



## TEMA 6: Rectificadores Controlados

### Índice

6.1.- Introducción.....	1
6.2.- Rectificadores tipo P o de media onda con tiristores.....	2
6.2.1.- Rectificador P3 controlado.....	2
6.2.2.- Generalización a N fases. Estudio de tensión y corrientes.....	6
6.2.3.- Alimentación de una carga R, L.....	14
6.2.4.- Alimentación de una carga R, L, E.....	18
6.2.5.- Efectos al añadir un diodo volante.....	21
6.3.- Rectificadores tipo P.D. y P.D. mixtos.....	22
6.3.1.-Rectificador P.D.3 con tiristores.....	22
6.3.2.- Generalización a N fases.....	25
6.3.3.- Caída de tensión en funcionamiento normal.....	29
6.3.4.- Rectificador P.D.3 mixto.....	32
6.3.5.- Generalización a N fases para el rectificador P.D. mixto:.....	33
6.3.6.- Caída de tensión en el rectificador P.D. Mixto.....	35
6.4.- Rectificadores tipo S y S mixtos.....	37

### 6.1.- Introducción.

En los circuitos rectificadores se pueden sustituir, total o parcialmente, a los diodos por tiristores, de forma que se pueda obtener un sistema de rectificación controlada o semicontrolada. Estos sistemas permitirán **la regulación del valor medio de la tensión en la carga**. La sustitución del diodo por el tiristor permite retardar la entrada en conducción del mismo, lo cual ocurre no sólo cuando la tensión entre sus bornes es positiva, sino cuando, siendo positiva se inyecta un pulso de cebado a la puerta del tiristor.

El parámetro fundamental en estos rectificadores con tiristores será el **ángulo de retardo  $\alpha$** , de forma que un tiristor conduce con un retardo de tiempo  $\alpha/\omega$  con relación al instante en el cual conduciría el diodo al que ha sustituido.

Los rectificadores con tiristores utilizan los mismos esquemas que los rectificadores con diodos, si bien aquí hay que distinguir entre dos tipos:

- a.- **Rectificadores semicontrolados.** Formados por tiristores y diodos.
- b.- **Rectificadores totalmente controlados.** Formados únicamente por tiristores.

Dada la similitud entre los rectificadores con tiristores y los rectificadores con diodos utilizaremos resultados anteriormente deducidos (Tema 2). Para distinguir las magnitudes cuando se pasa de los montajes con diodos a tiristores utilizaremos la prima (') para referirnos a los montajes con tiristores.

El principio de funcionamiento consiste en disparar los tiristores con un cierto ángulo respecto del punto de conmutación natural o paso por cero de la señal de entrada. Con ello se consigue aplicar la tensión de la fuente sobre la carga un tiempo variable, que depende del momento del disparo y por tanto se conseguirá variar los valores medios y eficaces de la tensión en la carga.

Dependiendo del tipo de carga, se deberá analizar el tipo de impulso de cebado del tiristor. Para las cargas con componente inductiva, la corriente en la carga, y por tanto en el tiristor, no variará bruscamente, con lo que se tardará un cierto tiempo en alcanzar la corriente de enclavamiento del tiristor. Así se deberá mantener la excitación de puerta hasta que el tiristor alcance la plena conducción. En esta circunstancia será más adecuado el uso de un tren de impulsos de larga duración, evitando pérdidas en el tiristor. En el caso de cargas poco inductivas, se deberá tener en cuenta el  $di/dt$ , con el fin de no sobrepasar los niveles máximos de cada tiristor.

La conmutación se producirá de manera natural ante la existencia de un impulso de cebado, si la tensión  $V_{ak} > 0$ . En cuanto al bloqueo de los tiristores en un montaje rectificador, este se producirá de manera natural, al anularse la corriente en el circuito, o bien cuando se dispare otro tiristor, y se polariza inversamente el que conducía, lo que produce un bloqueo forzado. En este caso los problemas de tiempo de bloqueo no son importantes cuando se trabaja a frecuencias bajas (bloqueo estático).

## 6.2.- Rectificadores tipo P o de media onda con tiristores.

Este tipo de montaje se refería a la rectificación mediante  $q$  tiristores de un sistema de  $q$  tensiones alternas suministradas por una fuente conectada en estrella. Aunque este tipo de montaje, al igual que con diodos, no es el más utilizado, nos permite presentar diversos problemas de manera más sencilla.

### 6.2.1.- Rectificador P3 controlado.

Es el montaje más sencillo para los rectificadores alimentados con la red trifásica. Como en cada fase hay un solo semiconductor, éste deberá de ser un tiristor, no habiendo montajes de media onda semicontrolados.

El esquema de este rectificador se muestra a continuación. Recordando el funcionamiento de este rectificador para el caso de diodos, se obtenía que la tensión de salida correspondía en cada instante a la tensión de mayor valor. Al ser la red trifásica las tensiones de entrada están desfasadas  $2\pi/3$ , entonces cada diodo conducía un tercio del periodo ( $2\pi/3$ ). De esta forma se obtenían los siguientes intervalos de conducción:

$$\text{Para } \frac{\pi}{6} \leq \omega t \leq \frac{5\pi}{6} \quad V_R \equiv V_1 \text{ es la mayor de las tensiones: D1 ON}$$

$$\text{Para } \frac{5\pi}{6} \leq \omega t \leq \frac{9\pi}{6} \quad V_S \equiv V_2 \text{ es la mayor de las tensiones: D2 ON}$$

$$\text{Para } \frac{9\pi}{6} \leq \omega t \leq \frac{13\pi}{6} \quad V_T \equiv V_3 \text{ es la mayor de las tensiones: D3 ON}$$

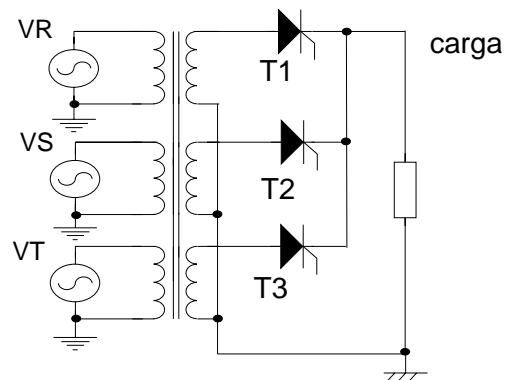
Ahora el tiristor T1 sustituye al diodo D1, si es cebado con un ángulo de disparo  $\alpha$ , T1 conducirá en el siguiente intervalo:

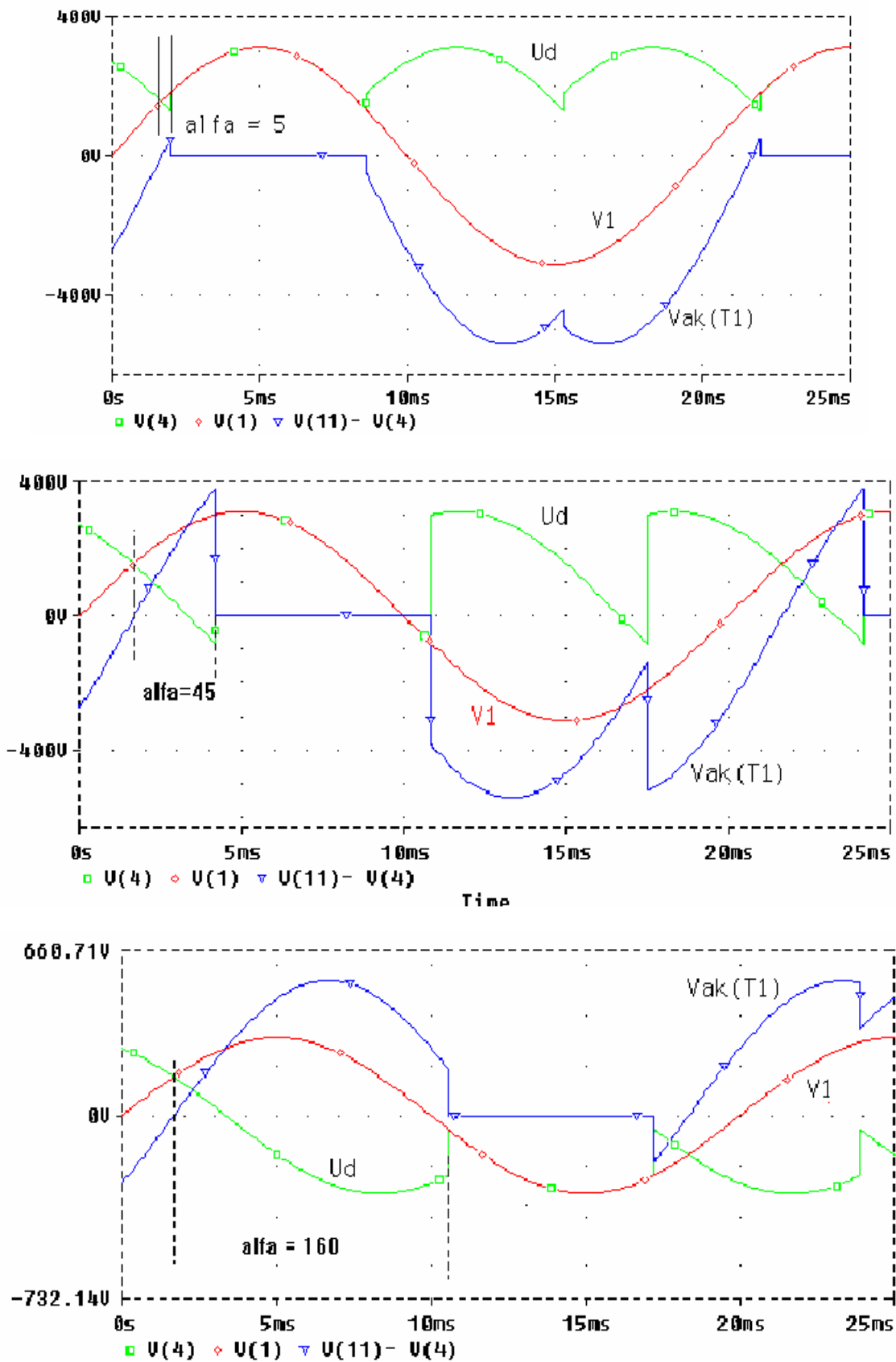
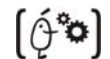
$$\text{Para } \frac{\pi}{6} + \alpha \leq \omega t \leq \frac{5\pi}{6} + \alpha \quad \text{siendo } U_d' = V_1 \text{ que es la mayor de las tensiones: T1 ON}$$

$$\text{Para } \frac{5\pi}{6} + \alpha \leq \omega t \leq \frac{9\pi}{6} + \alpha \quad \text{siendo } U_d' = V_2 \text{ que es la mayor de las tensiones: T2 ON}$$

$$\text{Para } \frac{9\pi}{6} + \alpha \leq \omega t \leq \frac{13\pi}{6} + \alpha \quad \text{siendo } U_d' = V_3 \text{ que es la mayor de las tensiones: T3 ON}$$

Veamos a continuación la forma de la tensión a la salida  $U_d'$  y la tensión en bornes del tiristor T1 para diferentes ángulos de conducción:

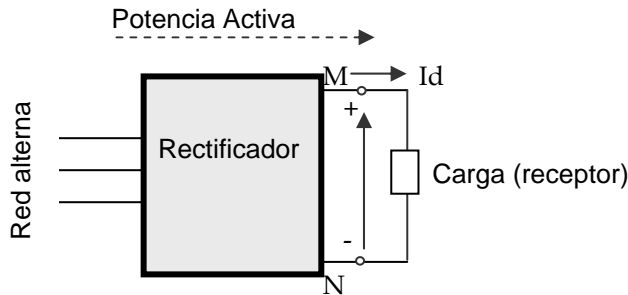
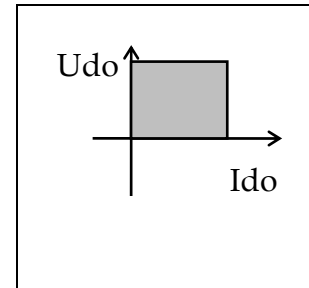




Examinando las formas de onda anteriores, observamos como el paso de  $V_1$  por encima de  $U_d$  marca el origen del retardo  $\alpha$  para el tiristor T1. Según sea  $\alpha$  mayor o menor a  $90^\circ$ , la transferencia de energía entre la entrada y la salida cambiará de signo. Analicemos los distintos casos:

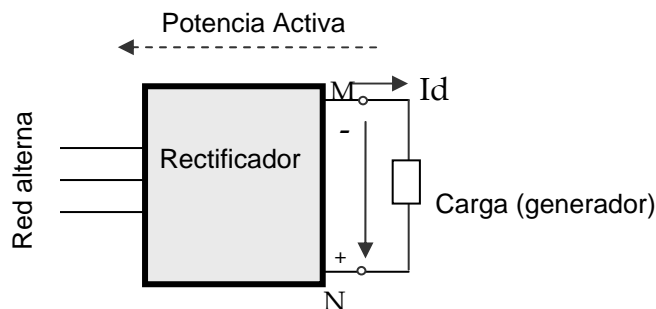
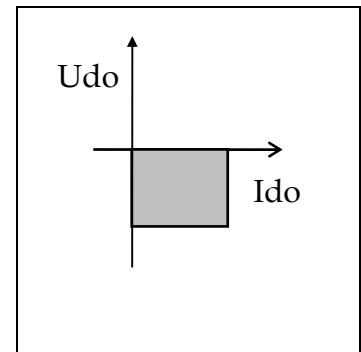
$\alpha < \pi/2$  : **Funcionamiento como Rectificador.**

Cuando  $\alpha$  es cero, el montaje funciona como un rectificador con diodos. Al crecer  $\alpha$ , la tensión de la carga ( $u'd$ ) está formada por  $q$  fragmentos de senoide y no por  $q$  cúspides de senoide por período  $T$ , siendo el valor medio de la tensión en la carga  $U'do$  quien disminuye al aumentar  $\alpha$ , valor medio que siempre es positivo aunque de forma instantánea, puedan haber tramos donde  $u'd$  sea negativa.



$\alpha > \pi/2$  : **Funcionamiento como ondulator o inversor no autónomo.**

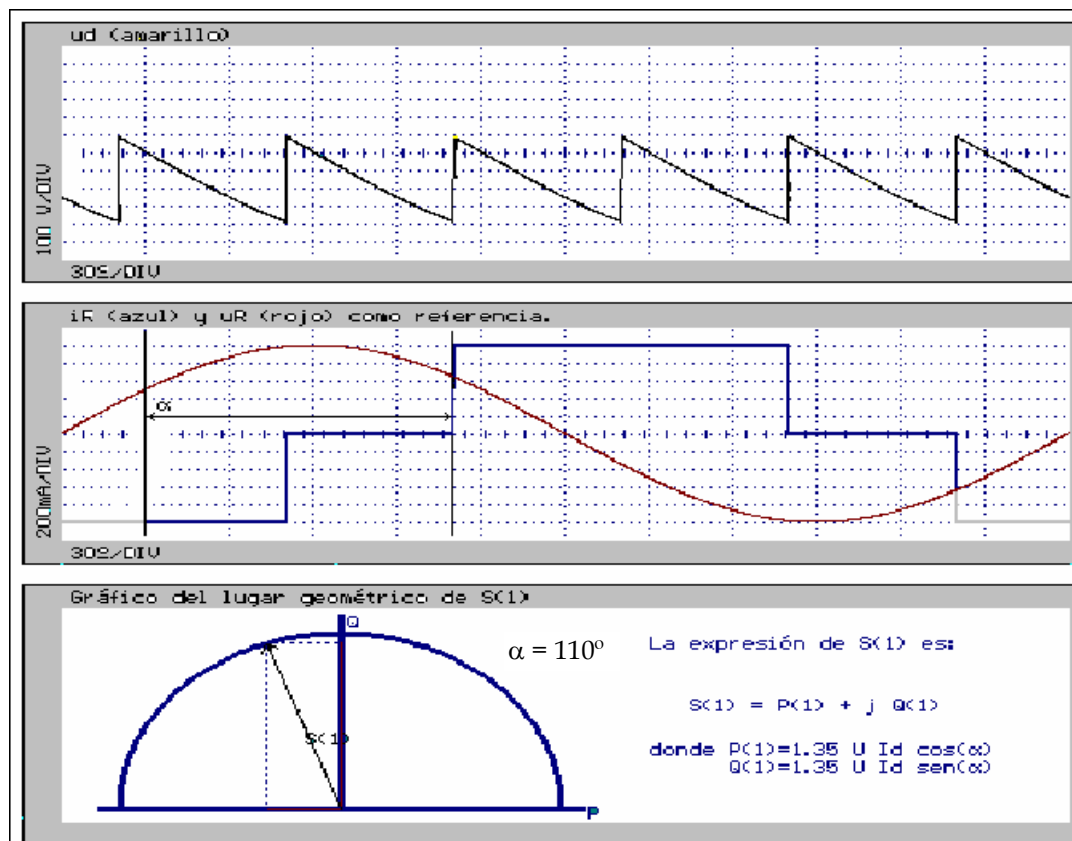
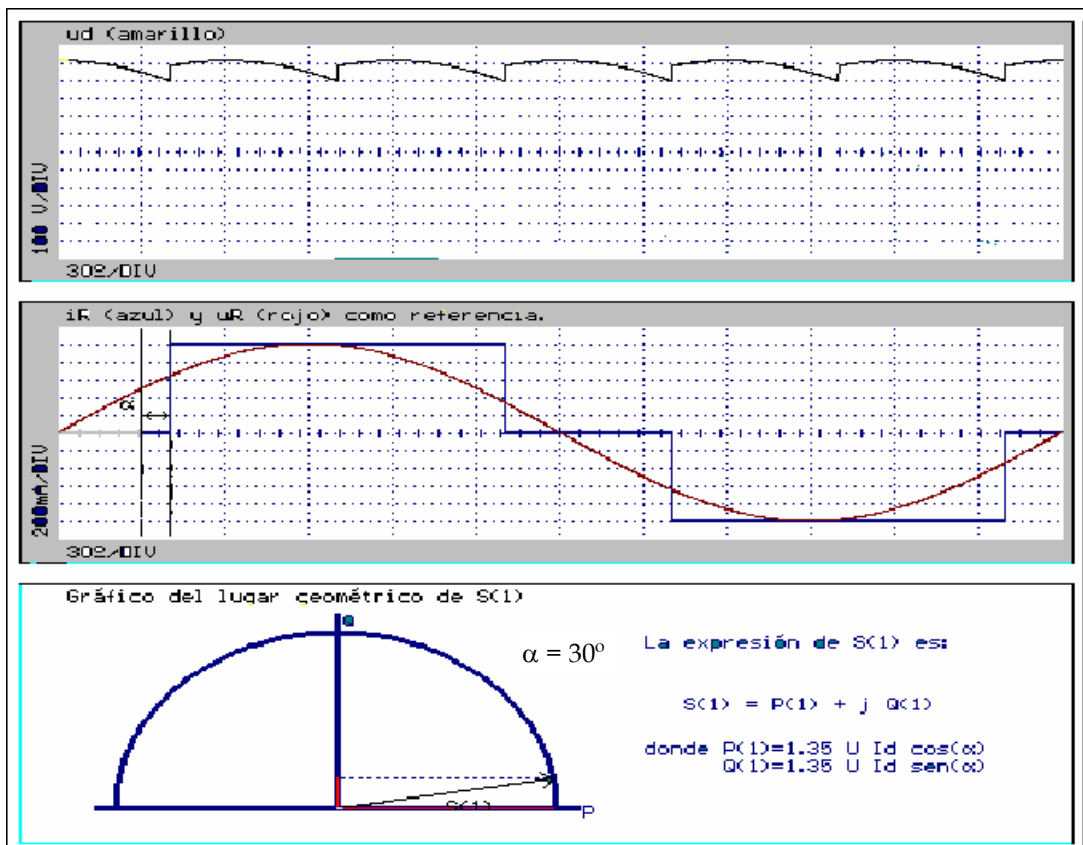
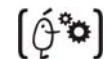
Cuando  $\alpha$  es igual a  $\pi/2$ ,  $u'd$  es igual a  $V\sqrt{2} \sin wt$  para  $\pi - \pi/q < wt < \pi + \pi/q$  y la tensión rectificadora media  $U'do$  es nula. Cuando  $\alpha$  sigue creciendo,  $U'do$  se hace negativa, de forma que  $-U'do$  aumenta a medida que  $\alpha$  se acerca a  $\pi$ . Como la corriente suministrada  $I_d$  conserva forzosamente el sentido, debido a la disposición de los tiristores, la potencia suministrada al lado de continua es negativa, lo cual significa que la potencia pasa del lado de continua al de alterna. Este funcionamiento se denomina ondulator.



