# DEMO 126 — Carritos unidos a muelles y oscilaciones acopladas.

**ATENCIÓN: SE NECESITA TAMBIÉN LA DEMO 5**

*Fig 1. Carril inclinado y móvil con muelles en los dos extremos*

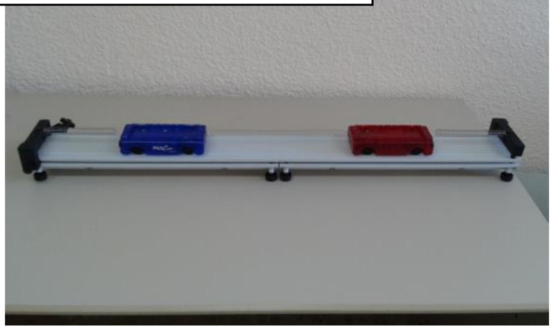

*Fig. 2 Carril y móviles acoplados con los tres muelles.*

| | |
|---|---|
| **Autor de la ficha** | Oscar Vives |
| **Palabras clave** | Movimiento armónico simple, ley de Hooke, oscilaciones acopladas, sistemas de muelles en serie o en paralelo. |
| **Objetivo** | Observar el movimiento oscilatorio en un carril mediante muelles y observar las oscilaciones acopladas de dos móviles sobre un carril con tres muelles. |
| **Material** | Carril desmontable de plástico, con topes en los dos extremos y soporte para la varilla vertical en uno de ellos. Varilla vertical de soporte. Carrito móvil (m=250 g). 2 muelles (k=6.8 N/m) y 1 muelle de k=3.4 N/m (sin marca). Cronómetro. NECESARIO MATERIAL DEMO 5 |
| **Tiempo de Montaje** | Unir las piezas del carril y los muelles a los topes y el carrito o carritos (5 min) |

## Descripción demo 1: combinaciones de muelles

Se unen dos piezas del carril con los topes en los extremos, para tener 1 m de longitud. Se inclina el carril unos 30º (usar la segunda marca de celo en la varilla, así no resbala). Unir el muelle al enganche superior del carrito. El segundo muelle se unirá al enganche inferior del mismo lado (cuidado! está bastante escondido, el orificio está casi en el interior del carrito) o al superior del lado opuesto en los distintos experimentos. Luego se une el otro extremo del muelle al enganche superior (o inferior en caso de un segundo muelle en paralelo) del tope del carril.

**Movimiento Armónico Simple. Oscilaciones con muelles**

El muelle es el ejemplo más sencillo de Movimiento Armónico Simple. El periodo de oscilación de una masa unida a un muelle viene dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

con T el periodo de la oscilación, m la masa y k la constante del muelle. Por lo tanto, midiendo el periodo de oscilación podremos determinar la constante del muelle o las constantes efectivas de diversas combinaciones de muelles.

**Oscilaciones acopladas.**

**1.-** Colocar el carrito (m=250 g) con un solo muelle conectado al extremo elevado del carril. Desplazar el carrito unos 10 cm y soltar. Medir el periodo de 3 oscilaciones. Repetir la medida varias veces (4 o 5). Calcular el periodo promedio.

2.- Unir dos muelles en serie (conectados uno al otro, Fig 5.2) al tope del extremo elevado y al enganche del carrito. Repetir la medida del periodo de oscilación y calcular el periodo promedio.

3.- Colocar los dos muelles en paralelo, uno al enganche superior y otro al inferior del carrito y a los enganches superior e inferior del tope (de momento no existe...). Medir el periodo de oscilación como en el punto 1. Calcular el periodo promedio.

4.- Unir un muelle al enganche superior de cada lado del carrito y los muelles al enganche superior de cada uno de los topes del carril (Fig 5.4). Medir el periodo de oscilación y calcular el periodo promedio.

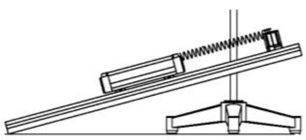

Figure 5.1: Single spring

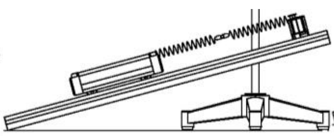

Figure 5.2: Springs in series

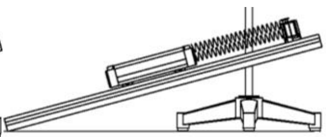

Figure 5.3: Springs in parallel

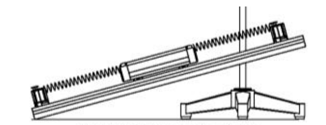

Figure 5.4: Springs on opposite ends

| **Muelles** | Medida 3T (1) | Medida 3T (2) | Medida 3T (3) | Medida 3T (4) | T Promedio | T Teórico |
|---|---|---|---|---|---|---|
| único | | | | | | |
| serie | | | | | | |
| paralelo | | | | | | |
| lados opuestos | | | | | | |

Usando las medidas de los periodos calcular las constantes efectivas de las distintas combinaciones. ¿Cuál es la combinación (serie o paralelo) que nos da k'=2k? ¿y cuál da k' = k/2 ? Discutir las razones usando la ley de Hooke. La combinación de muelles en extremos opuestos ¿es equivalente a muelles en serie o en paralelo?, ¿porqué?

