de empleo si comprueba que ha disfrutado de alguna de estas becas o ayudas. Si esta información fuese utilizada por las empresas, el resultado de un modelo de señalización sería que este tipo de individuos se señalizarían como de capacidad alta con un nivel de educación que no necesariamente tiene que ser igual al de un individuo rico de capacidad alta. Sería suficiente con un nivel educativo menor. Esta sería una vía para desvelar parte de la información privada que existe en el modelo siempre y cuando el haber disfrutado de una beca fuese señal inequívoca de pertenecer a una familia de renta baja. Otra posibilidad es que se a través del currículum se puediese inferir el nivel de renta. Sin embargo, este supuesto es más controvertido porque el tipo de capacidad baja y renta alta no tiene ningún incentivo a incluir datos que revelen que es de renta alta.

7 Conclusiones.

En este trabajo se analizan los factores que condicionan el nivel educativo con el que se presenta un individuo en el mercado de trabajo. El modelo parte de la idea original de Spence, considerar la educación como un instrumento de señalización de la capacidad innata del individuo, pero se relaja el supuesto implícito en ese modelo de que los individuos pueden acceder a cualquier nivel educativo sin otra restricción que el coste personal o esfuerzo subjetivo de la educación. Si la educación es también costosa en términos monetarios, y los individuos pertenecen a familias con niveles de renta diferentes, realmente ¿pueden adquirir la educación necesaria para señalizar su capacidad? Además, a diferencia del modelo de Spence y en línea con el modelo de Thurow (1975), se supone que la productividad es una característica ligada al puesto de trabajo. Así, se considera que existe una cantidad y distribución fija de puestos con dos tipos: los de alta productividad y, por tanto, alta retribución y los de baja productividad con menor salario. Los niveles de educación y la eficiencia asignativa que se consigue en el mercado dependen crucialmente de las diferencias de renta y de la estructura de puestos. Existen individuos que no pueden señalizar su capacidad por no tener renta suficiente para ello y, por otra parte, cuanto más escasos sean los buenos puestos, mayor será el nivel educativo elegido por aquéllos que se señalizan. En general, siempre se pierde eficiencia asignativa respecto al modelo de Spence.

Formalmente, el equilibrio del juego de señalización planteado es un equilibrio semiagrupador. En función de la magnitud de las diferencias de renta de las familias y de las proporciones entre los dos tipos de puestos se producirá, bien el equilibrio denominado cuasiagrupador, bien el cuasiseparador. En ambos equilibrios el tipo de mayor capacidad y renta elige el nivel de educación que permite que las empresas lo identifiquen. El resto de tipos bien eligen no educarse por encima de lo obligatorio (equilibrio cuasiagrupador) o bien ciertos tipos eligen un nivel intermedio para desmarcarse del de menor capacidad y renta, que es el único que se educa justo lo obligatorio (equilibrio cuasiseparador).

En una economía en la que los niveles de renta de las familias son similares o, lo que es lo mismo, los dos tipos de puestos tienen retribuciones muy parecidas, el único equilibrio socialmente estable será el equilibrio cuasiagrupador. La razón es sencilla. En estas circunstancias, sólo al tipo de mayor capacidad y renta le compensa separarse del resto para garantizarse un puesto con salario alto. A los tipos rl y ph (rico de habilidad baja y pobre de habilidad alta, respectivamente) no les compensa separarse del de menor capacidad y renta porque el salario esperado con un nivel intermedio de educación no sería sustancialmente diferente.

Sin embargo, una situación bien distinta se presenta cuando existen diferencias significativas en los niveles de renta de las familias. En este contexto, el que sea socialmente estable uno u otro equilibrio depende de la estructura de puestos. Si en la sociedad existen una proporción elevada de puestos altamente productivos, la solución será el cuasiagrupador: sólo el tipo de elevada capacidad y renta invierte en educación señalizadora porque el resto de tipos ya cuentan con un salario esperado alto. Ahora bien, si los puestos con salario alto fuesen más escasos, a los tipos intermedios, rl y ph, les compensaría elegir un nivel intermedio de educación para que el tipo de menor capacidad y renta sea identificado. De este modo, eliminarían parte de la competencia por los escasos puestos buenos.

Algunos de los resultados de este trabajo podrían analizarse desde el punto de vista del grado de movilidad social intergeneracional. El tipo de mayor habilidad y renta, sea cual sea el tipo de economía, accede a un puesto similar al que tienen sus padres. También ocurre lo mismo, aunque en el otro extremo, con el tipo de menor capacidad y renta si se produce el equilibrio cuasiseparador. Respecto al tipo de baja capacidad pero de familia con renta alta elige un nivel educativo que le permite no ser identificado. En concreto, se confunde con el de alta capacidad pero de renta baja. La consecuencia es que las empresas, al no poder distinguir entre estos dos tipos de candidatos, los asignan aleatoriamente entre sus vacantes. En suma, el comportamiento de los ricos de baja capacidad dificulta el acceso a los puestos con salario alto de los de mayor capacidad pero de familias con menos recursos. Considerando los dos equilibrios existentes, se comprueba que la movilidad social es mayor en el equilibrio cuasiagrupador.

Desde otro punto de vista, el equilibrio cuasisepador, en la medida que trasmite más información que el cuasiagrupador, mejora la eficiencia asignativa. No existe un equilibrio separador totalmente informativo como en el modelo de Spence; la educación pierde parte de su potencial informativo si se considera que los individuos se diferencian tanto por su capacidad como por su procedencia social. Teniendo en cuenta los resultados de los ejercicios de estática comparativa, se puede afirmar que un incremento relativo de las ayudas a las familias de menor renta, bajo determinadas condiciones, favorece la existencia del equilibrio agrupador y, por tanto, la movilidad social aunque como contrapartida se pierde eficiencia asignativa. Además se demuestra que cuando existe un equilibrio cuasiseparador, si las becas a las familias de menor renta no son suficientes como para corregir los efectos de la desigualdad en la renta de las familias, haciendo posible el equilibrio eficiente (separador), su único efecto es aumentar la educación señalizadora de cada tipo de trabajador dejando inalterada la asignación inicial.

Por último, se apuntan algunas de las posibles extensiones de este trabajo. Una de ellas sería considerar la existencia de un requisito educativo para poder ocupar un puesto con salario alto, introduciendo, así, una parte de educación que sí sería productiva. Otra extensión sería considerar que una parte de los hijos de las familias de renta alta acceden directamente a los mejores puestos gracias a su mejor información o contactos. En este contexto, previsiblemente, los hijos de familias de renta alta invertirían menos en educación señalizadora (porque la ganancia potencial es menor) pero también para las familias de renta baja quedan menos puestos buenos disponibles. Por último, sería interesante contrastar empíricamente si existen diferencias en la señalización observada en individuos en sociedades que se distinguen por su nivel de desigualdad y si son realmente los individuos de mayor renta los que únicamente invierten en educación señalizadora cuando los niveles de renta de las familias no son muy dispares.

A Apéndice A.

En este apéndice se analizan dos situaciones que constituyen equilibrios bayesianos perfectos pero que no cumplen las restricciones sobre las creencias fuera del equilibrio que se han establecido como requisito (iii) del equilibrio (véase Definición 2.1), es decir, no verifican el criterio intuitivo.

A.1 Equilibrio universal.

Esta situación se caracteriza porque todos los individuos se presentan con un mismo nivel educativo $\hat{e}^u$ excepto el tipo de menor capacidad y renta que no se educa por encima de lo obligatorio.

