

LECCIÓN 1

INTRODUCCIÓN A LAS PROPIEDADES DE TRANSPORTE DE LOS SEMICONDUCTORES: TEORÍA SEMICLÁSICA

1.-INTRODUCCIÓN

Todos los dispositivos electrónicos están hechos de un tipo especial de materiales llamados **semiconductores**. El origen del nombre está en el hecho de que su conductividad eléctrica tiene valores intermedios entre los de los aislantes y los de los metales. La resistividad de un metal es del orden de $10^{-6}\Omega\text{cm}$. Un material se considera aislante cuando su resistividad es superior a $10^{10}\Omega\text{cm}$. Pues bien, los semiconductores pueden tener resistividades entre 10^{-3} y $10^6\Omega\text{cm}$, con la particularidad de que dicha resistividad puede controlarse añadiendo pequeñas cantidades de impurezas, lo que los convierte en materiales muy versátiles. Los materiales semiconductores de uso corriente en la industria electrónica son elementos como el silicio (Si) o el germanio (Ge) o compuestos binarios como el arseniuro de galio (GaAs) o el seleniuro de zinc (ZnSe).

Si nos fijamos en el sistema periódico, podemos ver que es lo que tienen en común estos materiales. El silicio y el germanio pertenecen al grupo IVB, lo que significa que tienen cuatro electrones en su última capa. El arseniuro de galio (como otros compuestos III-V) está formado por un elemento del grupo IIIB (tres electrones en su última capa) y otro del grupo VB (cinco electrones en su última capa), con lo que el número medio de electrones por átomo sigue siendo cuatro. Igual ocurre con los compuestos II-VI, como el sulfuro de cadmio (CdS) o el seleniuro de zinc (ZnSe). El hecho de que en todos ellos haya cuatro electrones por átomo está relacionado, como veremos, con el tipo de enlace químico, que es fundamentalmente covalente en los materiales semiconductores.

En los semiconductores binarios el enlace tiene una componente iónica tanto mayor cuanto mas alejados en el sistema periódico se encuentran los elementos que los forman. Por otra parte, y relacionado con lo anterior, todos estos materiales son sólidos cristalinos, es decir, sólidos en los que los átomos están ordenados periódicamente en el espacio. Así, para introducir las propiedades de los semiconductores, revisaremos los conceptos de estructura cristalina y enlace químico.

	IIB	IIIB	IVB	VB	VIB
		B	C	N	O
		Al	Si	P	S
Zn	Ga	Ge	As	Se	
Cd	In	Sn	Sb	Te	
Hg	Tl	Pb	Bi	Po	

Figura1: Los semiconductores en el sistema periódico

2.- ESTRUCTURA CRISTALINA DE ALGUNOS SEMICONDUCTORES

Los semiconductores del grupo IVB, como el silicio y el germanio tienen la misma estructura cristalina que el diamante. En dicha estructura cada átomo se encuentra en el centro de un tetraedro formado por otros cuatro átomos. Como veremos en el siguiente punto, ello es debido a la naturaleza puramente covalente del enlace químico en esos materiales. La figura 5 muestra la estructura del diamante (idéntica a la del Si y el Ge). Vemos que, igual que en la estructura del cloruro sódico, los átomos están en los vértices y en los centros de las caras de un cubo (se trata de una estructura cúbica centrada en caras). Los semiconductores compuestos binarios III-V y muchos de los II-VI tienen una estructura similar, que se llama estructura zinc-blenda, en la que las posiciones atómicas son las mismas pero en la red cristalina se van alternando los átomos de cada tipo, de manera que, por ejemplo, cada átomo de galio (en el arseniuro de galio) siempre está en el centro de un tetraedro formado por cuatro átomos de arsénico y cada átomo de arsénico está en el centro de un tetraedro formado por cuatro átomos de galio.