Cuando el sistema funciona como ondulator, la red alterna recibe potencia activa, pero sigue suministrando potencia reactiva. Sobre todo sigue imponiendo la forma de onda y la frecuencia de las tensiones alternas. De ahí que el rectificador se denomine **ondulator no autónomo**. Un verdadero ondulator, un ondulator autónomo suministra energía a un receptor de alterna, pero la frecuencia y forma de onda de las tensiones alternas sólo dependen del circuito y de la carga.

Recordar que la potencia reactiva sirve como medida, dentro de una red, del flujo causado por armónicos indeseados y por el intercambio de energía entre elementos reactivos. Esta potencia contribuye en las pérdidas internas, y no en la energía neta transportada hacia la carga durante un ciclo de funcionamiento.

En los montajes que estudiaremos en este tema, la propia red de alterna nos asegura las conmutaciones: la extinción de un tiristor que esté conduciendo está automáticamente garantizada al cebar el tiristor siguiente, pues este último impone una tensión al tiristor anterior que es negativa. No sucede lo mismo en el ondulatorios autónomos, donde se necesita de elementos auxiliares para provocar la extinción del tiristor que está conduciendo.

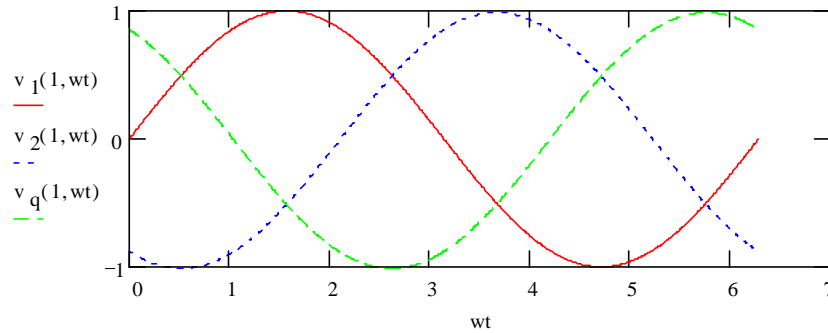


**6.2.2.- Generalización a N fases. Estudio de tensión y corrientes.**

Denominamos las q tensiones alternas de la siguiente forma:

$$v_1(V_m, wt) := V_m \cdot \sin(wt) \quad v_2(V_m, wt) := V_m \cdot \sin\left(wt - \frac{2 \cdot \pi}{q}\right) \quad v_q(V_m, wt) := V_m \cdot \sin\left[w t - \frac{2 \cdot \pi}{q} \cdot (q - 1)\right]$$

(q=3 red trifásica)

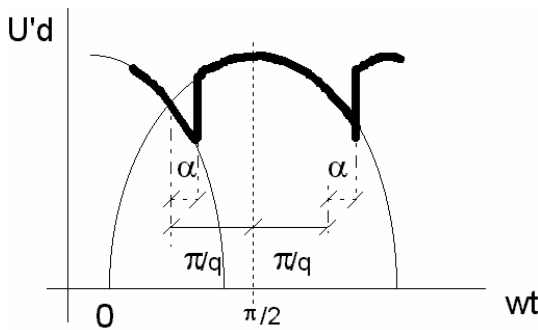


**A.- Tensión Rectificada:**

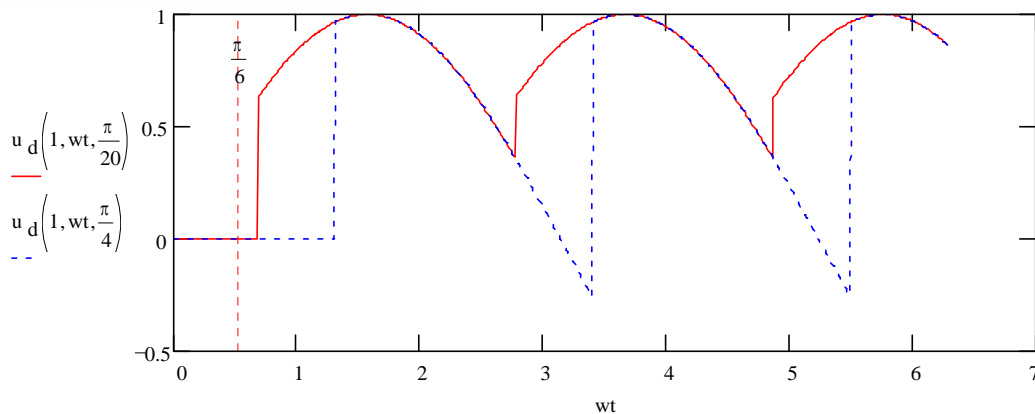
Al rectificar q tensiones de período T, la tensión de salida consta de q fragmentos de senoide por período, siendo su período de T/q.

Cada tiristor conducirá como máximo 2π/q del ciclo total, así el intervalo de conducción del tiristor T1 está dado por:

$$\left(\frac{T}{4} - \frac{T}{2q}\right) + \alpha < t < \frac{T}{4} + \frac{T}{2q} + \alpha \quad \text{siendo } T=2\pi, \text{ se puede escribir como : } \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q}\right) + \alpha < wt < \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha$$



Para el caso de red trifásica q=3 ,



**a1.- Valor medio:** al integrar, resulta

$$\dot{U}_{do}(T, a, b, V_m) := \frac{1}{T} \int_a^b V_m \cdot \sin(wt) \, dwt \quad \dot{U}_{do}(T, a, b, V_m) := \frac{1}{T} \cdot (-\cos(b) \cdot V_m + \cos(a) \cdot V_m) \cdot wt$$



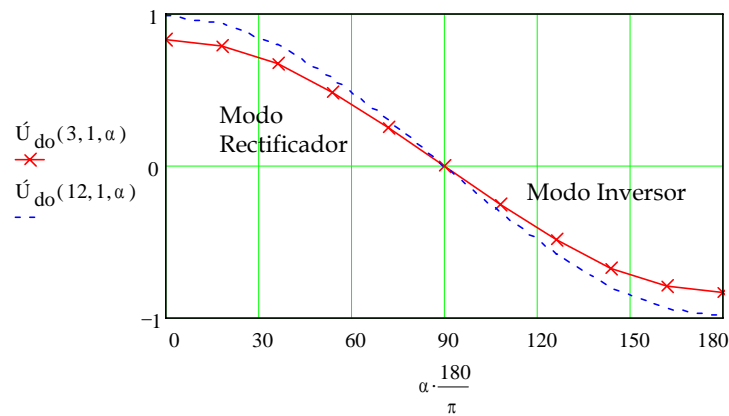
Ahora el período de la forma de onda rectificada  $T := \frac{1}{\left(\frac{2 \cdot \pi}{q}\right)}$

y los límites de integración son  $a = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q}\right) + \alpha$      $b = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha$

Resultando la **tensión media Udo** de salida igual a:  $\hat{U}_{do}(q, V_m, \alpha) := \frac{q}{\pi} \cdot V_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos(\alpha)$

donde :  $\hat{U}_{do}(q, V_m, \alpha) = U_{do}(q, V_m) \cdot \cos(\alpha)$

$\alpha := 0, \frac{\pi}{10} .. \pi$



Variación de U'do con  $\alpha$

Resultado el **valor eficaz Ud-ef=Ud-rms** igual a  $\hat{U}_{drms}(q, V_m, \alpha) := V_m \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{q}{4 \cdot \pi} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{q}\right) \cdot \cos(2 \cdot \alpha)}$

**a5.- Tensiones inversas en los tiristores:** La tensión VakT1 en bornes del tiristor T1 es siempre igual a vd-V1, que tiene por expresión:

- VakT1= V1-V1 cuando conduce T1
- VakT1= V1-V2 cuando conduce T2
- VakT1= V1-V3 cuando conduce T3, etc.

Así Vd1 es sucesivamente igual a las diversas diferencias entre V1 y la más positiva de las tensiones. La tensión inversa máxima es igual a la amplitud de la mayor de las tensiones opuestas:

- Si el número q de fases es par, hay una tensión direct. opuesta a V1, la tensión  $V_{(q/2 + 1)}$  cuyo mínimo coincide con el máximo de V1, así la diferencia será:  $V_{i\_MÁX} = 2 \cdot V_m$
- Si el número q de fases es impar, las dos tensiones más cercanas a la oposición de fase con V1 son  $V_{(q+1)/2}$  y  $V_{(q+3)/2}$ .

$$V_1 - \frac{V_{q+1}}{2} = V_m \cdot \sin(\omega t) - V_m \cdot \sin\left(\omega t - \frac{q-1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{q}\right) = V_m \cdot \sin(\omega t) - V_m \cdot \sin\left[\frac{(\omega t \cdot q - \pi \cdot q + \pi)}{q}\right]$$

$$V_1 - \frac{V_{q+1}}{2} = V_m \cdot \sin(\omega t) - V_m \cdot \left(-\sin(\omega t) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) - \cos(\omega t) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)\right)$$

$$V_1 - \frac{V_{q+1}}{2} = V_m \cdot \left(\sin(\omega t) + \sin(\omega t) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) + \cos(\omega t) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)\right)$$

Aplicando las siguientes relaciones trigonométricas:  $\sin(2 \cdot x) = 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$   $2 \cdot \cos(x)^2 = 1 + \cos(2 \cdot x)$  se obtiene:

$$V_1 - \frac{V_{q+1}}{2} = V_m \cdot \left[ \left( 1 + \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) \right) \cdot \sin(\omega t) + \cos(\omega t) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \right] = i$$

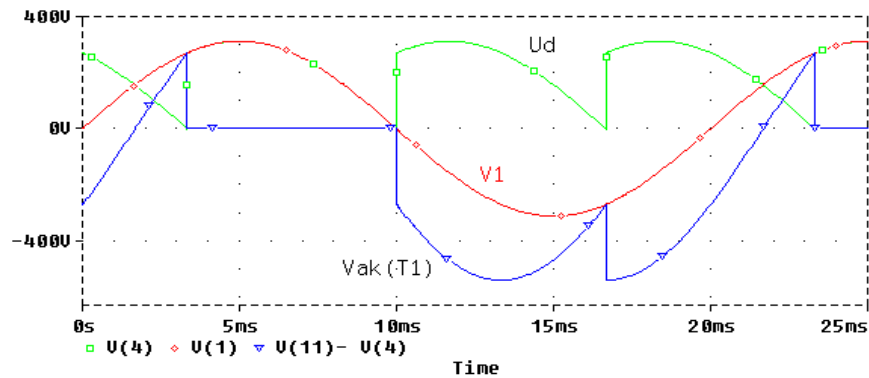
$$i = V_m \cdot \left[ \sin(\omega t) \cdot \left( 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right) \right) + \cos(\omega t) \cdot 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right) \right]$$

Resultando:

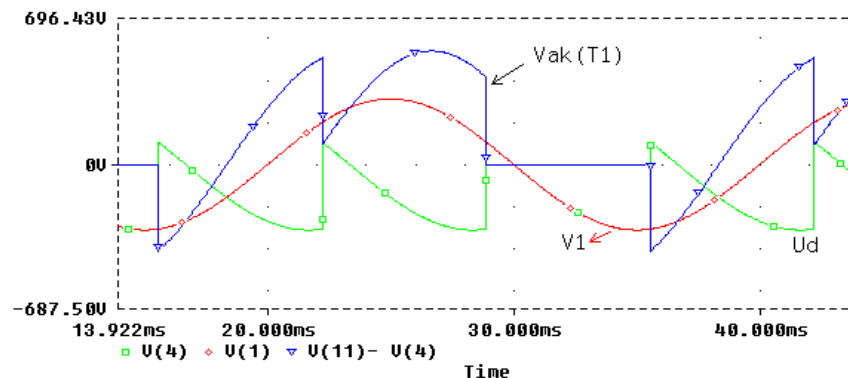
$$V_1 - \frac{V_{q+1}}{2} = 2 \cdot V_m \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right) \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2 \cdot q}\right) \quad \text{Igualmente se obtiene: } V_1 - \frac{V_{q+3}}{2} = 2 \cdot V_m \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right) \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2 \cdot q}\right)$$

Ambas expresiones tienen el valor máximo en:  $V_{i\_MÁX}(q, V_m) := 2 \cdot V_m \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right)$   
 pasando por dos máximos durante cada período para  $\omega t = 3\pi/2 - \pi/2q$  y  $\omega t = 3\pi/2 + \pi/2q$

Veamos el ejemplo para el rectificador P3 controlado con distintos ángulos de retardo:  $\alpha = 30 \text{ deg}$



$\alpha = 130 \text{ deg}$



Donde se observa que para valores elevados del ángulo de retardo la tensión inversa tiende a cero.

Veamos como el **ángulo de retado al cebado**  $\alpha$  no deberá alcanzar  $\pi$ , pues sino los tiristores no podrán ni bloquearse ni ser cebados.

La tensión en bornes del tiristor T1 antes de cebarse será  $: V_1 - V_q = V_m \cdot \left( \sin(\omega t) - \sin\left(\omega t + \frac{2 \cdot \pi}{q}\right) \right)$





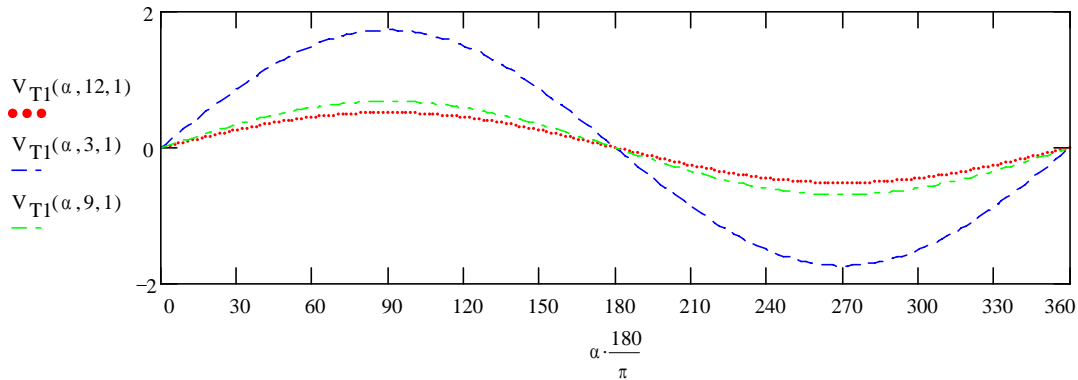
$$V_1 - V_q = 2 \cdot V_m \cdot \sin(\omega t) - 2 \cdot V_m \cdot \sin(\omega t) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) - 2 \cdot V_m \cdot \cos(\omega t) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{q}\right)$$

El impulso se envia a la puerta del tiristor para  $\omega t = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q} + \alpha$

encontrando una tensión igual a :

$$V_{T1}(\alpha, q, V_m) := 2 \cdot V_m \cdot \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{q}\right) - 2 \cdot V_m \cdot \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) + 2 \cdot V_m \cdot \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{q}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{q}\right)$$

simplificado resulta :  $V_{T1}(\alpha, q, V_m) := 2 \cdot V_m \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)$



De la representación anterior se deduce como unicamente para  $\alpha$  menor  $\pi$  la tensión es positiva entre bornes del tiristor.

Para que sea seguro que el impulso de cebado no llega tarde deberemos establecer un margen entre  $\alpha_{max}$  y  $\pi$ . En realidad será el bloqueo quien fije el valor de este margen. La entrada en conducción de un tiristor provoca el bloqueo del que conducía antes ya que hace negativa la tensión en bornes de éste. Es preciso que este tiempo, durante el cual esta tensión es negativa, o tiempo de bloqueo, sea suficiente. La tensión  $V_{t1}$  cuando conduce  $T_2$  pasa a ser:

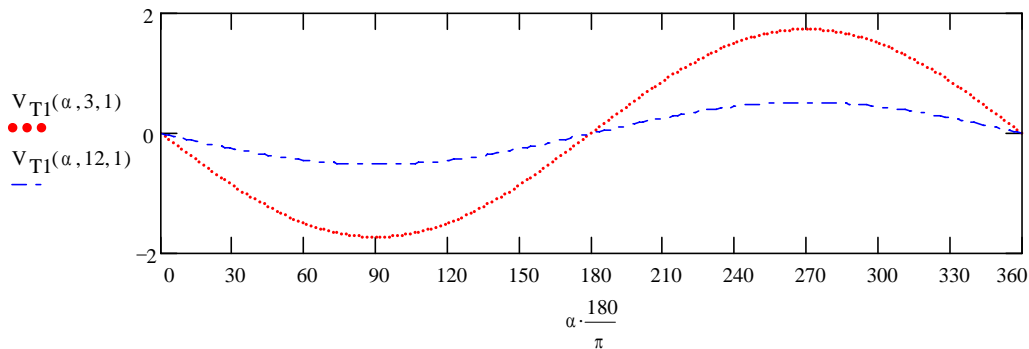
$$V_1 - V_2 = V_m \cdot \left( \sin(\omega t) - \sin\left(\omega t - \frac{2 \cdot \pi}{q}\right) \right)$$

$$V_{T1}(\alpha, q, V_m) := 2 \cdot V_m \cdot \sin(\omega t) - 2 \cdot V_m \cdot \sin(\omega t) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) + 2 \cdot V_m \cdot \cos(\omega t) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{q}\right)$$

Se simplifica como :

$$V_{T1}(\omega t, V_m) := 2 \cdot V_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{q}\right) \quad \text{sustituyendo} \quad \omega t = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha$$

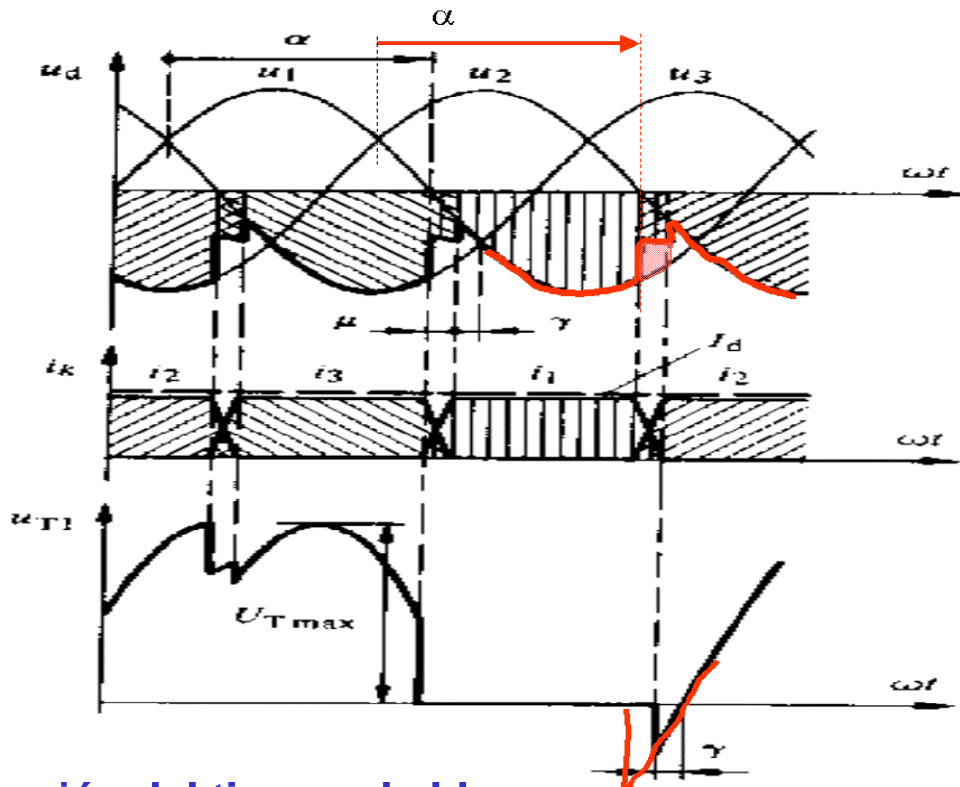
$$V_{T1}(\alpha, q, V_m) := -2 \cdot V_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \sin(\alpha)$$



igualandola a cero se obtiene  $\omega t = \frac{3 \cdot \pi}{2} + \frac{\pi}{q}$

resultando  $t_B$  igual a :  $t_B(\alpha, w) := \frac{1}{w} \left[ \left( \frac{3 \cdot \pi}{2} + \frac{\pi}{q} \right) - \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha \right) \right] = \frac{\pi - \alpha}{w}$

Para  $\alpha$  igual a  $\pi$  el tiempo de bloqueo sería nulo, sin embargo deberá de ser como mínimo igual al tiempo de recuperación de los tiristores. Definimos por tanto un **ángulo de seguridad  $\beta$**  como:  $\beta = \pi - \alpha_{\text{máx}}$



## Reducción del tiempo de bloqueo

### B.- Estudio de las corrientes:

Dado que se supone que el rectificador suministra una corriente continua  $I_d$  constante, cada tiristor es recorrido por  $I_d$  durante el intervalo  $T/q$ . De ahí que los valores característicos sean:

$$I_{\text{tiristor\_MÁX}} = I_d \quad I_{\text{tiristor\_Mediá}} = \frac{I_d}{q} \quad I_{\text{tiristor\_RMS}} = \frac{I_d}{\sqrt{q}}$$

La corriente de un devanado secundario del transformador es la misma que la que atraviesa el tiristor por el cual circula. Igual a  $I_d$  durante  $T/q$  y nula durante el resto de período. Por tanto se valor eficaz será:

$$I_s = \frac{I_d}{\sqrt{q}}$$

Dado que hemos supuesto la corriente  $i_d$  constante, la potencia activa suministrada por el rectificador será:

$$P_d = \frac{1}{T} \int_0^T v_d \cdot i_d \, dt = U_{d0} \cdot \cos(\alpha) \cdot I_d$$

Si despreciamos las pérdidas en los tiristores, la potencia activa calculada anteriormente es también la potencia que sale del transformador.