Lemma 8 *El equilibrio bayesiano perfecto caracterizado por*
(i) los niveles de educación

$$e_{rh} = e_{rl} = e_{ph} = \hat{e}^u$$
$$e_{pl} = 0$$

siendo $\hat{e}^u$ el nivel de educación que resuelve:

$$u(\bar{w}_p) + w_p = u(\bar{w}_p - c(\hat{e}^u, l)) + w^u;$$

(ii) las conjeturas de las empresas:

$$\begin{aligned} \mu(pl/e < \hat{e}^u) &= 1, \\ \mu(ph/e \geq \hat{e}^u) &< \frac{\delta}{2-\delta}, \\ \mu(rl/e \geq \hat{e}^u) &< \frac{1-\delta}{2-\delta} \\ \mu(rh/e \geq \hat{e}^u) &< \frac{1-\delta}{2-\delta}; \end{aligned}$$

(iii) la regla de asignación:

$$\begin{aligned} m(\hat{e}^u) = \pi^u w_r + (1-\pi^u) w_p = w^u, \\ m(0) = w_p, \end{aligned}$$

siendo $\pi^u = \frac{2(1-\delta)}{2-\delta}$ la probabilidad de ser asignado a un puesto con salario alto, no constituye un equilibrio porque las creencias fuera de la senda de equilibrio no cumplen el criterio intuitivo.

Proof. De la observación de los niveles educativos ($e_{rh} = e_{rl} = e_{ph} = \hat{e}^u$, $e_{pl} = 0$) las empresas infieren que el individuo que no invierte en educación es el de menor habilidad pero sobre el resto de individuos no obtienen ninguna información adicional. En consecuencia, la **regla de asignación** consiste en asignar los tipos pl a los peores puestos y el resto distribuirlos con idéntica probabilidad entre el resto de puestos; esto es:

$$\begin{aligned} m(0) &= w_p \\ m(\hat{e}^u) &= \pi^u w_r + (1-\pi^u) w_p \end{aligned}$$

donde π^u es la probabilidad de un individuo que elige el nivel de educación común $\hat{e}^u$ de ser asignado a un puesto con salario alto. Concretamente,

$$\pi^u = \frac{(1-\delta)}{(1-\delta)+\frac{\delta}{2}},$$

siendo el numerador el número de puestos w_r y el denominador el número de trabajadores que se presentan con el mismo nivel de estudios. Los salarios esperados están determinados por esta regla de asignación.

Los dos niveles educativos que se observan en equilibrio verifican las **restricciones de compatibilidad de incentivos.** En equilibrio se tiene que cumplir que cada tipo prefiera su elección $e_{rh} = e_{rl} = e_{ph} = \hat{e}$ y $e_{pl} = 0$ a imitar a cualquier otro tipo:

$$\begin{aligned} u(\bar{w}_r - c(\hat{e},l)) + E\left[w/m(\hat{e})\right] &\geq u(\bar{w}_r) + E[w/m(0)] \\ u(\bar{w}_r - c(\hat{e},h)) + E\left[w/m(\hat{e})\right] &\geq u(\bar{w}_r) + E[w/m(0)], \\ u(\bar{w}_p) + \ E\left[w/m(0)\right] &\geq u(\bar{w}_p - c(\hat{e},l)) + \ E[w/m(\hat{e})], \\ u(\bar{w}_p - c(\hat{e},h))) + E\left[w/m(\hat{e})\right] &\geq u(\bar{w}_p) + \ [Ew/m(0)]. \end{aligned}$$

Reescribiendo, considerando los salarios esperados en función de los dos niveles educativos, resulta:

$$u(\bar{w}_r) - u(\bar{w}_r - c(\hat{e},l)) \leq (w_r - w_p)\pi^u, u.1' \tag{16}$$

$$u(\bar{w}_r) - u(\bar{w}_r - c(\hat{e},h)) \leq (w_r - w_p)\pi^u, u.2' \tag{17}$$

$$u(\bar{w}_p) - u(\bar{w}_p - c(\hat{e},l)) \geq (w_r - w_p)\pi^u, u.3' \tag{18}$$

$$u(\bar{w}_p) - u(\bar{w}_p - c(\hat{e},h)) \leq (w_r - w_p)\pi^u.u.4' \tag{19}$$

Obsérvese que la parte izquierda de estas restricciones recoge la pérdida de utilidad de cada una de las familias por disminuir su consumo para financiar la educación $\hat{e}$ para sus hijos. La parte izquierda recoge las ganancias de educarse justo hasta ese nivel educativo $\hat{e}$ y desmarcarse, así, del tipo de menor capacidad y renta. Debido a que $u''(\cdot) < 0$ y que $c_{ej}(\cdot) < 0$ resulta que si la pérdida de utilidad por educarse por encima de lo obligatorio es menor que las ganancias para el tipo *ph*, con mayor motivo para las familias con más recursos. Por tanto si se cumple (u.4'), se cumplen también (u.1') y (u.2'). Por otra parte, el nivel de equilibrio será el mínimo que verifique las RCI correspondientes a las familias de menor renta; este nivel educativo es $\hat{e}^u$, que es el que resuelve la ecuación

$$u(\bar{w}_p) + w_p = u(\bar{w}_p - c(\hat{e}^u, l)) + [\pi^u w_r + (1 - \pi^u_r) w_p]$$

de modo que (u.3') con $\hat{e} = \hat{e}^u$ también se verifica. Por otra parte, obsérvese que ese nivel $\hat{e}^u$, en torno al que se agrupan los tres tipos, es justo el nivel que deja indiferente al tipo de menor capacidad y renta entre no educarse por encima de lo obligatorio y hacerlo justo hasta $\hat{e}^u$.■

El equilibrio universal se representa en el gráfico 5 (a).

Por último, recuérdese que este equilibrio se descarta porque las creencias especificadas no verifican el CI. De acuerdo a este refinamiento tales creencias para $e > e'$ deben ser:

$$\mu(rh/e > e') = 1,$$

porque para el tipo *rh* es para el único que enviar $e > e'$ no está dominado en equilibrio, es decir,

$$\begin{cases} U^*_{ij}(\hat{e}^u, w^u) > U_{ij}(e > e', w_r) \ \ \forall ij \in \{pl, ph, rl\} \\ U^*_{rh}(\hat{e}^u, w^u) < U_{rh}(e' \leq e < e'', w_r). \end{cases}$$

Sin embargo, si se ajustan las creencias de las empresas en este sentido, la mejor respuesta del tipo *rh* ya no es $\hat{e}^u$ sino que es cualquier $e > e'$; el PBE descrito no se sostiene.

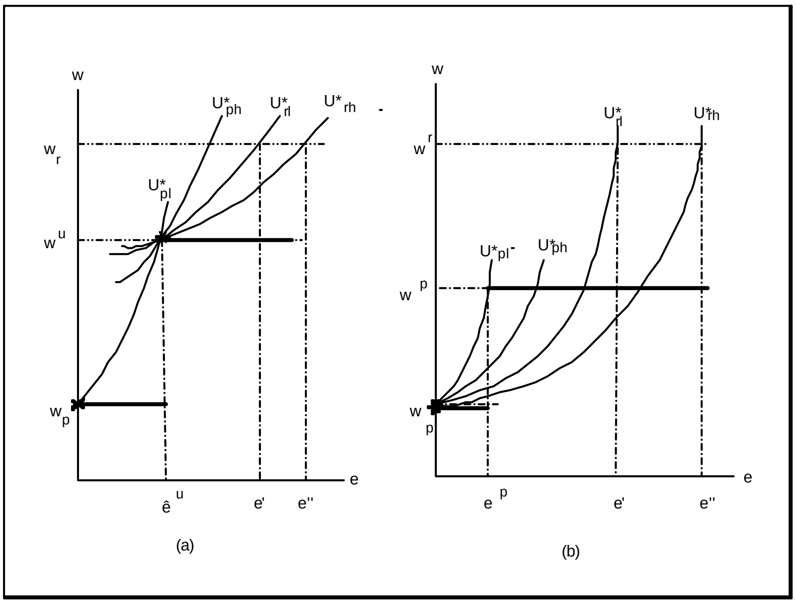

Gráfico 5: Equilibrio universal y agrupador.

A.2 Equilibrio agrupador.

En este equilibrio todos los tipos se educan justo lo obligatorio. Como en el caso anterior, este equilibrio no verifica las restricciones sobre las creencias fuera del equilibrio acordes al criterio intuitivo.

