

# **INVERSORES MODULADOS**

## **(TEMA 8-LECCIÓN 13)**

### **1 Introducción.**

En la lección anterior, inversores no modulados, fueron estudiadas diferentes topologías que permitían realizar la conversión CC/CA de una forma sencilla. Estos circuitos permitieron mostrar el funcionamiento de un circuito en medio puente o en puente completo, la circulación de la corriente reactiva a través de los diodos en antiparalelo con los interruptores, el contenido armónico de las señales utilizadas, el filtrado y finalmente la regulación de tensión.

Los sistemas no modulados, aunque son muy sencillos de implementar, tienen un gran número de desventajas:

- La tensión obtenida presenta una distorsión elevada.
- Necesitan filtros voluminosos.
- Las frecuencias de corte de los filtros son tan bajas que dificultan el funcionamiento a distintas frecuencias.

Estos inconvenientes limitan la utilización de los inversores no modulados en aplicaciones tales como la variación de velocidad de motores asíncronos, donde las tensiones no senoidales producen vibraciones en los motores y el rango de variación de las frecuencias ( 10 a 400Hz) dificulta la utilización de filtros.

Una señal no modulada presenta armónicos muy próximos a la fundamental (Fig. 1), por lo que requiere filtros con frecuencias de corte muy bajas. Estos filtros pueden llegar a atenuar no solo los armónicos sino también la fundamental obligando al inversor a trabajar con tensiones elevadas. En el caso anterior (un variador de frecuencia para un motor) sería necesario utilizar un filtro próximo a 10 Hz para obtener una tensión con baja distorsión en las frecuencias más bajas de funcionamiento. El filtro utilizado imposibilitaría el funcionamiento a 400Hz ya que el filtro atenuaría la tensión del inversor en más de 40dB (suponiendo un filtro de segundo orden).

Para evitar el problema descrito en el párrafo anterior sería muy interesante obtener una señal donde los armónicos y la fundamental estuvieran muy separados. Así, se obtendría una doble mejora. Por una parte se reduce el tamaño del filtro y por otra se evita que influya sobre la fundamental. Estas ventajas pueden conseguirse utilizando el control de tensión mediante modulación de ancho de pulso (PWM, Pulse Width Modulation).

## 2 Generalidades sobre modulación.

Un ejemplo de convertidores modulados ya ha sido estudiado en el Tema 5 (convertidores CC/CC). En un convertidor reductor se controlaba la apertura y cierre de un interruptor de manera que la tensión aplicada a un filtro tuviera como valor medio el deseado. Estas secuencias de disparo se obtenían mediante la intersección de una señal en diente de sierra con una señal denominada de control que fijaba el valor del ciclo de trabajo utilizado y por tanto de la tensión a la salida.

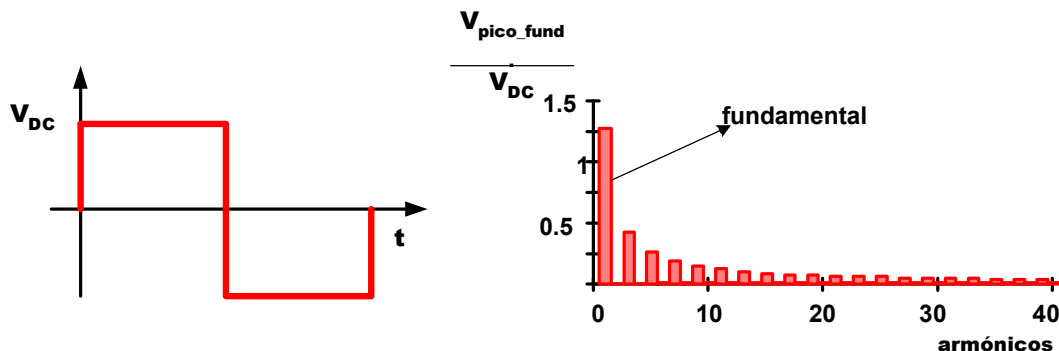


Fig. 1. Contenido armónico de la tensión en un inversor de onda cuadrada.

Este procedimiento podría ser utilizado para “atacar” una carga de alterna, sin embargo un reductor solo trabaja en un cuadrante y los inversores deben trabajar en cuatro cuadrantes. Supongamos una carga inductiva alimentada por un inversor ideal (corriente y tensión senoidales y rendimiento unidad), como puede verse en la Fig. 2 el convertidor trabajará en ocasiones dando energía a la carga (inversor) y en otras ocasiones como rectificador tomando energía de la carga (rectificador) e inyectándola en el condensador situado en la parte de continua (Fig. 2).

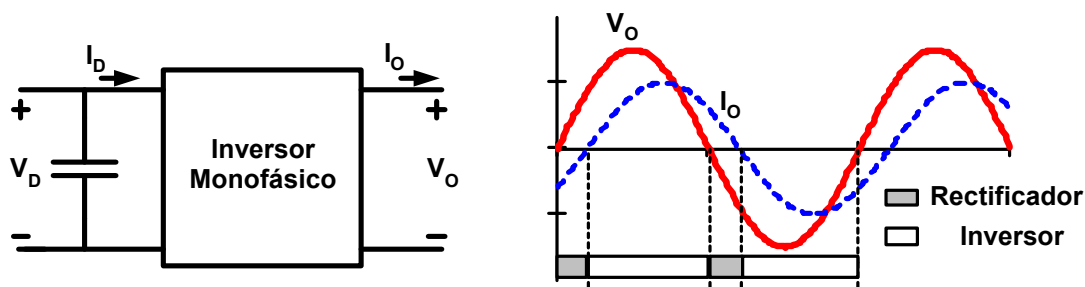


Fig. 2. Funcionamiento del inversor con carga inductiva. Trabaja en cuatro cuadrantes.

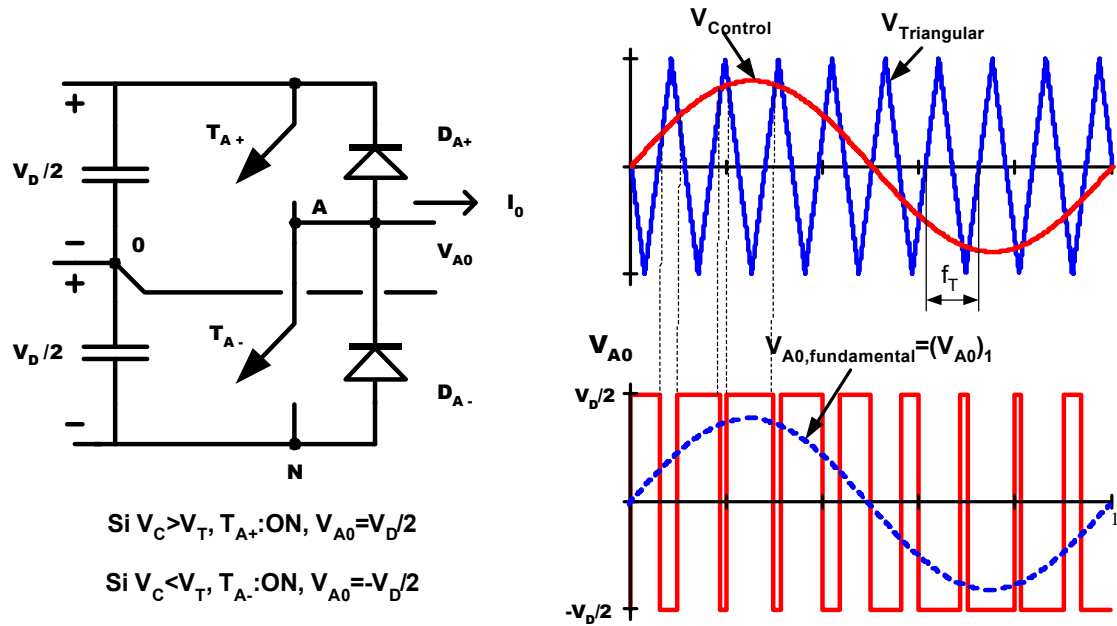
El convertidor más sencillo que trabaja en cuatro cuadrantes es el convertidor en medio puente (estudiado en la lección anterior) y que será utilizado para la deducción de todas las topologías estudiadas en esta lección. Para simplificar los cálculos se supondrá que la tensión  $V_D$  es constante.

### 2.1 La modulación senoidal triangular.

Como ya se ha mencionado, el concepto de modulación fue utilizado en los convertidores CC/CC. Sin embargo, aplicar esos conocimientos a los inversores es un poco más complejo ya que se trata de obtener tensiones alternas. Para obtener las

tensiones necesarias se utilizará una señal de control senoidal que será comparada con una señal triangular. La señal triangular fija la frecuencia de conmutación y generalmente se mantiene constante.

La Fig. 3 muestra una rama (Rama A) de un inversor modulado donde la secuencia de apertura y cierre de los interruptores ( $T_{A+}$  y  $T_{A-}$ ) ha sido obtenida mediante la intersección de una señal triangular ( $V_{Triangular}$ ) y una señal senoidal ( $V_{control}$ ). Cuando la tensión de control es mayor que la tensión de la triangular se cerrará el interruptor  $T_{A+}$ , de igual forma cuando la tensión triangular supere a la de control se cerrará el interruptor  $T_{A-}$ . Dada la disposición de los interruptores funcionarán complementariamente. **¡Si cerramos los dos interruptores a la vez se producirá un cortocircuito!**



**Fig. 3. Modulación de ancho de pulso. Funcionamiento en una rama del inversor.**

De acuerdo con lo explicado en el párrafo anterior, la tensión en el terminal “A” respecto al punto medio de los condensadores cambiará entre  $V_D/2$  y  $-V_D/2$  tal y como muestra la Fig. 3. El valor de la fundamental, como se verá más adelante, tendrá un valor de pico que estará relacionado con las amplitudes de las señales de control y triangular.