Así la potencia aparente del secundario, formado por  $q$  devanados de tensiones de valor eficaz  $V$  y recorridos por corrientes de valor eficaz  $I_s$ , será:  $S_s = q \cdot V \cdot I_s = q \cdot \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_d}{\sqrt{q}}$

La potencia aparente de secundario determina el tamaño del secundario del trafo, el cual para la misma  $P$  activa, es tanto mayor cuanto mayor sea  $q$ .



Para comparar la calidad del rectificador se puede calcular los siguientes parámetros:

1.-  $F_s$ : Factor de utilización o de potencia de secundario  $F_s = P_d / S_s$ .  
simplificando:

$$F_{us}(q, \alpha) := \frac{\sqrt{2} \cdot q}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos(\alpha) \quad F_s(q, V_m, I_d) := \frac{\frac{q}{\pi} \cdot V_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos(\alpha) \cdot I_d}{V_m \cdot I_d \cdot \frac{q}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{q}}}$$

**6.2.3.- Conmutaciones. Caída de tensión en funcionamiento real.**

Como para los rectificadores no controlados, hemos supuesto la fuente y los elementos del rectificador como elementos ideales. Consideremos el comportamiento real, para lo cual añadiremos las impedancias de los elementos del rectificador y de la red que lo alimentan, las cuales supondrán una disminución de la tensión rectificada a la salida.

Podemos considerar que la tensión real de salida será:

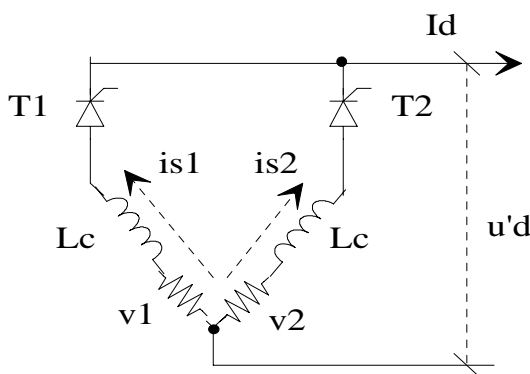
$$U'_d = U'_{do} - \Delta U'_d, \text{ donde } \Delta U'_d = \Delta_1 U'_d + \Delta_2 U'_d + \Delta_3 U'_d$$

Donde la caída total se obtiene sumando:

- a-  $\Delta_1 U'_d$  : La caída debida a las conmutaciones.
- b-  $\Delta_2 U'_d$  : La caída debida a las resistencias.
- c-  $\Delta_3 U'_d$  : La caída debida a los tiristores.

a.- Caída de tensión debida a las conmutaciones:

Cuando un diodo pasa a conducir, la corriente que lo atraviesa no puede pasar de 0 a  $I_d$  de forma instantánea, al igual que ocurre en el proceso a corte. Además la presencia de la inductancia de dispersión del transformador y la inductancia de la red de alimentación hacen imposible estas discontinuidades. Así cuando un tiristor entra en conducción hay una conmutación de la corriente  $I_d$  de una fase a otra. Esta transferencia de corriente supone la conducción simultánea del tiristor que va a dejar de conducir y del que empieza a conducir, habrá una superposición de los intervalos de conducción, fenómeno que dará lugar a la disminución de la tensión media rectificada. En el caso de los rectificadores con tiristores el fenómeno es el mismo con la diferencia que el inicio de la transferencia se retrasa en un ángulo  $\alpha$ . Veamos a continuación el proceso de la conmutación de la corriente  $I_d$  de la fase 1 a la 2.



Antes de cebar a T2 conduce solo el tiristor T1, con las siguientes condiciones:

$$i_{S1} = I_d, \quad v_{t1} = 0, \quad u'_d = v_1$$

Siendo  $\mu'$  el ángulo de conmutación o superposición, T1 y T2 conducen simultáneamente durante el intervalo :

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha < \omega t < \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha + \mu'$$

El ángulo de superposición se calcula de :

$$u'_d = V_1 - L_c \cdot \frac{di_{S1}}{dt} = V_2 - L_c \cdot \frac{di_{S2}}{dt}$$

$$\frac{di_{S2}}{dt} = \frac{V_2 - V_1}{2 \cdot L_c} = \frac{V_m}{2 \cdot L_c} \cdot \left( \sin\left(\omega t - \frac{2 \cdot \pi}{q}\right) - \sin(\omega t) \right) = -\frac{V_m}{L_c} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{q}\right)$$

La corriente  $i_{S2}$  es de la forma: 
$$i_{S2} = -\frac{V_m}{L_c \cdot \omega} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{q}\right) + Cte$$

imponiendo las condiciones iniciales calculamos el valor de la Cte.: 
$$i_{S2}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha\right) = 0$$

resultando: 
$$i_{S2} = \frac{V_m}{\omega \cdot L_c} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \left(\cos(\alpha) - \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{q}\right)\right)$$

Para obtener el valor del ángulo de solape imponemos la siguiente condición: 
$$i_{S2}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha + \mu'\right) = I_d$$

$$\cos(\alpha) - \cos(\alpha + \mu') = \frac{L_c \cdot \omega \cdot I_d}{V_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)}$$

La conmutación reducirá por tanto el tiempo de bloqueo  $t_B$  de los tiristores, de forma que  $t_B = \frac{1}{\omega} \cdot (\pi - \alpha - \mu')$ . Este tiempo de bloqueo deberá ser superior al tiempo de recuperación de los tiristores ( $t_q$ ), para lo cual debemos exigir que el ángulo de seguridad sea tal que:

$$\beta = \pi - \alpha_{m\acute{a}x} > \mu'_{m\acute{a}x} + \frac{t_q}{\omega}$$

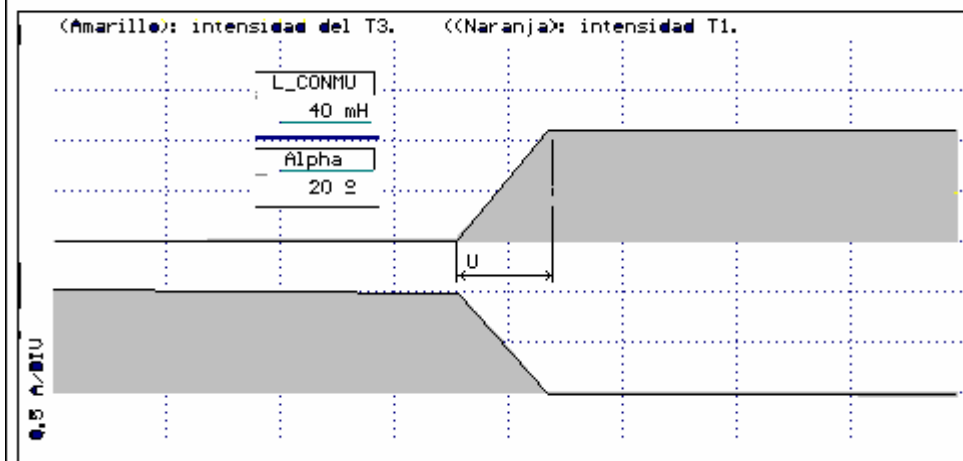
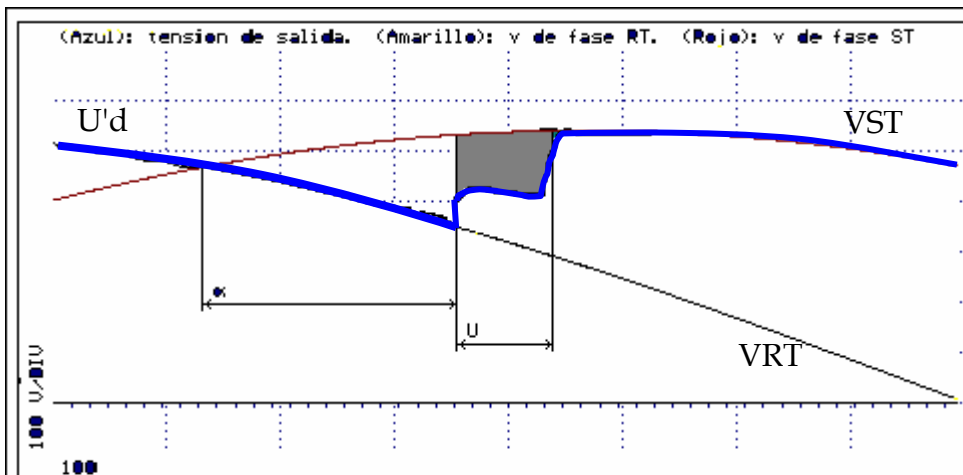
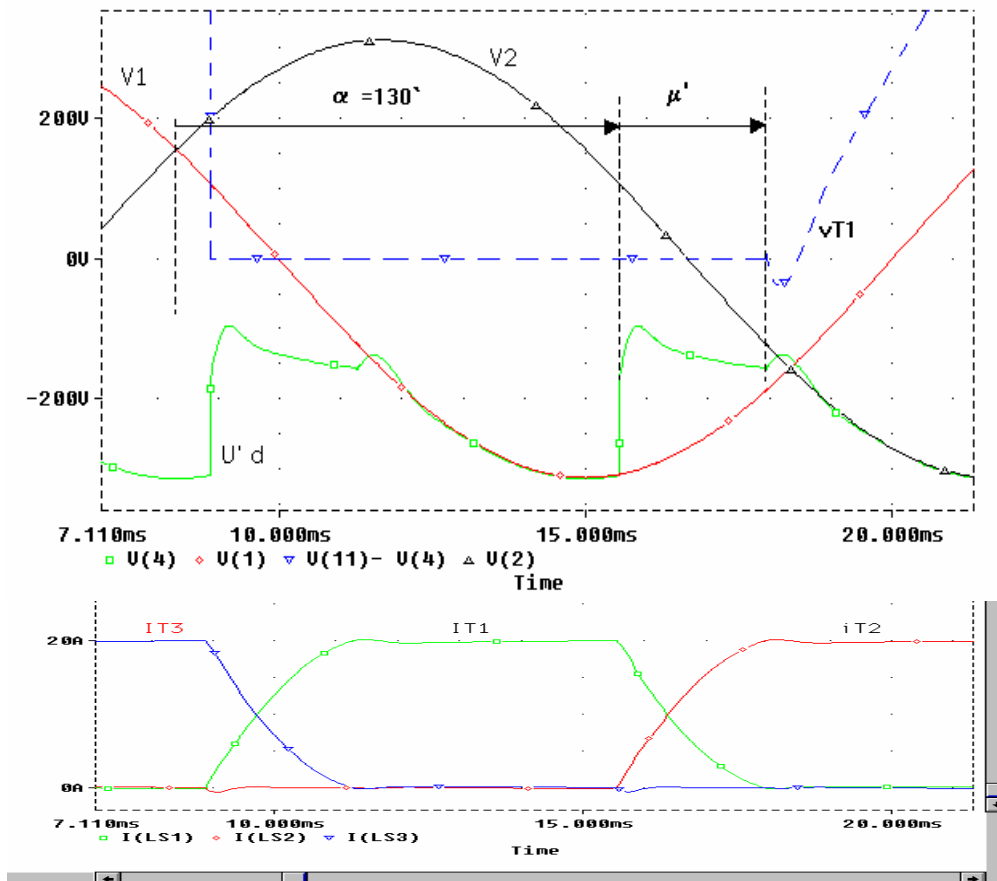
Mientras dura la conmutación la tensión rectificadora  $u_d$  en lugar de ser igual a  $v_2$  es igual a  $(V_1 + V_2)/2$ , así la caída de tensión será:

$$V_2 - \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{V_2 - V_1}{2} = L_c \cdot \frac{di_{S2}}{dt}$$

Como hay  $q$  conmutaciones por período, la caída de tensión media será:

$$\Delta I U_d = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha}^{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha + \mu'} \left( V_2 - \frac{V_1 + V_2}{2} \right) d\omega t = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot L_c \cdot \omega \cdot I_d$$

Destacar que la caída de tensión debida a las conmutaciones es independiente de  $\alpha$ , y aumenta con el número de fases y con la corriente de salida. Veamos a continuación como se modifica las formas de onda de la tensión a la salida en el montaje rectificador P3 controlado.



**b.- Otras caídas de tensión.**

Dado que la corriente en los semiconductores, en los devanados del transformador y en la línea son independientes del ángulo de retraso  $\alpha$ , las caídas debidas a las resistencias y a los semiconductores se pueden cuantificar de igual forma que en los montajes rectificadores con diodos.

$$P_J = R_d \cdot I_d^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta_2 U'_d = R_d \cdot I_d = \frac{P_J}{I_d}$$

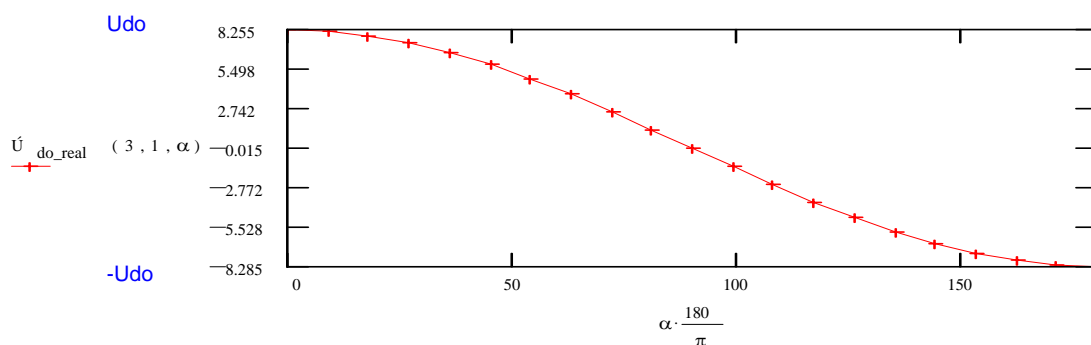
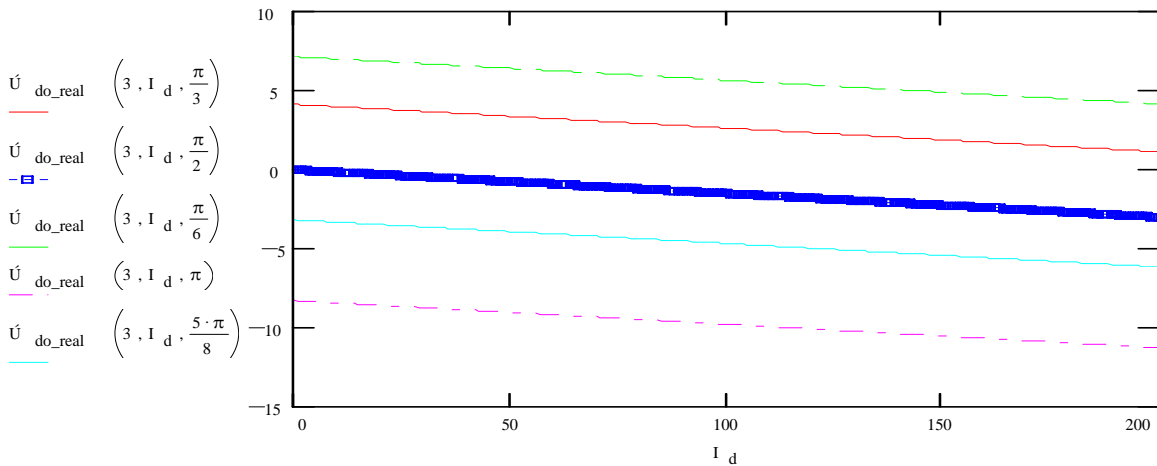
$$\Delta_3 U'_d = [v_{forward}]_{I_d}$$

De todas las caídas de tensión la más importante es la debida al solape de conducción de los tiristores, si suponemos despreciables las demás caídas, podemos calcular la tensión media real a la salida de un rectificador de tipo P controlado de la siguiente manera:

$$U'_{d\_real} = U'_{do\_vacio} - \Delta U'_{1d} = \frac{q}{\pi} \cdot \left[ V_m \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi}{q} \right) \cdot \cos(\alpha) - \frac{L_c \cdot w \cdot I_d}{2} \right]$$

Veamos la variación al variar  $\alpha$  (serán paralelas), así como la recta de carga U'do respecto a  $I_d$ :

$$U'_{do\_real} (q, I_d, \alpha) := \frac{q}{\pi} \cdot \left( V_m \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi}{q} \right) \cdot \cos(\alpha) - \frac{L_c \cdot w \cdot I_d}{2} \right)$$



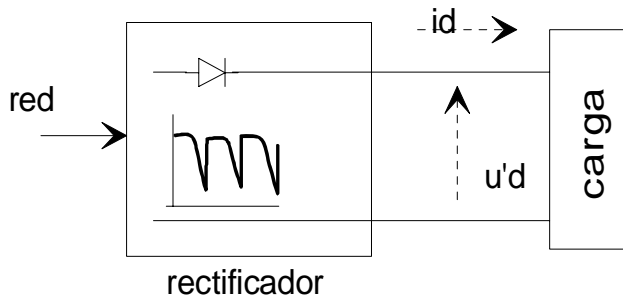
**6.2.3.- Alimentación de una carga R, L.**

Para el análisis de la influencia de la carga en el funcionamiento del rectificador, designaremos por  $p$  el índice de pulsación de la tensión rectificadora y por  $U_{dm\acute{a}x}$  la amplitud de las senoides. Así para los rectificadores de media onda se cumplirá :  $p=q$  y  $U_{dm\acute{a}x}=V\sqrt{2}$ .

El rectificador con tiristores es equivalente a una fuente de tensión de período  $T/p$ , cuya tensión es igual a  $U_{dm\acute{a}x} \cos \omega t$  para  $-\pi/p + \alpha < \omega t < \pi/p + \alpha$ , en serie con un diodo D (tal como se



muestra en la siguiente figura), de forma que si la aplicación de esta tensión a la carga provoca una corriente  $i_d$  positiva, la tensión  $u_d$  es igual a la tensión de esta fuente, o bien si al suponer  $D$  conduciendo,  $i_d$  se hiciera negativa,  $i_d$  es nula, el diodo está bloqueado y la tensión  $u_d$  es impuesta por la carga de continua.



Hasta ahora las cargas eran fuertemente inductivas de forma que suponíamos la corriente constante en dichas cargas. No siempre la carga será de esta naturaleza, de forma que no forzaré la constancia de la corriente a la salida, e incluso lo que producirá será la conducción discontinua de los tiristores, que se apagarán con un ángulo de extinción que dependerá del ángulo de encendido y del valor de la inductancia de la carga.

Veamos a continuación como las cargas de tipo R y L, el crecimiento de  $\alpha$  permite anular  $U_d$  pero no invertirla.