Lemma 9 *Existe un equilibrio perfecto bayesiano caracterizado por:*
(i) los niveles de educación elegidos por las familias:

$$e_{rh} = e_{rl} = e_{ph} = e_{pl} = e^p = 0;$$

(ii) las conjeturas de las empresas:

$$\mu(pl/e^p \geq 0) > 1$$
$$\mu(ph/e^p \geq 0) > 1$$
$$\mu(rl/e^p \geq 0) > 1$$
$$\mu(rh/e^p \geq 0) > 1;$$

(iii) la regla de asignación:

$$m(0) = (1-\delta)w_r + \delta w_p = w^p;$$

no es un equilibrio del modelo porque las creencias fuera de la senda de equilibrio no cumplen el criterio intuitivo.

Proof. Se omite la prueba de existencia y la aplicación del CI por ser totalmente análoga a la del equilibrio universal. ■

B Equilibrio cuasiagrupador.

En primer lugar, se estudia la **regla de asignación** que seguirán las empresas tras observar los dos niveles educativos existentes. Como se ha mencionando anteriormente, los individuos identificados como de capacidad alta son contratados para ocupar puestos con salario w_r. Quedarán $(1-\delta)/2$ puestos buenos para el resto de trabajadores(porque el número de trabajadores de tipo rh son $(1-\delta)/2)$. Por lo tanto, y dado que en equilibiro entre estos últimos las empresas no pueden distinguir a los de mayor capacidad, todos tendrán idéntica probabilidad de ocuparlos. De este modo, la probabilidad π^a que tienen los tipos que se agrupan de ocupar un puesto w_r es

$$\pi^a = \frac{1-\delta}{1+\delta}$$

resultado del cociente $\frac{(1-\delta)/2}{\delta+(1+\delta)/2}$. El numerador es el número de vacantes w_r y el denominador, el número de individuos que se agrupan. Por tanto, la regla de asignación en equilibrio es:

$$\begin{aligned} m(e^a_{rh}) &= w_r \\ m(0) &= \pi^a w_r + (1-\pi^a)\, w_p, \end{aligned}$$

y los salarios esperados en función de los niveles de educación en equilibrio son:

$$\begin{aligned} E[w/m(e^a_{rh}) &= w_r \\ E[w/m(0) &= \pi^a w_r + (1-\pi^a)\, w_p. \end{aligned}$$

En segundo lugar, se estudia la elección educativa, para lo que es necesario planter las **restricciones de compatibilidad de incentivos** que deben verificarse en el equilibrio cuasiagrupador. Cada una de ellas recoge la condición de que cada tipo obtiene al menos la misma utilidad eligiendo su nivel de educación de equilibrio que imitando al otro tipo. Esto es, las familias de renta alta con hijos de capacidad baja eligen un nivel de educación que verifica la condición:

$$u(\bar{w}_r) + E[w/0] \geq u(\bar{w}_r - c(e^a_{rh}, l) + E[w/m(e^a_{rh})], \qquad \text{(a.1)}$$

y para el resto de familias se deben verificar las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} u(\bar{w}_r - c(e^a_{rh}, h)) + E[w/m(e^a_{rh})] &\geq u(\bar{w}_r) + E[w/m(0)], a.2 && (20) \\ u(\bar{w}_p) + E[w/m(0)] &\geq u(\bar{w}_p - c(e^a_{rh}, l) + E[w/m(e^a_{rh})] a.3 && (21) \\ u(\bar{w}_p) + E[w/m(0)] &\geq u(\bar{w}_p - c(e^a_{rh}, h) + E[w/m(e^a_{rh})]. a.4 && (22) \end{aligned}$$

Incorporando a estas desigualdades los salarios esperados, se obtiene:

$$\begin{aligned} u(\bar{w}_r) - u(\bar{w}_r - c(e^a_{rh}, l)) &\geq (w_r - w_p)(1-\pi^a) a.1' && (23) \\ u(\bar{w}_r) - u(\bar{w}_r - c(e^a_{rh}, h)) &\leq (w_r - w_p)(1-\pi^a) a.2' && (24) \\ u(\bar{w}_p) - u(\bar{w}_p - c(e^a_{rh}, l)) &\geq (w_r - w_p)(1-\pi^a) a.3' && (25) \\ u(\bar{w}_p) - u(\bar{w}_p - c(e^a_{rh}, h)) &\geq (w_r - w_p)(1-\pi^a). a.4' && (26) \end{aligned}$$

Obsérvese que el miembro izquierdo de estas inecuaciones recoge la pérdida de utilidad que cada familia experimenta si financia el nivel de educación e^a_{rh} a su hijo. La parte derecha recoge la diferencia salarial que se obtiene, en equilibrio, entre elegir e^a_{rh} o no educarse más allá de lo obligatorio, $e = 0$.

Obviamente, si se cumple (a.1') se cumple (a.3') y (a.4') dados los supuestos sobre las funciones de utilidad y costes. Por lo tanto, el nivel de educación con el que se separa el tipo rh es el que satisface simultáneamente las restricciones (a.1') y (a.2'). Denotando mediante e^a_1 y e^a_2 los niveles educativos que verifican las restricccioes (a.1') y (a.2'), es fácil comprobar que $e^a_2 < e^a_1$, luego el nivel de equilibrio e^a_{rh} debe cumplir

$$e^a_1 < e^a_{rh} < e^a_2.$$

Por último, quedan por analizar las **conjeturas de las empresas**. De acuerdo con el criterio intuitivo (en adelante, CI), las empresas no deben asigna probabilidad positiva a un tipo para el cual enviar un mensaje está dominado en equilibrio. En este equilibrio esto implica que

$$\begin{aligned} \mu(pl/e &\geq e^a_3) = 0 \quad \text{porque} \quad U^{*a}_{pl} \geq U_{pl}(e \geq e^a_3, w_r), && (27)\\ \mu(ph/e &\geq e^a_4) = 0 \quad \text{porque} \quad U^{*a}_{ph} \geq U_{ph}(e \geq e^a_4, w_r), && (28)\\ \mu(rl/e &\geq e^a_1) = 0 \quad \text{porque} \quad U^{*a}_{rl} \geq U_{rl}(e \geq e^a_1, w_r), && (29) \end{aligned}$$

donde U^{*a}_{ij} es la utilidad del individuo ij en el equilibrio cuasiagrupador y $U_{ij}(e, w_r)$ es la utilidad de un individuo ij si elige e y la empresa lo asigna a un puesto en el que cobra w_r. Las creencias de la Proposición 1.1 satisfacen este requisito. Los valores e^a_3 y e^a_4, como se observa en el Gráfico 2, son los que resuelven respectivamente

$$\begin{aligned} U_{pl}(0, w^a) &= U_{pl}(e^a_3, w_r)\\ U_{ph}(0, w^a) &= U_{ph}(e^a_4, w_r), \end{aligned}$$

es decir, los niveles educativos que satisfacen las restricciones (a.3') y (a.4') con igualdad. La siguiente cuestión es porqué el tipo rh elige el nivel de educación de mínimo coste que cumple las RCI, tal y como exige el requisito (v) del equilibrio.

El CI implica que la conjetura de la empresa debe ser $\mu(rh/e \geq e^a_1) = 1$ lo que implica que no puede haber un equilibrio cuasiagrupador en el que rh elija un $e^s > e^a_1$ ya que en tal equilibrio las empresas deberían creer que $\mu(rh/e_1 < e < e^s) > 1$. Esto último, claramente, no cumple el CI.

En suma, el mínimo nivel educativo e^a_1 que satisface las RCI y el criterio intuitivo es el que verifica (a.1') con igualdad.