La señal triangular tiene un valor de pico  $V_{TP}$  y una frecuencia  $f_T$  (señal portadora). La señal de control tendrá un valor de pico  $V_{CP}$  y una frecuencia  $f_C$  (señal moduladora). La relación entre la tensión la tensión de pico de la señal de control y la triangular es conocida como índice de modulación en amplitud (1).

$$m_a = \frac{V_{CP}}{V_{TP}} \quad (1)$$

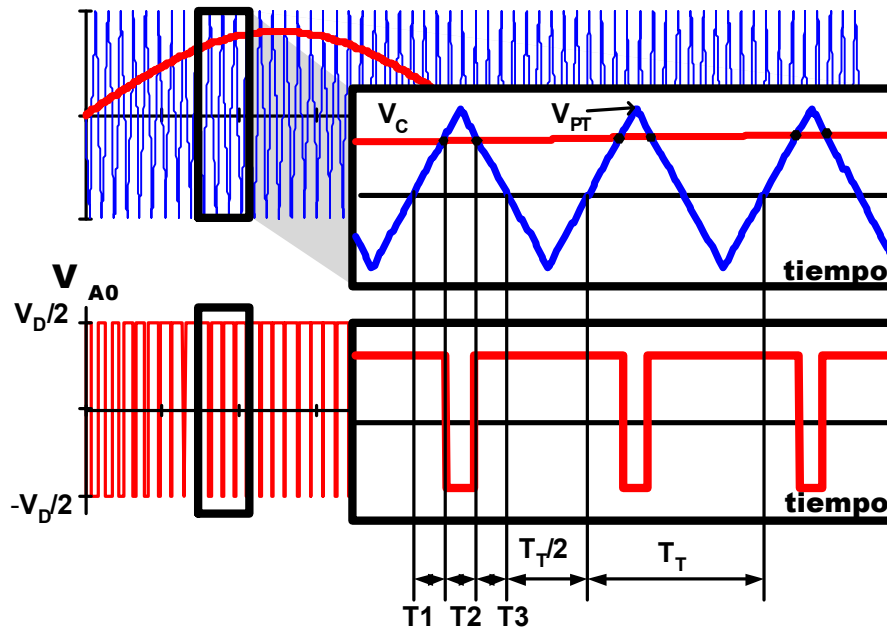
La relación entre las frecuencias también será un parámetro muy importante en la clasificación de los sistemas modulados. Se conocerá como índice de modulación en frecuencia (2).

$$m_f = \frac{f_T}{f_c} \quad (2)$$

La Fig. 3 representa la tensión  $V_{A0}$  obtenida con una modulación senoidal-triangular con  $m_a=0,8$  y  $m_f=9$ .

**2.1.1 Tensión en una rama de un inversor modulado.**

La Fig. 4 muestra en detalle la relación entre la tensión de control, la señal triangular y la tensión  $V_{A0}$ . Como puede comprobarse, dado que la frecuencia de la señal triangular es muy superior a la frecuencia de la señal de control (senoidal) la tensión de control es prácticamente constante durante un periodo de la señal triangular ( $T_T$ ). Por tanto, los intervalos de tiempo  $T1$  y  $T3$  pueden considerarse iguales. Así, de igual forma que se calculó en los convertidores CC/CC, el valor de la tensión media en un intervalo de conmutación será la mejor forma de calcular la evolución del armónico fundamental en la tensión  $V_{A0}$  (“ $V_{A01}$ ”).



**Fig. 4. Detalle para calcular la tensión media en  $V_{A0}$  en un periodo de la triangular.**

La tensión media en  $V_{A0}$  podrá calcularse mediante la expresión (3). Donde como ya se ha comentado  $T1$  y  $T3$  son iguales siempre y cuando la señal de control se considere constante en un periodo de la señal triangular.

$$\langle V_{A0} \rangle_{T_T} = \frac{V_D}{2} \frac{(2 \cdot T1 + T_T / 2)}{T_T} - \frac{V_D}{2} \frac{T2}{T_T} \quad (3)$$

De la expresión anterior (3) no son conocidos  $T1$  ni  $T2$ , pero podrán obtenerse mediante semejanza de triángulos de acuerdo con la Fig. 5. Los valores de  $T1$  y  $T2$  han sido calculados mediante las expresiones (4) y (5).

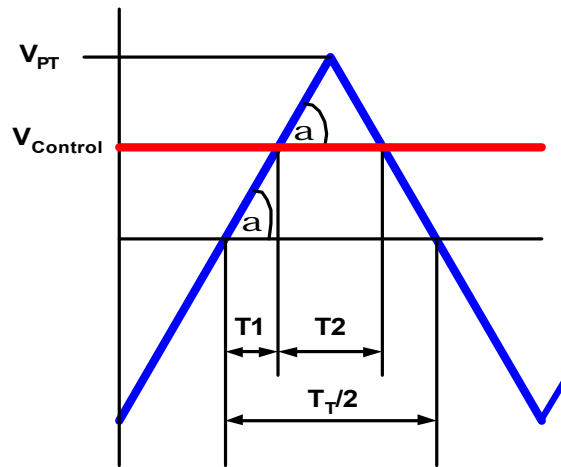


Fig. 5. Cálculo de T1 y T2.

$$\frac{V_{Control}}{T1} = \tan(a) = \frac{V_{PT}}{\frac{T_T}{4}} \Rightarrow T1 = \frac{V_{Control}}{V_{PT}} \frac{T_T}{4} \quad (4)$$

$$T2 = \frac{T_T}{2} \left( 1 - \frac{V_{Control}}{V_{PT}} \right) \quad (5)$$

Sustituyendo en la expresión (3) los valores obtenidos en (4) y (5) se obtiene la expresión (6). Así, si la señal del control evoluciona según una ley senoidal, el valor medio de la tensión  $V_{A0}$  también lo hará y su valor máximo puede calcularse mediante el índice de modulación en amplitud (“ $m_a$ ”), expresión (7).

$$\langle V_{A0} \rangle_{T_T} = \frac{V_D}{2} \frac{V_{Control}}{V_{PT}} \quad (6)$$

$$\langle V_{A0} \rangle_{pico} = \frac{V_D}{2} m_a \quad (7)$$

Las expresiones deducidas son válidas siempre y cuando la tensión de control sea menor o igual al pico de la triangular, es decir, cuando  $m_a < 1$ .

Es importante resaltar, que la señal obtenida no tiene porqué ser una senoidal. Si como señal de referencia se utiliza una señal continua se obtendrá una señal de valor medio continuo a la salida de igual forma, si utilizamos la salida de un micrófono obtendremos un amplificador de audio.

### 2.1.2 Clasificación de los inversores en función de los índices de modulación.

En función de “ $m_f$ ” (relación entre las frecuencias de la triangular y la senoidal) los inversores modulados se clasifican en:

- Muy modulados si  $m_f > 21$
- Poco modulados si  $m_f < 21$

Los inversores con  $m_a < 1$  presentan una relación lineal entre la tensión de control y la tensión obtenida a la salida, (6). Por otra parte, los inversores con índice de modulación superior a la unidad no presentan una relación lineal con la tensión de alimentación pero permiten obtener tensiones de la fundamental a la salida superiores a la de la fuente de continua. Este efecto se conoce como “sobremodulación”. Los inversores no modulados son casos extremos de sobremodulación.

### 2.1.3 Consideraciones sobre las señales de control.

Cuanto menor sea el índice de modulación en frecuencia se debe elegir con mayor cuidado la configuración de las señales utilizadas. Unas sencillas reglas que ayudarán al mejor funcionamiento de nuestro inversor son:

- “ $m_f$ ” debe ser un número entero e impar. En estas condiciones la señal tiene simetría impar reduciéndose su contenido armónico y evitando que aparezcan subarmónicos.
- La señal senoidal y la triangular deben estar sincronizadas, es decir, deben iniciarse en el mismo instante.
- La pendiente de la triangular y la senoidal deben ser opuestas al iniciarse la modulación. Así se evitan pulsos de corta duración en sistemas poco modulados.

## 3 Inversores monofásicos.

### 3.1 Inversor en medio puente.

Como se ha comentado con anterioridad, esta será la topología base que será utilizada para la deducción del funcionamiento de los demás convertidores modulados.

La Fig. 6 muestra un inversor en medio puente con modulación “PWM”. Para obtener una alimentación con un punto medio se han utilizado dos fuentes de tensión continua. Sin embargo, en la mayor parte de las aplicaciones se utilizarán dos condensadores iguales. El tamaño de estos condensadores deberá ser lo suficientemente grande para que la tensión a través de ellos pueda considerarse constante.

La tensión obtenida en los terminales  $V_{A0}$  variará entre  $V_D/2$  y  $-V_D/2$  con una secuencia que dependerá de la señal de control y la señal triangular. Los resultados mostrados en la Fig. 6 han sido obtenidos con un índice de modulación en amplitud de “0,8” y un índice de modulación en frecuencia “15”. Como puede comprobarse en esa misma figura, los armónicos de  $V_{A0}$  aparecen en las cercanías de la frecuencia de la señal triangular. Además dada la simetría de la tensión solo tiene armónicos impares

El valor de la fundamental podrá calcularse mediante la expresión (7) ya deducida. Si la frecuencia de corte del filtro ha sido seleccionada adecuadamente, la tensión aplicada a la carga será muy similar a la fundamental mostrada en la Fig. 6.