Las cargas R, L vienen caracterizadas por la relación:  $Q = \frac{L \cdot \omega}{R}$  (factor de calidad)

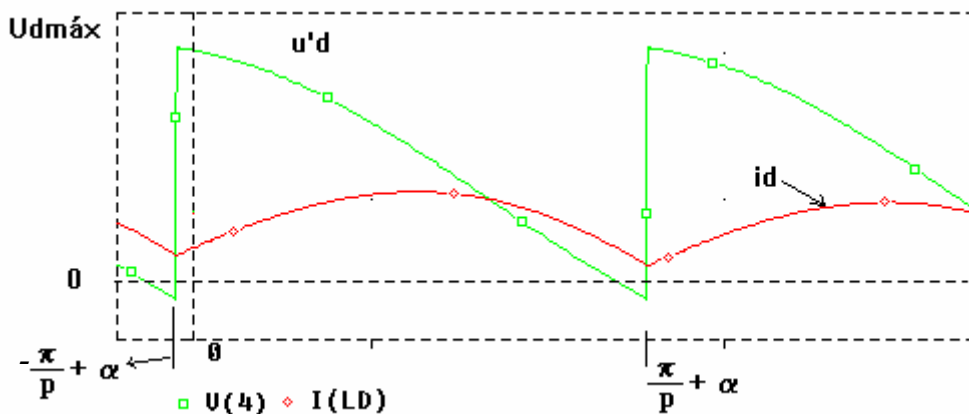
Dados el índice de pulsación  $p$  y  $Q$ , para valores pequeños de  $\alpha$ , la conducción es continua, siendo  $i_d$  siempre positiva:

para  $-\frac{\pi}{p} + \alpha < \omega t < \frac{\pi}{p} + \alpha$   $i_d > 0$   $u_d = U_{d\text{máx}} \cdot \cos(\omega t)$

Por encima de cierto valor de  $\alpha$  la conducción se hace discontinua

para  $-\frac{\pi}{p} + \alpha < \omega t < \omega t_1$   $i_d > 0$   $u_d = U_{d\text{máx}} \cdot \cos(\omega t)$

para  $\omega t_1 < \omega t < \frac{\pi}{p} + \alpha$   $i_d = 0$   $u_d = 0$



Modo Continuo  
 $I_d \neq 0, \forall t$

**\* Modo de conducción continua:**

La tensión rectificada  $u_d$  tiene como valor medio  $U_d = U_{d0} \cos(\alpha)$ . Obtengamos la expresión de la corriente rectificada  $i_d$  a partir de la siguiente expresión:

$$L \cdot \frac{di_d}{dt} + R \cdot i_d = U_{d\text{máx}} \cdot \cos(\omega t) \quad \text{resolviendo para } i_d \text{ se obtiene :}$$

$$i_d = \frac{U_{dm\acute{a}x} \cdot \cos(\omega t - \varphi)}{Z} + \left( i_o - \frac{U_{dm\acute{a}x} \cdot \cos(-\pi/p + \alpha - \varphi)}{Z} \right) \cdot \exp\left[ \frac{-\omega t - \frac{\pi}{p} + \alpha}{Q} \right]$$

siendo :  $i_o = i_d(\omega t = -\pi/p + \alpha)$  ,  $Z$  es la impedancia de la carga a la frecuencia  $\omega$

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2} , \text{ y } \varphi \text{ es el desfase correspondiente } \varphi = \arctg\left(\frac{L\omega}{R}\right) = \arctg(Q)$$

sustituyendo  $Z = R \cdot \sqrt{1+Q^2}$  ,  $\text{sen}(\varphi) = \frac{Q}{\sqrt{1+Q^2}}$  ,  $\text{cos}(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}}$

se obtiene la siguiente expresión:

$$i_d = \frac{U_{dm\acute{a}x}}{R} \cdot \frac{\cos(\omega t) + Q \cdot \text{sen}(\omega t)}{1+Q^2} + \left[ i_o - \frac{U_{dm\acute{a}x}}{R} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{p} - \alpha\right) - Q \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{p} - \alpha\right)}{1+Q^2} \right] \cdot \exp\left[ \frac{-\omega t - \frac{\pi}{p} + \alpha}{Q} \right]$$

la periodicidad de  $i_d$  permite escribir  $i_o = i_d(\pi/p + \alpha)$ , resultando:

$$i_o = \frac{U_{dm\acute{a}x}}{R \cdot (1+Q^2)} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{p} + \alpha\right) + Q \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{p} + \alpha\right) - \left[ \cos\left(\frac{\pi}{p} - \alpha\right) - Q \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{p} - \alpha\right) \right] \cdot \exp\left(-\frac{2\pi}{pQ}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{2\pi}{pQ}\right)}$$

simplificando resulta:

$$i_d = \frac{U_{dm\acute{a}x}}{R \cdot (1+Q^2)} \cdot \left[ \cos(\omega t) + Q \text{sen}(\omega t) + \frac{2 \cdot (Q \cos(\alpha) - \text{sen}(\alpha)) \cdot \text{sen}(\pi/p)}{1 - \exp\left(-\frac{2\pi}{pQ}\right)} \right] \cdot \exp\left[ \frac{-\omega t - \frac{\pi}{p} + \alpha}{Q} \right]$$

con un valor medio igual a :

$$I_d = \frac{U_{do}}{R} = \frac{p}{\pi} \cdot \frac{U_{dm\acute{a}x}}{R} \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{p}\right) \cdot \cos(\alpha)$$

### \* Modo de conducción discontinua:

El paso a conducción discontinua se obtiene cuando  $i_o$  se anula, lo cual corresponde a un valor de  $\alpha$ :

$$\cos\left(\frac{\pi}{p} + \alpha\right) + Q \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{p} + \alpha\right) = \left[ \cos\left(\frac{\pi}{p} - \alpha\right) - Q \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{p} - \alpha\right) \right] \cdot \exp\left(-\frac{2\pi}{pQ}\right)$$

simplificando:  $\text{tg}(\alpha) = \frac{Q \cdot \text{tg}(\pi/p) + \text{th}(\pi/pQ)}{\text{tg}(\pi/p) - Q \cdot \text{th}(\pi/pQ)}$

La corriente rectificada se puede obtener de la misma manera:

$$L \cdot \frac{di_d}{dt} + R \cdot i_d = U_{dm\acute{a}x} \cdot \cos(\omega t) \quad \text{resolviendo para } i_d \text{ se obtiene :}$$





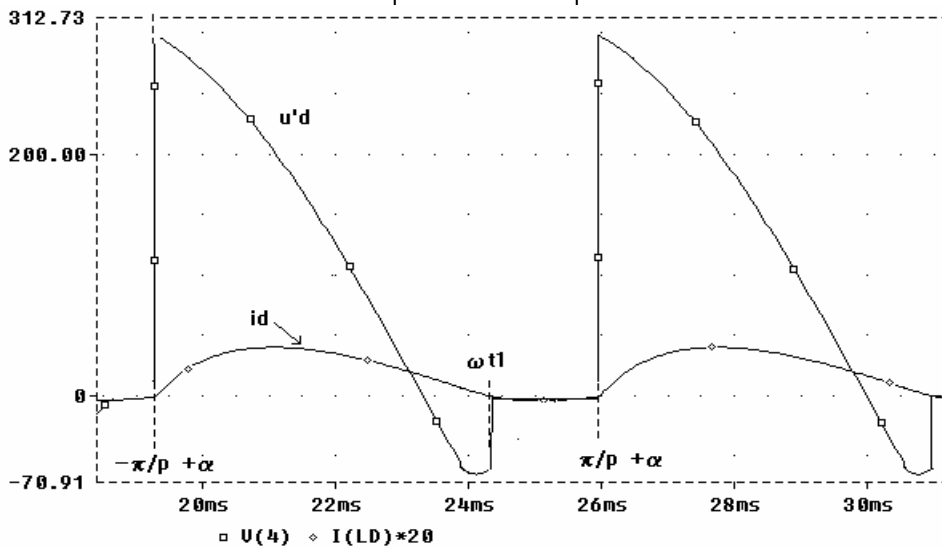
considerando que  $i_o=0$

$$i_d = \frac{U_{dm\acute{a}x}}{R \cdot (1 + Q^2)} \cdot \left\{ \cos(\omega t) + Q \sin(\omega t) + [\cos(\pi/p - \alpha) - Q \cdot \sin(\pi/p - \alpha)] \cdot \exp\left[ \frac{-\omega t - \frac{\pi}{p} + \alpha}{Q} \right] \right\}$$

Se puede obtener el ángulo  $\omega t_1$  de fin de la conducción igualando a cero la expresión anterior :

obteniendo :

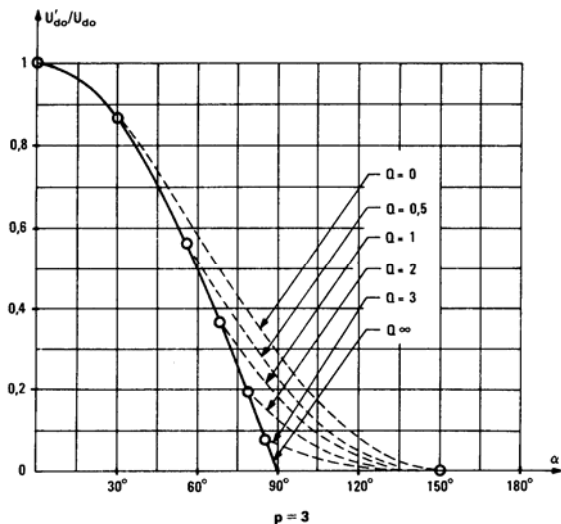
$$(\cos(\omega t_1) + Q \sin(\omega t_1)) \cdot \exp\left[ \frac{\omega t_1 + \frac{\pi}{p} - \alpha}{Q} \right] = \cos(\pi/p - \alpha) - Q \cdot \sin(\pi/p - \alpha)$$



Modo  
Discontinuo  
 $\exists t_1 / I_d(t_1)=0$

Obtengamos por último el valor de la tensión rectificada:

$$U'_{do} = \frac{p}{2\pi} \cdot \int_{-\frac{\pi}{p} + \alpha}^{\omega t_1} U_{dm\acute{a}x} \cdot \cos(\omega t) \cdot d\omega t = \frac{p}{2\pi} \cdot U_{dm\acute{a}x} \cdot \left[ \sin(\omega t_1) - \sin\left(-\frac{\pi}{p} + \alpha\right) \right] = U_{do} \cdot \frac{\sin(\omega t_1) + \sin\left(-\frac{\pi}{p} + \alpha\right)}{2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{p}\right)}$$



De las ecuaciones anteriores podemos deducir las características de control  $U'_{do}(\alpha)$ , las cuales indican, dado un  $p$  y para diversos valores de  $Q$ , cómo varía la tensión rectificada media  $U'_{do}$  en función del ángulo de retardo al cebado  $\alpha$ .

Para un valor de  $Q \rightarrow \infty$ , cualquier que fuera el valor de  $p$ ,  $U'_{do}$  era igual a  $U_{do} \cos(\alpha)$  para  $0 < \alpha < \pi/2$  y luego era nulo porque sólo podía invertirse si del lado de continua había un generador.

Ahora debido a un valor de  $Q$  finito, hay un aumento del valor de  $\alpha$  necesario para hacer  $U'_{do}$  igual a cero. Ahora  $\alpha = \pi/2 + \pi/p$  y no  $\pi/2$ .

### 6.2.4.- Alimentación de una carga R, L, E.

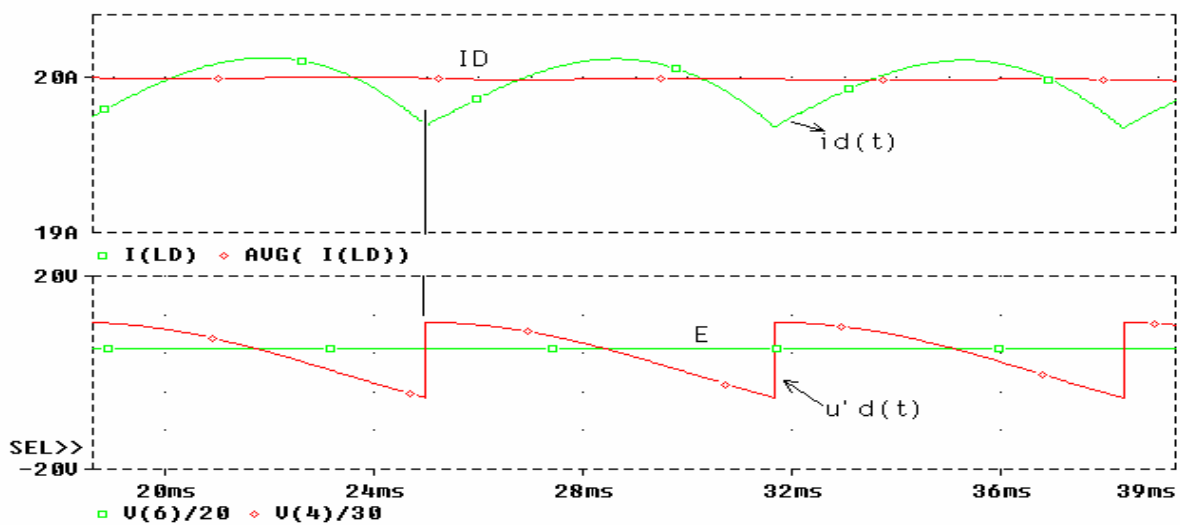
Un caso muy particular de los rectificadores controlados es aquel en el que la carga, además de inductiva, es activa (como en cargadores de baterías o en control de motores) caracterizada por una fuerza contraelectromotriz.

La ecuación de las tensiones en este tipo de rectificadores es:

$$u'_d = R \cdot i_d + L \cdot \frac{di_d}{dt} + E$$

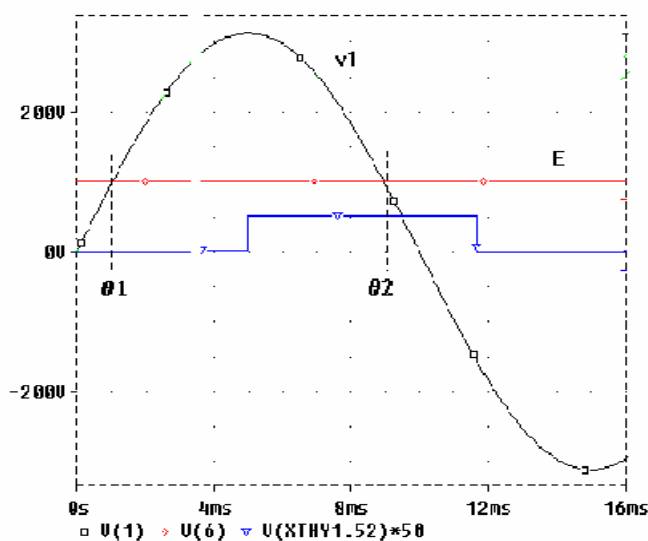
siendo E positivo funcionando como rectificador  
y negativo como ondulator.

Dado que en régimen permanente la tensión media en bornes de la bobina es nula, si suponemos E constante, tendremos la siguiente relación respecto de los valores medios:  $U'_{do} = R \cdot I_d + E$ .



Dado la f.c.e.m. la corriente de la red solo circulará mientras los tiristores se disparen entre los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , tal como se muestra en la figura siguiente, con una tensión disponible de  $U_d - E$ .

La ecuación diferencial en la conducción de un tiristor será:



$$L \cdot \frac{di_d}{dt} + R \cdot i_d = V_m \cdot \text{sen}(wt) - E$$

cuya solución será la superposición de la solución general de la homogénea más la solución particular de la completa, así:

$$L \cdot \frac{di_d}{dt} + R \cdot i_d = 0 \rightarrow i_t(t) = A \cdot e^{-\left(\frac{R \cdot t}{L}\right)}$$

$$i_s(t) = \frac{V_m}{Z} \cdot \text{sen}(wt - \phi) - \frac{E}{R}$$

siendo :

Z es la impedancia de la carga

$$\text{a la frecuencia } \omega \quad Z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2},$$

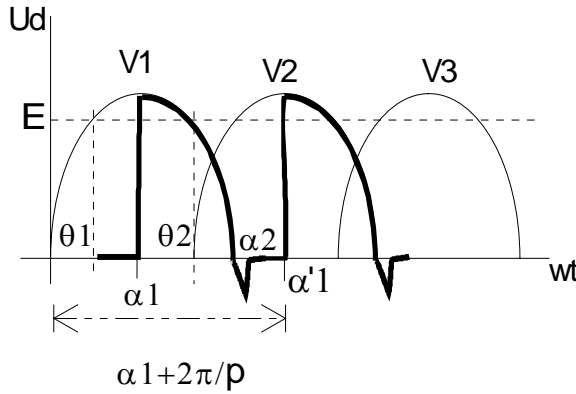
$$\text{y } \phi \text{ es el desfase correspondiente } \phi = \text{arctg}\left(\frac{L\omega}{R}\right) = \text{arctg}(Q)$$



obtenemos una expresión para la corriente igual a:

$$i_d(t) = A \cdot e^{-\left(\frac{Rt}{L}\right)} + \frac{V_m}{Z} \cdot \text{sen}(wt - \phi) - \frac{E}{R}$$

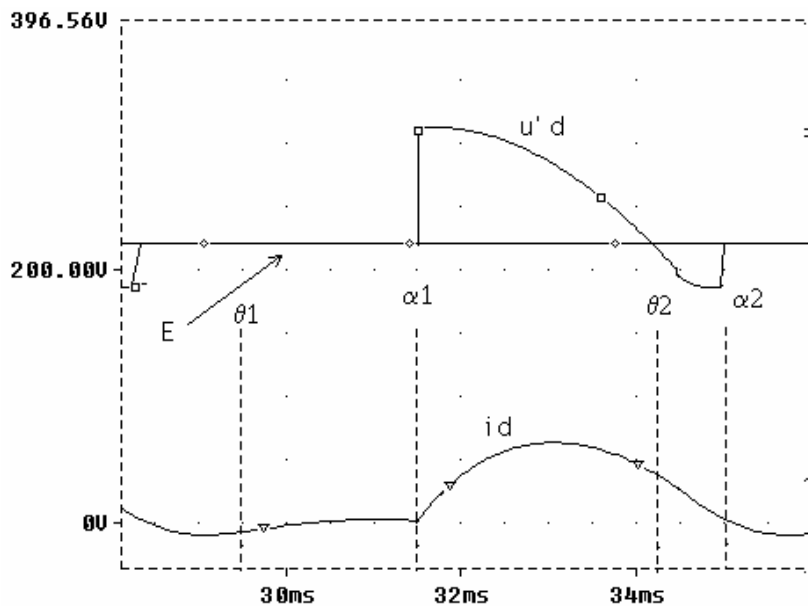
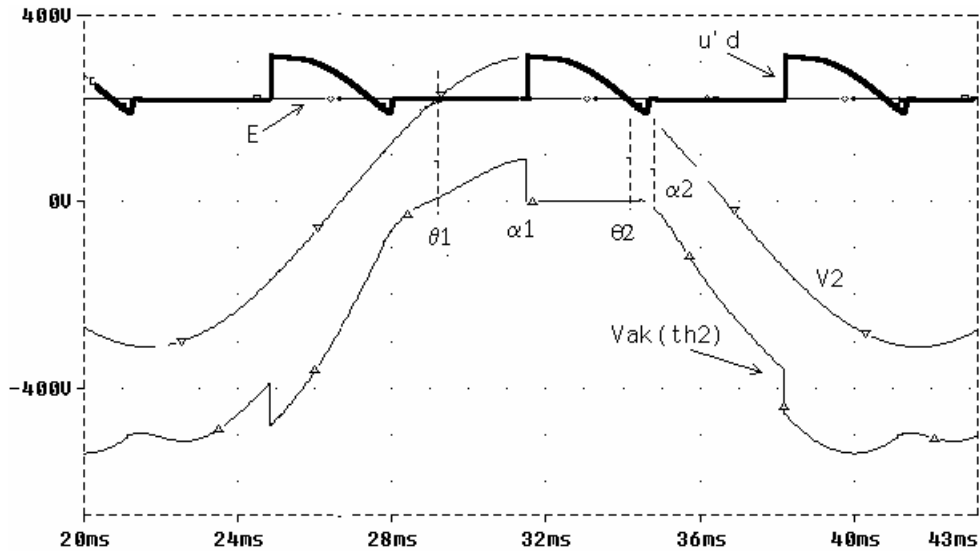
Para el cálculo de la constante A impondremos las condiciones de contorno, para las cuales debemos distinguir dos situaciones:



a.- Conducción discontinua:

En este caso el ángulo de extinción  $\alpha_2$  es inferior al ángulo de cebado del siguiente tiristor  $\alpha_1' = \alpha_1 + 2\pi/p$ , el cual es desfasado un ángulo  $\alpha_1$ . ( $\alpha_2 < \alpha_1 + 2\pi/p$ )

Dado que  $i_d = 0$  para  $wt = \alpha_1$ , e introduciendo el coeficiente  $m = E/V_m$  (conocido como velocidad de control de motores) llegaremos a la siguiente expresión para la corriente:

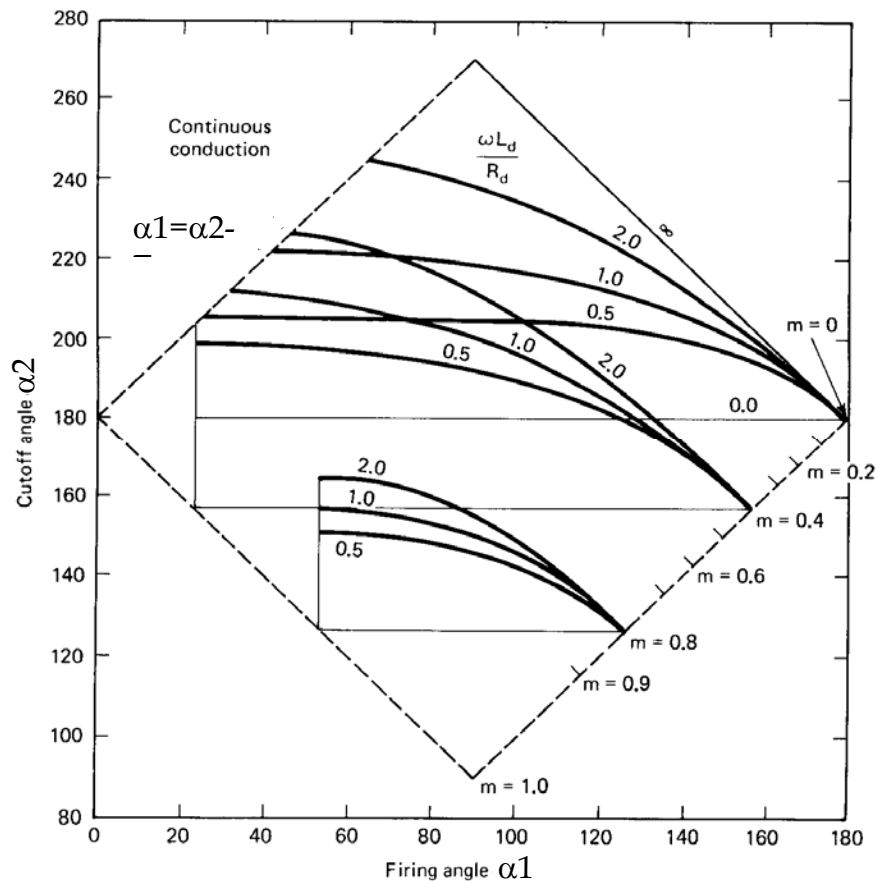


$$i_d = \frac{V_m}{R} \cdot \left[ \frac{R}{|Z|} \cdot \sin(\omega t - \phi) - m + \left( m - \frac{R}{|Z|} \cdot \sin(\alpha_1 - \phi) \right) \cdot e^{-\left( \frac{R(\omega t - \alpha_1)}{L\omega} \right)} \right] \text{ para } \alpha\theta_1 \leq \omega t \leq \alpha_2$$

Además  $i_d = 0$  para  $\omega t = \alpha_2$ , condición de la cual obtenemos:

$$e^{\left( \frac{R\alpha_2}{\omega L} \right)} \cdot \frac{\cos(\phi) \cdot \sin(\alpha_2 - \phi) - m}{\cos(\phi) \cdot \sin(\alpha_1 - \phi) - m} = e^{\left( \frac{R\alpha_1}{\omega L} \right)}$$

Ecuación trascendental que nos indica el **ángulo de extinción  $\alpha_2$**  en función del de encendido  $\alpha_1$ , de L y E. resolvamos esta ecuación gráficamente tomando como parámetros m y  $\omega L/R$ .