Para facilitar la lectura, se utilizará e^a_{rh} en lugar de e^a_1 para denotar el nivel de educación del tipo rh en el equilibrio cuasiagrupador. Por tanto, este nivel de equilibrio queda caracterizado por la ecuación:

$$u(\bar{w}_r) - u(\bar{w}_r - c(e^a_{rh}, l)) = (w_r - w_p)(\frac{2\delta}{1+\delta}); \qquad (30)$$

que también puede expresarse como:

$$\begin{aligned}
U_{rl}^{*a}(0, w^a) &= U_{rl}(e_{rh}^a, w_r) \\
u(\bar{w}_r) + E[w/0] &= u(\bar{w}_r - c(e_{rh}^a, l) + E[w/m(e_{rh}^a) \\
u(\bar{w}_r) + w^a &= u(\bar{w}_r - c(e_{rh}^a, l) + w_r.
\end{aligned}$$

A lo largo del trabajo se utilizará la que facilite la comprensión e interpretación del modelo. En la Proposición 1.1 (véase expresión 4) se presenta la última ecuación.

C Equilibrio cuasiseparador.

Para empezar con el análisis del equilibrio, se estudia la **regla de asignación**. En equilibrio, los individuos que no se educan por encima de lo obligatorio son considerados por las empresas como los de menor habilidad y son asignados a los peores puestos. En el otro extremo, los individuos que se presentan con el nivel educativo superior e_{rh}^c son considerados por las empresas como de capacidad alta y son asignados a puestos con alta retribución. Por último, aquéllos con educación intermedia $\tilde{e}^c$ son asignados a uno u otro tipo de puestos, en función de la disponibilidad de éstos; los empresarios no pueden inferir con exactitud la habilidad de este tipo de candidatos. En concreto, la probabilidad con que ocuparán un puesto con salario alto viene dado por el cociente:

$$\pi^c = \frac{(1-\delta)/2}{(1-\delta)/2 + \delta/2} = 1 - \delta$$

siendo el numerador el número de puestos con $w_r$que no han sido ocupados por los individuos que eligen el nivel educativo superior, y el denominador el porcentaje de individuos que eligen el nivel educativo intermedio $\tilde{e}^c$. De acuerdo con estas probabilidades la regla de asignación es:

$$\begin{aligned}
m(e_{rh}^c) &= w_r \\
m(\tilde{e}^c) &= \pi^c w_r + (1 - \pi^c) w_p, \\
m(0) &= w_p,
\end{aligned}$$

donde e_{rh}^c(nivel educativo superior), $\tilde{e}^c = e_{rl} = e_{ph}$(nivel educativo intermedio) y, por último, $e_{pl} = 0$ son elegidos por los distintos tipos en equilibrio. De aí que los salarios esperados sean:

$$\begin{aligned}
E[w/m(e_{rh}^c)] &= w_r && (31) \\
E[w/m(\tilde{e}^c)] &= (1-\delta)w_r + \delta w_p = w^c && (32) \\
E[w/m(0)] &= w_p. && (33)
\end{aligned}$$

Por claridad en la exposición, en ocasiones, el salario esperado por los que eligen $\tilde{e}^c$ se denotará mediante w^c y las probabilidades de conseguir un puesto bueno mediante π^c.

Los niveles educativos que se están planteando como de equilibrio, lo serán si verifican las **restricciones de compatibilidad de incentivos**. En este caso son 8 restricciones, dos para cada uno de los 4 tipos de individuos existentes; a continuación se presentan agrupadas en torno a cada tipo de individuo.

- RCI asociadas al tipo rh

$$u(\bar{w}_r - c(e_{rh}^c, h)) + E\left[w/m(e_{rh}^c)\right] \geq u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, h)) + E[w/m(\tilde{e}^c)] \quad \text{(c.1)}$$

$$u(\bar{w}_r - c(e_{rh}^c, h)) + E[w/m(e_{rh}^c)] \geq u(\bar{w}_r) + E[w/m(0)] \qquad \text{(c.2)}$$

  que indican que este tipo prefiere e_{rh}^c al nivel educativo intermedio $\tilde{e}^c$ o a no educarse (con sus correspondientes pagos).

- RCI asociadas al tipo rl :

$$u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, l)) + E[w/m(\tilde{e}^c)] \geq u(\bar{w}_r - c(e_{rh}^c, l)) + E[w/m(e_{rh}^c)]c.3 \quad (34)$$
$$u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, l))) + E[w/m(\tilde{e}^c)] \geq u(\bar{w}_r) + E[w/m(0)], c.4 \quad (35)$$

  que indican que este tipo prefiere $\tilde{e}^c$ al nivel educativo superior e_{rh}^c o a no educarse (con sus correspondientes pagos).

- RCI asociadas al tipo ph:

$$u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, h))) + E\left[w/m(\tilde{e}^c)\right] \geq u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, h)) + E[w/m(e_{rh}^c)]c.5 \ (36)$$
$$u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, h))) + E[w/m(\tilde{e}^c)] \geq u(\bar{w}_p) + E[w/m(0)], c.6 \ (37)$$

que indican que este tipo también prefiere $\tilde{e}^c$ al nivel educativo superior e_{rh}^c o a no educarse (con sus correspondientes pagos).

- RCI asociadas al tipo pl:

$$u(\bar{w}_p) + E\left[w/m(0)\right] \geq u(\bar{w}_p - c(e_{rh}^c, l)) + E[w/m(e_{rh}^c)]c.7 \qquad (38)$$
$$u(\bar{w}_p) + E\left[w/m(0)\right] \geq u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, l)) + E[w/m(\tilde{e}^c)], c.8 \qquad (39)$$

  que indican que este tipo prefiere no educarse al nivel educativo superior e_{rh}^c o intermedio $\tilde{e}^c$ (con sus correspondientes pagos).

Sustituyendo en las anteriores expresiones los salarios esperados (20), (21) y (22), estas restricciones pueden reescribirse como:

- RCI asociadas al tipo rh

$$u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, h) - u(\bar{w}_r - c(e_{rh}^c, h)) \leq (w_r - w_p)\delta c.1' \qquad (40)$$
$$u(\bar{w}_r) - u(\bar{w}_r - c(e_{rh}^c, h)) \leq (w_r - w_p)c.2' \qquad (41)$$

- RCI asociadas al tipo rl :

$$u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, l) - u(\bar{w}_r - c(e^c_{rh}, l)) \geq (w_r - w_p)\delta c.3' \quad (42)$$
$$u(\bar{w}_r) - u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, l)) \leq (w_r - w_p)(1-\delta), c.4' \quad (43)$$

- RCI asociadas al tipo ph:

$$u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, h) - u(\bar{w}_p - c(e^c_{rh}, h)) \geq (w_r - w_p)\delta c.5' \quad (44)$$
$$u(\bar{w}_p) - u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, h)) \leq (w_r - w_p)(1-\delta).c.6' \quad (45)$$

  y, por último,

- RCI asociadas al tipo pl:

$$u(\bar{w}_p) - u(\bar{w}_p - c(e^c_{rh}, l)) \geq (w_r - w_p)c.7' \quad (46)$$
$$u(\bar{w}_p) - u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, l)) \geq (w_r - w_p)(1-\delta).c.8' \quad (47)$$

De forma análoga a lo descrito para el equilibrio semiagrupador, el miembro derecho de estas inecuaciones recoge la diferencia (ganancia o pérdida) en el salario del hijo derivada de una desviación del equilibrio. Por otra parte, el miembro izquierdo recoge la diferencia (ganancia o pérdida) de utilidad en el consumo que sufriría cada familia si eligiese un nivel de educación diferente al de equilibrio.

Para probar la estrategia de las familias recogida en la proposición, se procede en dos etapas. Primero se analizan las RCI que afectan al nivel intermedio y luego las del nivel superior.

- (i) Determinación del nivel educativo intermedio $\tilde{e}^c$.

Las RCI que afectan a la determinación de ese nivel son las (c.4'), (c.6') y la (c.8').