Los interruptores utilizados en el medio puente soportan una tensión igual a  $V_D$  y una corriente de pico igual a la que circula por el filtro y la carga.

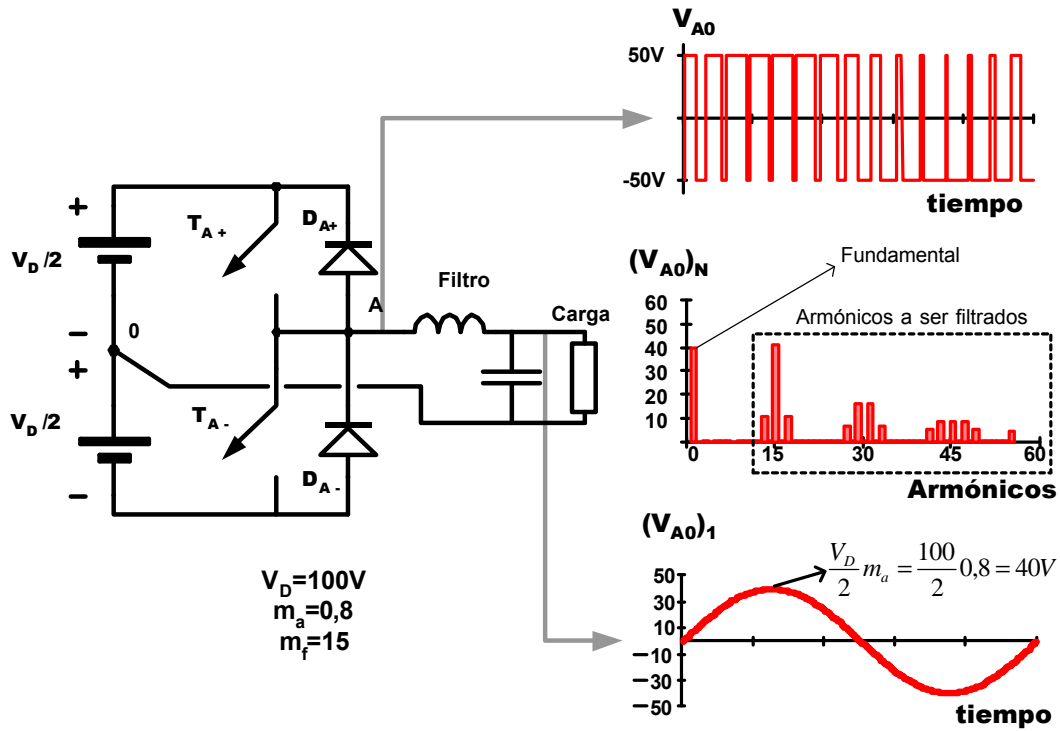


Fig. 6. Funcionamiento de un Medio Puente

Los resultados mostrados en los párrafos anteriores son correctos siempre y cuando  $m_a < 1$ . En caso contrario no se cumple la proporcionalidad entre la señal de control y la tensión de salida y se produce “sobremodulación”.

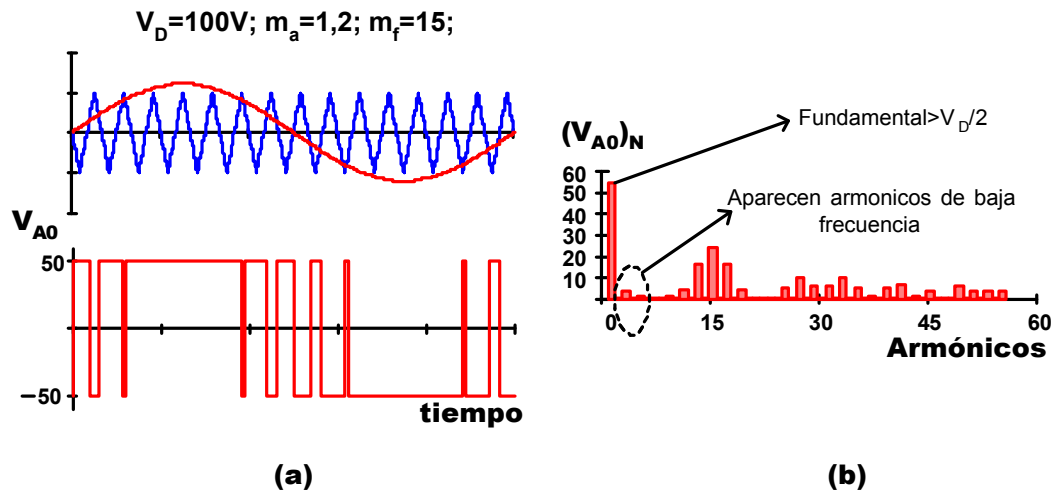


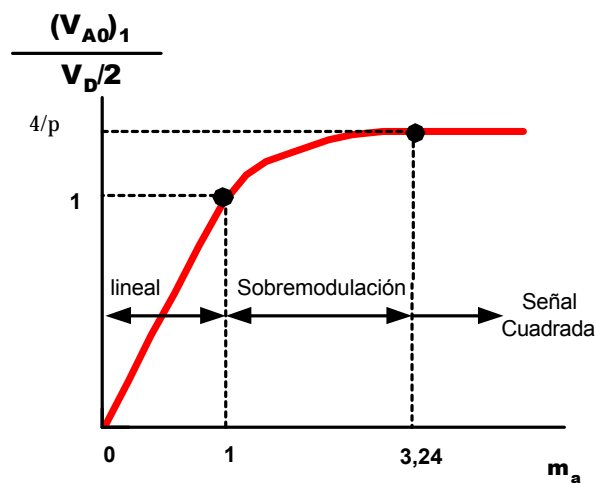
Fig. 7. (a) Tensión  $V_{A0}$  sobremodulada y su generación a partir de la modulación senoidal-triangular. (b) Contenido armónico de la señal sobremodulada.

La Fig. 7 (a) muestra en su parte superior las señales utilizadas en la modulación. Como puede comprobarse  $m_a > 1$  por lo que en los valores donde la tensión de la senoidal es máxima (o mínima) no se producen conmutaciones (parte inferior). El efecto de la

sobremodulación es doble. Por una parte aumenta el valor de la fundamental de la tensión de salida por encima de  $V_D/2$  y por otra ocasiona la aparición de armónicos de baja frecuencia “difíciles de filtrar” (Fig. 7 (b)).

Un caso extremo de sobremodulación será el inversor de tensión cuadrada, en este caso el valor de la amplitud de la fundamental vendrá expresado por (8) tal y como fue estudiado en la lección anterior.

$$(V_{A0})_{1\_cuadrada} = \frac{4}{p} \frac{V_D}{2} \tag{8}$$



**Fig. 8. Valor de pico (normalizado) de la fundamental en función de  $m_a$  para  $m_f=15$ .**

La Fig. 8 muestra de forma resumida la dependencia del valor de la fundamental con respecto al índice de modulación en amplitud ( $m_a$ ). Como puede observarse, se han realizado tres divisiones: lineal, sobremodulación y señal cuadrada. Aunque en las dos primeras puede controlarse la tensión mediante la variación del valor de la señal de control, siempre será más sencillo trabajar en la zona lineal.

### 3.2 Inversor en puente completo.

Un puente completo está formado por dos medios puentes y será utilizado para rangos de potencias superiores (Fig. 9). Con la misma tensión de entrada que en el caso anterior (medio puente), la tensión máxima a la salida del inversor será el doble.

En función del método de control seleccionado, los inversores modulados monofásicos podrán clasificarse en inversores con conmutación bipolar e inversores con conmutación unipolar.

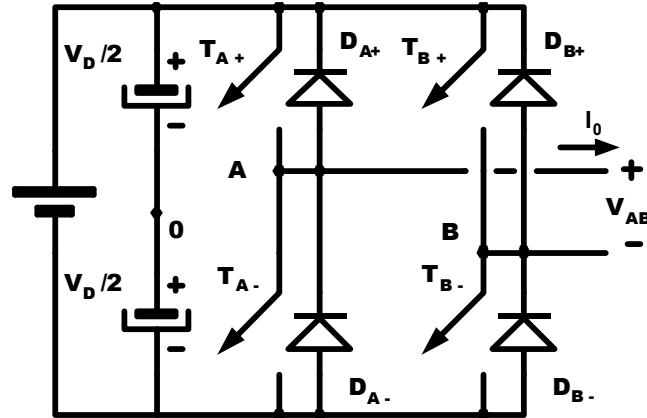
#### 3.2.1 Funcionamiento Bipolar.

En este tipo de funcionamiento los interruptores del inversor tendrán solamente dos posibles combinaciones:

- $T_{A+}$  y  $T_{B-}$  cerrados y sus complementarios abiertos. Por tanto la tensión  $V_{AB}$  tendrá un valor positivo e igual a  $V_D$ .



