

Demo 109 Péndulo de Newton: conservación del momento lineal y la energía

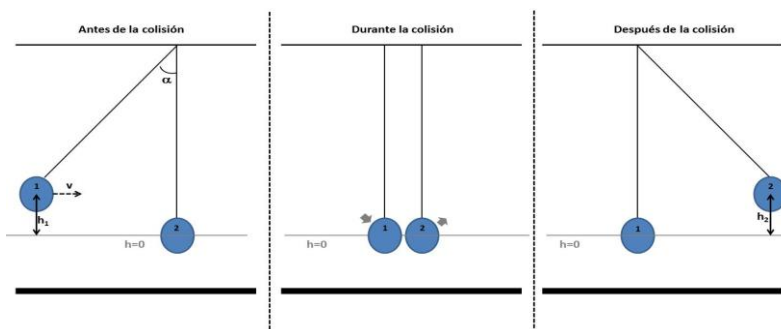


Autor de la ficha	Juan Carlos Jiménez, Chantal Ferrer Roca (30/7/14)
Palabras clave	Colisiones, conservación de la cantidad de movimiento, conservación de la energía
Objetivo	Observar un ejemplo de colisiones múltiples en los que se conserva la cantidad de movimiento y la energía
Material	Péndulo de Newton, cartulina graduada, trozos de plastilina
Tiempo de Montaje	Nulo
<p>Descripción</p> <p>Introducción</p> <p>El péndulo (o cuna) de Newton es un dispositivo formado generalmente por un número impar (5 o 7) de péndulos que pueden colisionar entre ellos, cada uno con sus contiguos, de forma quasi elástica. Estos péndulos consisten en unas bolas esféricas rígidas de igual tamaño y masa, colgadas por medio de dos hilos de igual longitud y mismo ángulo de inclinación. Esta configuración permite que el movimiento de las bolas se realice únicamente en el plano vertical.</p> <p>El péndulo de Newton puede utilizarse para demostrar de forma sencilla la conservación tanto de la cantidad de movimiento o momento lineal como de la energía en colisiones quasi-elásticas. Sin embargo, se puede profundizar mucho más en los procesos que tienen lugar y plantear una serie de cuestiones que van más allá de la idea inicial que se tiene de su funcionamiento.</p> <p>Realización</p> <p>En primer lugar conviene realizar una colisión únicamente entre dos bolas, para posteriormente mostrar las colisiones con un número mayor de bolas.</p> <p>A. En el péndulo de Newton, apartamos tres bolas (las sujetamos con la mano, o bien las apartamos en un lateral) de forma que nos queden únicamente dos bolas para realizar la colisión. Separamos el péndulo 1, elevándolo y lo dejamos caer. Éste colisiona con el péndulo 2 en reposo, de forma que el péndulo 1 queda en reposo y el péndulo 2 se eleva un ángulo similar al que tenía el péndulo 1 antes de la colisión.</p> <p>B. Ahora con todas las bolas del péndulo de Newton, podemos desplazar la primera bola (de un extremo), un cierto ángulo y la soltamos, observando cómo tras colisionar con la segunda o contigua, la última bola del extremo opuesto se eleva formando un ángulo aproximadamente igual al ángulo inicial de la primera bola, quedándose el resto en reposo. El movimiento se repite en sentido contrario, y así sucesivamente hasta que finaliza el movimiento.</p> <p>C. Se puede repetir la experiencia desplazando inicialmente dos bolas, y observando que al final también se desplazan dos bolas finales un mismo ángulo. En el caso de un número impar de bolas (por ejemplo 5), resulta más problemático para el estudiante razonar que ocurrirá si se desplazan inicialmente 3 bolas (es decir, se elevan también tres bolas, participando una de ellas tanto en la desviación inicial como en la final).</p> <p>D. Se puede experimentar con cualquier otra configuración. Por ejemplo, se pueden desplazar simultáneamente las dos bolas de los dos extremos (con igual ángulo). Al soltar, observaremos como tras la colisión, las otras tres bolas centrales permanecen en reposo y las bolas de los extremos regresan a su posición inicial (aproximadamente recuperando el mismo ángulo). Análogamente se pueden desplazar dos bolas a la vez (las dos primeras y las dos últimas, quedando en este caso la bola central en reposo).</p>	

Explicación

Con el fin de simplificar la explicación, se puede considerar el caso de únicamente un péndulo formado por dos bolas (caso A del apartado anterior). La extensión al caso de más bolas resulta directa.