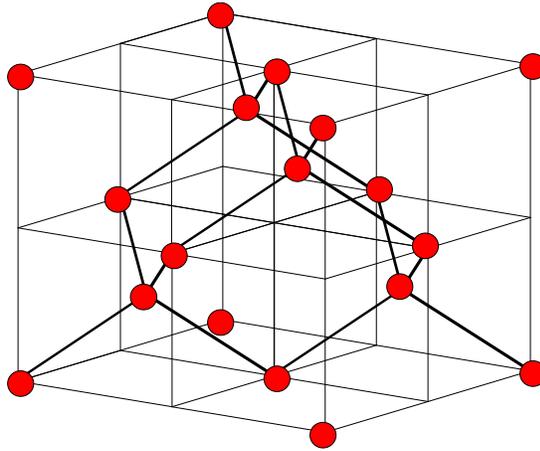


Figura 2: Estructura cristalina del silicio

3.- ENLACE QUÍMICO Y ESTRUCTURA CRISTALINA

El concepto de enlace químico en los sólidos describe la interacción mutua entre los electrones de valencia de todos los átomos que forman el sólido. Los factores que determinan la naturaleza del enlace son: la configuración electrónica de los propios átomos (número de electrones de la capa exterior, simetría de los estados ocupados) el entorno del átomo en la red cristalina (tipo, número y disposición de los próximos vecinos). Recordemos que en los átomos aislados los electrones se distribuyen en capas que pueden ser ocupadas solo por un número dado de electrones. Cuando todas las capas están ocupadas, el átomo está en una configuración estable y no forma moléculas, es decir, no establece enlaces con otros átomos. Es lo que ocurre con los gases nobles, todos ellos con ocho electrones en su capa externa. Los otros elementos tienen de uno a siete electrones en su capa externa, distribuidos en orbitales de tipo s (con simetría esférica) u orbitales de tipo p (con simetría cilíndrica a lo

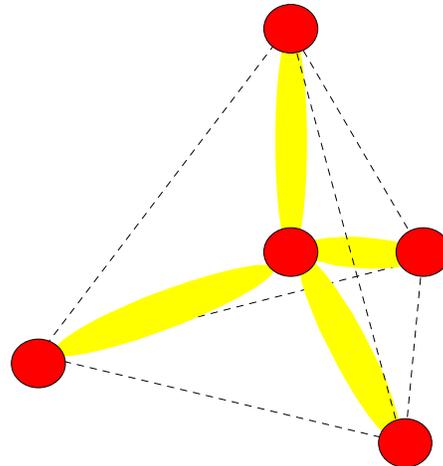


Figura 3: configuración de enlaces covalentes entre primeros vecinos en el Si, Ge y semiconductores III-V y II-VI.

largo de cada uno de los ejes cartesianos). Al formar enlaces estos orbitales pueden combinarse para formar los orbitales híbridos sp , sp^2 o sp^3 . Recordemos la estructura de la molécula de metano: el carbono está en el centro de un tetraedro cuyos vértices están ocupados por sendos átomos de hidrógeno. El carbono forma cuatro enlaces covalentes (uno con cada átomo de hidrógeno), que se originan a partir de orbitales híbridos sp^3 . Cuando en un cristal, el número de próximos vecinos coincide con el número de electrones de valencia por átomo, los electrones pueden asignarse por pares a enlaces entre próximos vecinos. Se habla entonces de enlace por pares de electrones localizados. El enlace químico en los semiconductores corresponde en general a lo que hemos llamado enlace por pares de electrones localizados o enlace covalente. En los semiconductores que hemos mencionado, la configuración de enlaces es similar a la de la molécula de metano, tal como aparece en la figura 6: cada átomo está en el centro de un tetraedro y forma cuatro enlaces covalentes con sendos átomos situados en los vértices del tetraedro. Cuando los dos átomos vecinos son de la misma naturaleza, la distribución de carga electrónica en el enlace es simétrica y se habla de enlace covalente puro. Es el caso del diamante, el silicio y el germanio. Cuando los átomos vecinos son diferentes, existe una asimetría en la distribución de la carga electrónica, que se desplaza hacia el átomo más electronegativo o anión. En ese caso existe una componente iónica en el enlace. La contribución iónica es tanto mayor cuanto mayor es la diferencia de electronegatividad entre los átomos que componen el cristal. Así, los semiconductores III-V (GaAs, InP, GaP, InSb, etc) son menos iónicos que los semiconductores II-VI (CdS, CdTe, ZnSe, etc). Cuando la diferencia de electronegatividad es muy grande (como ocurre en los compuestos I-VII, como los haluros alcalinos, NaCl, KCl, etc) el electrón pasa a ocupar el estado vacío en la última capa del elemento más electronegativo (el halógeno), que queda ionizado negativamente. El elemento alcalino queda ionizado positivamente. El enlace pasa a ser puramente iónico y el número de coordinación se hace más grande. En el caso del NaCl (figura 2) cada anión (negativo) se rodea de seis cationes (positivos) y viceversa, de manera que se maximiza la energía de atracción electrostática. En el caso del CsCl (cloruro de cesio) cada catión de cesio está en el centro de un cubo formado por ocho aniones de cloro. En ese caso el número de coordinación es ocho. Existen otros sólidos en los que el número de electrones por átomo es mucho menor que el número de próximos vecinos. Por ejemplo, en el cristal de sodio, cada átomo está en el centro de un cubo formado por otros ocho átomos. Como solo hay un electrón por átomo, no pueden formarse enlaces covalentes. Los electrones quedan completamente deslocalizados. La atracción electrostática entre la nube electrónica negativa y los iones positivos mantiene ligados a los átomos. Es lo que se llama el enlace de tipo metálico.