## Descripción demo 2: oscilaciones acopladas

MODOS NORMALES DE VIBRACIÓN: Se unen dos piezas del carril con los topes en los extremos, para tener 1 m de longitud. Unir los muelles a los enganches de los carritos con el muelle de k=3.4 N/m entre los dos carritos. Unir los extremos libres de los muelles a los enganches del tope del carril.

Tenemos dos móviles de masa $m$, unidos a los extremos del carril con dos muelles de constante $k$ y unidos entre si por un muelle de constante $k'$. Si $x_1$y $x_2$ son los desplazamientos de las dos masas a partir de la posición de equilibrio, las ecuaciones diferenciales resultantes son:

$$\frac{d^2(x_1+x_2)}{dt^2}+\frac{k}{m}(x_1+x_2)=0\,, \qquad \frac{d^2(x_1-x_2)}{dt^2}+\frac{k+2k'}{m}(x_1-x_2)=0$$

por tanto tenemos dos MAS de frecuencias $\omega_1=\sqrt{\frac{k}{m}}$ y $\omega_2=\sqrt{\frac{k+2k'}{m}}$ y las soluciones para las posiciones de los dos móviles son:

$$x_1=\frac{x_{0\,1}+x_{0\,2}}{2}\cos(\omega_1 t)+\frac{x_{0\,1}-x_{0\,2}}{2}\cos(\omega_2 t)\,, \qquad x_2=\frac{x_{0\,1}+x_{0\,2}}{2}\cos(\omega_1 t)-\frac{x_{0\,1}-x_{0\,2}}{2}\cos(\omega_2 t)$$

1.- Desde el punto de equilibrio, desplazar simultáneamente los dos carritos 10 cm a la derecha y soltar. Este es el modo simétrico de oscilación (los móviles oscilan en fase). Medir el periodo de 3 oscilaciones. Repetir la medida varias veces (3 o 4). Calcular el periodo promedio y obtener la frecuencia del modo simétrico.

2.- Desde el punto de equilibrio, desplazar los dos carritos unos 6 cm en direcciones opuestas y soltar. Este es el modo antisimétrico de oscilación (los moviles oscilan en oposición de fase). Medir el periodo de 3 oscilaciones. Repetir la medida varias veces (3 o 4). Calcular el periodo promedio y obtener la frecuencia del modo antísimétrico.

**<u>Transmisión de la energía entre los dos moviles.</u>**

Si en la solución general para los dos móviles tomamos $x_{0\,1}=0$, y solo desplazamos el segundo móvil $x_{0\,2}$ :

$$x_1=x_{0\,2}\sin(\frac{\omega_2+\omega_1}{2}t)\sin(\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t)\,, \qquad x_2=x_{0\,2}\cos(\frac{\omega_2+\omega_1}{2}t)\cos(\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t)$$

Manteniendo fijo uno de los móviles desplazar el segundo 10 cm del punto de equilibrio y soltar. El primer muelle empieza a oscilar mientras el segundo está casi parado. Con el tiempo las oscilaciones del primer muelle se reducen mientras que las del segundo aumentan en amplitud y luego las oscilaciones se intercambian entre los dos móviles iterativamente. La amplitud de oscilación esta modulada por la frecuencia más pequeña, $(\omega_2-\omega_1)/2$. Medir este periodo como el tiempo que transcurre entre tres instantes sucesivos en los que el primer carrito esté (casi) completamente parado. Repetir la medida varias veces (3 o 4). Calcular el periodo promedio y obtener la frecuencia de modulación $(\omega_2-\omega_1)/2$.

Comparar la frecuencia de modulación con las frecuencias de los modos normales y comprobar que es igual a $(\omega_2-\omega_1)/2$

| **Muelles** | Medida 3T (1) | Medida 3T (2) | Medida 3T (3) | Medida 3T (4) | T Promedio | T Teórico |
|---|---|---|---|---|---|---|
| m simétrico | | | | | | |
| m antisimétrico | | | | | | |
| f modulación | | | | | | |

| | |
|---|---|
| **Comentarios y sugerencias** | Discutir el MAS con la ley de Hooke para entender que pasará con 2 muelles en serie o paralelo.<br>Se puede variar la frecuencia de modulación cambiando el muelle entre los dos carritos. Es conveniente que k' sea bastante más pequeño que k . |
| **Advertencias** | **ATENCIÓN**: Cuidado con los imanes de los carritos y los topes. No acercar los imanes de neodimio de los móviles a memorias o tarjetas magnéticas. |