En la figura se muestra las distintas fases (instantes) de la colisión entre las dos bolas: 1) movimiento del péndulo incidente antes de la colisión, 2) colisión, instantes previo y posterior, y 3) movimiento del péndulo saliente. Conviene explicar claramente a los estudiantes los procesos de cada una de estas fases, ya que es algo que generalmente conduce a confusión.



- 1) Movimiento del péndulo incidente antes de la colisión: intervalo comprendido entre el instante en que, desplazada un cierto ángulo, se suelta el péndulo incidente, hasta el instante anterior al impacto con el segundo péndulo. Actúa la fuerza gravitatoria, que es conservativa. Luego se conserva la energía mecánica. Inicialmente solo hay energía potencial del péndulo (ya que la velocidad de la bola es nula), y en el instante final únicamente tendremos el término de energía cinética (altura de la bola nula según la figura). Por conservación de la energía mecánica tendremos:
 $E_{p,i} + E_{c,i} = E_{p,f} + E_{c,f}$

$$E_{p,i} + 0 = 0 + E_{c,f} \Rightarrow m_1 \cdot g \cdot h_1 = (1/2) \cdot m \cdot v_1^2, \text{ siendo } v_1 = \sqrt{2gh_1} \text{ con } h = l \cdot (1 - \cos\alpha)$$

- 2) Colisión de los dos péndulos: la bola 1 impacta con la bola 2, quedando la bola 1 en reposo e iniciando la bola 2 su movimiento. En la colisión, en ausencia de fuerzas externas se conserva el **momento lineal del sistema** (Ec. 1) y si es elástica, se conserva la **energía cinética del sistema** (Ec. 2) (en este caso no hay variación de energía potencial). Igualando P y E del sistema entre el instante anterior y el posterior a la colisión

$$m_1 \cdot v_1 + 0 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad \rightarrow \quad v_1 - v_1' = v_2' \quad (1)$$

$$(1/2) \cdot m_1 v_1^2 + 0 = (1/2) \cdot m_1 v_1'^2 + (1/2) \cdot m_2 v_2'^2 \quad \rightarrow \quad v_1^2 - v_1'^2 = (v_1 + v_1') \cdot (v_1 - v_1') = v_2'^2 \quad (2)$$

A partir de las Ecs. (1) y (2), se puede obtener el siguiente resultado: $v_1' = 0$ y $v_1 = v_2'$. Por lo tanto, después del choque la bola 1 queda en reposo y la bola 2 adquiere una velocidad que es igual a la velocidad que tenía la bola 1.

- 3) Movimiento del péndulo saliente después de la colisión: intervalo comprendido entre el instante posterior a la colisión (la bola 2 inicia su movimiento tras la colisión), hasta el instante en que alcanza la altura máxima justo antes de invertir su movimiento. En este caso se puede aplicar lo discutido en el apartado (1), obteniendo que en este caso la altura que alcanza la bola 2 será: $h_2 = \frac{v_2'^2}{2g}$, que teniendo en cuenta el resultado anterior ($v_1 = v_2'$), conduce a

$h_2 = h_1$. Es decir, la altura que alcanza la bola 2 es la misma que la altura inicial que tenía la bola 1.

En colisiones como las que tenemos en este caso, en el instante anterior y posterior a la colisión (fase 2) los péndulos se encuentran prácticamente verticales, por lo que la suma de fuerzas es nula. Además, las fuerzas internas involucradas en la propia colisión son mucho más grandes que las fuerzas externas, por lo que éstas son despreciables. De ahí que se pueda aplicar [1].

