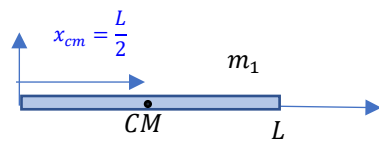


DEMO 90

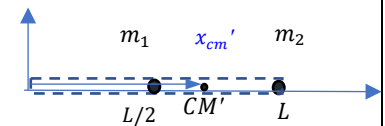
BUSCANDO EL CENTRO DE MASAS CON LOS DEDOS



<b>Autor ficha</b>	Ana Cros, Chantal Ferrer
<b>Palabras clave</b>	Centro de masas, centro de gravedad, fuerza de rozamiento, momento de fuerzas, equilibrio
<b>Objetivo</b>	Encontrar el centro de masas de un cuerpo con simetría axial utilizando para ello la fuerza de rozamiento.
<b>Material</b>	Una varilla u objeto simétrico y alargado (lápiz grande, pincho de cocinar, etc.). Un objeto que se pueda fijar sobre el anterior (tuerca para el lápiz, pinza para el pincho, etc.). El experimento se realiza utilizando las dos manos al mismo tiempo.
<b>Montaje</b>	Nulo
<p><b>Descripción:</b></p> <p><u>Primera parte (se utiliza solo la varilla):</u>                  Deposita la varilla (lápiz o pincho) horizontalmente sobre los dedos índice, colocando un dedo cerca de cada extremo, como se muestra en las fotografías superiores. Tratar de juntar los dedos, deslizándolos por debajo del lápiz. Observa que <b>no se mueve el dedo que tú quieres</b>: se desplazan solos, alternándose, a veces se mueve un dedo, a veces otro, hasta juntarse en un punto cerca del centro de la varilla. Repite y verifica que llegas al mismo punto. Si apoyamos el lápiz sobre un solo dedo en ese punto veremos que se mantiene en equilibrio, (requiere algo de habilidad, porque el lápiz tiene tendencia a rodar por el dedo) y lo mismo sucedería si colgáramos el lápiz o la varilla de un hilo atado en ese punto. Ese punto encontrado por los dedos se llama <b>centro de masas</b> (también <b>centro de gravedad</b>) de la varilla.</p> <p><u>Segunda parte (se utiliza un objeto adicional: tuerca o pinza):</u>                  Ahora, coloca el objeto en el extremo de la varilla, en el lugar donde iría la goma del lápiz (o la pinza sobre el extremo del pincho). Sitúa de nuevo el lápiz sobre los dedos, con ellos cerca de los extremos, y repite la experiencia anterior: Desliza los dedos bajo el lápiz para tratar de juntarlos. Se juntarán en otro punto diferente, más cerca del extremo donde hemos situado el objeto, que en el caso anterior. Si, como antes, apoyamos la varilla sobre un solo dedo en ese punto, se mantiene en equilibrio, luego este es el nuevo centro de masas (y centro de gravedad) del conjunto lápiz-tuerca (o varilla-pinza).</p> <p><b>Explicación:</b></p> <p><u>Centro de masas y centro de gravedad:</u>                  La posición del <b>centro de masas</b> (CM) de un sistema de masa total M, se obtiene como promedio (pesado con la posición) de las masas que lo componen. Para masas puntuales, en una dimensión, <math>x_{cm} = \sum_i \frac{m_i}{M} x_i</math> [1], y para masas distribuidas como la varilla <math>x_{cm} = \int \frac{dm}{M} x</math> [2]                  El <b>centro de gravedad</b> (CG) es el punto para el cual las fuerzas de gravedad que actúan sobre las diferentes porciones del sistema, producen un momento de fuerzas neto nulo. Si la aceleración de la gravedad es la misma a lo largo de todo el cuerpo, CM y CG coinciden y los conceptos son equivalentes. Si los cuerpos están en campos gravitatorios muy intensos, (proximidades de estrellas supermasivas o agujeros negros) la fuerza gravitatoria que actúa sobre diferentes partes del cuerpo cambia, y el CM no coincidiría con el CG.                  El cálculo de la posición del centro de masas de una varilla homogénea de longitud L y masa <math>m_1</math> (usando [2]), da como resultado que este se encuentra en L/2 (punto central de la varilla).                  El centro de masas del conjunto varilla+objeto será el de una masa puntual <math>m_1</math> (el CM de la varilla situado en L/2) y otra masa puntual <math>m_2</math> situado en L (la pinza o la tuerca). Es decir, al añadir un cuerpo adicional en el extremo, el CM' se desplaza a una posición intermedia entre el de la varilla y el otro cuerpo:</p>	



$$x_{cm} = \sum_i \frac{m_i}{M} x_i = \frac{m_1(\frac{L}{2}) + m_2 L}{m_1 + m_2} \quad [3]$$

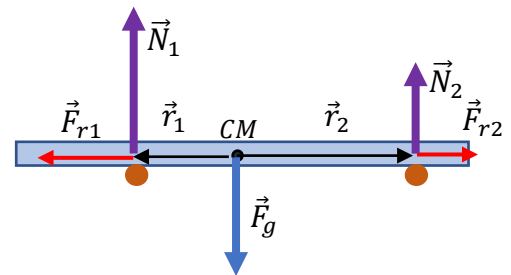


Se puede realizar el cálculo para la varilla que se esté utilizando y verificar que la posición determinada teóricamente es la que se obtiene experimentalmente. Los **valores de las masas** son: masa del lápiz =25,39g, masa de tuerca 1=28,66g masa de tuerca 2=28,46g, masa de pincho =0,84g, masa de pinza=0,47g.