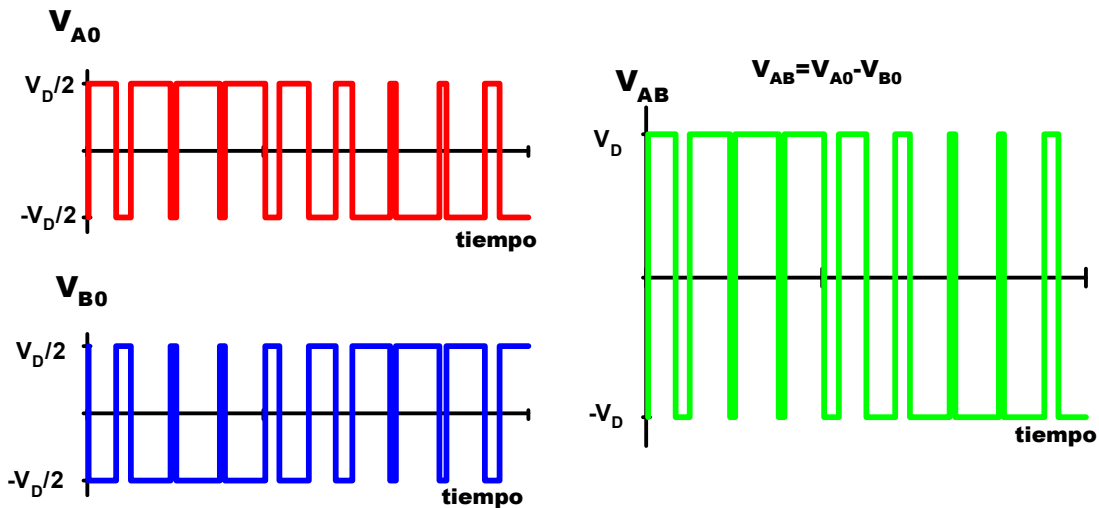
- $T_{A-}$  y  $T_{B+}$  cerrados y sus complementarios abiertos. Por tanto la tensión  $V_{AB}$  tendrá un valor negativo e igual a  $V_D$ .



**Fig. 9. Puente completo obtenido a partir de la unión de dos medios puentes.**

En esta topología no es necesario que la alimentación en continua disponga de punto medio (0). Sin embargo, para aprovechar los resultados obtenidos en el apartado anterior será utilizado para deducir el valor de la tensión media en un ciclo de conmutación.

Las tensiones instantáneas en los semipuentes ( $V_{A0}$  y  $V_{B0}$ ) son iguales pero de signo contrario (Fig. 10), por lo que al restarlas para obtener la tensión  $V_{AB}$  se obtiene una tensión similar a  $V_{A0}$  pero de valor doble.



**Fig. 10. Obtención de la tensión  $V_{AB}$  a partir de la tensión en los “semipuentes”.**

La tensión  $V_{AB}$  (mostrada en la Fig. 10) equivale a la tensión obtenida en el medio puente “A” pero con una alimentación igual a  $2V_D$ . Por tanto, las expresiones deducidas para el medio puente podrán ser aplicadas a esta topología simplemente sustituyendo  $V_D/2$  por  $V_D$ . El contenido armónico y la sobremodulación serán idénticos (con la salvedad ya mencionada) que en el medio puente.

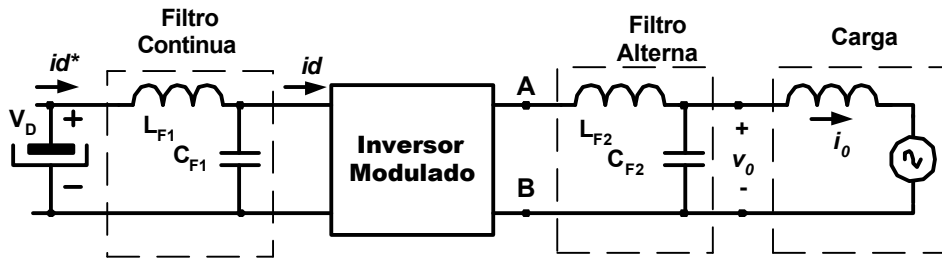
### 3.2.1.1 Corriente en la parte de continua.

Suponiendo que la frecuencia de conmutación es muy superior a la frecuencia de la fundamental, los filtros utilizados pueden ser tan pequeños que no afecten a esta ni en amplitud ni en fase. Así, las variaciones de las magnitudes (corriente y tensión) en los filtros solo serán representadas a frecuencia de conmutación.

Supongamos que la tensión a la salida del inversor ( $v_o$ ) alimenta una carga inductiva que consume una corriente senoidal ( $i_o$ ). Los valores de las corrientes y tensiones vienen expresados mediante (9) y (10).

$$v_o = \sqrt{2} \cdot V_0 \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (9)$$

$$i_o = \sqrt{2} \cdot I_0 \cdot \text{sen}(\omega t - f) \quad (10)$$



**Fig. 11. Inversor monofásico y filtros.**

Como se ha supuesto que los filtros eran de un tamaño muy reducido, la energía en ellos almacenada se considerará despreciable. En estas condiciones y suponiendo todos los componentes del circuito ideales, la potencia entregada a la carga en un instante determinado debe ser igual a la potencia en la parte de continua, cumpliéndose (11).

$$V_D \cdot Id(t)^* = v_o(t) \cdot i_o(t) \quad (11)$$

Conocido el valor de  $V_D$  (constante) y el de  $v_o$  e  $i_o$ , ecuaciones (9) y (10), puede determinarse el valor de la corriente demandada por el inversor ( $Id^*$ ) mediante la expresión (12). Como puede comprobarse, existe un termino de continua que coincide con la potencia activa de la carga y un rizado de frecuencia doble a la del inversor.

$$Id(t)^* = \frac{v_o(t) \cdot i_o(t)}{V_D} = \frac{V_0 \cdot I_0}{V_D} \cos(f) - \frac{V_0 \cdot I_0}{V_D} \cos(2\omega t - f) \quad (12)$$

En la mayor parte de los sistemas reales, considerar constante la tensión  $V_D$  no es totalmente cierto. Esta tensión continua suele obtenerse a partir de la tensión de red mediante rectificadores y filtrado. El rizado a la salida del filtro utilizado estará originado por dos fuentes: (1) El rizado obtenido en el rectificador que será de una frecuencia relacionada con la de red (dependiendo del número de fases utilizado) y (2) como consecuencia de las fluctuaciones de corriente producidas sobre el condensador de filtrado.

Debe recordarse que se ha supuesto despreciable el efecto de la alta frecuencia.

### 3.2.2 Funcionamiento Unipolar.

En el caso anterior (funcionamiento bipolar) mediante una única señal de control ( $V_{control}$ ) se determinaban todas las señales de disparo de los cuatro interruptores que forman el inversor en puente completo. Si la tensión de control superaba a la triangular se cerraban  $T_{A+}$  y  $T_{B-}$  y en caso contrario  $T_{A-}$  y  $T_{B+}$ . En un puente con funcionamiento unipolar serán necesarias dos señales de control  $V_{CA}$  y  $V_{CB}$ . Estas tensiones de control darán lugar a dos tensiones diferentes a la salida de cada semipunto  $V_{A0}$  y  $V_{B0}$ . La tensión a la salida del inversor  $V_{AB}$  podrá calcularse al igual que en el caso anterior como la diferencia entre las dos tensiones anteriormente mencionadas ( $V_{AB}=V_{A0}-V_{B0}$ ).

Las tensiones de control para cada uno de los medios puentes (semipuntos) podrán ser expresadas de forma general mediante las expresiones recogidas en (13). La frecuencia de las dos señales de control debe ser igual para obtener una señal a la salida de esa misma frecuencia.

$$\left. \begin{aligned} v_{CA}(t) &= V_{CA} \text{sen}(\omega t) \\ v_{CB}(t) &= V_{CB} \text{sen}(\omega t + \mathbf{j}) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Las tensiones que aparecerán en cada uno de los semipuntos podrán ser obtenidas mediante las ecuaciones (14) y (15). Estas ecuaciones han sido obtenidas sustituyendo en la ecuación (6) el valor de las señales de control (13).

$$\overline{\langle v_{A0}(t) \rangle}_T = \frac{V_D}{2} \frac{v_{CA}(t)}{V_{PT}} = \frac{V_D}{2} \frac{V_{CA}}{V_{PT}} \text{sen}(\omega t) \quad (14)$$

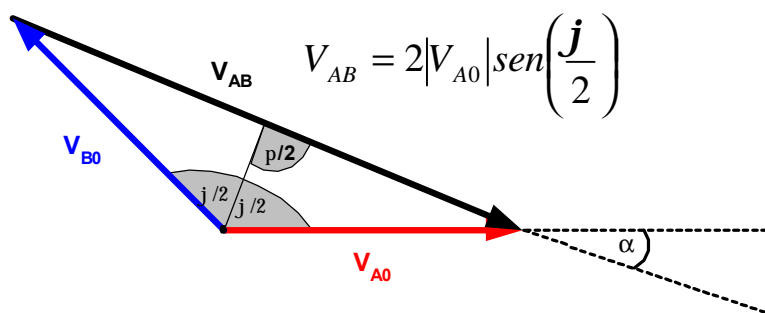
$$\overline{\langle v_{B0}(t) \rangle}_T = \frac{V_D}{2} \frac{v_{CB}(t)}{V_{PT}} = \frac{V_D}{2} \frac{V_{CB}}{V_{PT}} \text{sen}(\omega t + \mathbf{j}) \quad (15)$$

La tensión  $V_{AB}$  podrá ser controlada mediante  $V_{CA}$ ,  $V_{CB}$  y  $\phi$ . Para que las dos ramas del puente trabajen con las mismas corrientes y tensiones, es decir de forma equilibrada, será necesario que los valores de pico de las dos tensiones de control sean iguales ( $V_{CA}=V_{CB}=V_C$ ). En estas condiciones la tensión  $V_{AB}$  media en un intervalo de conmutación viene expresada por la ecuación (16).