Estas curvas están limitadas en su parte inferior por el límite de  $\alpha_1$ , siendo  $\alpha_1 \text{mín} = \arcsen(m) = \theta_1$ , fijando el límite de todas las curvas  $\omega L/R$  para cada valor de m. El límite superior corresponde a  $\alpha_1 \text{máx} = \pi - \arcsen(m) = \theta_2$ . Por la parte superior está limitada por la condición  $\alpha_1 = \alpha_2 - \pi$ .

Dado que la inductancia no puede soportar una tensión media, la corriente de carga dc  $I_d$  se puede calcular de la siguiente manera:

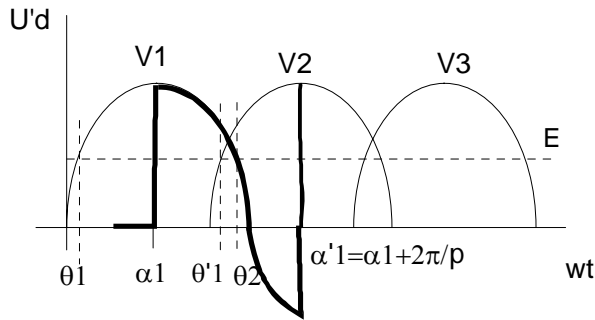
$$I_d = \frac{P}{2\pi} \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left( \frac{V_m}{R} \cdot \left[ \frac{R}{|Z|} \cdot \sin(\omega t - \phi) - m + \left( m - \frac{R}{|Z|} \cdot \sin(\alpha_1 - \phi) \right) \cdot e^{-\left( \frac{R(\omega t - \alpha_1)}{L\omega} \right)} \right] \right) d\omega t$$

o bien :

$$I_d = \frac{P}{2\pi} \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left( \frac{V_m \cdot \sin(\omega t) - E}{R} \right) \cdot d\omega t = \frac{P \cdot V_m}{2\pi \cdot R} \cdot [\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2) - m(\alpha_2 - \alpha_1)]$$



b.- Conducción continua:



En este caso el ángulo de extinción coincide con el ángulo de acabado del siguiente tiristor ( $\alpha_2 = \alpha_1$ ). De esta forma puede ser extrapolado del caso discontinuo, imponiendo la condición:  $i_{\alpha 1} = i_{\alpha 2}$  de lo cual resulta la constante A igual a:

$$A = \frac{V_m}{|Z|} \cdot \frac{\sin(\alpha_1 - \phi)}{\left( e^{-\frac{R\pi}{L\omega} - 1} \right) \cdot e^{\frac{R\alpha_1}{L\omega}}}$$

Por tanto la corriente se expresará como:

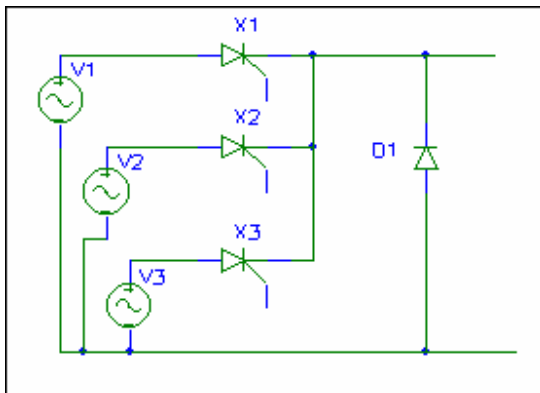
$$i_d = \frac{V_m}{R} \cdot \left[ \cos(\phi) \cdot \sin(\omega t - \phi) - m \cdot \frac{2 \cos(\phi) \cdot \sin(\alpha_1 - \phi)}{1 - e^{-\frac{R\pi}{L\omega}}} \cdot e^{-\frac{R(\omega t - \alpha_1)}{L\omega}} \right]$$

La corriente dc de la carga puede ser calculada como :

$$I_d = \frac{n}{2\pi} \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} i_d \cdot d\omega t = \frac{V_m}{\pi \cdot R} \cdot (2 \cos(\alpha_1) - m \cdot \pi)$$

### 6.2.5.- Efectos al añadir un diodo volante.

Cuando el valor medio U'd de la tensión rectificada no puede hacerse negativo bien por disponer de una carga pasiva o bien por que la f.e.m. no puede invertirse, se puede reducir la ondulación de la tensión rectificada si disponemos de un diodo volante colocado entre los bornes de la salida del rectificador, tal como se muestra a continuación.



Mientras la conducción de los tiristores hagan que la tensión de salida u'd sea positiva el diodo volante no conduce. **Cuando la conducción de los tiristores haga que la u'd sea negativa, el diodo volante conduce y bloquea al tiristor que conducía.** La corriente de la carga no puede anularse instantáneamente si es inductiva la carga, de forma que se cierra se camino a través de este diodo de libre circulación.

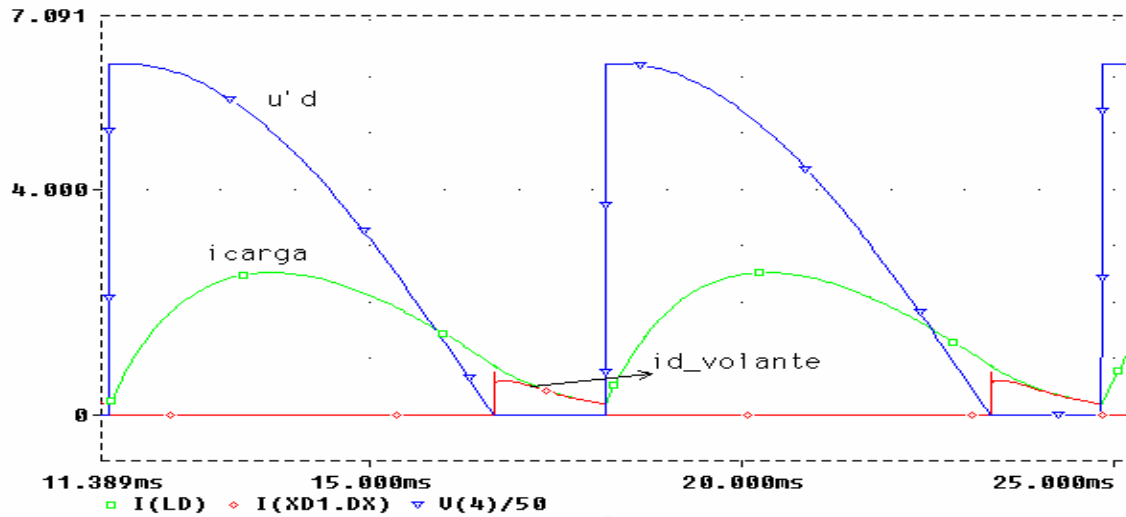
La función de este diodo será por tanto más importante cuanto menor sea el índice de pulsación del montaje rectificador, a la hora de reducir en nivel de rizado a la salida.

Como se ha indicado, la utilización del diodo volante modificará la forma de onda de la tensión a la salida, si el ángulo  $\alpha$  de disparo supera un determinado valor, distinto para cada montaje rectificador, que hace que la fase en conducción pase por cero. En general, como la tensión de la fase en conducción es  $V_1 = V_o \cos(\omega t + \pi/p)$ , el valor mínimo de  $\alpha$  para que entre en conducción el diodo volante será:  $\alpha_0 + \frac{\pi}{p} = \frac{\pi}{2} \rightarrow \alpha_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{p}$ . Para ángulos de retraso superiores a  $\alpha_0$  la forma de onda es la que se indica en la figura siguiente, donde su valor medio viene dado por  $V_{cc0} - V\alpha$ , o sea, el que queda de restar al valor de vacío la disminución debida a la regulación, valor que se expresa como:

$$U'_{do} \equiv U_{do} - U_{\alpha} = \frac{1}{2\pi/p} \cdot \int_{\alpha}^{\pi-\alpha_0} V_m \cdot \cos\left( wt - \frac{\pi}{p} \right) \cdot dwt =$$

$$\frac{p \cdot V_m}{2\pi} \cdot \left[ \text{sen}\left( wt - \frac{\pi}{p} \right) \right]_{\alpha}^{\pi-\alpha_0} = U_{do} \cdot \frac{1 - \text{sen}\left( \alpha - \frac{\pi}{p} \right)}{2 \cdot \text{sen}\left( \frac{\pi}{p} \right)}$$

Expresión que indica como U'do pasa de Udo a cero, cuando  $\alpha$  va de cero a  $(\pi/2) + (\pi/p)$ .

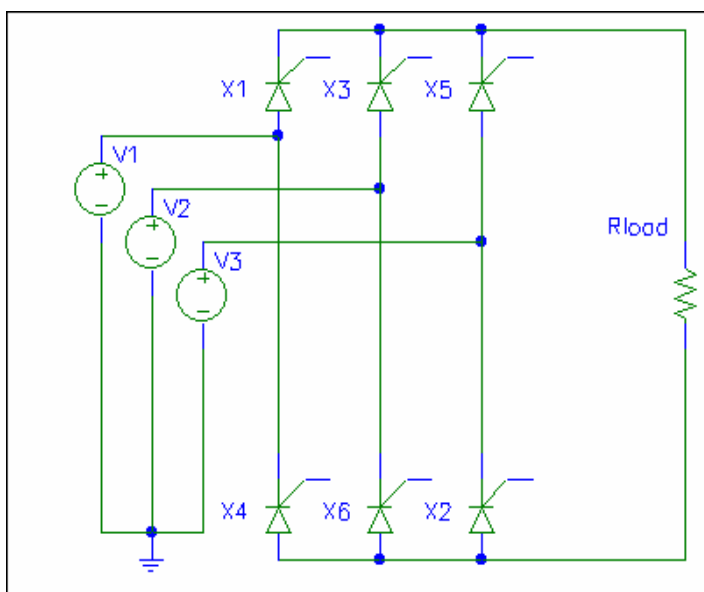


### 6.3.- Rectificadores tipo P.D. y P.D. mixtos.

Los rectificadores en puente utilizan dos grupos de  $q$  semiconductores para rectificar  $q$  tensiones, un grupo con los cátodos unidos y otro con los ánodos unidos. Cuando sustituimos los diodos por tiristores, se pueden reemplazar en su totalidad de forma que obtengamos un puente completo totalmente controlado, o se puede conservar un grupo con diodos y otro con tiristores, obteniendo entonces un puente completo mixto semicontrolado. En este apartado nos referiremos a estos montajes cuando el conexionado de la fuente es en estrella.

#### 6.3.1.-Rectificador P.D.3 con tiristores.

Se puede obtener a partir del rectificador P.D.3 con diodos sin más que sustituir los seis diodos sin más que sustituir los seis diodos por tiristores. El cebado de dichos tiristores se puede realizar mediante un único tren de pulsos desfasados  $2\pi/6$  ( $60^\circ$ ) que se aplican simultáneamente a la puerta de los seis tiristores.

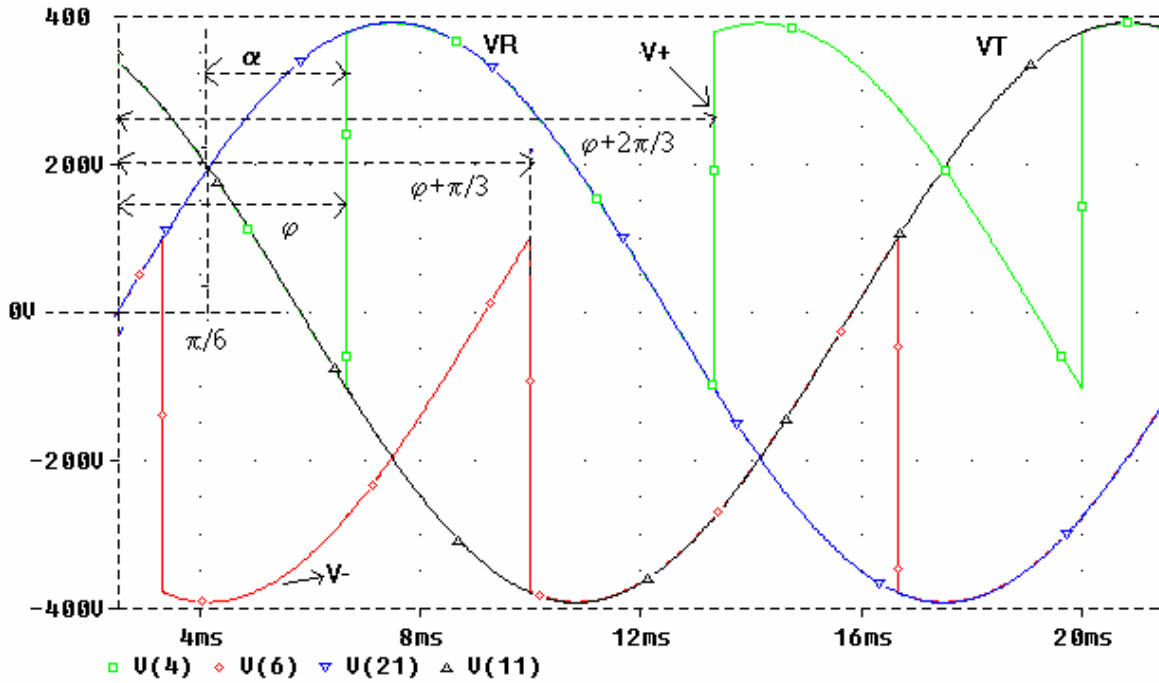


El punto de conmutación natural de cada grupo de diodos ( $\pi/6$ ) define el inicio del retardo  $\alpha$ , de modo que con  $\varphi=\pi/6$  el rectificador se convierte en no controlado, siendo la tensión de la salida la diferencia entre la envolvente superior y la inferior de las tensiones de las fases, tal como ocurría en el rectificador P.D.3 con diodos. Si  $\alpha > 0$  se producirá un retraso y por tanto una regulación de la tensión de la

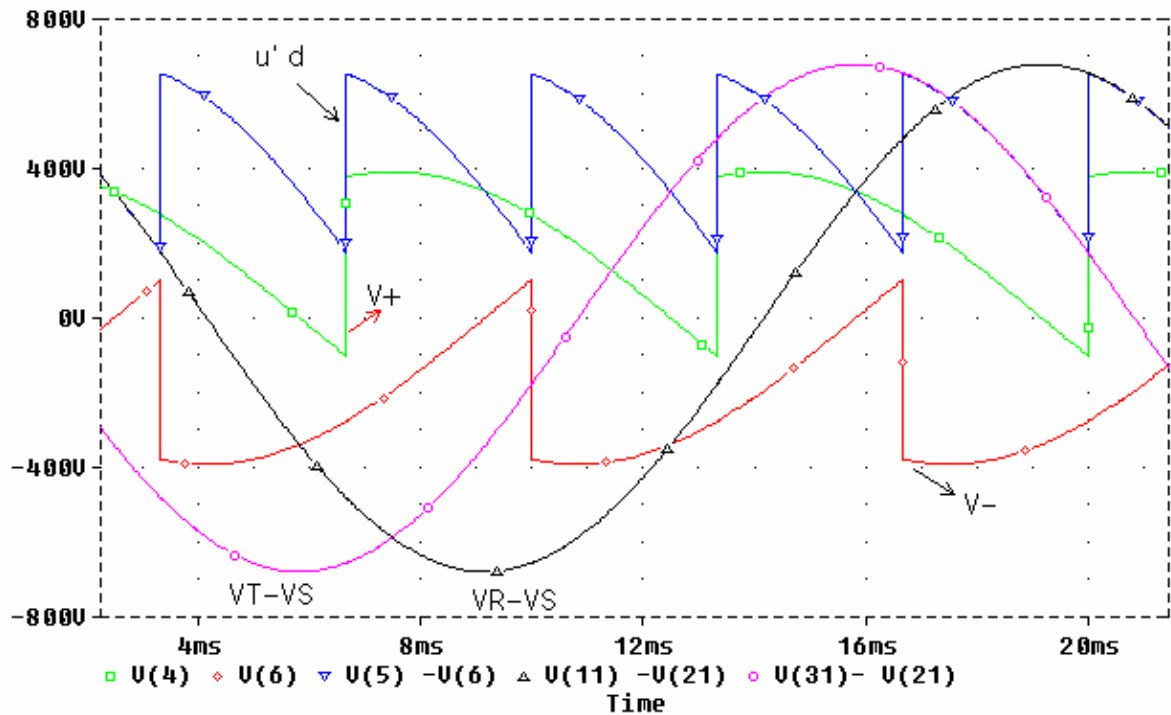


salida. Suponiendo una carga resistiva, podrán darse dos casos según el ángulo de cebado, dando lugar a la conducción continua o discontinua. Veamos a continuación el esquema de dicho rectificador y las formas de onda más significativas para ambos modos de funcionamiento.