Esta verificación se puede repetir colocando la pinza o la tuerca en posiciones diferentes a la del extremo y calculando la posición del CM en ese caso.

### ¿CÓMO ENCUENTRAN NUESTROS DEDOS EL CENTRO DE MASAS?

Sobre la varilla actúan (ver figura) la fuerza gravitatoria sobre el CM, fuerzas de contacto de ambos dedos sobre la varilla ( $\vec{N}_1$  y  $\vec{N}_2$ ) y la fuerza de rozamiento de cada dedo sobre la varilla,  $\vec{F}_{R1}$  y  $\vec{F}_{R2}$ . Para entender por qué unas veces desliza un dedo y otras veces otro y por qué ambos se juntan en el centro de masas debemos hacer un análisis de la fuerza de rozamiento, que viene dada por el producto del coeficiente de rozamiento y la fuerza de contacto del dedo sobre la varilla:  $\vec{F}_R = \mu_r \vec{N}$ . Cada dedo produce en la varilla una fuerza de contacto diferente y por lo tanto una fuerza de rozamiento diferente, como ahora demostraremos aplicando las leyes de la dinámica (2ª ley de Newton en dirección vertical y la de rotación):



$$F_g - N_1 - N_2 = m_v a_{vy} = 0 \quad (\text{equilibrio de fuerzas en dirección vertical}) \quad [4]$$

$$\vec{M}_{N1} + \vec{M}_{N2} = \vec{r}_1 \times \vec{N}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{N}_2 = I \vec{\alpha} = 0 \quad (\text{equilibrio de momentos de fuerza respecto al CG}) \quad [5]$$

el momento de la fuerza gravitatoria es nulo al aplicarse sobre el CM ( $\vec{r} = 0$ ).

De [4] se deduce que:  $F_g = N_1 + N_2$  y en la dirección perpendicular al papel, de [5]:  $r_1 N_1 = r_2 N_2$

Estas relaciones nos indican que **la fuerza de contacto que el dedo ejerce sobre la varilla será tanto mayor cuanto más cerca del centro de masas se encuentre el dedo**. Y lo mismo sucede con la fuerza de rozamiento del dedo sobre la varilla. La fuerza de rozamiento que la varilla ejerce sobre el dedo es igual y opuesta a la anterior.

Una vez comprendido esto, la explicación del movimiento de los dedos es simple: inicialmente se desplazará el dedo que se encuentre más alejado del centro de gravedad, puesto que en él la fuerza de rozamiento es menor. Una vez iniciado el movimiento la fuerza de rozamiento disminuye ligeramente, puesto que el coeficiente de rozamiento dinámico es menor que el estático. El movimiento del dedo continúa hasta que se encuentra lo suficientemente cerca del centro de gravedad como para que la fuerza de rozamiento sobre él supere la del otro dedo. A continuación, será el otro dedo el que inicie el movimiento, y así sucesivamente hasta que las distancias  $r_1$  y  $r_2$  se anulen (o casi) cuando ambos dedos se juntan. El punto entre los dos dedos corresponderá entonces al centro de masas o centro de gravedad.

### Sugerencias

- Una vez mostrada y explicada la demo, se recomienda hacer un trabajo cuantitativo:
  - 1- medir la masa del pincho  $m_1$  y de la pinza  $m_2$  (o del lápiz y la tuerca)
  - 2- determinar el centro de gravedad de la varilla y verificar que está aproximadamente en el centro.
  - 3- calcular el centro de gravedad del conjunto varilla-pinza cuando ésta se coloque en un extremo de la varilla.
  - 4- coloca la pinza en esa posición y verifica que efectivamente los dedos acaban en esa posición
  - 5- repetir el cálculo y la determinación con los dedos para otra posición de la pinza. Por ejemplo, a  $\frac{1}{4}$  de la longitud de la varilla.
  - 6- repetir el cálculo y la determinación con los dedos colocando un tercer objeto de masa  $m_3$  en una posición arbitraria.
- Se pueden repartir pinchos y trozos de plastilina o pincitas pequeñas, para que todo nuestro alumnado realice la demostración.

### Bibliografía

- <http://bohr.inf.um.es/miembros/rgm/s+mf/63s+mf.pdf> de Rafael García Molina (Universidad de Murcia).
- A. Sommerfeld, Mechanics. Lectures on Theoretical Physics. Volume I (Academic Press, New York, 1964): pp.83-84.