# DEMO 15 Rodadura sin deslizamiento por un plano inclinado

| | |
|---|---|
| **Autora de la ficha** | Chantal Ferrer Roca |
| **Palabras clave** | Movimiento de sólidos, energía cinética de rotación, conservación de la energía |
| **Objetivo** | Mostrar que la aceleración (y la velocidad y tiempos) con la que descienden por un plano inclinado diferentes sólidos rodando sin deslizar, depende exclusivamente de la distribución de masa del sólido y no del valor de la masa o del radio. |
| **Material** | - Plano inclinado con aletas desplegables y fijables mediante cuatro varillas enroscables.<br>- Conjunto de figuras rodantes:<br>- cilindro hueco de aluminio de r = 25 mm (5 mm de pared )<br>- cilindro hueco de aluminio de r = 50 mm (5 mm de pared )<br>- cilindro sólido de aluminio de r = 25 mm m=250 g<br>- cilindro sólido de bronce de r = 25 mm m=800 g<br>- esfera sólida de plástico (bola de billar) de r = 28,6 mm<br>- varilla de aluminio con sección en forma de L para retener los sólidos en el instante inicial, de forma que desciendan juntos desde la misma altura. |
| **Tiempo de Montaje** | 2 minutos |

## Descripción

Dejar caer desde el punto más alto del plano inclinado y observar si llegan simultánemanete al punto más bajo del plano. Para que partan del reposo en el mismo instante, usar la varilla para retenerlos en reposo y dejarlos caer cuando se levanta:

a) Dos cilindros macizos de aluminio y bronce, de dimensiones idénticas (la masa del de bronce es más de tres veces la de aluminio) llegan abajo simultáneamente. Luego no hay dependencia con la masa.
b) Dos cilindros huecos de diferente radio llegan abajo simultáneamente. Luego no hay dependencia con el radio.
c) Un cilindro macizo llega antes que un cilindro hueco, ambos de aluminio.
d) Una esfera y un cilindro macizo llegan casi al mismo tiempo (un poco antes la esfera).

Luego los tiempos de descenso parecen depender de cómo está distribuida la masa en el sólido.

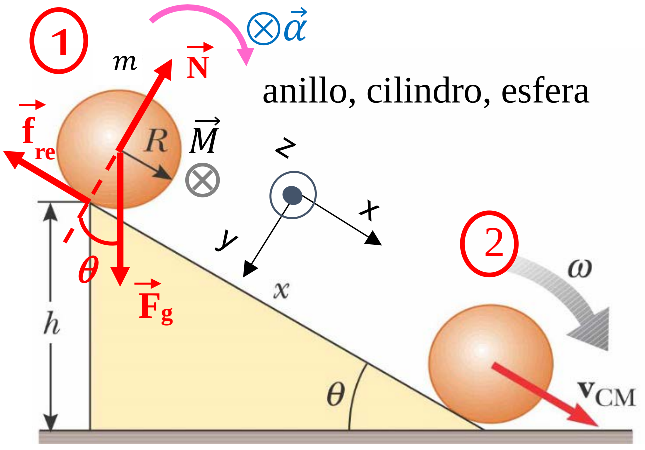
## Explicación

Un bloque o partícula puntual que descienda por el plano inclinado (ángulo θ) sin rozamiento tendrá una aceleración constante $a_p = g\,sin\,\theta$ . Por conservación de la energía mecánica entre el punto inicial y final se deduce que la velocidad del bloque en el punto más bajo será $v_{p2} = \sqrt{2gh}$ , y el tiempo de descenso es $\Delta t_p = \frac{\sqrt{2gh}}{g\,sin\,\theta} = \sqrt{\frac{2h}{g\,sin^2\theta}}$

Sin embargo, en el caso de los sólidos que descienden rodando sin deslizar, la energía potencial gravitatoria inicial se transforma durante el descenso en energía cinética de traslación del CM y también de rotación del sólido alrededor del eje que pasa por el CM.

Si dos sólidos parten desde una misma altura h, tienen la misma energía mecánica inicial (potencial gravitatoria). Al descender rodando, si el momento de inercia es mayor, la energía cinética de rotación es mayor y la energía cinética de traslación del centro de masas es menor: menor velocidad lineal en cada instante y un mayor tiempo de descenso. Estas diferencias son evidentes si se dejan caer dos figuras simultáneamente desde el reposo.