En las próximas lecciones veremos que la naturaleza del enlace químico afecta a muchas de las propiedades de los semiconductores. Así, en los sólidos polares, las vibraciones de los átomos de la red dan lugar a campos eléctricos que interactúan con los electrones. Igualmente, en los semiconductores polares las vacantes de uno u otro tipo de átomos tienen propiedades eléctricas diferentes, comportándose como dadores o aceptores.

4.- ESTADOS ELECTRÓNICOS EN LOS SEMICONDUCTORES

Como en todos los sólidos cristalinos, los estados estacionarios de los electrones en los semiconductores son las funciones de Bloch,

$$\Psi_{\vec{k}} = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} u_{\vec{k}}(\vec{r}) \quad u_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{R}) = u_{\vec{k}}(\vec{r}) \quad (1)$$

donde $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ es una función que tiene la periodicidad de la red de Bravais del semiconductor. Las funciones de Bloch son también estados propios del hamiltoniano electrónico correspondiente al potencial periódico creado por la red cristalina:

$$H\Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \left[\frac{\hbar^2}{2m} \Delta^2 + U(\vec{r}) \right] \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = E(\vec{k}) \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) \quad U(\vec{r} + \vec{R}) = U(\vec{r}) \quad (2)$$

Las funciones de Bloch son también funciones propias del cuasi-impulso y de la velocidad.

En la lección siguiente veremos que los electrones se distribuyen en esos estados siguiendo la estadística de Fermi-Dirac, que en el caso no degenerado se reduce a la de Boltzmann, lo que nos permitirá determinar las concentraciones de electrones y huecos en función de la temperatura y de la concentración de impurezas. En la situación de equilibrio térmico, sea degenerado o no degenerado el semiconductor, no existe, obviamente, flujo neto de carga ni de energía en el sólido.

En esta lección pretendemos construir un modelo que nos permita describir los fenómenos de transporte, es decir, determinar los flujos netos de carga y energía que aparecen en el semiconductor al someterlo a campos exteriores o a gradientes de temperatura. Introduciremos el modelo semiclásico de dinámica del electrón en el sólido, que nos permitirá establecer las propiedades más generales del transporte de carga y energía en los sólidos y finalizaremos con el modelo de Drude, que, a través del concepto de tiempo de relajación, permite predecir los valores de las magnitudes que cuantifican dichas propiedades de transporte (resistividad, movilidad, etc).

5.- HIPÓTESIS DEL MODELO SEMICLÁSICO. PAQUETES DE ONDAS.

Como en cualquier modelo semiclásico, el electrón semiclásico en el sólido viene descrito por un paquete de ondas, es decir, una combinación lineal de funciones de Bloch de la forma:

$$\Psi_n(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{k}} g(\vec{k}) \phi_{n\vec{k}}(\vec{r}) e^{-i\frac{\varepsilon_n(\vec{k})}{\hbar}t} \quad (3)$$

donde $\varepsilon_n(\mathbf{k})$ es la relación de dispersión en la banda n , y $g(\mathbf{k})$ solo es distinto de cero para un intervalo de valores de \mathbf{k} próximo a cierto \mathbf{k}_0 , $|\mathbf{k}-\mathbf{k}_0| < \Delta\mathbf{k}$. Para que el vector de ondas esté bien definido, $\Delta\mathbf{k}$ debe ser pequeño comparado con las dimensiones de la primera zona de Brillouin. Veamos como varía el paquete de ondas a lo largo del sólido, recordando las propiedades de traslación de las funciones de Bloch:

$$\Psi_n(\vec{r} + \vec{R}, t) = \sum_{\vec{k}} g(\vec{k}) \phi_{n\vec{k}}(\vec{r}) e^{i(\vec{k}\cdot\vec{R} - \frac{\varepsilon_n(\vec{k})}{\hbar}t)} \quad (4)$$

Considerada como función de \mathbf{R} , el paquete de ondas es una combinación de ondas planas, con cierto peso $G(\mathbf{k})$. Por las propiedades de la transformada de Fourier, sabemos que la extensión espacial del paquete de ondas es $|\Delta\mathbf{R}| \sim 1/|\Delta\mathbf{k}|$. Dado $\Delta\mathbf{k}$ que debe ser mucho menor que dimensión de la zona de Brillouin, es decir mucho menor que $1/a$ donde a es el parámetro de la red, $\Delta\mathbf{R}$ debe ser mucho mayor que a , es decir, el paquete de ondas debe extenderse sobre muchas celdas

unidad. En esas condiciones, sabemos que la velocidad con que se desplaza el paquete de ondas es la velocidad de grupo, o sea:

$$\vec{v}_n(\vec{k}) = \frac{\partial \omega}{\partial \vec{k}} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon_n(\vec{k})}{\partial \vec{k}} \quad (5)$$