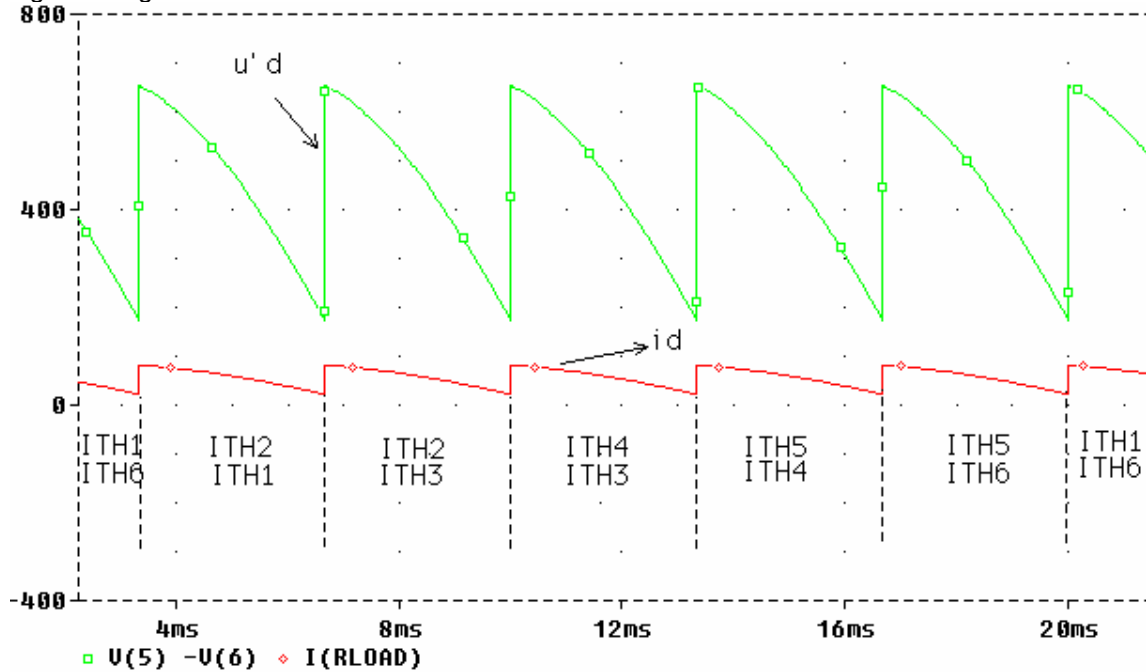
Veamos a continuación las formas de onda correspondientes a un ángulo de cebado entre  $\pi/6$  y  $\pi/2$  de forma que cada tiristor conduce hasta que se ceba el siguiente de su mismo grupo. La tensión del grupo con cátodos unidos la representamos como  $V+$  y la del grupo de ánodos unidos como  $V-$ .



Veamos ahora como la tensión de salida está formada por la diferencia entre la tensión de cada uno de los grupos.

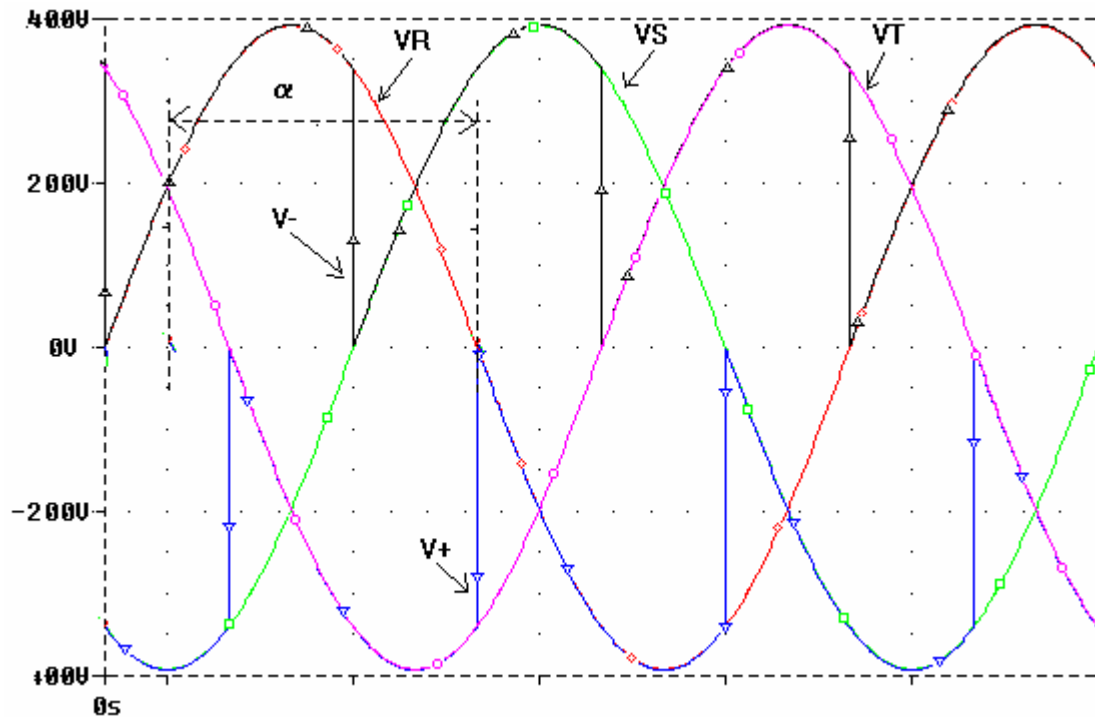


En cuanto a las corrientes, veamos la secuencia de funcionamiento de los tiristores en la siguiente figura:

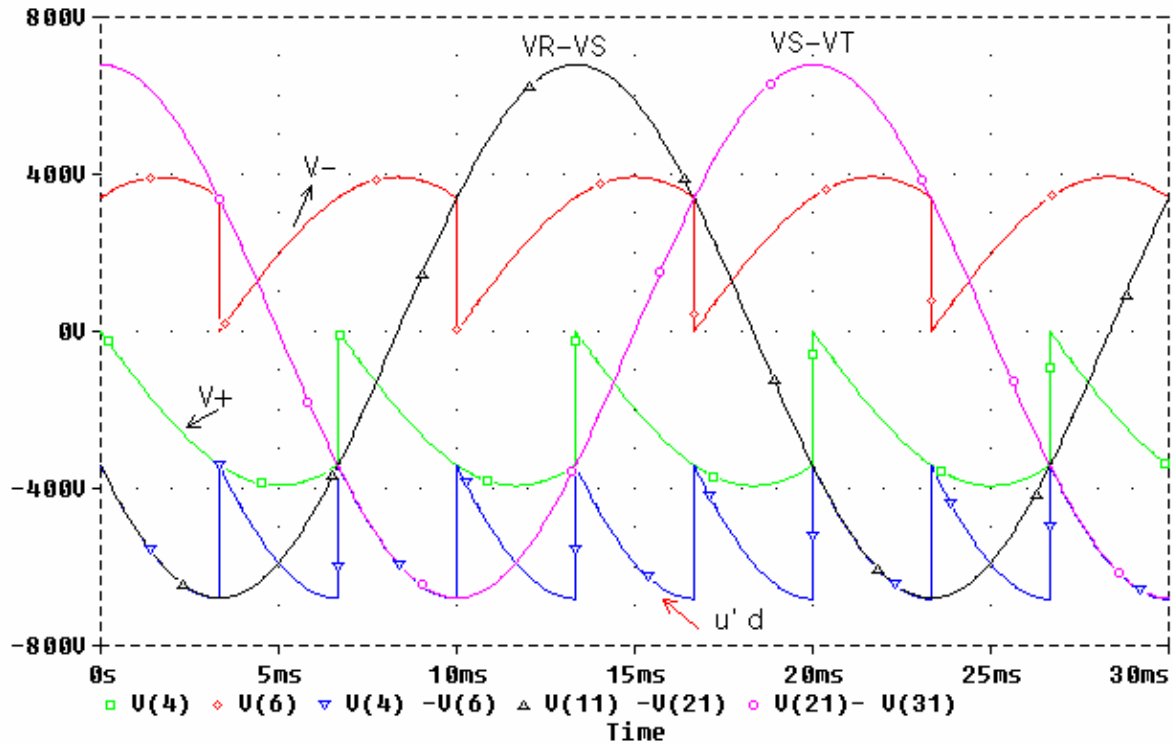


Hasta aquí hemos visto al montaje rectificador P.D.3 con tiristores trabajando en modo rectificador, veamos las formas de onda características trabajando en modo inversión para lo cual el ángulo de cebado estará entre  $\pi/2$  y  $\pi$ .

Ahora cada tiristor se apagará al pasar por cero la diferencia de tensiones entre las fases en conducción, al anularse la corriente en la carga, anulándose la tensión en la carga hasta el disparo del siguiente tiristor de su grupo, momento en el que se reiniciará la conducción si el disparo es mantenido.







**6.3.2.- Generalización a N fases.**

Denominamos las q tensiones alternas de la siguiente forma:

$q = 3$  (q=3 red trifásica)

$q = 3$

$$v_1(V_m, wt) := V_m \cdot \sin(wt) \quad v_2(V_m, wt) := V_m \cdot \sin\left(wt - \frac{2 \cdot \pi}{q}\right) \quad v_3(V_m, wt) := V_m \cdot \sin\left(wt - \frac{4 \cdot \pi}{q}\right)$$

$$v_q(V_m, wt) := V_m \cdot \sin\left[wt - \frac{2 \cdot \pi}{q} \cdot (q - 1)\right]$$

**A.- Tensión Rectificada:**

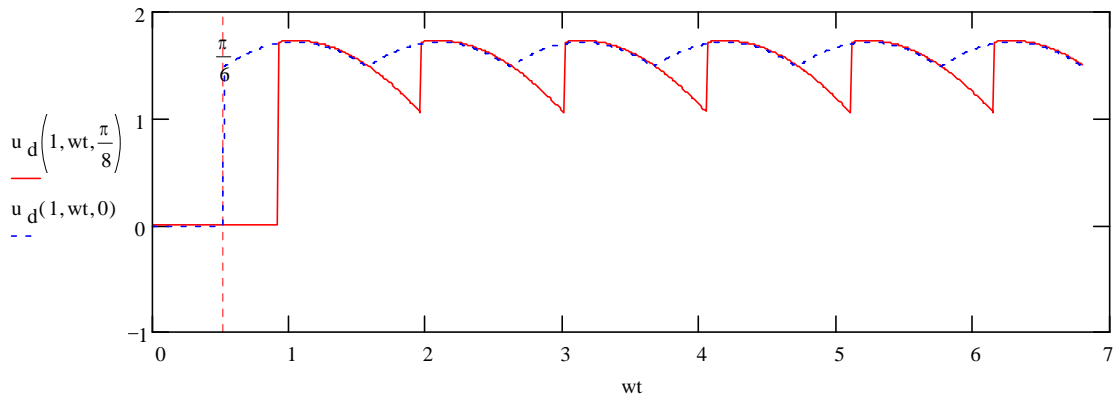
Al rectificar q tensiones de período T y al conducir dos tiristores a la vez, el que tenga el ánodo más positivo y el que tenga el cátodo más negativo., la tensión de salida constará de 2q arcos de senoide por período, siendo su período de T/2q.

Cada tiristor conducirá  $2\pi/q$  del ciclo total, así el intervalo de conducción del tiristor T1 está dado

por:  $\frac{T}{4} - \frac{T}{2q} < t < \frac{T}{4} + \frac{T}{2q}$ , siendo  $T=2\pi$ , se puede escribir como:  $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q} + \alpha < wt < \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha$

Para el caso de red trifásica  $q=3$  veamos los intervalos de conducción de las parejas de tiristores y la tensión de salida compuesta a tramos :

La tensión de salida rectificada  $u_d$  se obtiene como suma de las cúspides de las tensiones de entrada:



**a1.- Valor medio: q par**

$$U_{do}(T, a, b, V_m) := \frac{1}{T} \int_a^b (V_m \cdot \sin(wt) - V_m \cdot \sin(wt - \pi)) dt$$

al integrar, resulta  $U_{do}(T, a, b, V_m) := \frac{1}{T} \cdot (-2 \cdot \cos(b) \cdot V_m + 2 \cdot \cos(a) \cdot V_m) \cdot wt$

Ahora el período de la forma de onda rectificada es :  $T := \left(\frac{2 \cdot \pi}{q}\right)$

y los límites de integración son  $a = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q} + \alpha$        $b = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha$

Resultando la **tensión media Udo** de salida igual a:  $U_{do}(q, V_m, \alpha) := \frac{2 \cdot q}{\pi} \cdot V_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos(\alpha)$

**Valor medio: q impar**

$$U_{do}(T, a, b, V_m) := \frac{1}{T} \int_a^b \left( V_m \cdot \sin(wt) - V_m \cdot \sin\left(wt - \frac{q-1}{q} \cdot \pi \right) \right) dt$$

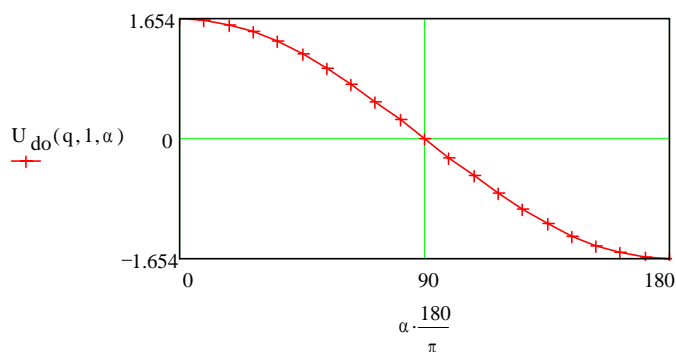
Ahora el período de la forma de onda rectificada es:  $T := \left(\frac{2 \cdot \pi}{2 \cdot q}\right)$

y los límites de integración son  $a = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q} + \alpha$        $b = \frac{\pi}{2} + \alpha$

Resultando la **tensión media Udo** de salida igual a:  $U_{do}(q, V_m, \alpha) := \frac{2 \cdot q}{\pi} \cdot V_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos(\alpha)$

Se observa que la tensión media es el doble que en el caso de media onda. Al mismo resultado hubiéramos llegado al considerar a este rectificador de onda completa de q fases (q impar) como la asociación en serie de n rectificadores de media onda

$$\alpha := 0, \frac{\pi}{20} .. \pi$$



Variación de U'do con  $\alpha$   
 para  $\alpha < \pi/2$  **rectificación**  
 para  $\alpha > \pi/2$  **inversión**



**a.2.- Valor eficaz:**

**q impar**

$$U_{d,eff}(T, a, b, V_m) := \sqrt{\frac{1}{T} \int_a^b \left( V_m \cdot \sin(\omega t) - V_m \cdot \sin\left(\omega t - \frac{q-1}{q} \cdot \pi\right) \right)^2 d\omega t}$$

Ahora el período de la forma de onda rectificada  $T := \left(\frac{2 \cdot \pi}{2 \cdot q}\right)$

y los límites de integración son  $a = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q} + \alpha$      $b = \frac{\pi}{2} + \alpha$     se desarrolla como :

$$U_{d,eff}(T, a, b, V_m) := \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot V_m \cdot \sqrt{\left(-\sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot q + 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot q \cdot \cos(\alpha)\right)^2 + \pi} \cdot \sqrt{\cos\left(\frac{\pi}{q}\right) + 1}$$

Resultado el valor eficaz **Ud-ef=Ud-rms** igual a :

$$U_{drms\_impar}(q, V_m, \alpha) := \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot V_m \cdot \sqrt{1 + \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos(2 \cdot \alpha) + \pi}$$

para el rectificador P.D.3 se obtiene:

$$U_{drms\_impar}\left(3, 1, \frac{\pi}{4}\right) = 1.225 \quad \text{tensión rms en función de la tensión de pico por fase}$$

$$U_{do}\left(3, 1, \frac{\pi}{4}\right) = 1.1695 \quad \text{tensión media en función de la tensión de pico por fase}$$

$$U_{do}\left(3, 1, \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sqrt{2} = 1.654 \quad \text{tensión media en función de la tensión de rms por fase}$$

**q par**

$$U_{d,eff}(T, a, b, V_m, q) := \sqrt{\frac{1}{T} \int_a^b \left( V_m \cdot \sin(\omega t) - V_m \cdot \sin(\omega t - p) \right)^2 d\omega t}$$

Ahora el período de la onda rectificada y los límites de integración son:  $T := \frac{2 \cdot \pi}{q}$

$$a = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q} + \alpha \quad b = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha$$

$$\text{resultando el valor eficaz para q par: } U_{drms\_par}(q, V_m, \alpha) := \frac{V_m}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{2 \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos(2 \cdot \alpha) \cdot q + \pi\right)}$$

Para el rectificador P.D.2 se obtiene:

$$U_{drms\_par}\left(2, 1, \frac{\pi}{4}\right) = 1.414 \quad \text{tensión rms en función de la tensión de pico por fase}$$

$$U_{do}\left(2, 1, \frac{\pi}{4}\right) = 0.9 \quad \text{tensión media en función de la tensión de pico por fase}$$

$$U_{do}\left(2, 1, \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sqrt{2} = 1.273 \quad \text{tensión media en función de la tensión de rms por fase}$$

**a3.- Tensiones inversas en los tiristores:** La tensión Vd1 en bornes del tiristor T1 es siempre igual a V1-(vd-Vno), que tiene por expresión:

$$V1 - (ud - Vn0) = V1 - (Vm_n - Vn0) = \blacksquare$$

$$\blacksquare = V1 - (Vm0 - V0n - Vn0) = V1 - Vm0$$

Así VakT1 es sucesivamente igual a las diversas diferencias entre V1 y la más negativa de las tensiones. La tensión inversa máxima es igual a la amplitud de la mayor de las tensiones opuestas:

\* Si el número q de fases es par, hay una tensión direct. opuesta a V1, la tensión  $V_{(q/2 + 1)}$  cuyo mínimo coincide con el máximo de V1, así la diferencia será:

$$V_{i\_MÁX} = 2 \cdot V_m$$

\* Si el número q de fases es impar, las dos tensiones más cercanas a la oposición de fase con V1 son  $V_{(q+1)/2}$  y  $V_{(q+3)/2}$ .

$$V_1 - \frac{V_{q+1}}{2} = V_m \cdot \sin(\omega t) - V_m \cdot \sin\left(\omega t - \frac{q-1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{q}\right) = V_m \cdot \sin(\omega t) - V_m \cdot \sin\left[\frac{(\omega t - \frac{\pi}{q}) - \frac{\pi}{q}}{q}\right]$$

$$V_1 - \frac{V_{q+1}}{2} = V_m \cdot \sin(\omega t) - V_m \cdot \left(-\sin(\omega t) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) - \cos(\omega t) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)\right)$$

$$V_1 - \frac{V_{q+1}}{2} = V_m \cdot \left(\sin(\omega t) + \sin(\omega t) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) + \cos(\omega t) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)\right)$$

Aplicando las siguientes relaciones trigonométricas:  $\sin(2 \cdot x) = 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$ ,  $2 \cdot \cos(x)^2 = 1 + \cos(2 \cdot x)$

se obtiene: 
$$V_1 - \frac{V_{q+1}}{2} = V_m \cdot \left[\left(1 + \cos\left(\frac{\pi}{q}\right)\right) \cdot \sin(\omega t) + \cos(\omega t) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)\right] = 0$$

$$i = V_m \cdot \left[\sin(\omega t) \cdot \left(2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right)\right) + \cos(\omega t) \cdot 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right)\right]$$

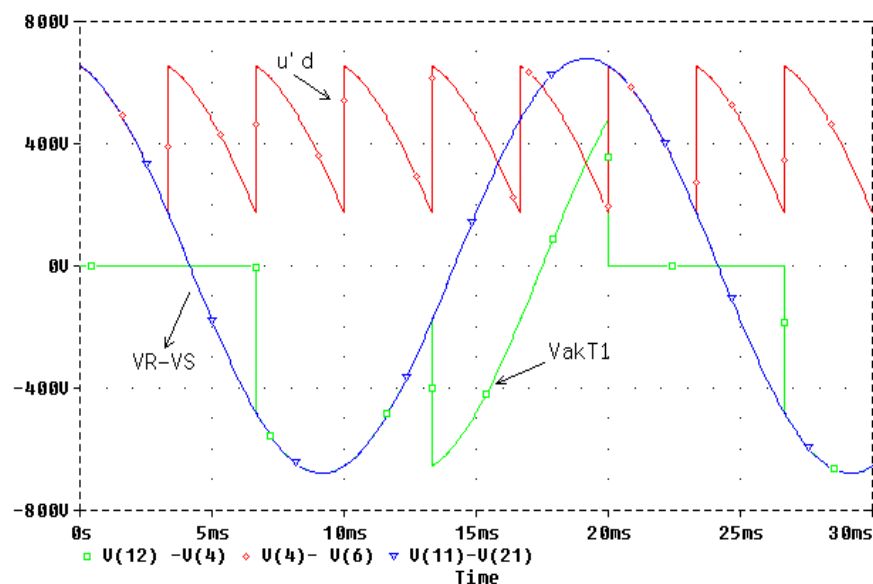
Resultando:

$$V_1 - \frac{V_{q+1}}{2} = 2 \cdot V_m \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right) \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2 \cdot q}\right) \quad V_1 - \frac{V_{q+3}}{2} = 2 \cdot V_m \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right) \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2 \cdot q}\right)$$

Ambas expresiones tienen el valor máximo en:  $V_{i\_MÁX}(q, V_m) := 2 \cdot V_m \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right)$

pasando por dos máximos durante cada período

Veamos como ejemplo el rectificador P.D.3 controlado, con ángulo de retardo = 60 :



### B.- Estudio de las corrientes:

Dado que se supone que el rectificador suministra una corriente continua  $I_d$  constante, cada tiristor es recorrido por  $I_d$  durante el intervalo  $T/q$ . De ahí que los valores característicos sean:



$$I_{th\_M\acute{A}X} = I_d \qquad I_{th\_Media} = \frac{I_d}{q} \qquad I_{th\_RMS} = \frac{I_d}{\sqrt{q}}$$

Cada devanado secundario del transformador está unido a dos tiristores. Por tanto es recorrido por una corriente  $I_d$  durante  $T/q$  cuando conduce el tiristor del grupo de arriba y por una corriente  $-I_d$  durante  $T/q$  cuando conduce el tiristor del grupo de abajo, y nula durante el resto de período. Por tanto se valor eficaz será:

$$I_s = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot 2 \cdot I_d^2 \cdot \frac{T}{q}} = I_d \cdot \sqrt{\frac{2}{q}}$$

Dado que hemos supuesto la corriente  $i_d$  constante, la potencia activa suministrada por el rectificador será:

$$P_d = \frac{1}{T} \int_0^T v_d \cdot i_d dt \qquad P_d(U_{do}, I_d) := U_{do} \cdot \cos(\alpha) \cdot I_d$$

Si despreciamos las pérdidas en los tiristores, la potencia activa calculada anteriormente es también la potencia que sale del transformador.