CÁLCULO DE LA ACELERACIÓN $a_{cm}$




*a)* Ecuación fund. de la dinámica de traslación de un sistema de partículas. $\vec{F}_{net,ext} = m\vec{a}_{cm}$

$N - mg = 0 \qquad mgsen\theta - f_{re} = ma_{cm}$

*b)* Ecuación fundamental de la dinámica de rotación del sólido rígido : $\vec{M}_{net,ext} = I\vec{\alpha} = -I\alpha\,\vec{k}$

$\vec{M}_{net,ext} = \vec{r} \times \vec{f}_{re} = -f_{re}R\vec{k}$ (momts de $F_g$ y N nulos)

Luego: $f_{re}R = I\alpha$

c) Se cumple la condición de rodadura $a_{cm} = \alpha R$ y $v_{cm} = \omega R$

Luego: $\boxed{a_{cm} = \frac{g\sin\theta}{\left(\frac{I}{mR^2}+1\right)} = \frac{g\sin\theta}{\gamma+1} = \beta g\sin\theta} < g\sin\theta$

¡¡¡ INDEPENDIENTE DE m Y R!!!
A menor $\beta$ (mayor $\gamma$), menor aceleración;

d) Planteando la conservación de la energía mecánica del sólido rodante entre 1 y 2 : $U_{g1} = U_{g2} + E_{cs2}$

$mg(R+h) = mgR + \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$ y junto a la condición de rodadura $v_{cm} = \omega R$ se obtiene:

$\boxed{v_{cm} = \sqrt{2gh \cdot \frac{1}{1+\gamma}}} = \sqrt{2gh \cdot \beta} < \sqrt{2gh}$ . A menor $\beta$ (mayor $\gamma$), menor velocidad

e) El tiempo de descenso $\Delta t = \frac{v_{cm}}{a_{cm}} = \frac{\sqrt{2gh\cdot\beta}}{\beta g\sin\theta} = \sqrt{\frac{2h}{\beta g\sin^2\theta}} = \Delta t_p\,\beta^{-1/2} = \Delta t_p\sqrt{\gamma+1}$

A menor $\beta$ (mayor $\gamma$) , mayor tiempo de descenso.

| | Masa puntual | Esfera | Cilindro sólido o disco | Superficie cilíndrica (o anillo) |
|---|---|---|---|---|
| $\gamma = \frac{I}{mR^2}$ | 0 | 2/5= 0,4 | 1/2 = 0,5 | 1 |
| $\frac{a_{cm}}{a_p} = \beta$ | 1 | 5/7=0,7 | 2/3= 0,67 | 1/2=0,5 |
| $\frac{v_{cm}}{v_p} = \beta^{1/2}$ | 1 | 0,85 | 0,82 | 0,7 |
| $\frac{\Delta t}{\Delta t_p} = \beta^{-1/2}$ | 1 | 1,18 | 1,22 | 1,43 |
| $v_{cm\ fin}$ (h =1m) (m/s) | 4,4 | 3,7 | 3,6 | 3,1 |

Se confirma mediante el cálculo del modelo teórico que los tiempos de la esfera y el cilindro sólido son similares, pero el de la superficie cilíndrica es mayor, como se observa (y se podría medir) en la demostración.

| | |
|---|---|
| **Comentarios** | Los valores de β de la esfera y del cilindro sólido son más próximos por lo que, para un recorrido breve como éste se observan diferencias más pequeñas en los tiempos de descenso. |

| | |
|---|---|
| **Advertencias** | **ATENCIÓN**: en su descenso por la rampa, y a pesar de que se ha añadido un tope en la parte inferior, es posible que los sólidos prosigan su movimiento y caigan al suelo. En particular el cilindro de bronce tiene una masa considerable y podría provocar un accidente cayendo sobre los pies de alguien. Se aconseja colocar el plano inclinado de manera que el propio experimentador tenga tiempo de frenar los sólidos cuando abandonan la rampa.<br><br>Otra posibilidad es reducir la inclinación de la rampa utilizando las varillas más pequeñas para darle inclinación (y sin abrir las aletas). |