La velocidad del paquete de ondas semiclásico resulta ser idéntica al valor propio de la velocidad en el estado de Bloch. Por otra parte, el hamiltoniano semiclásico del paquete de ondas en presencia de un potencial exterior, resulta ser idéntico al hamiltoniano de la aproximación de la masa efectiva:

$$H = \varepsilon_n(\mathbf{k}) + U(\mathbf{r}) \quad (6)$$

La dinámica del electrón semiclásico viene, pues, determinada por las ecuaciones de Hamilton correspondientes, que se reducen a la ecuación de Newton. En presencia de un campo electromagnético tendremos:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = \vec{F} = (-e)(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (7)$$

El movimiento semiclásico del electrón en el sólido está descrito por las mismas ecuaciones que rigen el movimiento del electrón libre, con la salvedad de que hemos de tener en cuenta la banda en que se encuentra, a través de la relación $\varepsilon_n(\mathbf{k})$. Así pues, la ecuación 7 permite determinar como varía el vector de ondas con el campo aplicado, y la ecuación 5, proporciona la velocidad del electrón. Es obvio que este modelo semiclásico solo es válido, por una parte cuando la variación de los campos aplicados solo es significativa sobre distancias mucho mayores que el parámetro de red, y cuando el electrón permanece en la misma banda, lo que excluye situaciones en las que los campos exteriores produzcan transiciones entre bandas. Recordemos, por otra parte, otra particularidad del movimiento en el sólido, y es que los estados \mathbf{k} y $\mathbf{k} + \mathbf{K}$ (donde \mathbf{K} pertenece a la red recíproca), son totalmente equivalentes. En consecuencia, los electrones en cada banda, por tener masas efectivas diferentes, deben ser contemplados como partículas diferentes, por lo que la contribución de cada banda al transporte debe calcularse independientemente. No obstante, dado que las bandas situadas a varias unidades kT por encima del nivel de Fermi estarán vacías, el número de bandas a considerar será siempre limitado.

6. LAS BANDAS LLENAS NO CONTRIBUYEN AL TRANSPORTE

Una banda llena está formada por electrones cuyos vectores de onda toman todos los valores posibles en la primera zona de Brillouin. La densidad de puntos en el espacio de las fases $\mathbf{K}^3 \mathbf{R}^3$ es $1/4\pi^3$. De acuerdo con el teorema de Liouville, siempre que las partículas obedezcan a las ecuaciones de Hamilton, la densidad de puntos representativos en el espacio de las fases debe mantenerse constante, lo que significa que cualquier movimiento electrónico de acuerdo con dichas ecuaciones no puede variar la configuración de una banda llena. Todo lo más, desplazaría los puntos representativos en bloque fuera de la primera zona de Brillouin, lo que, dada la periodicidad existente en el espacio recíproco, no cambia el estado del sólido. Visto de otra manera: calculemos la contribución de una banda llena a la corriente eléctrica o al flujo de energía:

$$\begin{aligned}\vec{J} &= (-e) \frac{I}{4\pi^3} \int \vec{v} d\tau_{\vec{k}} = (-e) \frac{I}{4\pi^3} \int \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon_n(\vec{k})}{\partial \vec{k}} d\tau_{\vec{k}} \\ \vec{J}_E &= \frac{I}{4\pi^3} \int \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon_n(\vec{k})}{\partial \vec{k}} \varepsilon_n(\vec{k}) d\tau_{\vec{k}} = \frac{I}{4\pi^3} \int \frac{1}{2\hbar} \frac{\partial (\varepsilon_n(\vec{k}))^2}{\partial \vec{k}} d\tau_{\vec{k}}\end{aligned}\quad (8)$$

donde las integrales se extienden a la primera zona de Brillouin, dado que, aunque una parte de los puntos se haya desplazado fuera de dicha zona, siempre podrán trasladarse a ella mediante un vector de la red recíproca. Dada la simetría central de $\varepsilon_n(\mathbf{k})$ y su cuadrado, asegurada por el teorema de Kramers, esas integrales deben anularse, ya que, necesariamente:

$$\frac{\partial \varepsilon_n(\vec{k})}{\partial \vec{k}} = - \frac{\partial \varepsilon_n(-\vec{k})}{\partial \vec{k}}$$

Luego la contribución de las bandas llenas al transporte de carga o energía es nula. En los fenómenos de transporte solo participan las bandas parcialmente llenas. Los sólidos en los que todas las bandas están completamente llenas son aislantes eléctricos, y en cuanto a su conductividad térmica, la contribución electrónica será nula, por lo que si conducen el calor debe ser mediante otro mecanismo (vibraciones de la red).