El nivel de educación intermedio, que eligen los tipos rl y ph, deben cumplir:

$$\begin{array}{ccc} \tilde{e}^c & \geq & e^c_8 \\ \tilde{e}^c & \leq & e^c_6 \\ \tilde{e}^c & \leq & e^c_{4}, \end{array}$$

donde

$$u(\bar{w}_r) - u(\bar{w}_r - c(e^c_4, l)) - (w_r - w_p)(1-\delta) = 0 \quad \text{(c.4")}$$

$$u(\bar{w}_p) - u(\bar{w}_p - c(e^c_6, h)) - (w_r - w_p)(1-\delta) \;=\; 0c.6'' \quad (48)$$
$$u(\bar{w}_p) - u(\bar{w}_p - c(e^c_8, l)) - (w_r - w_p)(1-\delta) \;=\; 0.c.8'' \quad (49)$$

Se puede comprobar que $\forall\delta \in [0,1]$ la ordenación es $e^c_8 < e^c_6 < e^c_4$, por lo que el mínimo de los niveles educativos que cumple las tres RCI es el e_8, por tanto, $\tilde{e}^c = e^c_8$.

Queda por estudiar cómo se determina e^c_{hr}.

- (ii) Determinación del nivel educativo superior e^c_{hr}.

El nivel e^c_{hr} debe verificar las RCI restantes. En particular, debe satisfacer las siguientes restricciones

$$\begin{array}{rcl} e^c_{hr} & \leq & e^c_i, \ i=1,2 \\ e^c_{hr} & \geq & e^c_i, \ i=3,5,7, \end{array} \tag{50}$$

siendo

$$u(\bar{w}_r) - u(\bar{w}_r - c(e^c_2, h)) - (w_r - w_p) = 0c.2'' \tag{51}$$
$$u(\bar{w}_p) - u(w_p - c(e^c_7, l)) - (w_r - w_p) = 0c.7'' \tag{52}$$
$$u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, h) - u(\bar{w}_r - c(e^c_1, h)) - (w_r - w_p)\delta = 0c.1'' \tag{53}$$
$$u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, h) - u(\bar{w}_p - c(e^c_5, h)) - (w_r - w_p)\delta = 0c.5'' \tag{54}$$
$$u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, l) - u(\bar{w}_r - c(e^c_3, l)) - (w_r - w_p)\delta = 0.c.3'' \tag{55}$$

Teniendo en cuenta (c.7") y (c.2") resulta que $e^c_7 < e^c_2$ y, considerando (c.5"), (c.3") y (c.1") resulta que $e^c_5 < e^c_3 < e^c_1$. A partir de este punto, falta ordenar estos dos grupos de niveles educativos. El resultado es que $e^c_7 < e^c_5 < e^c_3 < e^c_1 < e^c_2 \ \forall\delta \in (0,1)$ por lo que el mínimo nivel que resuelve todas las restricciones es e^c_3. En primer lugar, se demuestra que $e^c_7 < e^c_5$. Esta ordenación resulta de considerar:

$$\left\{ \begin{array}{l} e^c_7 = e^c_5 = e^c_8 \text{ cuando } \delta = 0 \\ e^c_7 < e^c_5, (e^c_8 = 0) \text{ cuando } \delta = 1, \text{ y} \\ \frac{d}{d\delta} e^c_7 = 0 \text{ y } \frac{d}{d\delta} e^c_5 > 0. \end{array} \right.$$

Cuando $\delta = 0$ de (c.5") se obtiene que $e^c_5 = e^c_8$ y de (c.7") y (c.8") se obtiene que $e^c_7 = e^c_8$. Cuando $\delta = 1$ de (c.8") resulta que $e^c_8 = 0$ e incorporándolo a (c.5") y comparando el resultado con (c.7") se deriva que $e^c_7 < e^c_5$. Por último, es obvio que $\frac{d}{d\delta} e^c_7 = 0$ a partir de (c.7"); sin embargo, a partir de (c.5") se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\delta} e^c_5 &= -\frac{-(w_r - w_p) + U'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, h))(-1)c_e(l)\frac{d\tilde{e}^c}{d\delta}}{U'(\bar{w}_p - c(e^c_5, h)c_e(h)} = \\ &= \frac{(w_r - w_p) + U'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, h))c_e(l)\left(-\frac{(w_r - w_p)}{U'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, l))c_e(l)}\right)}{U'(\bar{w}_p - c(e^c_5, h))c_e(h)} = \\ &= \frac{(w_r - w_p)\left(1 - \frac{U'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, h))}{U'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, l))}\right)}{U'(\bar{w}_p - c(e^c_5, h))c_e(h)} > 0. \end{aligned}$$

En segundo lugar, se demuestra que $e_1 < e_2$. Para ello hay que considerar que:

$$\left\{ \begin{array}{l} e_1 < e_2 \text{ cuando } \delta = 0, \\ e_1 = e_2 \text{ cuando } \delta = 1, \text{y} \\ \frac{d}{d\delta} e_2 = 0, \text{ y } \frac{d}{d\delta} e_1 > 0. \end{array} \right.$$

La relación entre e_1^c y e_2^c cuando $\delta = 0$ se obtiene teniendo en cuenta que $e_1^c = e_8^c$ a partir de (c.1") y como ya se ha demostrado $e_7^c = e_8^c$. Por consiguiente, $e_1^c = e_7^c = e_8^c$ y comparando e_2^c y e_7^c, resulta que $e_2^c > e_7^c \Rightarrow e_2^c > e_1^c$. Cuando $\delta = 1$ de (c.8") resulta que $e_8^c = 0$ e incorporándolo a (c.1") resulta que se obtiene una expresión idéntica a la (c.2") lo que implica que $e_1^c = e_2^c$. Falta demostrar el comportamiento de e_1^c y e_2^c con respecto a δ. A partir de la expresión (c.2") se comprueba que $\frac{d}{d\delta}e_2^c = 0$; y para calcular $\frac{d}{d\delta}e_1^c$ se recurre a la expresión (c.1"), de donde se obtiene:

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\delta}e_1^c &= -\frac{-(w_r - w_p) + U'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, h))(-1)c_e(h)\frac{d\tilde{e}^c}{d\delta}}{U'(\bar{w}_r - c(e_1^c, h))c_e(h)} = \\ &= \frac{(w_r - w_p) + U'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, h))c_e(h)\frac{d\tilde{e}^c}{d\delta}}{U'(\bar{w}_r - c(e_1^c, h))c_e(h)} > 0\end{aligned}$$

porque $\frac{d\tilde{e}^c}{d\delta} < 0$. Por tanto, también queda demostrado que $e_1^c < e_2^c$.

Por último, se analizan las **conjeturas de las empresas**. De acuerdo con el criterio intuitivo, las empresas no deben asignar probabilidad positiva a un tipo para el cual enviar un mensaje está dominado en equilibrio. En este equilibrio este refinamiento exige lo siguiente:

$$\begin{aligned}&\mu(ph/e \geq e_5^c) = 0 \quad \text{porque} \quad U_{ph}^{*c}(\tilde{e}, w^c) > U_{ph}(e \geq e_5^c, w_r),\\ &\mu(rl/e \geq e_3^c) = 0 \quad \text{porque} \quad U_{rl}^{*c}(\tilde{e}, w^c) > U_{rl}(e \geq e_3^c, w_r),\end{aligned}$$

donde U_{ij}^{*c} es la utilidad del individuo ij en equilibrio y $U_{ij}(e, w_r)$ es la utilidad de un individuo ij cuando elige e y la empresa lo asigna al puesto en el que cobra w_r (véase Gráfico 3). Las creencias de la Proposición 2 satisfacen este requisito. La siguiente cuestión es porqué el tipo rh elige el nivel de educación de mínimo coste que cumple las RCI.

El criterio intuitivo implica que la conjetura de la empresa debe ser $\mu(rh/e \geq e_3^c) = 1$ lo que implica que no puede haber un equilibrio aristocrático en el que rh elija un $e^s > e_3^c$ ya que en tal equilibrio las empresas deberían creer que $\mu(rh/e_3^c \leq e \leq e_5^c) < 1$. Esto último, claramente, no cumple el CI. Del mismo modo, las creencias especificadas en la Proposición 2 inducen como mejor respuesta de los tipos ph y rl el nivel educativo $\tilde{e}^c$ ya que es el mínimo con el que se garantizan un salario esperado $\pi^c w_r + (1 - \pi^c)w_p$.