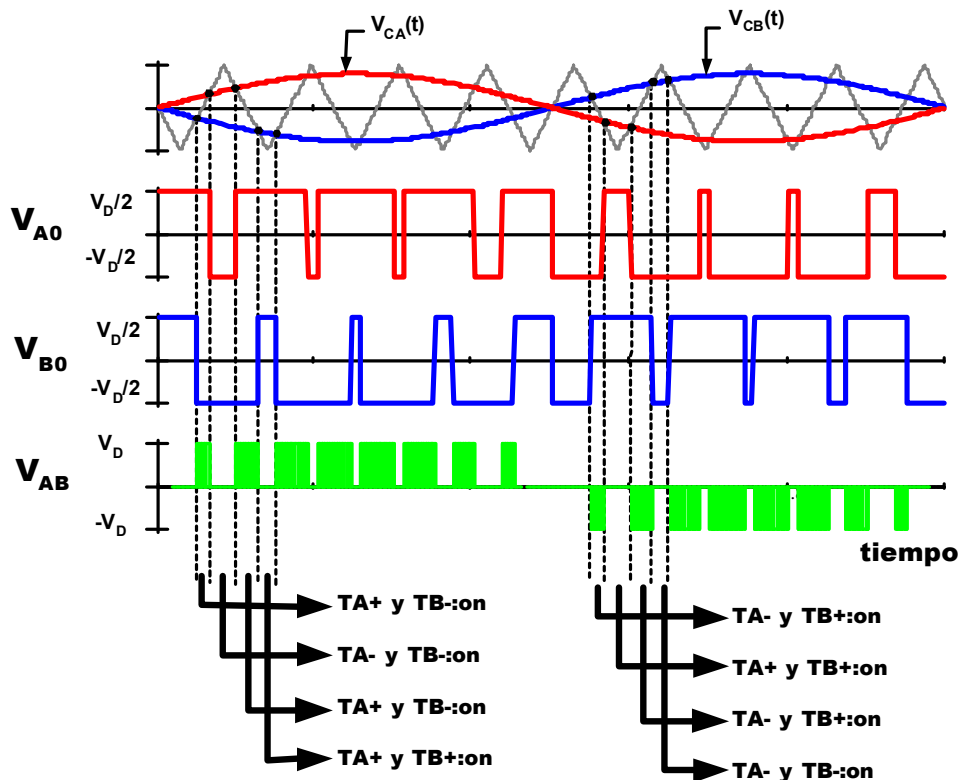
$$\begin{aligned} \overline{\langle V_{AB}(t) \rangle}_T &= \frac{V_D}{2} \frac{V_C}{V_{PT}} [\text{sen}(\omega t) - \text{sen}(\omega t + \mathbf{j})] \\ &= V_D \frac{V_C}{V_{PT}} \text{sen}\left(\frac{\mathbf{j}}{2}\right) \text{sen}(\omega t - \mathbf{a}) \\ &= V_D \cdot m_a \cdot \text{sen}\left(\frac{\mathbf{j}}{2}\right) \text{sen}(\omega t - \mathbf{a}) \end{aligned} \quad (16)$$

Donde  $\alpha = \pi/2 - \phi/2$

Para obtener de una forma sencilla la amplitud del primer armónico en  $V_{AB}$  puede utilizarse el diagrama fasorial mostrado en la Fig. 12. En esta figura han sido representadas la fundamental de  $V_{A0}$  y  $V_{B0}$  desfasadas entre si un ángulo “ $\phi$ ”. Como las tensiones son iguales en amplitud puede trazarse la bisectriz del ángulo que existe entre ellas. Esta bisectriz es perpendicular a la tensión  $V_{AB}$ , por lo que esta puede calcularse como la suma de las proyecciones de las tensiones  $V_{A0}$  y  $V_{B0}$  sobre la recta que incluye a  $V_{AB}$ . Operando de esta forma se obtiene una amplitud para  $V_{AB}$  que corresponde con la ecuación mostrada en la figura. Puede comprobarse que al sustituir el valor de  $|V_{A0}|$  en dicha ecuación se obtiene una amplitud igual a la mostrada en la expresión (16).



**Fig. 12. Tensión  $V_{AB}$  deducida mediante fasores.**

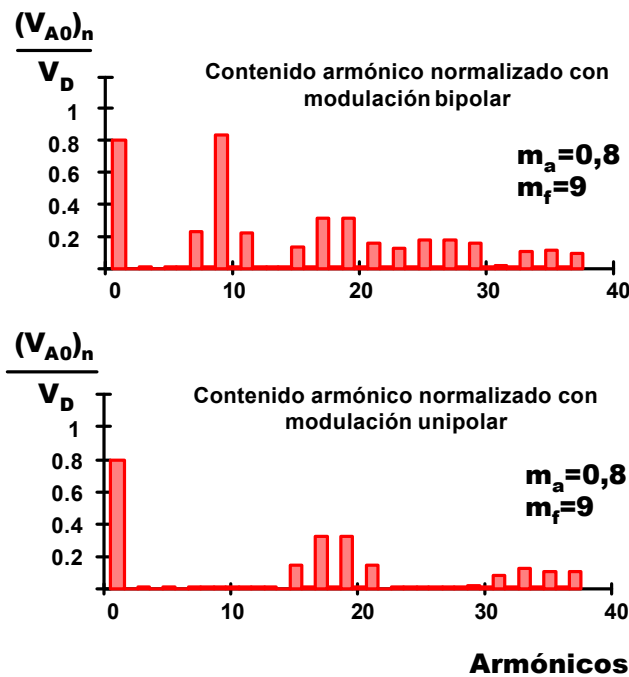


**Fig. 13. Tensión a la salida ( $V_{AB}$ ) con control unipolar y  $m_a=0,8$ .**

Observando la ecuación (16) es fácil llegar a la deducción de que para obtener el valor máximo de tensión a la salida ( $V_{AB}$ ) debe seleccionarse un desfase entre las señales de control igual a  $\pi$  ( $180^\circ$ ). En estas condiciones el valor de la tensión de pico máxima es igual a la tensión de pico máxima que podía obtenerse mediante un inversor monofásico bipolar. Sin embargo, aunque las tensiones que se pueden alcanzar son iguales tanto en la configuración bipolar como en la unipolar, esta última tiene una ventaja muy importante sobre la otra: **“Su contenido armónico es menor”**.

### 3.2.2.1 Contenido armónico de las tensiones obtenidas mediante modulación unipolar.

Simplemente con observar la señal obtenida mediante modulación unipolar de la Fig. 13 se aprecia que es más parecida a una señal senoidal que las tensiones obtenidas mediante modulación bipolar. Para “construir” la señal modulada en este tipo de inversores se dispondrá de tres niveles de tensión:  $V_D, -V_D$  y 0. La tensión nula sobre la carga se obtendrá cuando estén cerrados simultáneamente los dos interruptores de la parte superior ( $T_{A+}$  y  $T_{B+}$ ) o los dos interruptores de la parte inferior ( $T_{A-}$  y  $T_{B-}$ ) como puede comprobarse en la figura.



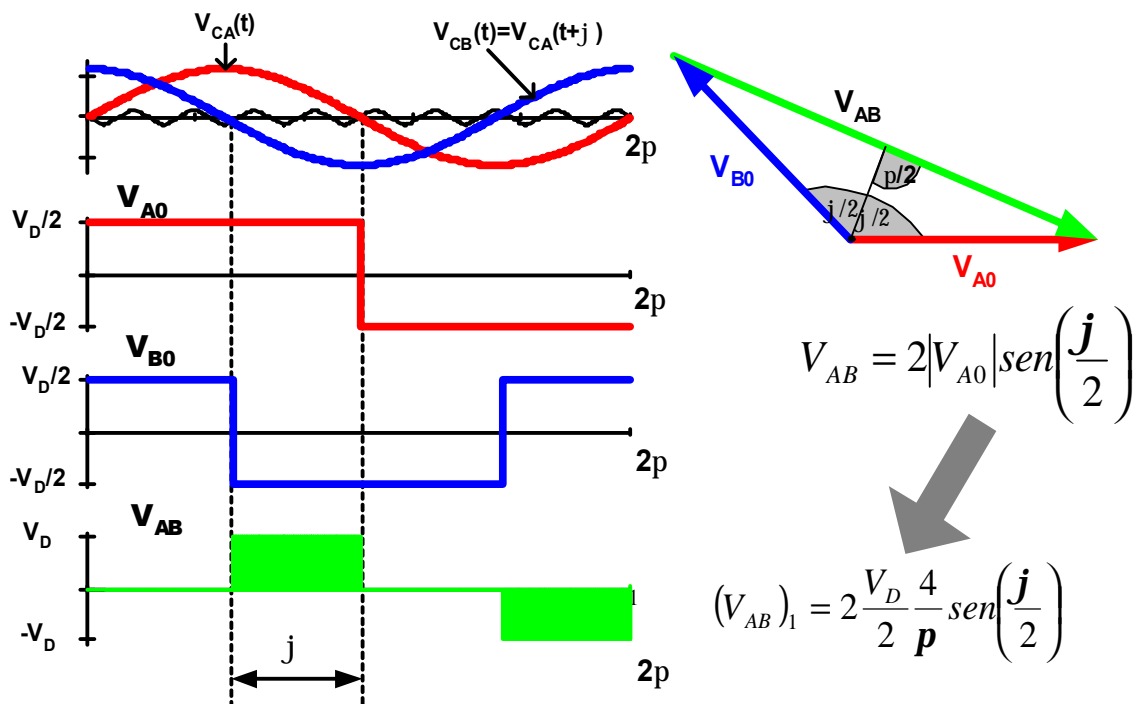
**Fig. 14. Contenido armónico para señal obtenidas con modulación bipolar (arriba) y con modulación unipolar (abajo)**

La Fig. 14 muestra una comparativa entre el contenido armónico de dos señales obtenidas con iguales índices de modulación pero con diferentes estrategias de conmutación. Como puede comprobarse, el contenido armónico de la tensión obtenida mediante modulación bipolar es mucho menor que el de la señal obtenida con modulación unipolar. Además de ser menor está más alejado en la frecuencia por lo que su filtrado será más sencillo. **Al utilizar modulación unipolar con desfase entre las señales de control**

de 180° se anulan los armónicos en las cercanías de la frecuencia de la triangular y sus múltiplos impares (mf, 3xmf, etc).

**3.2.2.2 Sobremodulación.**

Como en casos anteriores, las ecuaciones deducidas para obtener la tensión a la salida del inversor son válidas siempre y cuando el índice de modulación en amplitud sea inferior a la unidad ( $m_a < 1$ ), en caso contrario la señal senoidal supera a la triangular y no se producirán conmutaciones, se producirá la sobremodulación. Si se conserva el desfase entre las dos señales de control ( $v_{CA}$  y  $v_{CB}$ ) igual a 180° la relación entre el índice de modulación en amplitud y la tensión de la fundamental será igual que para el control bipolar. Sin embargo, no debe olvidarse que disponemos de dos métodos de control de la tensión, la variación de la amplitud de la señal de control y la variación del desfase de las señales de control. En un caso extremo donde las señales en los semipuentes (A y B) fueran tensiones cuadradas podría controlarse la tensión mediante el desfase entre las mismas. Este funcionamiento es el mismo que se estudió en los sistemas no modulados, que como su puede ver en la Fig. 15 es un caso particular de los modulados.



**Fig. 15. Control de la tensión de un inversor no modulado como caso particular de un inversor modulado con control unipolar.**

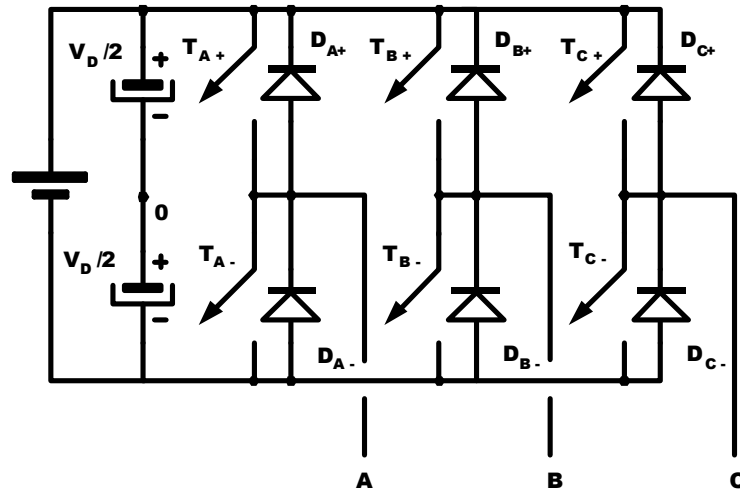
Los resultados mostrados en la Fig. 15 se obtuvieron en la lección anterior (inversores no modulados) mediante el desarrollo de Fourier de la tensión  $V_{AB}$ .

**4 Inversores trifásicos.**

Un sistema trifásico está formado por tres tensiones senoidales de igual amplitud desfasadas entre ellas 120°. Parece lógico pensar que este sistema podrá implementarse mediante tres inversores monofásicos sincronizados entre sí para obtener las tensiones y

desfases deseados. Estos inversores monofásicos podrán ser en puente completo, necesitando entonces 4x3 transistores (junto con sus señales y circuitos de disparo) o de medio puente, donde solo se necesitarán 3x2 transistores.

Parece una contradicción utilizar inversores en medio puente para circuitos de alta potencia como son los circuitos trifásicos. Sin embargo, no utilizamos un solo semipuerto, utilizamos tres incrementando las posibilidades de manejo de potencia de un inversor monofásico en puente completo que solo tiene dos inversores de media onda.



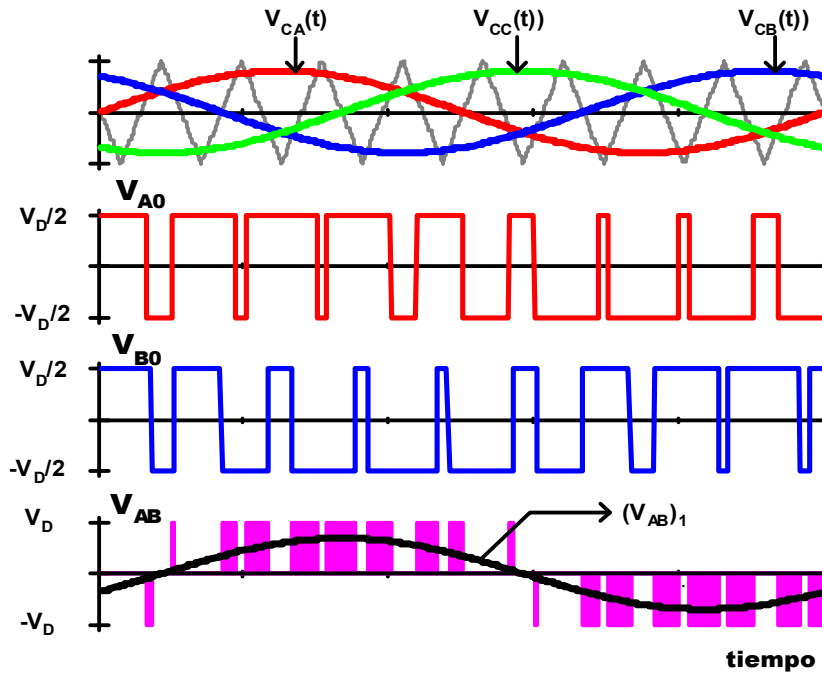
**Fig. 16. Inversor trifásico obtenido a partir de 3 inversores monofásicos de medio puente.**

Para obtener la secuencia de disparo de los transistores según el método utilizado hasta el momento (modulación senoidal-triangular) será necesario disponer de tres señales senoidales desfasadas 120°. Así, se obtendrán en los terminales A, B y C unas tensiones referidas a (0) que formarán el sistema trifásico. Las tensiones de control seleccionadas son las mostradas en (17), cambiando el desfase entre las señales podrá cambiarse el orden de fases del inversor (lo que equivaldría a un cambio del sentido de giro en un motor asíncrono). La tensión entre fases podrá calcularse de igual forma que en los inversores estudiados con anterioridad ( $V_{AB} = V_{A0} - V_{B0}$ ,  $V_{BC} = V_{B0} - V_{C0}$ , etc), el punto central entre los condensadores de alimentación puede ser considerado como el neutro del sistema.

$$\left. \begin{aligned} v_{CA}(t) &= V_{CA} \text{sen}(wt) \\ v_{CB}(t) &= V_{CB} \text{sen}\left(wt + \frac{2p}{3}\right) \\ v_{CC}(t) &= V_{CC} \text{sen}\left(wt - \frac{2p}{3}\right) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Sustituyendo las tensiones de control mostradas en la ecuación (17) en la ecuación (6) se obtendrán las tensiones en cada semipuerto (ecuación (18)). La diferencia de tensión entre semipuentes dará como resultado la tensión de línea del inversor (tensión entre fases).

$$\left. \begin{aligned} \langle v_{A0}(t) \rangle_T &= \frac{V_D}{2} \frac{V_{CA}}{V_{PT}} \text{sen}(wt) \\ \langle v_{B0}(t) \rangle_T &= \frac{V_D}{2} \frac{V_{CB}}{V_{PT}} \text{sen}(wt + \frac{2p}{3}) \\ \langle v_{C0}(t) \rangle_T &= \frac{V_D}{2} \frac{V_{CC}}{V_{PT}} \text{sen}(wt - \frac{2p}{3}) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$



**Fig. 17. Tensión entre fases de un inversor trifásico modulado obtenida a partir de la tensión de inversores en medio puente ( $m_a=0,8$  y  $m_f=9$ ).**

Utilizando la expresión (16) y sabiendo que el desfase  $\phi=2\pi/3$  se obtiene que la tensión entre las fases A y B tiene el valor indicado en la ecuación (19).

$$\begin{aligned} \langle v_{AB} \rangle &= V_D \cdot m_a \cdot \text{sen}\left(\frac{p}{3}\right) \text{sen}\left(wt - \frac{p}{3}\right) \\ V_{AB\_RMS} &= \frac{V_D}{\sqrt{2}} \cdot m_a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned} \quad (19)$$

#### 4.1.1.1 Sobremodulación.

Al igual que en todas las topologías anteriormente estudiadas, si el valor de pico de la señal senoidal supera el de la triangular se perderán conmutaciones y aparecerá el efecto de sobremodulación.

El caso más extremo de sobremodulación será un inversor trifásico de señal cuadrada. En esas condiciones el valor de pico de la fundamental de la tensión entre fases



podrá calcularse utilizando la expresión mostrada en la Fig. 15 con  $\phi=120^\circ$ . Así, la máxima tensión de la fundamental que puede obtenerse en un inversor trifásico con sobremodulación puede ser calculada mediante la expresión (20).

$$(V_{AB\_rms})_{1\max} = \frac{V_D \sqrt{6}}{p} \quad (20)$$

#### 4.1.1.2 Contenido armónico de los inversores trifásicos modulados.

La tensión en cada uno de los semipuentes que forman el inversor trifásico no tiene armónicos pares. Como ya se ha comentado, este fenómeno es consecuencia de seleccionar  $m_f$  como un número entero impar. Sin embargo, en un inversor trifásico con una cuidada selección del valor de  $m_f$  pueden anularse algunos armónicos más.

Si tenemos dos señales periódicas F1 y F2, idénticas pero desfasadas un ángulo " $\phi$ ", el desfase entre el armónico " $n$ " de F1 ( $F1_n$ ) y el armónico " $n$ " de F2 ( $F2_n$ ) puede calcularse como el producto del armónico por el desfase entre la dos señales. Así, las fundamentales (o primer armónico) estarán desfasadas un ángulo " $\phi$ ", el segundo armónico " $2\phi$ ", el tercer armónico " $3\phi$ ", etc. Las tensiones de los semipuentes en un sistema trifásico están desfasadas  $120^\circ$  y por tanto los armónicos múltiplos de tres del semipuerto A estarán en fase con los del semipuerto B y C. La tensión entre fases se obtiene mediante la resta de las tensiones en dos semipuentes, mediante esta "resta" son eliminados todos los armónicos que están en fase y por tanto en un sistema trifásico no existen armónicos múltiplos de tres.

Los armónicos de mayor valor se tienen a la frecuencia de conmutación. Por tanto, si seleccionamos un índice de modulación en frecuencia impar y múltiplo de tres aseguraremos el menor contenido armónico posible en nuestro inversor. En la Fig. 18 se muestra el contenido armónico normalizado de la tensión entre fases de un inversor trifásico modulado. Como puede comprobarse no existen armónicos múltiplos de tres.

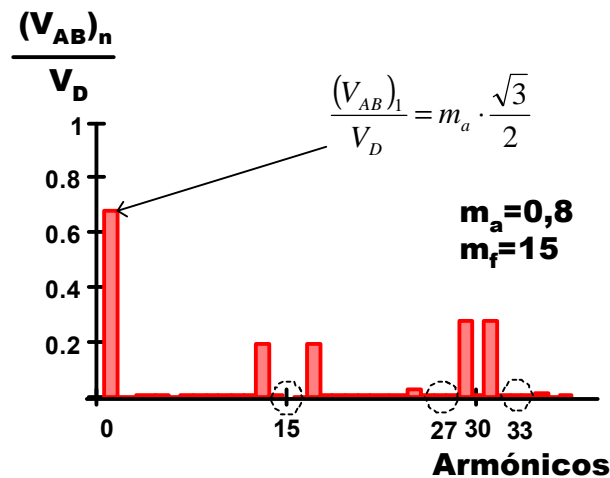


Fig. 18. Contenido armónico normalizado de la tensión entre fases de un inversor trifásico modulado.

## **5 OTROS TIPOS DE CONTROL POSIBLES.**

Hasta ahora, la forma de obtención de los pulsos se basa en la comparación de una senoidal patrón con una onda triangular de frecuencia elevada. Sin embargo, y atendiendo a las motivaciones particulares en cada caso, se puede pensar en suministrar formas de onda de referencia que no sean estrictamente senodiales o, incluso, generar los pulsos para gobernar los interruptores sin las señales anteriormente expuestas. Se puede comprender fácilmente que las posibilidades de control son muy numerosas, según sea el objetivo final que se desea alcanzar. En esta lección enumeraremos algunas de las más típicas y conocidas.

### **5.1 Conmutación con pulsos de onda cuadrada.**

Este esquema es muy parecido al de onda cuadrada presentado en los puntos anteriores, introduciendo pulsos adicionales cuya misión es controlar la amplitud de la tensión de salida, sin prestar atención alguna al contenido armónico de la tensión de salida, que en algunos casos puede ser inaceptable. La ventaja que tiene es la simplicidad del control y su bajo número de conmutaciones por ciclo, lo cual tiene gran importancia en inversores con tiristores de elevada potencia.

### **5.2 Modulación de ancho de pulso programada.**

Sobre una onda cuadrada pueden realizarse conmutaciones calculadas matemáticamente para eliminar armónicos concretos. En este tipo de inversores se presta especial atención al contenido armónico y no a la amplitud que deberá ser controlada modificando el valor de la tensión de alimentación ( $V_D$ )

### **5.3 Control en modo corriente.**

En aplicaciones en las que la carga es un motor de alterna, lo que realmente se necesita controlar es la corriente que circula por el mismo. Por tanto, ésta será la variable a realimentar en el inversor cuando se plantea cerrar el lazo de regulación del mismo. De los posibles esquemas que existen, en esta lección se abordarán dos de ellos: control con histéresis y control a frecuencia fija.

#### **5.3.1 Control de la corriente con histéresis.**

Este tipo de control es el clásico todo-nada habitual: consiste en comparar la corriente de salida con una banda de referencia; si la corriente se hace menor que la banda de comparación inferior, se suministran a los interruptores las órdenes convenientes de manera que la tensión aplicada al conjunto “filtro + carga” sea la de entrada o su valor mitad, según sea la topología de potencia; de forma análoga, cuando la corriente tiende a superar la banda superior, se coloca tensión cero en el “filtro + carga”. De esta forma, la corriente de salida sigue una forma senoidal con un cierto rizado, dependiendo del bucle de histéresis implementado

Como se puede advertir, la frecuencia de conmutación de los interruptores no es constante; de hecho varía a lo largo de un ciclo de la corriente de salida. La variación de la frecuencia depende por supuesto de la tensión de salida y del conjunto “filtro+carga”.

### 5.3.2 Control modo corriente a frecuencia fija.

En este esquema se compara la corriente a intervalos fijos de tiempo con la referencia de corriente; al igual que antes, según que el valor de la corriente sea menor o mayor que la referencia –en los instantes de medida- se gobiernan los interruptores para que en el conjunto “filtro + carga” aparezca el valor de tensión oportuno.

## 6 Filtrado.

Según se ha mencionado en los puntos iniciales de esta lección y se desprende del desarrollo de la misma, para cumplir el objetivo final de obtener una señal senoidal lo más perfecta posible, se hace preciso la inclusión de un filtro, para eliminar las componentes armónicas no deseadas; es decir, se trata de intercalar una impedancia de valor elevado de cara a las frecuencias que deseamos eliminar. En la elección y cálculo del mismo se han de tener en cuenta aspectos como carga a alimentar, frecuencias que se desean eliminar –tipo de control que se realiza del inversor- y tamaño del mismo. En algunos casos, puede emplearse la propia carga como filtro; es el caso por ejemplo en el que la carga sea un motor. De todas las posibles configuraciones de filtros, las más habituales para los inversores son las configuraciones en L, cuyo esquema general se muestra en la Fig. 19; en dicha figura el filtro está compuesto por la impedancias genéricas serie  $Z_s$  y paralelo  $Z_p$ . La impedancia  $Z_c$  representa la carga a la que alimenta el inversor.

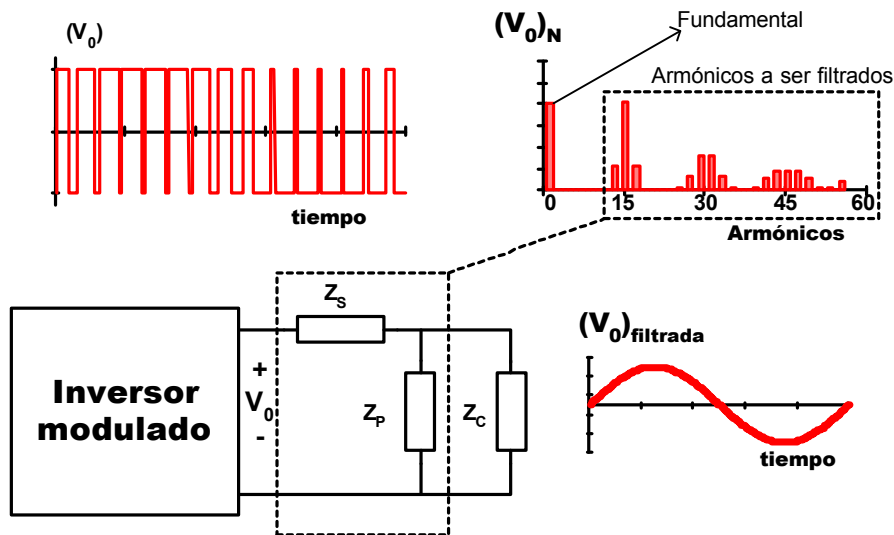


Fig. 19. Esquema general de un inversor con filtro y armónicos a eliminar por el mismo.

Analizaremos algunas de los filtros más habituales dentro de esta configuración en función de las impedancias serie y paralelo. La forma de calcular el filtro consiste en establecer la atenuación que deseamos obtener para una determinada componente armónica, de la siguiente forma:

$$\frac{U_{salida}}{U_{entrada}} = \frac{Z_p'}{Z_p' + Z_s} \quad (21)$$

En la que se ha denominado  $Z_p'$  a la impedancia paralelo formada por  $Z_c$  y  $Z_p$ .

## 6.1 Filtro “LC”

Este filtro es el más sencillo y uno de los más utilizados. Consiste en una inductancia serie y un condensador paralelo. Este filtro tiene el inconveniente de que si se sitúa muy cerca de la fundamental puede llegar a atenuarla (como fue comentado al inicio del tema). Sin embargo, este problema no tiene por qué aparecer en los inversores modulados como se verá en el ejemplo que se plantea al finalizar la lección.

Incluir una impedancia compleja como carga, en un estudio general de un determinado filtro “oscurecería” la explicación. Por tanto se ha considerado una carga resistiva “R”. Así el valor de  $Z_p'$  puede ser calculado mediante la expresión (22).

$$Z_p' = \frac{\frac{-j \cdot R}{\omega \cdot C}}{\frac{-j}{\omega \cdot C} + R} \quad (22)$$

Donde R es la carga (en este caso resistiva pura) y C es el condensador en paralelo con la carga. Si planteamos la expresión de la atenuación según la ecuación (21).

$$\frac{U_{salida}}{U_{entrada}} = \frac{-j}{(C \cdot L \cdot \omega^2 - 1)j + \frac{\omega \cdot L}{R}} \quad (23)$$

Estas expresiones pueden representarse en función de los siguientes parámetros:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ Q &= R \sqrt{\frac{C}{L}} \end{aligned} \quad (24)$$

Sustituyendo los valores mostrados en la expresión (24) en la ecuación (23) se obtiene la expresión de la atenuación. En la Fig. 20 se ha representado el módulo de esta expresión para diferentes valores de “Q”.

### Atenuación

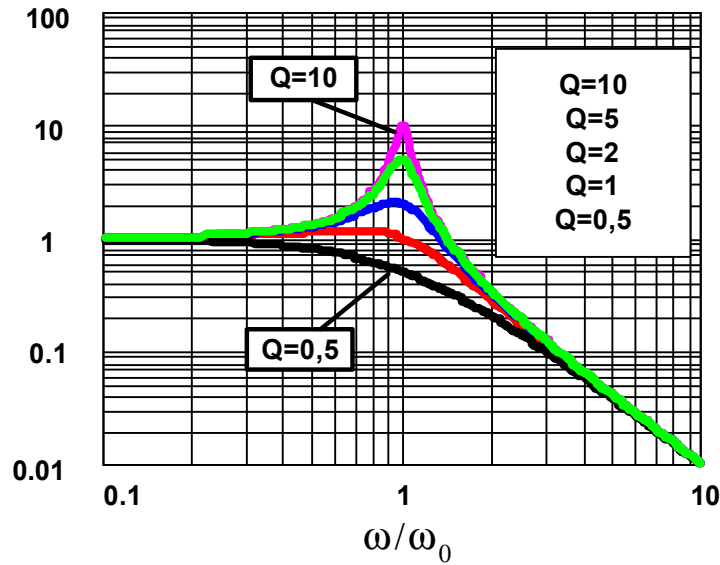


Fig. 20. Atenuación de un filtro LC en función de “Q”.

#### 6.1.1 Ejemplo de diseño.

Tenemos un inversor monofásico en puente completo con modulación unipolar con las siguientes características:  $m_a=0.8$ ,  $m_f=15$ , frecuencia de la fundamental 50Hz, tensión de alimentación ( $V_D$ ) 300V. Este inversor alimenta una carga resistiva de  $100\Omega$ . A continuación se calculará el valor de L y C para que el valor del mayor armónico sea un 5% de la fundamental.

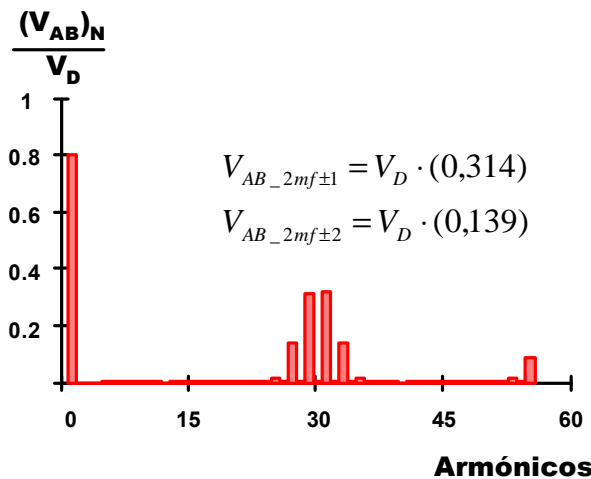
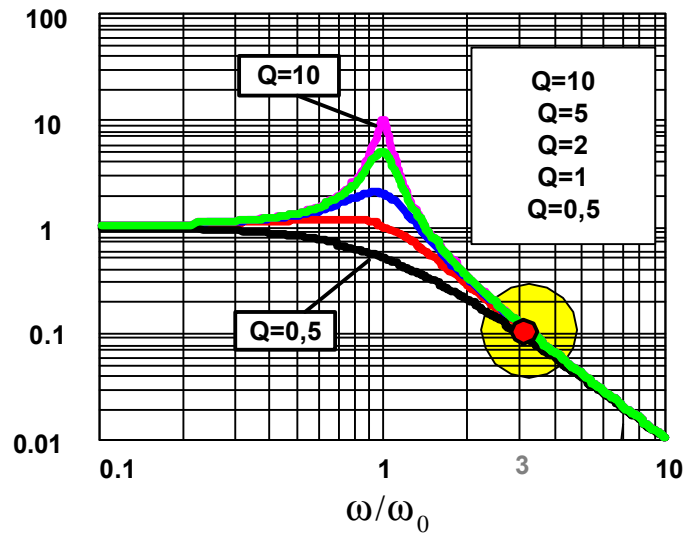


Fig. 21. Contenido armónico de la tensión de salida del ejemplo.  $m_a=0,8$   $m_f=15$ .

Tal y como muestra la Fig. 21, el armónico más desfavorable es el 29 que tendrá una frecuencia de 1450Hz y su valor relativo frente a la fundamental es de un 39,25%. Será necesaria una atenuación  $0,05/0,39=0,125$  que se tomará como 0,1 para asegurar el límite impuesto.

De acuerdo con la Fig. 22 se debe cumplir que  $\omega/\omega_0=3$ . El armónico más desfavorable tiene una frecuencia de 1450 Hz, es decir  $\omega=9100$  Rad/seg, de aquí se deduce que  $\omega_0=3035$  Rad/seg (483Hz). El factor “Q” seleccionado deberá ser superior a 0,5 para no atenuar la fundamental (muy cercana) por lo que se ha seleccionado  $Q=1$ .

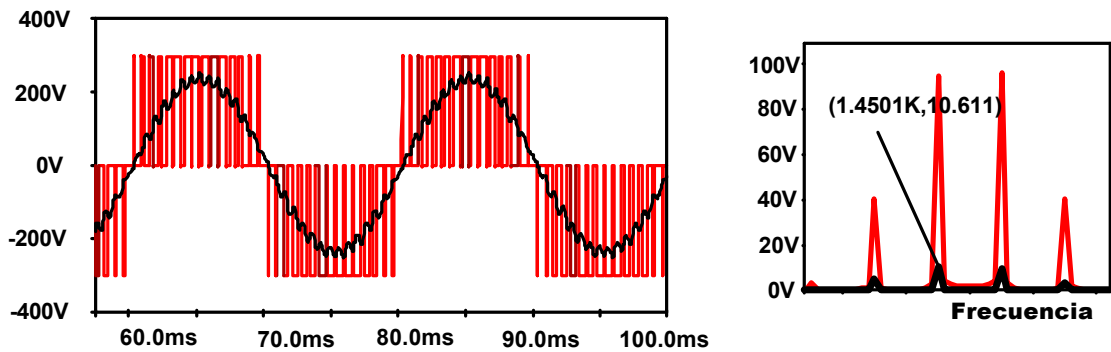
**Atenuación**



**Fig. 22. Selección de la frecuencia de corte del filtro.**

Resolviendo el sistema de ecuaciones (25) se obtiene un valor de  $L=0,033H$  y  $C=3,3\mu F$ .


$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{LC}} &= 3035 \\ 1 &= \frac{100}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$




**Fig. 23. Señal a la salida del inversor y filtrada (valores temporales y detalle de la frecuencia atenuadas).**

La Fig. 23 muestra los resultados de una simulación con los valores obtenidos en el diseño. Como puede comprobarse la tensión sobre la resistencia (carga) es casi senoidal aún cuando la frecuencia de conmutación no es muy elevada. El armónico más desfavorable tiene un valor de 10,61V de pico que es inferior al 5% de 240V (serían 12 V) tal como se pedía en el enunciado del problema.


## **Bibliografía.**

 Título: Power electronics.: converters, applications and design (2<sup>nd</sup> Ed.)  
Autor: N. Mohan, T.M. Undeland, W.P.Robbins  
Editor: John Wiley & Sons, 1995  
I.S.B.N.: 0-471-58408-8

La estructura seguida en esta lección es muy similar a la de este libro. Puede utilizarse como libro de texto aunque tiene la dificultad de no estar traducido. Este tema está tratado en las páginas 200 a 248, donde se incluyen problemas y bibliografía adicional.

 Título: Electrónica de Potencia. Circuitos, Dispositivos y Aplicaciones. (2<sup>a</sup> Edición)  
Autor: Muhammad H. Rashid  
Editor: Prentice Hall  
I.S.B.N.: 968-880-586-6

La estructura que sigue la explicación de este libro difiere del enfoque realizado en la lección. Sin embargo, los ejemplos resueltos y la ventaja de disponer de un texto en Castellano hace recomendable la consulta del capítulo dedicado a inversores modulados (Pag. 356-413).

 Título: Electrónica Industrial: Técnicas de Potencia.  
Autor: J. A. Gualda, S. Martínez, P. M. Martínez  
Editor: Marcombo  
I.S.B.N.: 84-267-0843-9



Este texto no trata detenidamente los inversores modulados. Sin embargo, es recomendable su capítulo dedicado al filtrado. Se recomienda la lectura de las páginas 349-363.

 Título: Electrónica de Potencia.

Autor: Daniel W. Hart

Editor: Prentice Hall

I.S.B.N.: 84-205-3179-0

Texto sencillo y de fácil lectura con contenido similar al desarrollado en el tema. Son interesantes las simulaciones propuestas para Pspice, los ejemplos y los problemas.