7. HUECOS

Consideremos una banda casi llena. Su contribución a la densidad de corriente vendrá dada por la expresión:

$$\vec{J} = (-e) \frac{I}{4\pi^3} \int_{\vec{k}_{ocupado}} \vec{v} d\tau_{\vec{k}} \quad (9)$$

Ahora bien, sabemos que si la banda estuviese completamente llena la contribución total sería nula, luego:

$$\begin{aligned}(-e) \frac{I}{4\pi^3} \int_{\vec{k}_{ocupado}} \vec{v} d\tau_{\vec{k}} + (-e) \frac{I}{4\pi^3} \int_{\vec{k}_{vacío}} \vec{v} d\tau_{\vec{k}} &= 0 \\ (-e) \frac{I}{4\pi^3} \int_{\vec{k}_{ocupado}} \vec{v} d\tau_{\vec{k}} &= -(-e) \frac{I}{4\pi^3} \int_{\vec{k}_{vacío}} \vec{v} d\tau_{\vec{k}}\end{aligned}\quad (10)$$

Esto quiere decir que la contribución de una banda casi llena a la densidad de corriente puede escribirse como una integral extendida únicamente a los estados vacíos:

$$\vec{J} = (+e) \frac{I}{4\pi^3} \int_{\vec{k}_{vacío}} \vec{v} d\tau_{\vec{k}} \quad (11)$$

La contribución de dicha banda sería la misma que en el caso en que todos los estados ocupados estuviesen vacíos y los estados vacíos estuviesen ocupados por partículas con carga eléctrica positiva. En muchos casos resulta conveniente utilizar esta descripción y trabajar con estas partículas “ficticias” a las que llamaremos huecos.

) Cual será la dinámica de dichas partículas? La ecuación 7 sigue siendo válida, ya que podemos considerarla referida a la evolución de un punto representativo en el espacio de las fases, y dicha evolución es independiente de que el estado esté ocupado o vacío. En el equilibrio térmico, o en situaciones próximas a él, los estados vacíos estarán cerca del límite superior de la banda, es decir, cerca de un máximo de energía, por lo la relación $\varepsilon(\mathbf{k})$ y la velocidad, en el caso de que el máximo esté en un punto de alta simetría, serán:

$$\varepsilon(\vec{k}) = \varepsilon(\vec{k}_0) - \frac{\hbar^2 |\vec{k} - \vec{k}_0|^2}{2m^*} \quad \vec{v}(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon(\vec{k})}{\partial \vec{k}} = -\frac{\hbar}{m^*} (\vec{k} - \vec{k}_0) \quad (12)$$

La aceleración sería, pues:

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} \vec{v}(\vec{k}) = -\frac{\hbar}{m^*} \frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{e}{m^*} (\vec{E} + \vec{v}_x \vec{B}) \quad (13)$$

es decir, la misma que la de una partícula con carga positiva. Como la trayectoria del estado es independiente de que esté o no ocupado, la trayectoria del hueco sería la misma que la de un electrón que ocupase ese estado, pero, al tratarse de una partícula con carga positiva, daría lugar a una corriente de sentido contrario a la que crearía un electrón desplazándose en el mismo sentido.

8. DINÁMICA DEL ELECTRÓN EN UN CAMPO ELÉCTRICO, EN AUSENCIA DE DISPERSIÓN

Supongamos una banda, en un sólido cúbico simple, con una relación $\varepsilon(\mathbf{k})$ que viene dada por el modelo LCAO,

$$\varepsilon(\vec{k}) = E_{\min} + 2A(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a) \quad (14)$$

Supongamos que dicha banda está ocupada por un único electrón. En presencia de un campo eléctrico uniforme, dirigido en la dirección del eje X, las ecuaciones 3 y 5 permiten calcular la evolución de k_x y v_x en función del tiempo:

$$\begin{aligned} \frac{dk_x}{dt} &= eE_x & k_x &= eE_x t \\ v_x &= \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon(\vec{k})}{\partial k_x} = \frac{2Aa}{\hbar} \sin(k_x a) = \frac{2Aa}{\hbar} \sin(eE_x a t) \end{aligned} \quad (15)$$

La velocidad resulta variar armónicamente, lo que indica que, en un sólido, un campo eléctrico uniforme daría lugar a una corriente alterna de frecuencia $eE_x a$. Aunque esta deducción se ha hecho para una banda LCAO, la corriente sería periódica para cualquier banda, dada la periodicidad de la relación $\varepsilon(\mathbf{k})$ en el espacio recíproco.