En realidad, la colisión no es completamente elástica, por lo que habría que introducir un coeficiente de restitución próximo (pero diferente) a 1. Además, una parte de la energía mecánica se pierde en rozamiento con el aire, por lo que el movimiento se va amortiguando hasta finalizar y por tanto las alturas (h_1 , h_2) van disminuyendo.

Si están involucrados más péndulos en la colisión, por ejemplo, dos péndulos colisionan contra otros dos, el análisis es idéntico, solo que ahora se tendría una masa $2m$.

Si se tienen 5 péndulos y se suelta uno solo desde una altura h (caso B), cada péndulo colisiona cuasi-elásticamente con el contiguo, transmitiendo momento y energía, hasta que sólo el último se eleva con el mismo ángulo que el inicial. Los cálculos realizados más arriba siguen siendo válidos. Y lo mismo sucede si se elevan dos o tres péndulos inicialmente (caso C): se elevan dos o tres al final (análogamente para otras configuraciones, caso D).

Comentarios y sugerencias

- Esta Demo se puede relacionar con las **Demos 5 y 105**.

-La Demo incluye una cartulina graduada que se puede colocar en el péndulo para observar mejor que las alturas antes y después de la colisión son aproximadamente iguales.

-La Demo incluye unos trozos de plastilina de forma que se puede colocar un trozo en cualquier bola y observar qué ocurre con el movimiento del péndulo. Se puede simular la colisión inelástica sólo con dos péndulos (caso A inelástico), o cualquier de los demás casos. Por ejemplo, si se pone el trozo de plastilina entre las dos últimas bolas (de forma que quedan unidas), se observa que al desplazar la bola inicial y tras la colisión, salen despedidas las dos bolas del final pero alcanzando una menor altura. Se puede hacer razonar a los estudiantes que ocurriría si las bolas fuesen de distinto tamaño (por ejemplo añadir plastilina a la última bola en la parte exterior, para aumentar su masa) o si no estuvieran todas ellas en contacto.

- Se puede iniciar una discusión interesante planteando a los estudiantes otros tipos de movimiento en los que también se conserva la energía y la cantidad de movimiento, pero no se observan en el péndulo de Newton. Por ejemplo, siguiendo con el caso de las 3 bolas y asumiendo una velocidad inicial relativa de 1, no se observa que desplazando una, el resultado final sea que esta misma bola invierta su movimiento con una velocidad de $-1/3$ y las otras dos se desplacen en sentido contrario a la primera con velocidades de $2/3$ cada una. Sin embargo, este caso cumple la conservación de la energía y la cantidad de movimiento. Una posible explicación se puede atribuir al efecto que tienen las fuerzas de compresión en las interfaces de las bolas durante el choque. Siguiendo con el caso de las 3 bolas, lo que ocurre es que la fuerza en la interfaz [1,2] que actúa sobre la bola 1 es suficiente para dejar la bola 1 en reposo después de su colisión con la bola 2, mientras que la fuerza en la interfaz [2,3] es la misma y también suficiente para llevar a la bola 3 desde el reposo hasta una velocidad igual a la de la bola 1 después de la colisión. Las fuerzas sobre la bola 2 (interfaces [1,2] y [2,3]) son iguales y de sentido contrario, por tanto la bola 2 permanece en reposo. Para una mayor información se pueden consultar las siguientes fuentes:

- <https://www.lhup.edu/~dsimanek/scenario/cradle.htm>
- F. Herrmann, and P. Schmalzle, 1981, "Simple explanation of a well-known collision experiment", Am. J. Phys. 49(8), 761-764.

Advertencias

Colocar la cuna de Newton en una superficie llana y lisa, para evitar que la estructura oscile, lo que daría lugar a un movimiento de todos los péndulos no justificable como se ha hecho en la explicación.