En el resto del trabajo, se utilizará $\tilde{e}^c$, en lugar de e_8^c, para denotar el nivel de educación del tipo pl y e_{rl}^c, en lugar de e_3^c, para denotar el nivel de educación del tipo rl en el equilibrio cuasiseparador.

En resumen, los niveles educativos $\tilde{e}^c$ y e_{rh}^c que verifican las RCI y el criterio intuitivo son los que resuelven respectivamente (adoptando el cambio de notación) las siguientes ecuaciones:

$$u(\bar{w}_p) - u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, l)) - (w_r - w_p)(1 - \delta) = 0c.8'' \qquad (56)$$

$$u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, l)) - u(\bar{w}_r - c(e_{rh}^c, l)) - (w_r - w_p)\delta = 0, c.3'' \qquad (57)$$

que, como en el equilibrio anterior, pueden escribirse también como:

$$\begin{aligned} U^{*c}_{pl}(0, w_p) &= U_{pl}(\tilde{e}^c, w^c) \\ U^{*c}_{rl}(\tilde{e}^c, w^c) &= U_{rl}(e^c_{rh}, w_r) \end{aligned}$$

(véase expresiones 11 y 10) o bien

$$\begin{aligned} u(\bar{w}_p) + w_p &= u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, l)) + w^c \\ u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, l)) + w^c &= u(\bar{w}_r - c(e^c_{rh}, l)) + w_r. \end{aligned}$$

Estas dos últimas ecuaciones son las que se presentan en la Proposición 2.2.

D Disparidad de rentas y ESE.

De acuerdo con el Lema 2.2 el ESE es el equilibrio cuasiagrupador cuando $e^a_{rh} < e^c_{rh}$ y cuando $e^a_{rh} > e^c_{rh}$, el ESE es el equilibrio cuasiseparador. La prueba de la proposición requiere entonces demostrar que
(i) $e^a_{rh} < e^c_{rh}$ cuando

$$\begin{cases} \delta \in (0,1) \text{ si } \frac{U'(\bar{w}_p)}{U'(\bar{w}_r)} < 2 \\ \delta \in (0,\bar{\delta}) \text{ si } \frac{U'(\bar{w}_p)}{U'(\bar{w}_r)} > 2, \end{cases}$$

(ii) $e^a_{rh} > e^c_{rh}$ cuando

$$\delta \in [\bar{\delta}, 1) \text{ si } \frac{U'(\bar{w}_p)}{U'(\bar{w}_r)} > 2.$$

Con este objetivo se analizan los niveles educativos $\tilde{e}$, e^a_{rh} y e^c_{rh} caracterizados por las ecuaciones (4), (8) y (7), que se reescriben como:

$$\begin{aligned} u(\bar{w}_r) - u(\bar{w}_r - c(e^a_{rh}, l) - (w_r - w_p)\frac{2\delta}{1+\delta} &= 0 \\ u(\bar{w}_p) - u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, l) - (w_r - w_p)(1-\delta) &= 0 \\ u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, l)) - u(\bar{w}_r - c(e^c_{rh}, l)) - (w_r - w_p)\delta &= 0 \end{aligned}$$

respectivamente. Estos niveles educativos se pueden representar en el espacio (δ, e) para lo cual, se calculan las derivadas $\frac{\partial\delta}{\partial e^a_{rh}}$, $\frac{\partial\delta}{\partial e^c_{rh}}$, $\frac{\partial\delta}{\partial\tilde{e}^c}$, $\frac{\partial^2\delta}{\partial {e^a_{rh}}^2}$, $\frac{\partial^2\delta^2}{\partial\tilde{e}^c}$ y $\frac{\partial^2\delta}{\partial {e^c_{rh}}^2}$.

Aplicando la regla de la función implícita se obtiene:

$$\frac{d\delta}{de^a_{rh}} = -\frac{U'(\bar{w}_r - c(e^a_{rh}, l))c_e(l)}{-(w_r - w_p)\frac{\partial}{\partial\delta}\frac{2\delta}{1+\delta}} = \frac{U'(\bar{w}_r - c(e^a_{rh}, l))c_e(l)}{(w_r - w_p)\frac{2}{(1+\delta)^2}} > 0 \quad (58)$$

$$\frac{d\delta}{d\tilde{e}^c} = -\frac{U'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, l))c_{\tilde{e}^c}(l)}{-(w_r - w_p)} < 0 \quad (59)$$

Por último, se calcula $\frac{d\delta}{de^c_{rh}}$ resultando

$$
\begin{aligned}
\frac{d\delta}{de^c_{rh}} &= -\frac{U'(\bar{w}_r - c(e^c_{rh}, l))c_e(l)}{-(w_r - w_p) + U'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l))(-1)c_e(l)\frac{d\tilde{e}}{d\delta}} = \\
&= \frac{U'(\bar{w}_r - c(e^c_{rh}, l))c_e(l)}{(w_r - w_p) + U'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l))c_e(l)\left(-\frac{(w_r - w_p)}{U'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l))c_e(l)}\right)} \\
&= \frac{U'(\bar{w}_r - c(e^c_{rh}, l))c_e(l)}{(w_r - w_p)\left(1 - \frac{U'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l))}{U'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l))}\right)} > 0. \qquad (60)
\end{aligned}
$$

Por otra parte, derivando las expresiones (24), (25) y (26), resulta:

$$
\frac{\partial^2 \delta^2}{\partial {e^a_{rh}}^2} > 0, \ \frac{\partial \delta^2}{\partial \tilde{e}^{c2}} < 0 \text{ y } \frac{\partial^2 \delta^2}{\partial {e^c_{rh}}^2} > 0,
$$

suponiendo que

$$
\frac{U''(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l))}{U'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l))} = \frac{U''(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l))}{U'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l))} \qquad \forall \tilde{e},
$$

es decir, que la función de utilidad $U(\cdot)$ presenta aversión absoluta al riesgo constante con el nivel de renta.

De las ecuaciones (4), (7) y (8) se desprende que (i) cuando $\delta \to 0$, $e^a_{rh} \to 0, e^c_{rh} \to \tilde{e} = \bar{e}$, donde $\bar{e}$ resuelve $u(\bar{w}_p) - u(\bar{w}_p - c(\bar{e}, l) = (w_r - w_p)$; (ii) cuando $\delta \to 1$, $\tilde{e} \to 0$, $e^a_{rh} \to e'$ y $e^c_{rh} \to e'$, donde $e' > 0$ resuelve $u(\bar{w}_r) - u(\bar{w}_r - c(e', l) = (w_r - w_p)$. Obsérvese que $e' > \bar{e}$ por concavidad de la función de utilidad.

El siguiente paso es demostrar la relación entre la ordenación de los niveles educativos y el valor del cociente $\frac{U'(\bar{w}_r)}{U'(\bar{w}_p)}$. En primer lugar, se supone que $\frac{U'(\bar{w}_r)}{U'(\bar{w}_p)} > \frac{1}{2}$. Cuando existe aversión absoluta al riesgo constante, la condición $\frac{U'(\bar{w}_r)}{U'(\bar{w}_p)} > \frac{1}{2}$ garantiza que la ordenación es $e^a_{rh} < e^c_{rh}$ y no existe ningún valor de δ, distinto de 1, para el que $e^a_{rh} = e^c_{rh}$ porque para todo e se cumple la condición

$$
\frac{d\delta}{de^a_{rh}} < \frac{d\delta}{de^c_{rh}}.
$$

Sustituyendo en esta desigualdad las derivadas (24) y (26) calculadas anteriormente se obtiene

$$
\begin{aligned}
\frac{U'(\bar{w}_r - c(e, l)c_e(l)}{(w_r - w_p)\frac{2}{(1+\delta)^2}} &< \frac{U'(\bar{w}_r - c(e, l))c_e(l)}{(w_r - w_p)\left[1 - \frac{U'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l))}{U'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l))c_e(l)}\right]} \\
\frac{\delta^2 + 2\delta - 1}{(1+\delta)^2} &< \frac{U'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l))}{U'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l))}.
\end{aligned}
$$

La parte derecha de esta desigualdad es un valor constante suponiendo aversión constante al riesgo. Sin embargo la parte izquierda es negativa si $\delta \in (0, 0'41)$

y positiva para $\delta \in [0'41, 1)$, pero en cualquier caso es siempre creciente con δ, esto es, $\frac{d}{d\delta}\left[\frac{\delta^2+2\delta-1}{(1+\delta)^2}\right] = \frac{4}{(1+\delta)^3} > 0$. Por tanto, la parte izquierda alcanza su valor máximo cuando $\delta \to 1$ y dicho valor es $1/2$. Si suponemos que la parte derecha es mayor que $1/2$, es decir, que

$$\frac{U'(\bar{w}_r))}{U'(\bar{w}_p)} > \frac{1}{2}$$

se tiene garantizada la desigualdad y entonces, efectivamente, $\frac{d\delta}{de^a_{rh}} < \frac{d\delta}{de^c_{rh}}\ \forall e$. En suma, con aversión constante, si $\frac{U'(\bar{w}_r))}{U'(\bar{w}_p)} > \frac{1}{2}$ para todo δ se tiene que $e^a_{rh} < e^c_{rh}$.

