

Guión Práctica 7

Derivación e Integración Numérica

José Díaz

20 de marzo de 2007

1. Introducción

En esta práctica estudiaremos los diferentes algoritmos de derivación e integración numérica. Leed atentamente el contenido del tema 7 de Prácticas de Cálculo Numérico en C++, `practica7.pdf` y repasad lo estudiado en clase de teoría.

2. Creación del directorio de trabajo

Conectarnos en un ordenador en Linux. Cread un directorio de trabajo con vuestro nombre, si no existe el que creásteis en prácticas anteriores. Cuando entráis en Linux estáis en el directorio `/home/calnum`. Si cambiáis de directorio por alguna razón y queréis volver, podéis volver al mismo mediante el comando

```
cd ~
```

En el terminal alfanumérico (pantalla xterm) cread un directorio con vuestro nombre (ej. `eva`) escribiendo el siguiente comando:

```
mkdir eva
```

El comando `mkdir` crea un directorio con el nombre que sigue. Este directorio existirá hasta que se borre el disco del ordenador o alguien lo borre intencionadamente.

Verificáis que se ha creado el directorio con el comando

```
ls
```

que os lista todos los ficheros y directorios contenidos en el directorio donde se realiza el comando. El camino absoluto de este directorio es `/home/calnum/eva` como podéis verificar escribiendo

```
pwd
```

en el terminal alfanumérico.

3. Descarga y descompresión de la práctica

Con el navegador Mozilla Web Browser, vais a la página de Cálculo Numérico:

```
www.uv.es/~diazj/
```

y os bajáis

```
P7.tgz
```

Hacer una actualización (reload) antes de bajarlo para aseguraros que bajáis la última versión y no el contenido del caché.

Colocáis este fichero en `/home/calnum/eva` con el comando

```
mv P7.tgz /home/calnum/eva
```

Bajáis al directorio `/home/calnum/eva`:

```
cd /home/calnum/eva
```

y descomprimís el fichero `P7.tgz` con el comando:

```
tar -zxvf P7.tgz
```

Se creará el directorio

```
/home/calnum/eva/P7
```

Bajáis al directorio `/home/calnum/eva/P7`

```
cd P7
```

Ya estáis en el directorio donde vais a realizar la práctica.

4. compilación y ejecución de los programas

Esta práctica es muy similar a la anterior. En la cabecera `templates.h` están programados algunas funciones patrón utilizadas. Los programas se compilan simplemente en todos los casos:

```
g++ -I. -o trapezoidal trapezoidal.cpp
```

Estudiad el contenido de cada uno de los programas y realizad los ejercicios propuestos en el manual de la práctica 7, `practica7.pdf`.

Una vez realizados los ejercicios, ya estáis en condiciones de confeccionar la memoria.

5. Realización de la memoria

Para cada uno de los ejercicios pedidos abajo cread un fichero fuente, que llamaréis `P7ej1.cpp` en el caso del programa del primer ejercicio, y los ficheros de datos en su caso, `ej1.dat` por ejemplo. Compiláis el programa

```
g++ -o P7ej1 P7ej1.cpp
```

y ejecutáis el programa en un fichero de salida `P7ej1.res`

```
./P7ej1<P7ej1.dat>P7ej1.res
```

Hacéis esto para todos los ejercicios.

Para confeccionar la memoria utilizáis Emacs, u otro editor ASCII, pero no MS-Word o editores de RichText. Creáis un fichero llamado `P7_nombre_apellido1_apellido2.txt`, y con Emacs escribís vuestro nombre y grupo de prácticas (José Pérez García. Grupo BL2) en la primera línea e incluís en él todos los ficheros por orden correla-

tivo: P7ej1.cpp, P7ej1.dat, P7ej1.res, P7ej2.cpp, etc. Escribís cualquier comentario a final de los ficheros de resultados del ejercicio correspondiente. Separáis cada ejercicio con una línea de caracteres como por ejemplo

```
=====
```

Imprimís este fichero, a ser posible a doble cara. Esta es la memoria que debéis presentar.