Así la potencia aparente del secundario, formado por  $q$  devanados de tensiones de valor eficaz  $V$  y recorridos por corrientes de valor eficaz  $I_s$ , será:

$$S_s = q \cdot V \cdot I_s = q \cdot \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot I_d \cdot \sqrt{\frac{2}{q}} \qquad S_s(q, V_m, I_d) := V_m \cdot \sqrt{q} \cdot I_d$$

Para comparar la calidad del rectificador se puede calcular los siguientes parámetros:

1.-  $F_s$ : **Factor de utilización o de potencia de secundario**  $F_s = P_d / S_s$ .

$$F_s(q, V_m, I_d, \alpha) := \frac{\frac{2 \cdot q \cdot V_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos(\alpha) \cdot I_d}{\pi}}{q \cdot \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot I_d \cdot \sqrt{\frac{2}{q}}} \qquad F_s(q, V_m, I_d, \alpha) := 2 \cdot \frac{\sqrt{q}}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos(\alpha)$$

Esta expresión es raíz de 2 veces superior a la del rectf. de media onda

### 6.3.3.- Caída de tensión en funcionamiento normal.

La transferencia de la corriente  $I_d$  de una fase a la siguiente se realiza como para un rectificador de media onda con tiristores, caso ya analizado en este mismo tema. Por tanto recordando las expresiones obtenidas en el apartado 1.2.3, resultaba un ángulo de solape:

$$\cos(\alpha) - \cos(\alpha + \mu') = \frac{L_c \cdot \omega \cdot I_d}{V_m \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{q}\right)}$$

Así como una caída del valor medio de la tensión debido a las conmutaciones de uno de los grupos de tiristores, está dado por:

$$\Delta 1U_d = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot L_c \cdot \omega \cdot I_d$$

Por tanto la caída de tensión debido a las reactancias en el proceso de conmutación será:

$$\Delta 1U'_d = \frac{q}{\pi} \cdot L_c \cdot \omega \cdot I_d$$

Respecto a las demás caídas de tensión debidas a las resistencias y a los semiconductores, siguen siendo independientes de  $\alpha$ , adoptando las mismas expresiones que para los rectificadores tipo P.D. no controlados:

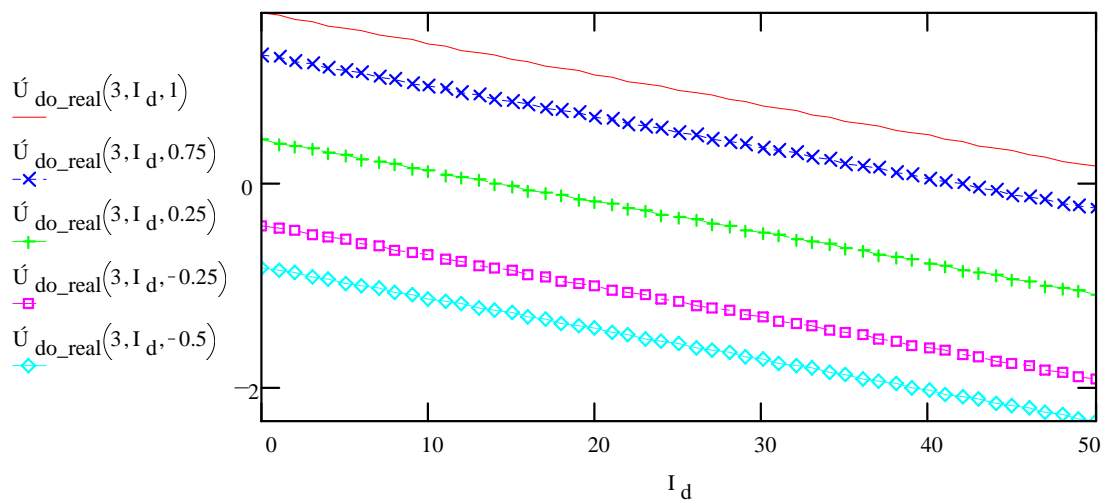
$$P_J = R_d \cdot I_d^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta_2 U'_d = R_d \cdot I_d = \frac{P_J}{I_d}$$

$$\Delta_3 U'_d = 2 \cdot [v_{forward}]_{I_d}$$

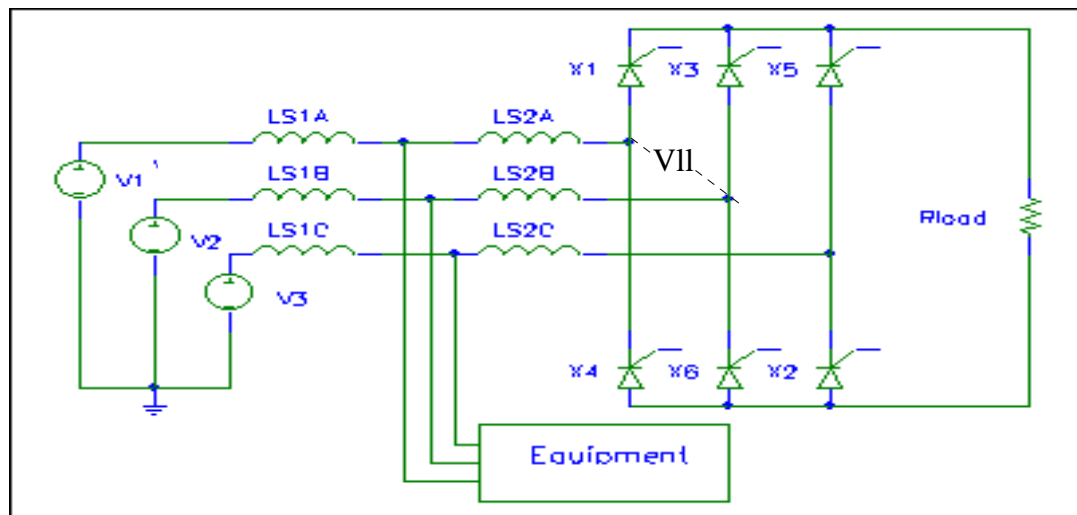
De todas las caídas de tensión la más importante es la debida al solape de conducción de los tiristores, si suponemos despreciables las demás caídas, podemos calcular la tensión media real a la salida de un rectificador de tipo PD controlado de la siguiente manera:

$$U'_{d\_real} = U'_{do\_vacio} - \Delta U'_{ld} = \frac{q}{\pi} \cdot \left[ 2V_m \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos(\alpha) - L_c \cdot \omega \cdot I_d \right]$$

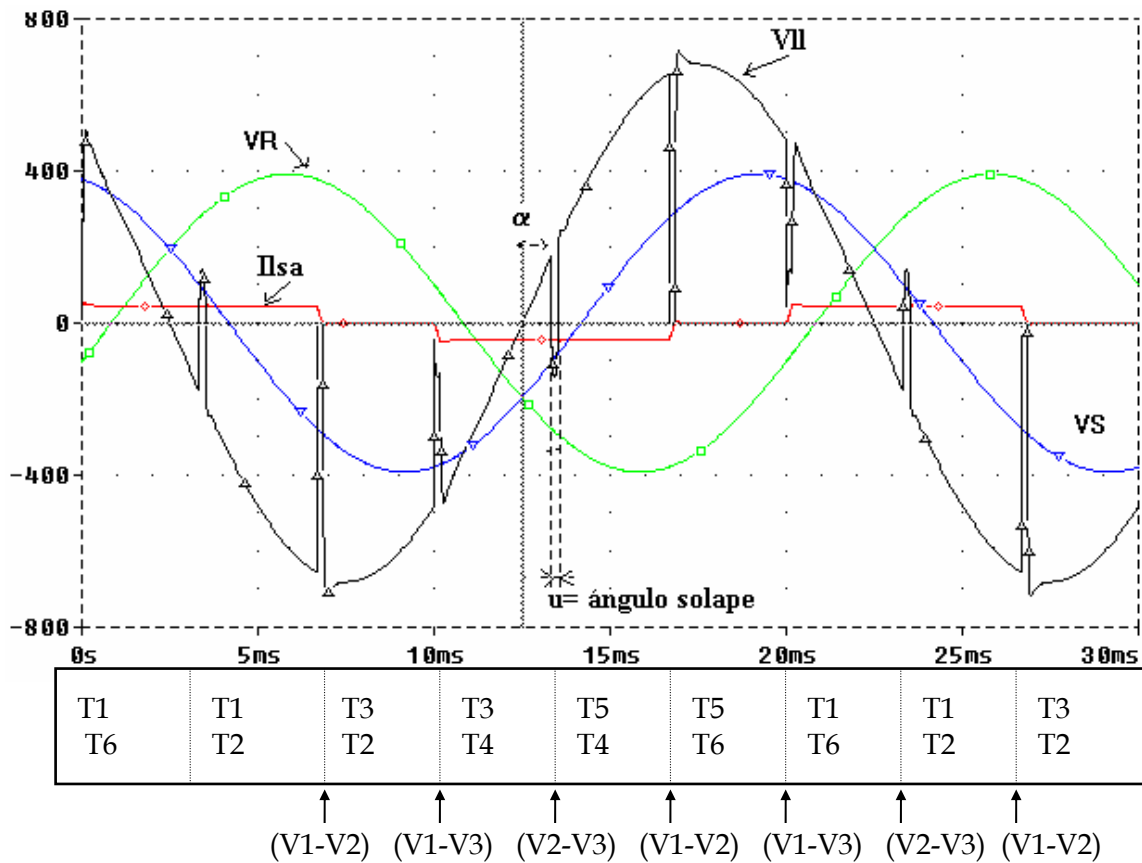
Veamos las variaciones de la recta de carga al variar  $\alpha$



Además las caídas de tensión ocasionadas por las conmutaciones ocasionan una distorsión y un corte de la señal de tensión en forma de muescas. Veamos a continuación el efecto de ambos fenómenos. Consideremos que la inductancia de entrada del rectificador está formada por dos inductancias en serie, una debida a la inductancia por fase de las fuentes de tensión (LS1i) y otra asociada al propio convertor (LS2i), tal como se muestra en el esquema siguiente.



En este convertidor existen seis conmutaciones durante un periodo de línea. Durante cada conmutación dos de las tres fuentes de tensión alternas son cortocircuitadas por la conducción de dos tiristores del rectificador a través de la inductancia  $L_s$  de cada fase. Si consideramos la tensión entre dos fases, tal como se muestra en la siguiente figura, esta es cortocircuitada dos veces por periodo, ocasionando dos muescas profundas en dicha tensión. Las otras cuatro muescas en una u otra fase son debidas a los solapes de las conmutaciones.



El área de dichas muescas puede ser calculada de la siguiente manera:  
 Sea  $A_u$  la reducción en voltios-radianes del área de una tensión entre fase y neutro, debida al intervalo de conmutación:

$$A_u = \int_{\alpha}^{\alpha+u} v_{L_s} \cdot dwt = \int_0^{I_d} w \cdot L_s \cdot di_a = w \cdot L_s \cdot I_d$$

El área de las muescas profundas, donde las dos fases son cortocircuitadas, será  $2A_u$ . La anchura de esas muescas ( $u$ ) puede ser estimada a partir del cálculo del ángulo de solape y de la profundidad, así se puede aproximar como:

$$\text{Profundidad} \approx \sqrt{2} \cdot V_{ll} \cdot \sin(\alpha)$$

$$\text{por tanto} \rightarrow \text{anchura (u)} = \frac{A_u}{\sqrt{2} \cdot V_{ll} \cdot \sin(\alpha)} \approx \frac{2w \cdot L_s \cdot I_d}{\sqrt{2} \cdot V_{ll} \cdot \sin(\alpha)} \quad [\text{radianes}]$$

En el esquema anterior se observaba un punto de unión entre las dos inductancias en cada línea, este es el punto de acoplamiento común con otras carga que se conecten a la misma línea. En este punto el área y la profundidad las muescas es un factor  $\rho$ -veces las correspondientes a la figura anterior, donde  $\rho$  es igual a :

$$\rho = \frac{L_{s1}}{L_{s1} + L_{s2}}$$

Por tanto, para un sistema ac dado en el que viene fijado el valor de  $L_{s1}$ , un valor elevado de  $L_{s2}$  atenuará los cortes de la tensión en el punto de acoplamiento común.

Respecto a los valores adecuados, existen reglamentaciones internacionales, como la IEEE 519-1981 que limitan la distorsión y los corte de la línea según la clase del equipamiento:

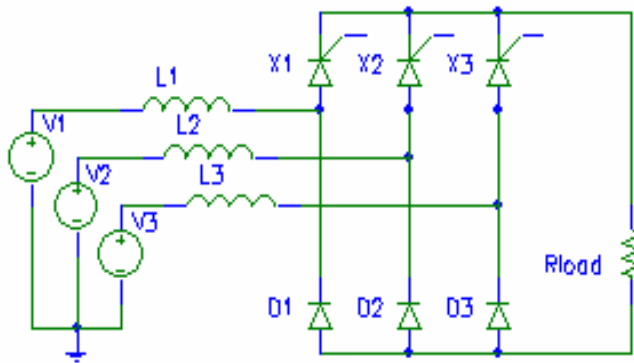
IEEE 519-1981 para sistemas de 460V

Class	Line-notch Depth $\rho$ (%)	Line-notch Area (V· $\mu$ s)	Voltage THD(%)
Special Applct.	10	16.400	3
General	20	22.800	5
Dedicated system	50	36.500	10

La distorsión de la tensión en el punto de acoplamiento común puede ser calculada por medio de conocer las componentes armónicas de la corriente de entrada así como la impedancia de la fuente (Ls1):

$$\text{Voltage \% THD} = \frac{\left[ \sum_{h \neq 1} (I_h \times h \cdot \omega \cdot L_{s1})^2 \right]^{1/2}}{V_{\text{phase(fundamental)}}} \times 100$$

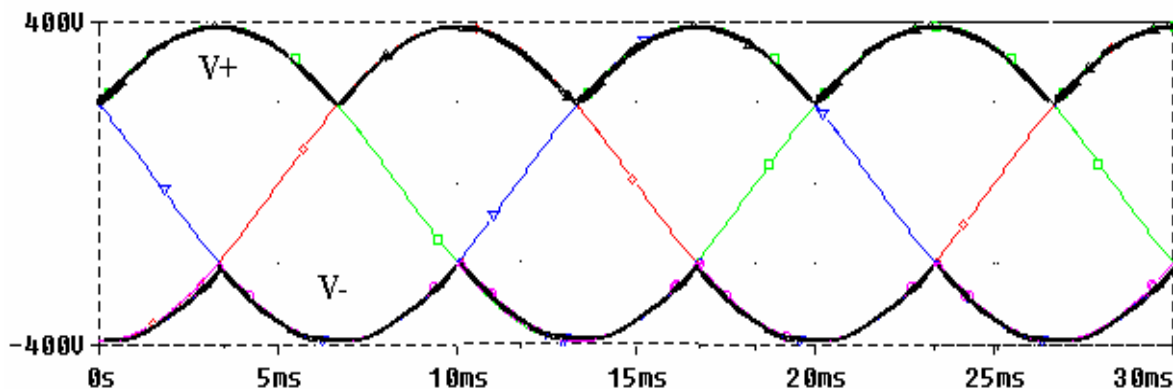
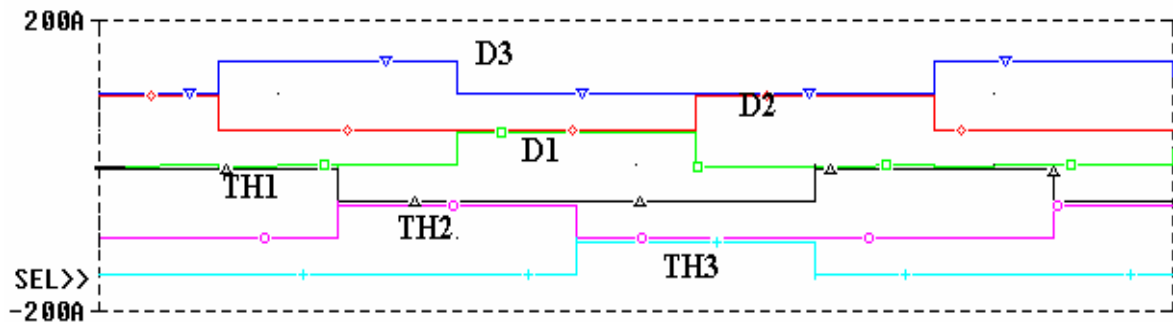
### 6.3.4.- Rectificador P.D.3 mixto.



Estos montajes rectificadores se obtienen directamente de los puentes rectificadores con tiristores sin más que reemplazar un grupo de tiristores por diodos, normalmente el grupo con los ánodos comunes, tal como se muestra en la siguiente ilustración para el rectificador P.D.3 mixto.

De la misma manera que en los rectificadores controlados, los tiristores son cebados con un único tren de impulsos desfasados entre sí  $2\pi/3$ , guardando un ángulo de cebado constante con la fase correspondiente.

Si este ángulo coincide con el punto de conmutación natural ( $\pi/6$ ), la salida del rectificador será igual a la del no controlado por ser nulo el retraso, y se obtendrá como la diferencia entre la envolvente superior y la inferior de las tensiones de fase. Veamos a continuación las formas de onda asociadas.



Si  $\alpha > 0$  se produce el retraso y por lo tanto la regulación de la tensión de salida. Suponiendo carga resistiva, se pueden presentar dos casos según el ángulo de cebado de los tiristores, ocasionando la conducción continua o discontinua de los mismos.

#### a).- $\pi/6 < \alpha < \pi/2$

Cada tiristor conducirá hasta que se ceba el siguiente  $2\pi/3$  mas tarde. Manteniendo una conducción continua en los tiristores. Veamos un ejemplo para un retraso de  $45^\circ$ .