9. MODELO DE DRUDE PARA SEMICONDUCTORES

Naturalmente, no es posible observar el comportamiento descrito en la sección anterior, porque en el sólido real existen defectos que dispersan a los electrones y hacen que los estados de Bloch no tengan un tiempo de vida infinito. Según la densidad de defectos, impurezas o vibraciones de la red excitadas a una temperatura dada, el tiempo de vida de los estados de Bloch, es decir, el tiempo promedio entre dos procesos de dispersión, será mas o menos grande. El modelo más sencillo consiste en suponer que dicho tiempo promedio, al que se llama **tiempo de relajación**, es independiente de la energía de los electrones. Si suponemos que la energía ganada por el electrón entre choque y choque se pierde al siguiente choque, siendo transferida a la red, ello equivale a introducir una fuerza disipativa proporcional a la velocidad. La ecuación del movimiento en presencia de un campo eléctrico uniforme quedaría:

$$m^* \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} - \gamma \vec{v} \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{e\vec{E}}{m^*} - \frac{\gamma}{m^*} \vec{v} = \frac{e\vec{E}}{m^*} - \frac{\vec{v}}{\tau} \quad (16)$$

De la ecuación 11 se deduce que el tiempo de relajación es el tiempo promedio que duraría el exceso de velocidad ganado por los electrones en presencia del campo eléctrico, cuando este es anulado bruscamente. En el estado estacionario, la velocidad será constante:

$$\vec{v} = \frac{e\tau}{m^*} \vec{E} = \mu \vec{E} \quad (17)$$

Esta velocidad corresponde al exceso de velocidad que gana cada electrón al aplicar el campo eléctrico. La constante de proporcionalidad entre la velocidad y el campo, o lo que es lo mismo, la velocidad de los electrones en un campo eléctrico unidad, es lo que se llama la **movilidad** de los electrones. Si en la banda está ocupada por n electrones o huecos por unidad de volumen, la densidad de carga por unidad de volumen será en , y, recordando la relación entre velocidad y densidad de carga ($J=env$), podremos obtener la relación entre la densidad de corriente y el campo eléctrico, es decir, la ley de Ohm en el modelo de Drude, lo que nos permitirá obtener la conductividad del semiconductor (σ):

$$\vec{J} = en\vec{v} = (en) \frac{e\tau}{m^*} \vec{E} = \sigma \vec{E} \quad \sigma = en\mu = \frac{e^2 n\tau}{m^*} \quad (18)$$

10. EFECTO HALL

Supongamos que una muestra de semiconductor es sometida a la acción de un campo eléctrico y un campo magnético. La ecuación del movimiento será ahora:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{e\vec{E}}{m^*} + \frac{e(\vec{v} \times \vec{B})}{m^*} - \frac{\vec{v}}{\tau} \quad (19)$$

donde hemos supuesto que e puede positiva (huecos) o negativa (electrones). Supongamos que el campo eléctrico aplicado está dirigido en la dirección del eje X y el campo magnético en la dirección del eje Z. La fuerza magnética desviará a los electrones en la dirección perpendicular a ambos (dirección del eje Y). Si la muestra es finita, los electrones tenderán a acumularse en uno de los bordes, dejando una carga positiva no compensada en el otro, lo que conlleva la aparición de un campo eléctrico en la dirección del eje Y, tal como muestra la Figura 1. Dicho campo es el campo de Hall. En situación estacionaria, la aceleración es nula y, dado que no hay componente de la velocidad en la dirección del eje z, tendremos las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{e}{m^*} E_x + \omega_c v_y - \frac{v_x}{\tau} \\ 0 &= \frac{e}{m^*} E_y - \omega_c v_x - \frac{v_y}{\tau} \end{aligned} \quad (20)$$

Donde $\omega_c = eB/m^*$ es la frecuencia ciclotrónica de los electrones, es decir la frecuencia a que gira un electrón de masa m^* en la trayectoria circular que sigue en presencia de un campo magnético B . Despejando las componentes de la velocidad y multiplicando por (en) (densidad de carga), obtenemos las

