

**DEMO 104**

**Caudal de un fluido viscoso – ecuación de Hagen-Poiseuille**



**Figura 1.** Montaje con botellas de refresco y conducciones horizontales.

<b>Autores de la ficha</b>	Roberto Pedrós y María Jesús Hernández
<b>Palabras clave</b>	fluidos; viscosidad; caudal, Ecuación de Hagen-Poiseuille;
<b>Objetivo</b>	Comprender fenómenos relacionados con los fluidos reales y su descripción mediante la ecuación de Hagen-Poiseuille.
<b>Material</b>	Caja grande que contiene: soporte con botellas de refresco y conducciones horizontales; tapones de corcho; botella grande de refresco; embudo; jarra medidora; agitador a pilas; cronómetro; espesante (goma xantana)
<b>Tiempo de Montaje</b>	5 minutos

**Descripción**

**Procedimiento**

Llenaremos las botellas hasta la misma marca y dejaremos que se vacíen a través de las conducciones horizontales. Estudiaremos el caudal a través de las distintas conducciones midiendo el tiempo que tardan en vaciarse las botellas (fig. 1). Como el volumen de fluido que se vaciará será el mismo todo el tiempo, menos tiempo en vaciarse significará un mayor caudal. Y a la inversa, mayor tiempo en vaciarse significará un menor caudal.

*Influencia del radio*

Elegir las dos botellas con las conducciones más cortas y llenarlas hasta la marca. Estas conducciones tienen diferentes radios. Medir el tiempo que tarda cada una en vaciarse y anotarlo en la pizarra. Observaremos que la conducción de mayor radio se vacía mucho más rápido.

*Influencia de la longitud*

Medir el tiempo que tarda en vaciarse la botella con la conducción más larga. Se observará que el tiempo es mayor que cuando la misma conducción era más corta, es decir, el caudal disminuye con la longitud de la conducción.

*Influencia de la presión*

Rellenar una de las botellas para las que ya se haya medido el tiempo en vaciarse. Dejar que se vacíe apretando ligeramente la botella. Observaremos que a mayor presión en el fluido, mayor es el caudal pues tardará menos tiempo en vaciarse la botella.

*Influencia de la viscosidad*

Rellenar una de las botellas para las que ya se haya medido el tiempo en vaciarse, pero ahora con una disolución de xantana (aproximadamente 1 cucharada de café por cada medio litro de agua). La xantana aumenta la viscosidad del agua y se observará que aumenta el tiempo de vaciado de la botella, es decir, disminuye el caudal.

**Ecuación de Hagen-Poiseuille**

Los primeros intentos de medir propiedades de fluidos están relacionados principalmente con los fundamentos de la viscosimetría capilar. Alrededor del 3000 a. C. los sumerios utilizaban, como unidad de peso (masa), la cantidad de agua que fluía desde un embudo por unidad de tiempo. En 1540 a. C. un egipcio llamado Amenemhet inventó un reloj de agua que consistía en un vaso cónico con un agujero en el fondo. El tiempo se medía a partir del agua que quedaba en el vaso.

Probablemente el primer experimento científico en el que se utilizó un capilar o tubo para medir el flujo fue realizado en 1839 por Hagen, seguido de cerca por el trabajo de Poiseuille. Poiseuille estudió problemas de flujo capilar para entender mejor la circulación de la sangre a través de los vasos capilares en el cuerpo humano. Descubrió la relación (conocida como la ley de Hagen-Poiseuille) entre la velocidad de flujo y la caída de presión para un flujo capilar. Este

descubrimiento constituye el fundamento de la viscosimetría capilar. Siguiendo a Poiseuille, Wiederman y después Hagenbach dedujeron una fórmula teórica para el descubrimiento de Poiseuille basado en la definición de Newton de la viscosidad.

Consideremos una conducción horizontal de radio  $R$  y longitud  $L$  que transporta un fluido de viscosidad  $\eta$ , ya que existe una diferencia de presión  $\Delta P$  entre los extremos de la conducción. La ecuación de Hagen-Poiseuille nos permite calcular cuál será el caudal  $Q$  (volumen de fluido/tiempo) que transportará la conducción en ausencia de turbulencia

$$Q = \pi \frac{\Delta P R^4}{8 \eta L} \quad (1)$$

Observamos que el caudal depende directamente de la diferencia de presión  $\Delta P$  y también depende del radio a la cuarta potencia (de ahí la variación tan abrupta con el radio de la conducción en el experimento). El caudal es también inversamente proporcional a la longitud de la conducción y a la viscosidad del fluido.