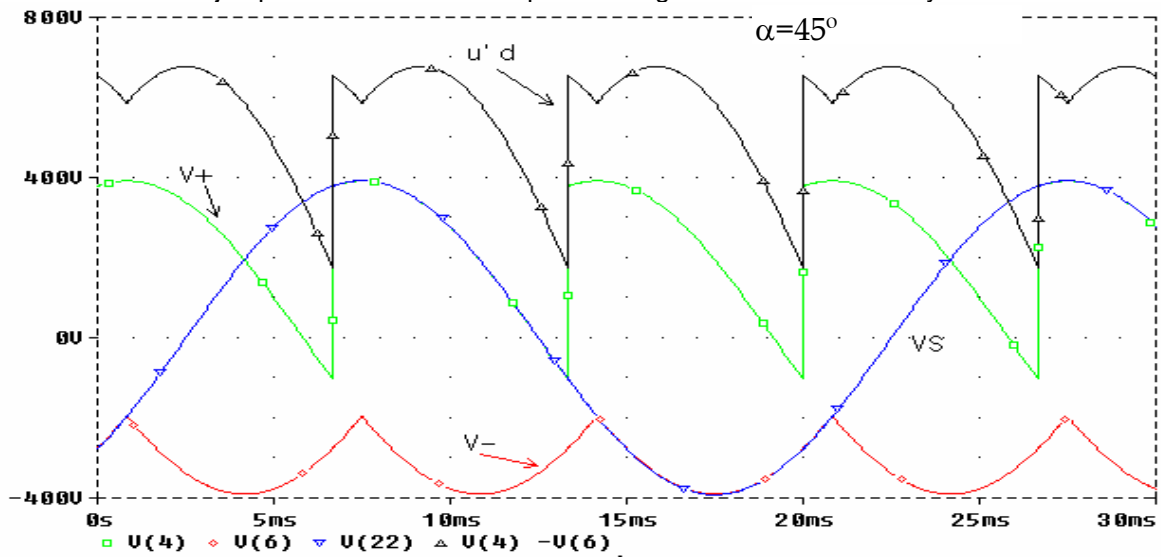




b).-  $\varphi > \pi/2$

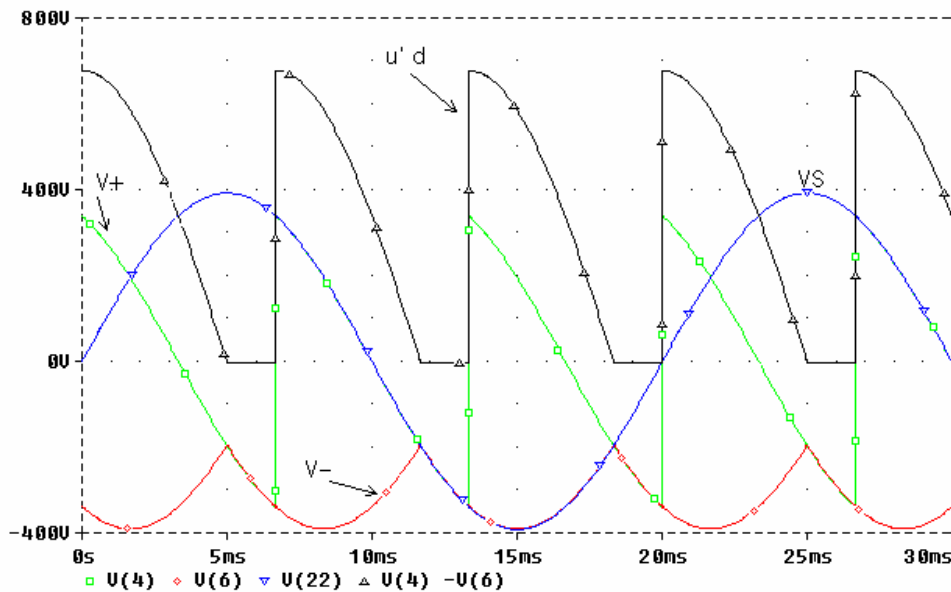
Cada tiristor conducirá hasta que la tensión neta que tiene aplicada lo polarice inversamente, lo cual ocurre en los puntos de cruce de los semiciclos negativos.

Veamos un ejemplo de funcionamiento para un ángulo de retraso de  $45^\circ$  y de  $120^\circ$ .



En este caso donde en general  $\alpha < \pi - 2\pi/q$ , los intervalos de conducción de dos semiconductores unidos al mismo borde secundario no se superponen. La tensión u'd de salida está formada durante cada uno de sus periodos  $T/q$  por dos fragmentos de senoide.

ángulo de retraso  $120^\circ$



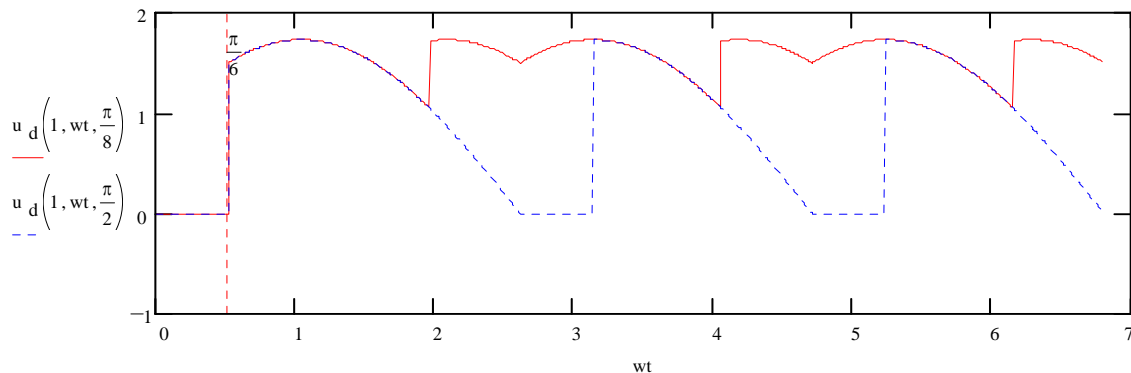
En este caso donde en general  $\alpha > \pi - 2\pi/q$ , hay superposición de las conductiones del tiristor y de diodo unidos al mismo borde secundario, ocasionando por tanto la aparición de intervalos con u'd nula. Por periodo  $T/q$  la tensión de salida u'd está formada por un arco de senoide y un segmento de valor nulo.

**6.3.5.- Generalización a N fases para el rectificador P.D. mixto:**

La tensión de salida rectificada  $u_d$  se obtiene como suma de las cuspides de las tensiones de entrada:

$$u_d(V_m, wt, \alpha) := a_1(V_m, wt, \alpha) + a_2(V_m, wt, \alpha) + b_1(V_m, wt, \alpha) + b_2(V_m, wt, \alpha) + c_1(V_m, wt, \alpha) \dots \\ + c_2(V_m, wt, \alpha) + d_1(V_m, wt, \alpha) + d_2(V_m, wt, \alpha) + e_1(V_m, wt, \alpha) + e_2(V_m, wt, \alpha) \dots \\ + f_1(V_m, wt, \alpha) + f_2(V_m, wt, \alpha)$$

$$wt := 0, 0.01 \dots \frac{13 \cdot \pi}{6}$$



Para este montaje mixto, podemos calcular el valor medio de la tensión a la salida, descomponiéndola como la tensión que proporcione el grupo con tiristores (rectificador tipo P controlado) menos la tensión que proporciona el grupo con diodos (rectificador tipo P con diodos)

$$\dot{U}_{do} = (V_M - V_0)_{MED} - (V_N - V_0)_{MED}$$

Resultando la **tensión media  $U_{do}$**  de salida igual a:

$$U_{do}(q, V_m, \alpha) := \left[ \frac{q}{\pi} \cdot V_m \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi}{q} \right) \cdot \cos(\alpha) - \left[ - \left( \frac{q}{\pi} \cdot V_m \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi}{q} \right) \right) \right] \right]$$

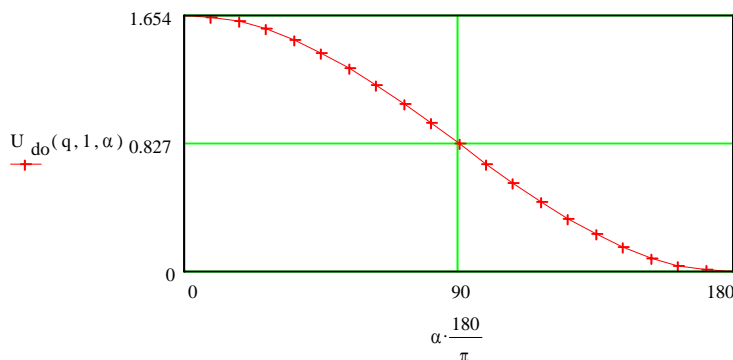
$$U_{do}(q, V_m, \alpha) := \frac{q}{\pi} \cdot V_m \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi}{q} \right) \cdot (1 + \cos(\alpha))$$

$$U_{do\_PD}(q, V_m) := \frac{q}{\pi} \cdot V_m \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi}{q} \right) \quad \text{Valor medio de un rect. P.D. no controlado}$$

$$\dot{U}_{do}(q, V_m, \alpha) := U_{do\_PD}(q, V_m) \cdot (1 + \cos(\alpha))$$

Veamos la variación de la tensión media de salida con el ángulo de cebado:

$$\alpha := 0, \frac{\pi}{20} \dots \pi$$



**Variación de  $U_{do}$  con  $\alpha$**   
donde para  $\alpha > \pi/2$  **no existe inversión** ----> **Montaje no reversible**



Veamos la variación de  $U_{do}/U_{do}$  e  $I_s/I_s$  en función de

$$U_{do}(q, V_m, \alpha) := \frac{q}{\pi} \cdot V_m \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot (1 + \cos(\alpha))$$

$$\hat{I}_{sB2}(I_d, \alpha) := I_d \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi}}$$

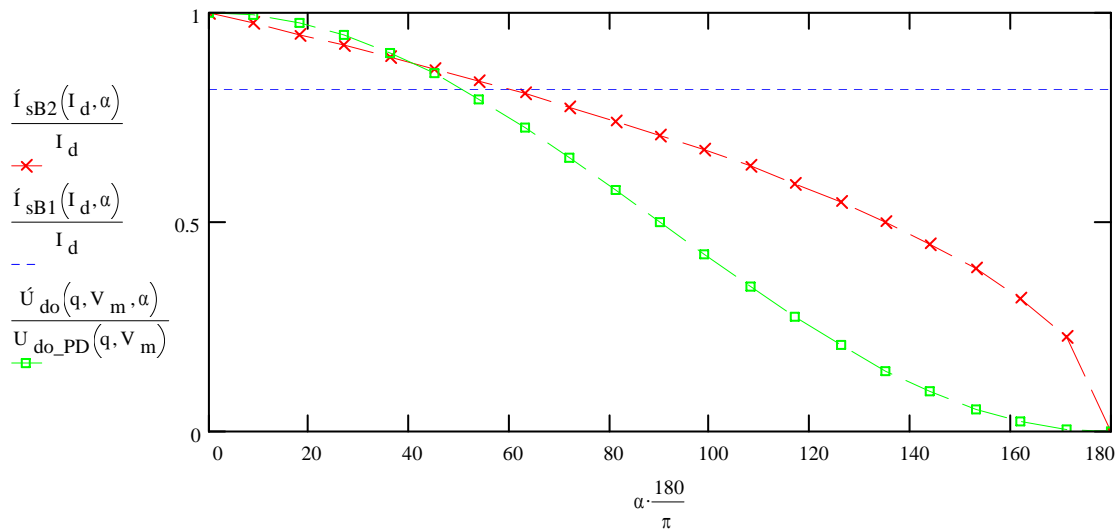
$$U_{do\_PD}(q, V_m) := \frac{q}{\pi} \cdot V_m \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{q}\right)$$

$$\hat{I}_{sB1}(I_d, \alpha) := I_d \cdot \sqrt{\frac{2}{q}}$$

$$\hat{U}_{do}(q, V_m, \alpha) := U_{do\_PD}(q, V_m) \cdot \left(\frac{1 + \cos(\alpha)}{2}\right)$$

$$I_d := 1 \quad V_m := 1 \quad \alpha := 0, \frac{\pi}{20} \dots \pi$$

Para  $q=3$  (sistema trifásico)



### 6.3.6.- Caída de tensión en el rectificador P.D. Mixto.

Distinguiremos entre los dos tipos de formas de onda pues determinan los distintos intervalos de conducción con solape o sin solape, para determinar la caída de tensión debida al proceso de conmutación con carga inductiva.

\* Para  $\alpha < \pi - 2\pi/q$  La transferencia de la corriente  $I_d$  de una fase a otra cuando está cebado un tiristor, se efectúa como en el rectificador de media onda con tiristores, donde obtuvimos las siguientes expresiones:

$$\cos(\alpha) - \cos(\alpha + \mu) = \frac{L_c \cdot \omega \cdot I_d}{V_m \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{q}\right)}$$

$$\Delta_1(V_M - V_0) = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot L_c \cdot \omega \cdot I_d$$

De igual forma, la transferencia de  $I_d$  de una fase a otra cuando un diodo está conduciendo se hace como en un rectificador de media onda con diodos, donde se obtuvieron las siguientes expresiones:

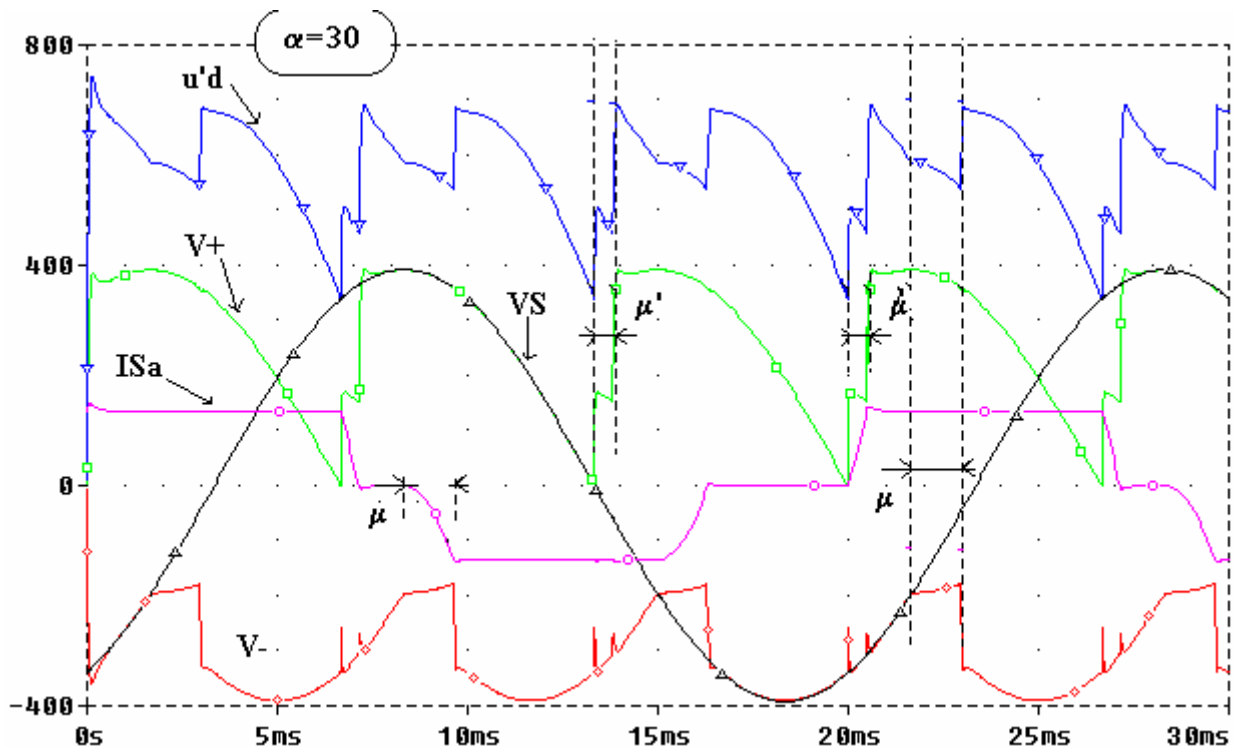
$$1 - \cos(\mu) = \frac{L_c \cdot \omega \cdot I_d}{V_m \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{q}\right)}$$

$$\Delta_1(V_0 - V_N) = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot L_c \cdot \omega \cdot I_d$$

Al ser las dos caídas independientes de  $\alpha$ , la caída total será la suma de las dos:

$$\Delta_1 U'_{d} = \frac{q}{\pi} \cdot L_c \cdot w \cdot I_d$$

Veamos a continuación las formas de onda asociadas a esta caída de tensión:

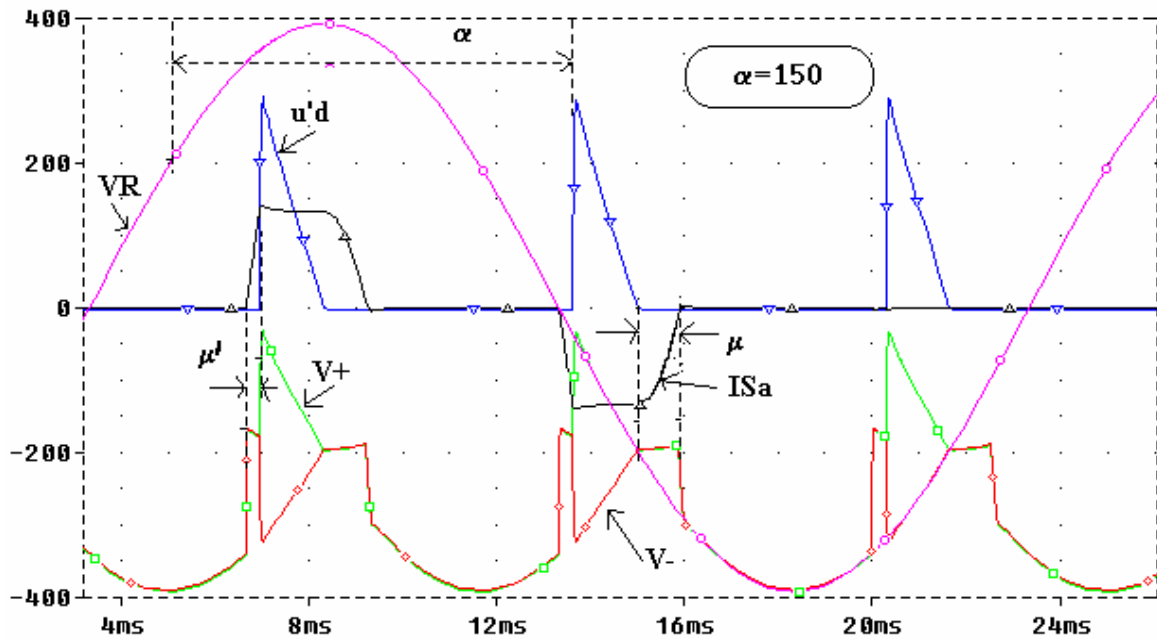


\* Para  $\alpha > \pi - 2\pi/q$  No se pueden evaluar las caídas por separado. Así durante la conmutación T1 a T2 conduce el diodo D1. La tensión de conmutación es aún  $V_2 - V_1$ . Esta debe de hacer pasar  $IS_1$  de cero a  $-I_d$  e  $IS_2$  de  $+I_d$  a cero; las variaciones que producirán son las mismas que para  $\alpha$  pequeños, pero la caída de tensión es ahora  $V_2 - V_1$  y no  $(V_2 - V_1)/2$  ya que mientras T1 y D1 conducen la tensión de salida  $u'd$  es nula. Las conmutaciones entre tiristor-tiristor producen una caída de tensión media doble, e igual a  $:(q/\pi)L_c \cdot w \cdot I_d$ .

Durante la conmutación D3-D1 conduce T1. La tensión de conmutación es  $V_3 - V_1$  y debe hacer pasar  $IS_3$  de  $-I_d$  a cero e  $IS_1$  de  $+I_d$  a cero. Las variaciones de corrientes a producir son las mismas que para  $\alpha$  pequeños, con el mismo ángulo de superposición que en el caso anterior. Sin embargo la conducción simultánea de D1 y T1 hace  $u'd$  nulo y el hecho de que D3 siga conduciendo no cambia el valor de  $u'd$ , no provocando caída de tensión las transiciones diodo-diodo.

Por tanto la caída de tensión total es la misma que para  $\alpha$  pequeños. Veamos a continuación las formas de onda que caracterizan este proceso.

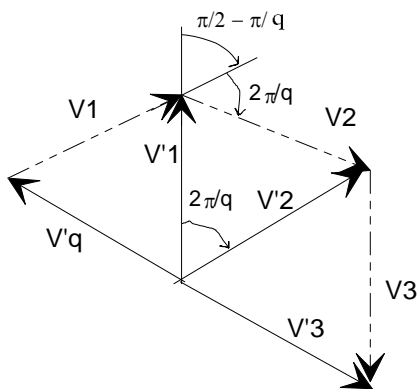
En cuanto a las demás caídas de tensión resultarán de igual consideración y formulación que en los rectificadores tipo P.D. totalmente controlados.



**6.4.- Rectificadores tipo S y S mixtos.**

La sustitución de la fuente conectada en estrella por una fuente conectada en polígono que suministra las mismas tensiones alternas, no modifica ni el funcionamiento de los semiconductores, ni la tensión rectificada.

Al tener la fuente conectada en polígono, el funcionamiento de los semiconductores es el mismo tanto si las tensiones entre sus bornes son generadas en forma de tensiones compuestas o en tensiones simples. Pudiéndose tratar como un rectificador P.D. con tensiones de valor eficaz  $V'$  en lugar de  $V$ , manteniendo entre ellas la siguiente relación



En lugar de las tensiones :

$$v_1 = V \sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt)$$

$$v_2 = V \sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - 2\pi/q)$$

se pueden considerar las tensiones simples

$$v'_1, v'_2, v'_3, \dots, v'_q$$

donde según muestra el diagrama vectorial se cumple:

\* Los valores eficaces están relacionados por :  $V = 2 \cdot V' \cdot \text{sen}(\pi/q)$

\* Las tensiones simples están desfasadas respecto de las tensiones compuestas del mismo índice,

en un ángulo igual a :  $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q}$ , resultando:

$$v'_1 = \frac{V \sqrt{2}}{2 \cdot \text{sen}(\pi/q)} \cdot \text{sen}\left(wt + \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q}\right)\right) \quad v'_2 = \frac{V \sqrt{2}}{2 \cdot \text{sen}(\pi/q)} \cdot \text{sen}\left(wt + \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q}\right) - \frac{2\pi}{q}\right), \dots$$

Veamos a continuación la estructura del rectificador S3 con tiristores y las formas de onda más representativas:

