TÍTULO: Visualizando los electrones de Bohr: Ondas estacionarias en aros.	
Centro: British School Xàtiva	**Curso y Ciclo:** 2 BAC
Tutor/a: Raúl Lacomba Perales	**Categoria de concurso:** FÍSICA
Alumnado: Alexander Mathew Seaman Roe, Iván Espí Sendra	

1. Resumen breve del proyecto y objetivos

Emplearemos aros de diferentes materiales metálicos y plásticos, en los que produciremos ondas estacionarias con los siguientes objetivos:

*Estudio de ondas estacionarias en la circunferencia de un círculo: formas y modos permitidos.
*Estudiar dichas ondas en aros de diferentes materiales metálicos y plásticos.
*Para cada material haremos un estudio sistemático variando el radio de los aros.
*Estudio de las velocidades de propagación de las ondas en términos de las propiedades físicas (módulo de Young y densidad) de los materiales utilizados.
*Mostrar similitudes y diferencias de este sistema con el modelo atómico de Bohr y los posteriores orbitales atómicos solución de la ecuación de Schrödinger.

2. Material y montaje

*Aros de diferentes materiales: Cobre, Aluminio, Acero, Nylon, PVC.
*Vibrador.
*Generador de señal.
*Osciloscopio.
*Cables.

Figura 1: Montaje experimental.

Tal y como se muestra en la Figura 1, un aro se acopla a un vibrador que a su vez se conecta a un generador de señal. En paralelo al generador de señal, con el fin de determinar de forma precisa su frecuencia, se conectará un osciloscopio.

3. Fundamentación: Principios físicos involucrados y su relación con aplicaciones

Ondas estacionarias en un camino circular

El artículo de Peter Riggs[1] nos motiva a indagar en el estudio de ondas estacionarias a lo largo de un camino circular. Utilizando magnitudes físicas propias del movimiento circular, θ = s/r y ω = dθ/dt = v/r (ver figura 2), podemos escribir ondas que se propagan de forma horaria, Ψ_H , y antihoraria, Ψ_A, a lo largo del camino circular en la forma:

$$\Psi_H = A \sin[kr(\theta - \omega t)] \qquad (1a)$$
$$\Psi_A = A \sin[kr(\theta + \omega t)] \qquad (1b)$$

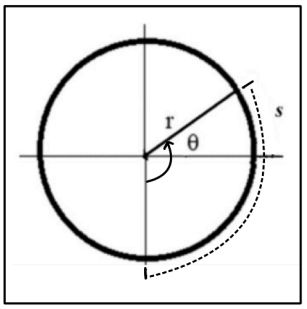


Figura 2: Magnitudes física para un movimiento circular.

La continua superposición de estas ondas da como resultado una onda estacionaria en el camino circular:

$$\Psi_S = \Psi_H + \Psi_A = 2A\sin(kr\theta)\cos(kr\omega t) \qquad (2)$$

Imponiendo las restricciones a una trayectoria que

i) presenta una distancia fija a un punto externo, es decir r = constante;
ii) presenta coincidencia en su punto inicial y final;
iii) punto de sujeción (θ = 0) es un nodo y el opuesto (θ = π/2) un vientre *(por motivos técnicos);*

restringe la longitud de onda, λ, de la onda estacionaria a valores discretos:

$$n\,\lambda_n/2 = 2\,\pi\,r \;; \qquad n = 1, 3, 5, \ldots \qquad (3)$$

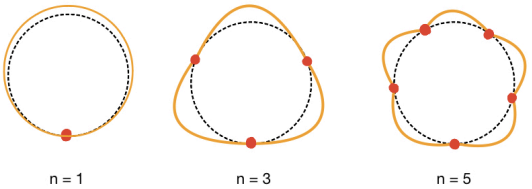


Figura 3: Ejemplos de las ondas estacionarias en un círculo para los diferentes valores discretos de λ_n permitidos (en nuestro caso, debido a la restricción iii, solo serán posibles aquellos con un número impar de vientres/nodos)

Donde n es el número de vientres (es decir, el número de $\lambda_n/2$) -que es igual a número de nodos- en el patrón que presenta la onda estacionaria (ver figura 3).

La parametrización de la onda estacionaria en términos de θ, nos permite localizar para una determinada resonancia (n dado), los puntos donde la circunferencia no oscila , es decir los puntos fijos o nodos. Empleando la ecuación (2) con $\Psi_S = 0$ para un tiempo dado, implica $\sin(k_n r\theta) = 0$, esto junto con la condición iii), se llega a la relación:

$k_n r\theta_{m=0\rightarrow(n-1)} = m\,\pi$; m = 1, 3, 5 … ; con $k_n = 2\,\pi/\lambda_n$ (4)

Así para n = 1 tendremos un nodo en $\theta = 0$; para n = 3 tendremos nodos en $\theta = 0, 2\pi/3, 4\pi/3$; para n = 5 tendremos nodos en $\theta = 0, 2\pi/5, 4\pi/5, 6\pi/5, 8\pi/5$; etc.