6. Antes de abandonar la sesión de prácticas

Os colocáis en /home/calnum/eva con

```
cd ..
```

Hacéis un archivo comprimido de P7, con vuestro nombre, para que no se confunda con P7.tgz original.

```
tar -zcvf P7eva.tgz P7
```

Podéis verificar que están todos los ficheros, listando el archivo comprimido

```
tar -ztvf P7eva.tgz
```

Ponéis este fichero en vuestro espacio web de la universidad y lo salváis en disco o memoria USB. Tomad al menos dos medidas de precaución, para evitar pérdidas de datos. Las unidades de diskette y USB se montan haciendo doble click sobre los iconos correspondientes de la carpeta Equipo del escritorio.

7. Entregar la memoria

El listado en papel de las práctica descrito en el apartado 5 lo entregáis en la siguiente sesión de prácticas, o en su defecto lo depositáis en la casilla de correos del profesor en el Dpto. de FAMN.

Depositáis el fichero P7_nombre_apellido1_apellido2.txt como respuesta a la Práctica 7 en el Aula Virtual de Cálculo Numérico.

8. Ejercicios a presentar como memoria

1. Estudiar las derivadas numéricas primera, segunda, tercera y cuarta de la función $\exp(x)$ en $x = 1$, con $h = 0,2, 0,1, 0,05$, y las correspondientes extrapolaciones al límite, mediante el programa `deriv.cpp`. Repetir lo mismo para la función \sqrt{x} en $x = 1$. Comentad los resultados (precisión, número de evaluaciones de la función para cada orden de derivación).
2. Consideremos la función $\cos(x)$. Dibujadla con `gnuplot`. ¿Cuál es su principal característica? Calcular su integral en el intervalo $[-\pi/2, \pi/2]$ directamente y como el doble de la integral en el intervalo $[0, \pi/2]$, con la regla trapezoidal con 10 subintervalos de integración (utilizad el programa `trapN.cpp`) ¿Cuál de

los dos métodos da menos error? Dar una explicación ¿Con cuántos puntos hay que calcular la integral directamente (entre $[-\pi/2, \pi/2]$) para que se obtenga el mismo error que por el segundo método?

3. Calculad la integral de la función $\exp(-x^2)$ entre -1 y 1 por las reglas trapezoidal, Simpson y Romberg con un error de 10^{-8} (Utilizad los programas `trapezoidal.cpp`, `simpsontrap.cpp` y `romberg.cpp`) ¿Que valor de h hace falta en cada método? ¿Cuántas evaluaciones de la función son necesarias en cada método?
4. Calcular el volumen de un elipsoide de revolución de semiejes $a = 1$, $b = 2$ y $c = 3$, integrando recursivamente mediante la regla de Simpson con 100 puntos, mediante la regla de Romberg con un error de 10^{-7} , y mediante la regla de Gauss-Legendre con 10 puntos (Utilizad el programa `integ3d.cpp`, seleccionando la regla de integración correspondiente en cada caso, y poniendo los parámetros de la función como variables globales. Deberéis cambiar las funciones de las curvas y superficies superior e inferior, a las adecuadas en vuestro caso. El programa está preparado para la integral de r^2 sobre una esfera). Comparar el resultado numérico con el valor exacto. La ecuación del elipsoide es

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

y su volumen $\frac{4}{3}\pi abc$. Comentar el resultado.

5. (Alternativo al 4, grupo C). Comprobad Utilizando un programa basado en `trapN.cpp`, que el error depende de h^2 , para el caso del ejercicio 3. (Calculad el error exacto como el valor exacto menos la integral numérica y multiplicadlo por N^2 . Debe de salir aproximadamente la misma cantidad para diversos valores de N). Comprobad igualmente que el error del método de Simpson varía como h^4 .