Éste es el fundamento de los viscosímetros de vidrio que se utilizan para medir viscosidades de líquidos newtonianos (la viscosidad no depende del gradiente de velocidad del fluido en la conducción). En ellos, un tubo capilar está situado en vertical y el fluido es empujado por la presión hidrostática debida a la diferencia de altura entre las dos ramas ( $\Delta P = \rho gh$ ).

La expresión matemática del tiempo de vaciado es la que sigue:

$$t = \frac{8L}{\pi R^4 gh} \frac{\eta}{\rho} = k \frac{\eta}{\rho}$$

Con la misma viscosidad, un líquido más denso tardará más tiempo. Por esto, se define la llamada *viscosidad cinemática*, cuyas unidades son los *Stokes* ( $\text{cm}^2/\text{s}$ ), que corresponde a viscosidad/densidad, de manera que los fabricantes de viscosímetros suelen dar los intervalos de medida de los diferentes modelos en esta magnitud.



Fig 2. Viscosímetrode Canon-Fenske

### Aplicaciones

El efecto en el caudal de la disminución del radio de la conducción aparece en las arterias humanas como resultado de la ingesta de materiales grasos como el colesterol. La disminución del radio de las arterias como consecuencia de la acumulación de grasas recibe el nombre de arteriosclerosis (Fig. 3). Como el radio está elevado a la cuarta potencia en la ecuación de Poiseuille, el caudal es muy sensible al radio.

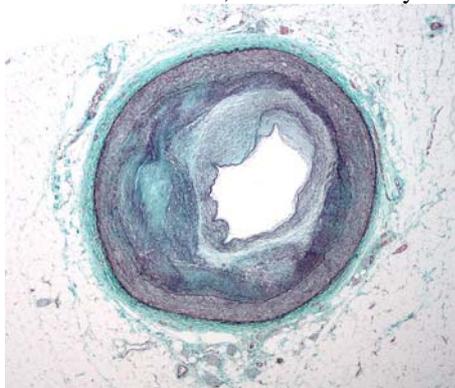


Figura 3. Arteria ocluida parcialmente como resultado de la arteriosclerosis

Por ejemplo, una disminución del radio a la mitad produce que el caudal se divida por 16. Como el cuerpo no puede asumir una disminución del caudal (si falta riego al cerebro se producen desorientación y falta de memoria; si falta riego en los tejidos se mueren), el corazón ha de ejercer más presión para mantener el caudal de sangre. Por eso aumenta la presión (o tensión) arterial. El aumento de la presión puede acabar arrancando parte de la grasa acumulada en la arteria (ateroma). El coágulo flotando en la sangre puede dar lugar al infarto de miocardio (si llega al corazón), embolia pulmonar (si llega al pulmón) o cerebral (si llega al cerebro). Una de las soluciones médicas a este problema es reducir la viscosidad de la sangre mediante la administración de anticoagulantes.

En cuanto al efecto de la longitud de la conducción, ha de considerarse cuando se transportan fluidos. Por ejemplo al transportar agua potable, agua de regar o petróleo, son necesarias estaciones de bombeo a lo largo del recorrido. Con esas estaciones se aumenta la presión y se consigue así mantener el caudal.

Referencia: Sutura S.S., Skalak R. (1993), The history of Poiseuille's law, Annu. Rev. Fluid Mech. 25, 1-19.

### Advertencias

Llenar la botella grande de refresco y llevarla a clase. Durante el llenado de las botellas pequeñas lo mejor es que un estudiante tape con el dedo a la salida de la conducción horizontal. Cuando se haya llenado la botella hasta la raya, el estudiante rápidamente tapaná la boca de la botella con la mano, con lo que el fluido no se saldrá por la conducción. Al retirar la mano del tapón se empezarán a medir los tiempos de vaciado.

La mezcla de agua y xantana debe prepararse con antelación utilizando la jarra medidora. Aunque la xantana se disuelve bien en agua fría se puede usar agua caliente (de un hervidor o microondas). Añadir el agua poco a poco y ayudarse del agitador a pilas. Luego pasar a la botella de refresco no sujeta al soporte. Durante la demostración hay que tener cuidado de no mojar el suelo o la mesa. Se incluye papel absorbente por si ocurriera. Esta demo se puede complementar con las demos 62 y 60