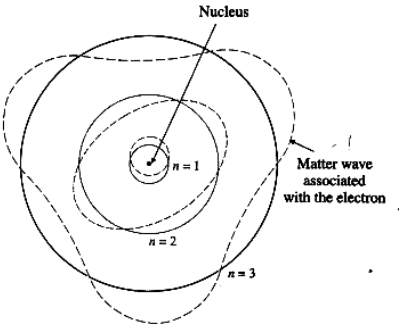
Finalmente, debido a que las ondas que aparecen en nuestro aro serán ondas transversales por flexión, la relación de dispersión para las ondas estacionarias en este sistema es cuadrática[3]:

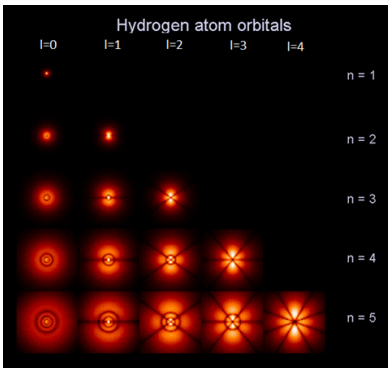
$f_n = (\pi d/8L^2)(E/\rho)^{1/2}\, n^2$; n = 1, 3, 5, … (5)

donde: d es el grosor del aro, E es el módulo de Young, ρ es la densidad del material y L la longitud de la circunferencia.

Modelo atómico de Borh

Ante el descubrimiento del núcleo atómico por Rutherford, el átomo se modelizó como un sistema planetario en el que los electrones orbitan alrededor del núcleo. Pronto se sugirió que este sistema no sería estable, ya que los electrones al ser partículas cargadas aceleradas en su trayectoria alrededor del núcleo, perderían energía en forma de radiación. Después de unos cálculos clásicos se demostraba que el electrón, debido a esta pérdida de energía, caería de forma espiral en pocas fracciones de segundo al núcleo, haciendo al átomo inestable. Bohr para salvar este problema echó mano de dos ideas: una la de la dualidad-onda corpúsculo que se estaba fraguando en la época y la otra el hecho de que las ondas estacionarias, en contraposición a las ondas progresivas, no propagan energía. De esta manera Bohr postula que el electrón es una onda estacionaria en un camino circular alrededor del núcleo (véase la figura a la derecha) y salva el problema de la pérdida de energía. El modelo de Bohr dió excelentes resultados para átomos hidrogenoides, pero no pudo explicar átomos multielectrónicos. Fue la mecánica cuántica posterior la que dio buenos resultados para cualquier tipo de átomo. Si nos centramos en la formulación ondulatoria proporcionada por la ecuación de Schrödinger, todavía la idea de onda estacionaria funciona, y es que los denominados orbitales no dejan de ser ondas estacionarias solución de la ecuación de ondas de Schrödinger, pero en lugar de seguir caminos circulares y concebirse como ondas de materia, son ondas de probabilidad en tres dimensiones, las cuales nos proporcionan las regiones del espacio donde es más probable encontrar a un electrón alrededor del núcleo y dónde éste no pierde energía (véase figura a la izquierda)





4. Funcionamiento y Resultados: observaciones y medidas.

Empleando el montaje experimental, descrito en la sección 2, encontraremos por inspección las diferentes ondas estacionarias permitidas para cada aro y le asignaremos su frecuencia. A partir de la ecuación (5) vemos que la representación de f_n en función de n^2 deberá tener un comportamiento lineal. De la pendiente de dicha representación haremos un estudio de las diferentes magnitudes físicas, i.e, módulo de Young, E, y densidad, ρ, que caracterizan los diferentes materiales de los aros empleados.

5. Conclusiones

Mediante este experimento pretendemos extender el estudio de ondas estacionarias en cuerdas fijas por sus dos extremos[4] que normalmente se hace a nivel preuniversitario e incluso universitario. Las ondas estacionarias en aros tienen interés a nivel de fenómeno ondulatorio clásico para estudiantes que se introducen en el estudio de las ondas, pero también en la visualización del modelo atómico de Bohr. Históricamente este modelo tiene un valor fundamental en el avance de la mecánica cuántica y de la ciencia.

6. Bibliografía

1 Phys. Teach. 59, 100 (2021)

2 https://www.youtube.com/watch?v=NRFBHOtefTw

3https://espanol.libretexts.org/Fisica/Mec%C3%A1nica_Cl%C3%A1sica/Posgrado_Esencial_F%C3%ADsica_-_Mec%C3%A1nica_Cl%C3%A1sica_(Likharev)/07%3A_Deformaciones_y_Elasticidad/7.08%3A_Ondas_El%C3%A1sticas_en_Barras_Delgadas

4 Física para la ciencia y la tecnología, P. A. Tipler, Ed. Reverté