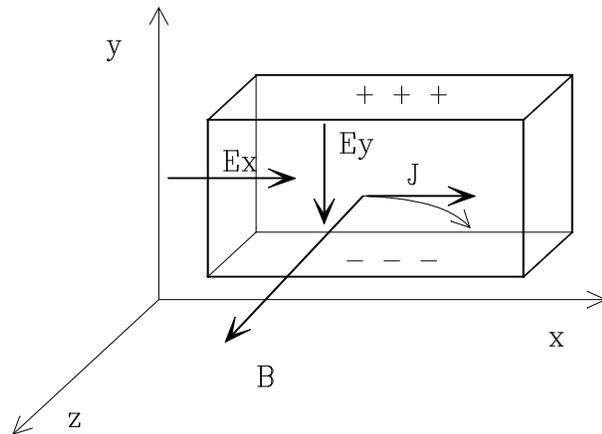


Figura 4: efecto Hall en un conductor

componentes de la densidad de corriente:

$$\begin{aligned} J_x - \omega_c \tau J_y &= \frac{e^2 n \tau}{m^*} E_x = \sigma E_x \\ \omega_c \tau J_x + J_y &= \frac{e^2 n \tau}{m^*} E_y = \sigma E_y \end{aligned} \quad (21)$$

Supongamos que la muestra tiene unos electrodos en las caras perpendiculares al eje X, que inyectan una corriente constante. La condición de que la muestra es finita implica que no puede haber flujo neto de carga en la dirección del eje Y, lo que implica:

$$\begin{aligned} J_y &= 0 \\ J_x &= \sigma E_x \\ E_y &= \frac{B}{en} J_x = R_H B J_x \end{aligned} \quad (22)$$

Es decir, en dirección del eje X la conductividad es la misma que si no hubiese campo magnético (no hay efecto de magnetorresistencia) y aparece un campo transversal, llamado campo de Hall, proporcional al campo magnético y a la densidad de corriente. La constante de proporcionalidad es el llamado coeficiente de Hall, $R_H = 1/en$, cuyo signo es el de los portadores de carga. Así pues, una medida simultánea de conductividad y efecto Hall permite determinar la concentración de portadores de carga y su movilidad en un semiconductor.

11.- EFECTO DE MAGNETORRESISTENCIA

Supongamos que la muestra es infinita. En ese caso, no podemos anular ninguna componente de la densidad de corriente. Al no haber límites, no habrá acumulación de carga y no aparecerá campo de Hall. El efecto del campo magnético consiste en hacer que la densidad de corriente no tenga la dirección del campo eléctrico. Para comprobarlo, basta con despejar las densidades de corriente en función del campo eléctrico en las ecuaciones 19:

$$\begin{aligned} J_x &= \sigma \frac{E_x + \omega_c \tau E_y}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \\ J_y &= \sigma \frac{-\omega_c \tau E_x + E_y}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \end{aligned} \quad (23)$$

Al ángulo que forman la densidad de corriente y el campo eléctrico se le llama ángulo de Hall, θ_H . Es fácil ver que $\tan \theta_H = \omega_c \tau = \mu B$. Si calculamos la conductividad en presencia de campo magnético como la relación entre el módulo de la densidad de corriente y el módulo del campo eléctrico, es inmediato obtener:

$$\begin{aligned} J &= \frac{\sigma}{\sqrt{1 + \omega_c^2 \tau^2}} E \quad \sigma(B) = \frac{\sigma}{\sqrt{1 + \omega_c^2 \tau^2}} \\ \sigma(B)_{B \rightarrow 0} &= \sigma \left(1 - \frac{1}{2} \omega_c^2 \tau^2\right) = \sigma \left(1 - \frac{1}{2} \mu^2 B^2\right) \end{aligned} \quad (24)$$

En este caso, se produce un efecto de magnetorresistencia, disminuyendo la conductividad al aumentar el campo magnético. Dicho efecto es de segundo orden en B. Solo es apreciable cuando μB es del orden de la unidad.

El origen del efecto de magnetorresistencia está en que, al curvarse las trayectorias de los

electrones entre choque y choque, el recorrido libre medio en la dirección del campo eléctrico es menor, lo que equivale a una disminución de la conductividad. En condiciones de campo débil ($\mu B \ll 1$), las trayectorias de los electrones son arcos de círculo. En condiciones de campo intenso ($\mu B \gg 1$) y los electrones completan varias órbitas ciclotrónicas entre choque y choque.

12. CONDUCTIVIDAD EN CORRIENTE ALTERNA

En presencia de un campo eléctrico de la forma $E_0 e^{i\omega t}$, es fácil ver que, si buscamos en la ecuación del movimiento soluciones de la forma $v = v_0 e^{i\omega t}$, obtenemos:

$$v_0 = \frac{eE_0}{m^*(1+i\omega\tau)} \quad \sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1+i\omega\tau} \quad (25)$$

Es decir, la conductividad pasa a ser compleja, lo que significa que hay un desfase entre el campo eléctrico y la corriente. Dado el orden de magnitud de los tiempos de relajación, este efecto solo se observa para frecuencias de microondas, en semiconductores en los que la movilidad electrónica sea muy alta.