En segundo lugar se supone que $\frac{U'(\bar{w}_r))}{U'(\bar{w}_p)} < \frac{1}{2}$. Se demuestra que entonces existe un valor de e a partir del cual

$$\frac{d\delta}{de^a_{rh}} > \frac{d\delta}{de^c_{rh}}$$

y, por tanto, existe un $\bar{\delta} \neq 1$ para el que $e^a_{rh} = e^c_{rh}$. Obsérvese que para que esto ocurra, se debe cumplir que

$$\frac{\delta^2+2\delta-1}{(1+\delta)^2} > \frac{U'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l))}{U'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l))c_e(l)}. \tag{61}$$

Si la parte derecha es inferior a $1/2$ y, como ya se ha mencionado, la parte izquierda oscila entre $(-1, 1/2)$ siendo siempre creciente para todo δ, resulta que esta desigualdad no puede verificarse para todo δ. El valor crítico $\bar{\delta}$ para el que $e^a_{rh} = e^c_{rh}$ resuelve el sistema

$$\begin{aligned} u(\bar{w}_r) + w^a &= u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l)) + w^c \\ u(\bar{w}_p) + w_p &= u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l)) + w^c \end{aligned}$$

y los salarios w^a y w^c vienen dados por (5) y (9).

En definitiva, cuando $\frac{U'(\bar{w}_r))}{U'(\bar{w}_p)} < \frac{1}{2}$ existen dos posibles ordenaciones: $e^c_{rh} > e^a_{rh}\ \forall\delta \in (0, \bar{\delta})$ y $e^c_{rh} < e^a_{rh} \forall\delta \in [\bar{\delta}, 1)$

E Efectos de variaciones en los costes de la educación.

El parámetro β será un indicador de los costes marginales de la educación. Concretamente, se supone que $c_\beta(\cdot) < 0$. Incorporando este parámetro a las ecuaciones (19), (c.8") y (c.3") resulta:

$$u(\bar{w}_r) - u(\bar{w}_r - c(e^a_{rh}, l, \beta)) - (w_r - w_p)\frac{2\delta}{1+\delta} = 0 \tag{62}$$

$$u(\bar{w}_p) - u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, l, \beta)) - (w_r - w_p)(1-\delta) = 0 \tag{63}$$

$$u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, l, \beta)) - u(\bar{w}_r - c(e^c_{rh}, l, \beta)) - (w_r - w_p)\delta = 0. \tag{64}$$

El efecto de una variación de los costes de la educación sobre los niveles de educación en cada uno de los equilibrios queda reflejado en las siguientes derivadas:

$$\begin{aligned}
\frac{de^a_{rh}}{d\beta} &= -\frac{u'(\bar{w}_r - c(e^a_{rh}, l))c_\beta(e^a_{rh}, l, \beta)}{u'(\bar{w}_r - c(e^a_{rh}, l)c_e(l, \beta)} = -\frac{c_\beta(e^a_{rh}, l, \beta)}{c_e(l, \beta)} < 0, \\
\frac{d\tilde{e}^c}{d\beta} &= \frac{u'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, l)c_\beta(\tilde{e}^c, l, \beta)}{u'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, l)c_e(l, \beta)} = -\frac{c_\beta(e^a_{rh}, l, \beta)}{c_e(l, \beta)} < 0, \\
\frac{de^c_{rh}}{d\beta} &= -\frac{u'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, l, \beta))(-1)\left(c_e(l, \beta)\frac{\partial \tilde{e}^c}{\partial \beta} + c_\beta(\tilde{e}^c, l, \beta)\right)}{u'(\bar{w}_r - c(e^c_{rh}, l, \beta)c_e(l, \beta)} + \\
&\quad + \frac{u'(\bar{w}_r - c(e^c_{rh}, l, \beta))c_\beta(e^c_{rh}, l, \beta)}{u'(\bar{w}_r - c(e^c_{rh}, l, \beta)c_e(l, \beta)} < 0
\end{aligned}$$

Por otra parte, para conocer el signo de la derivada parcial $\frac{\partial \bar{\delta}}{\partial \beta}$, en primer lugar, se introduce el parámetro β en el sistema de ecuaciones (12) y (13):

$$\begin{aligned}
u(\bar{w}_r) - u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l, \beta)) - \frac{(1-\bar{\delta})\bar{\delta}}{1+\bar{\delta}}(w_r - w_p) &= 0 \\
u(\bar{w}_p) - u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l, \beta)) - (1-\bar{\delta})(w_r - w_p) &= 0
\end{aligned}$$

donde se ha sustituido w^c y w^a. Éste es un sistema de ecuaciones simultáneas, que denotaremos mediante F^1 y F^2 respectivamente. Tomando la diferencial total de cada una de las dos ecuaciones y considerando que sólo varía β, resulta el siguiente sistema en notación matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F^1}{\partial \tilde{e}} & \frac{\partial F^1}{\partial \bar{\delta}} \\ \frac{\partial F^2}{\partial \tilde{e}} & \frac{\partial F^2}{\partial \bar{\delta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{e}}{\partial \beta} \\ \frac{\partial \bar{\delta}}{\partial \beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial F^1}{\partial \beta} \\ -\frac{\partial F^2}{\partial \beta} \end{bmatrix};$$

por la regla de Cramer, la derivada $\frac{\partial \bar{\delta}}{\partial \beta}$ puede expresarse analíticamente como

$$\frac{\partial \bar{\delta}}{\partial \beta} = \frac{|J_2|}{|J|}.$$

Para calcular $|J_2|$ es necesario el vector siguiente:

$$\begin{bmatrix} -\frac{\partial F^1}{\partial \beta} \\ -\frac{\partial F^2}{\partial \beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -u'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l, \beta))c_\beta(\tilde{e}, l, \beta)) \\ -u'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l, \beta))c_\beta(\tilde{e}, l, \beta)) \end{bmatrix}.$$

El determinante buscado es:

$$|J_2| = \begin{vmatrix} u'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l, \beta))c_e() & -u'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l, \beta))c_\beta(\tilde{e}, l, \beta)) \\ u'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l, \beta)c_e() & -u'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l, \beta))c_\beta(\tilde{e}, l, \beta)) \end{vmatrix},$$

que desarrollándolo resulta

$$\begin{aligned}
|J_2| &= u'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l, \beta))c_e()\,(-u'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l, \beta))c_\beta(\tilde{e}, l, \beta))) + \\
&\quad +u'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l, \beta)c_e()\,(u'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l, \beta))c_\beta(\tilde{e}, l, \beta))) \\
&= 0,
\end{aligned}$$

de donde claramente se concluye que $\frac{\partial \bar{\delta}}{\partial \beta} = \frac{|J_2|}{|J|} = 0$.

E.1 Efectos de un aumento de las becas a las familias con menores ingresos.