APÉNDICE A: RESONANCIA CICLOTRÓNICA

La resonancia ciclotrónica es un fenómeno de absorción resonante de microondas (o infrarrojo lejano) que se produce cuando se hace incidir sobre un semiconductor un haz de ondas electromagnéticas, en presencia de un campo magnético intenso. Si la frecuencia de la radiación electromagnética es igual a la frecuencia de resonancia ciclotrónica correspondiente al campo magnético aplicado, se observará una intensa absorción de dicha radiación por parte del semiconductor. En el marco del modelo de Drude, la ecuación de movimiento de los electrones sería:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{e\vec{E}_0 e^{i\omega t}}{m^*} + \frac{e(\vec{v} \times \vec{B})}{m^*} - \frac{\vec{v}}{\tau}$$

Buscamos soluciones armónicas $\vec{v} = \vec{v}_0 e^{i\omega t}$, y, considerando la misma geometría que en el tratamiento del efecto Hall, obtenemos:

$$i\omega v_{0x} = \frac{e}{m^*} E_{0x} - \omega_c v_{0y} - \frac{v_{0x}}{\tau}$$

$$i\omega v_{0y} = \frac{e}{m^*} E_{0y} + \omega_c v_{0x} - \frac{v_{0y}}{\tau}$$

ecuación que puede convertirse fácilmente en una relación entre las componentes de la densidad de corriente y las del campo eléctrico, multiplicando por (en) ambas ecuaciones:

$$i\omega J_{0x} = \frac{e^2 n}{m^*} E_{0x} - \omega_c J_{0y} - \frac{J_{0x}}{\tau}$$

$$i\omega J_{0y} = \frac{e^2 n}{m^*} E_{0y} + \omega_c J_{0x} - \frac{J_{0y}}{\tau}$$

Multiplicando por el tiempo de relajación podemos simplificar aún más:

$$\begin{aligned}
i\omega\tau J_{0x} &= \sigma_0 E_{0x} - \omega_c \tau J_{0y} - J_{0x} & (i\omega\tau + 1)J_{0x} + \omega_c \tau J_{0y} &= \sigma_0 E_{0x} \\
i\omega\tau J_{0y} &= \sigma_0 E_{0y} + \omega_c \tau J_{0x} - J_{0y} & -\omega_c \tau J_{0x} + (i\omega\tau + 1)J_{0y} &= \sigma_0 E_{0y}
\end{aligned}$$

y, resolviendo el sistema lineal, obtenemos la relación entre J y E:

$$\begin{aligned}
J_{0x} &= \sigma_0 \frac{(1+i\omega\tau)E_{0x} - \omega_c \tau E_{0y}}{(1+i\omega\tau)^2 + \omega_c^2 \tau^2} = \sigma_0 \frac{(1+i\omega\tau)E_{0x} - \omega_c \tau E_{0y}}{1 + (\omega_c^2 - \omega^2)\tau^2 + 2i\omega\tau} \\
J_{0y} &= \sigma_0 \frac{\omega_c \tau E_{0x} + (1+i\omega\tau)E_{0y}}{(1+i\omega\tau)^2 + \omega_c^2 \tau^2} = \sigma_0 \frac{\omega_c \tau E_{0x} + (1+i\omega\tau)E_{0y}}{1 + (\omega_c^2 - \omega^2)\tau^2 + 2i\omega\tau}
\end{aligned}$$

Es fácil ver que la parte real de cualquiera de los términos del tensor conductividad tiene un máximo para $\omega = \omega_c$, lo que significa que se producirá un fenómeno de absorción resonante a esa frecuencia. Este fenómeno constituye la base del método más preciso para la medida de la masa efectiva de los electrones o huecos en una banda. Para observar dicho fenómeno han de producirse dos condiciones, por una parte, hemos de estar en condiciones de campo intenso ($\omega_c \tau = \mu B \gg 1$), para que un electrón complete varias órbitas ciclotrónicas sin ser dispersado y, por otra, la energía de que ganan los electrones al absorber las microondas ha de ser mayor que su energía térmica media ($\hbar\omega_c \gg k_B T$).

En los experimentos de resonancia ciclotrónica, normalmente, la frecuencia de la radiación electromagnética se mantiene fija y se registra la absorción de energía en función del campo magnético aplicado.