De manera análoga al apartado anterior se introduce la variable s_p, que recoge las ayudas concedidas a las familias con menos recursos, en las expresiones (19), (c.8") y (c.3"). Debido a que las ayudas van destinadas a las familias con menos recursos sólo se introduce s_p en las ecuaciones correspondientes a dichas familias, resultando:

$$\begin{aligned}
u(\bar{w}_r) - u(\bar{w}_r - c(e^a_{rh}, l)) - (w_r - w^a) &= 0 \\
u(\bar{w}_p) - u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, l, s_p)) - (w_r - w_p)(1-\delta) &= 0 \\
u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, l)) - u(\bar{w}_r - c(e^c_{rh}, l)) - (w_r - w_p)\delta &= 0.
\end{aligned}$$

Diferenciando la segunda ecuación resulta:

$$\frac{d}{ds_p}\tilde{e}^c = -\frac{u'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, l, s_p))c_\theta(\tilde{e}^c, l, s_p))}{u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^c, l, s_p))c_e(l, s_p))} = -\frac{c_{s_p}(\tilde{e}^c, l, s_p))}{c_e(, s_p))} > 0,$$

y de la tercera ecuación resulta:

$$\frac{\partial}{\partial s_p}e^c_{rh} = -\frac{u'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^c, l))(-1)c_e(l, s_p))\frac{\partial}{\partial s_p}\tilde{e}^c}{u(\bar{w}_p - c(e^c_{rh}, l, s_p))c_e(l))} > 0;$$

obviamente $\frac{d}{ds_p}e^a_{rh} = 0$. Estas dos últimas derivadas indican que, por ejemplo, un aumento de las ayudas a familias de menor renta (s_p aumenta) provoca, en primer lugar, un aumento del nivel educativo con el que los tipo intermedios, *ph* y *lp*, se separan del tipo con menores ingreso y capacidad *pl* en el cuasiseparador. Esto es lógico porque ahora el tipo *pl* se enfrenta a menores costes de la educación y si aquéllos no se "defendiesen", los imitaría. En segundo lugar, y como consecuencia de lo anterior, el tipo del extremo superior, *rh* debe separarse con un nivel educativo más alto que antes de la variación.

Para finalizar, se calculan los efectos sobre $\bar{\delta}$. En primer lugar, se introduce s_p en el sistema de ecuaciones (12) y (13):

$$\begin{aligned}
u(\bar{w}_r) - u(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l)) - \frac{(1-\bar{\delta})\bar{\delta}}{1+\bar{\delta}}(w_r - w_p) &= 0 \\
u(\bar{w}_p) - u(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l, s_p)) - (1-\bar{\delta})(w_r - w_p) &= 0.
\end{aligned}$$

Se puede hallar la derivada $\frac{\partial \bar{\delta}}{\partial s_p}$ adaptando convenientemente el proceso ya utilizado en el apartado anterior. El determinante del Jacobiano $|J|$ es:

$$\begin{aligned}
|J| &= \begin{vmatrix} u'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l))c_e() & \frac{1-2\bar{\delta}-\bar{\delta}^2}{\left(1+\bar{\delta}\right)^2}(w_r - w_p) \\ \\ u'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l))c_e() & -(w_r - w_p) \end{vmatrix} = \\
&= \left[\begin{array}{c} -u'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l))c_e(\cdot)(w_r - w_p) - \\ u'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l))c_e()\frac{1-2\bar{\delta}-\bar{\delta}^2}{\left(1+\bar{\delta}\right)^2}(w_r - w_p) \end{array} \right].
\end{aligned}$$

Sacando factor común, se comprueba que el signo del determinante depende del signo de término entre corchetes de la expresión siguiente:

$$-(w_r - w_p)c_e()\left[u'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l)) + u'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l))\frac{1-2\bar{\delta}-\bar{\delta}^2}{\left(1+\bar{\delta}\right)^2}\right].$$

Haciendo algunas operaciones, resulta que el signo de dicho término será positivo si

$$\frac{u'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}, l))}{u'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}, l))} > \frac{\bar{\delta}^2 + 2\bar{\delta} - 1}{\left(1+\bar{\delta}\right)^2},$$

y, como se ha demostrado en la prueba de la Proposición 3.3, el signo de este término es positivo si $\frac{u'(\bar{w}_r)}{u'(\bar{w}_p)} > \frac{1}{2}$. Sin embargo, cuando $\frac{u'(\bar{w}_r)}{u'(\bar{w}_p)} < \frac{1}{2}$ el término entre corchetes puede ser positivo o negativo (véase expresión ()), pero en cualquier caso, en el nivel crítico y $\forall \delta < \bar{\delta}$ es positivo. Por lo tanto, el signo del Jacobiano es

$$|J| \left\{ \begin{array}{cc} > 0 & \forall \delta < \bar{\delta} \\ \text{indeterminado} & \text{en otro caso} \end{array} \right. \tag{65}$$

Por otra parte, se calula el determinante $|J_2|$ sustituyendo el vector

$$\begin{bmatrix} -\frac{\partial F^1}{\partial s_p} \\ \\ -\frac{\partial F^2}{\partial s_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \\ -u'(w_p - c(\tilde{e}^{**}, l, s_p))c_{s_p}(\tilde{e}^{**}, l, s_p)) \end{bmatrix}$$

de modo que

$$|J_2| = \begin{vmatrix} u'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^{**}, l))c_e() & 0 \\ \\ u'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^{**}, l, s_p)c_e() & -u'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^{**}, l, s_p))c_{s_p}(\tilde{e}^{**}, l, s_p)) \end{vmatrix}.$$

Desarrollando el determinante se obtiene

$$|J_2| = u'(\bar{w}_r - c(\tilde{e}^{**}, l, s_r))c_e(\cdot)\left(-u'(\bar{w}_p - c(\tilde{e}^{**}, l, \theta s_r))c_\theta(\tilde{e}^{**}, l, s_p))\right) > 0,$$

y la derivada buscada es positiva $\forall\delta < \bar{\delta}$:

$$\frac{\partial\bar{\delta}}{\partial s_p} = \frac{|J_2|}{|J|} = \frac{(+)}{(+)} \; \forall\delta < \bar{\delta}.$$

References

[1] Banks, J., 1990. A model of electoral competition with incomplete information, *Journal of Econonomic Theory* 50(2), 309-25.

[2] Becker, G., y Tomes, N., 1979. An equilibrium theory of the distribution of income and intergenerational mobility. *Journal of Political Economy 87(6)*, December, 1153-1189.

[3] Bernheim, D., 1994. A theory of conformity. *Journal of Political Economy* 102(51), 841-877.

[4] Cho I.K., Kreps D.M., 1987. Signalling games and stable equilibria. *Quarterly Journal of Economics* 102(2), 179-221.

[5] Giannini M., 1997. Education and job market signalling: a comment, mimeo.

[6] Green, J. y Laffont, J., 1990. Competition on many fronts: a Stackelberg signaling equilibrium. *Games and Economic Behavior* 2(3), 247-72.

[7] Lewis, T., Sappington, D., 1989. Inflexible rules in incentive problems. *American Economic Review* 79(1), 69-84.

[8] Mailath G.J., Okuno_Fujiwara M. y Postlewaite A., 1993. Beliefs-Bases refinements in signalling games. *Journal of Economic Theory* 60(2), 241-276.

[9] Roth A., Sotomayor, M., 1990. Two-side matching. Cambridge University Press, Cambridge.

[10] Spence A.M., 1973. Job market signaling. *Quarterly Journal of Economics* 87(3), 355-379.

[11] Siebert, S., Desigualdad de oportunidades: un análisis basado en la teoría microeconómica de la familia, en Nuevos enfoques microeconómicos en economía del trabajo de Drago, R., y Perlman, R., 1989, Ministerio de Trabajo y Seguridad Social.

[12] Stiglitz, J., (1975). The theory of screening, Education and the distribution of income. *American Economic Review* 65(3), 283-300.

[13] Thurow, L., 1975. Generating inequality. Mechanisms of Distribution on the U.S. Economy, New York, Basic Books.