

DEMO 144

Monocordio: afinación pitagórica



Autor de la ficha	Ramón Cases
Palabras clave	Monocordio, intervalo musical, consonancia, escala diatónica, frecuencia.
Objetivo	Reproducción de algunos intervalos musicales de la escala pitagórica utilizando el <i>monocordio</i> .
Material	Monocordio, cuerdas, afinador (hay muchas apps para móvil, como Cadenza o Soundcorset)
Tiempo de Montaje	Unos diez minutos para afinar el monocordio y analizar los intervalos

Descripción

Cuando hacemos sonar a la vez dos cuerdas iguales y con la misma tensión, pero con longitud diferente, oímos un acorde agradable al oído únicamente cuando las longitudes de las cuerdas están en proporción de dos números enteros pequeños. El efecto musical que se produce se llama *consonancia*. Por ejemplo, si las longitudes de las cuerdas están en proporción dos a uno, suena un *intervalo* de octava; si la proporción es de tres a dos, el intervalo es de una quinta; si la proporción es de cuatro a tres, se forma una cuarta. Octavas, quintas y cuartas son las consonancias de la música griega.

Este descubrimiento se le atribuye a Pitágoras (VI a.C.), quien habría utilizado para sus estudios matemático-musicales el *monocordio*. El monocordio es una caja hueca, que actúa de caja de resonancia, con dos soportes fijos en los extremos, sobre los que se tensa una cuerda con ayuda de una clavija. Un tercer soporte móvil (puente) permite dividir la cuerda en segmentos de diferentes longitudes, medibles con una regla de doce partes iguales que hay pegada a la caja (ver fotografía).

Pitágoras desconocía la relación que existía entre la frecuencia a las que vibraban las cuerdas y su longitud. Hoy sabemos que, para una tensión dada, la frecuencia de vibración es inversamente proporcional a la longitud de la cuerda. Por tanto, sus intervalos asociados a la relación de longitudes, se pueden expresar como relaciones inversas entre frecuencias de las notas involucradas. Según esto, los *intervalos consonantes pitagóricos* en términos de frecuencias serían:

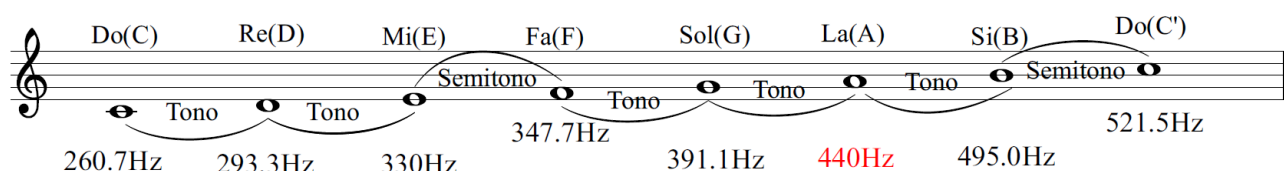
Cociente de frecuencias	1:1	1:2	2:3	3:4
Nombre intervalo	Unísono	Octava	Quinta	Cuarta

La escala pitagórica está basada en estos intervalos consonantes. Se puede construir por adición o sustracción de cuartas, quintas y octavas. Podemos partir de una frecuencia arbitraria f del Do, y subimos una cuarta; así tendremos $(\frac{1}{1} \times \frac{4}{3})f = \frac{4}{3}f$, nota que llamamos Fa. Si subimos una quinta de nuevo desde el Do obtenemos $(\frac{1}{1} \times \frac{3}{2})f = \frac{3}{2}f$ que llamamos Sol. Una octava desde el Do nos daría $(\frac{1}{1} \times \frac{2}{1})f = 2f$, que es la misma nota, una octava por encima (Do⁺).

Si bajamos ahora una cuarta desde el Sol tendremos $(\frac{3}{2} \div \frac{4}{3})f = \frac{9}{8}f$ (Re). Subiendo una quinta desde el Re obtenemos $(\frac{9}{8} \times \frac{3}{2})f = \frac{27}{16}f$ (La). Si desde el Re subimos el intervalo obtenido previamente entre Do y Re obtenemos $(\frac{9}{8} \times \frac{9}{8})f = \frac{81}{64}f$ (Mi). Y este mismo intervalos desde el La nos da $(\frac{27}{16} \times \frac{9}{8})f = \frac{243}{128}f$ (Si), completando así las 8 notas de la llamada *escala diatónica pitagórica*. En la tabla siguiente aparecen los resultados encontrados.

Notas Escala	Do (C)	Re (D)	Mi (E)	Fa (F)	Sol (G)	La(A)	Si (B)	Do (C')
Frecuencias	f	$\frac{9}{8}f$	$\frac{81}{64}f$	$\frac{4}{3}f$	$\frac{3}{2}f$	$\frac{27}{16}f$	$\frac{243}{128}f$	$2f$
Relación de Intervalos	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{256}{243}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{256}{243}$	

Podemos observar que todos los intervalos excepto dos, son iguales (relación de frecuencias 9/8). Los intervalos entre el Mi y el Fa y entre el Si y el Do (semitonos diatónicos pitagóricos) son iguales entre sí (relación 256/243), pero menores que el resto. En la figura siguiente podemos observar la representación de las diferentes notas de la escala, y las frecuencias asociadas a cada nota, tomando como referencia los 440 Hz de la nota La central del piano. Como nuestra percepción de los intervalos musicales es logarítmica, los intervalos con la misma relación de frecuencias, los percibimos como iguales. Por eso, por ejemplo, los intervalos Do-Re y Sol-La nos parecen iguales; lo mismo ocurre con los semitonos Mi-Fa y Si-Do' (la diferencia de las frecuencias de las notas aumenta, pero la diferencia de sus logaritmos no cambia).



Utilización del monocordio

Por medio de las clavijas, tensar las dos cuerdas del monocordio para que estén afinadas al Do central del piano (C4 del afinador).

Hacer sonar simultáneamente las dos cuerdas poniendo los puentes en distintas posiciones para obtener diferentes intervalos. Observar los intervalos consonantes y los disonantes. Con ayuda del afinador se pueden identificar las distintas notas que resultan. Así podremos verificar sobre la escala a qué intervalos están asociadas.

1. Unísono: relación de longitudes 1:1 (sin puentes) Notas resultantes C4-C4
2. Tono: relación 9:8 (un puente en la posición 9 de la regla y el otro en la 8). (F4-G4)
3. Cuarta: relación 4:3 (una cuerda sin puente y la otra en la posición 9) (C4-F4)
4. Quinta: relación 3:2 (una cuerda sin puente y otra en la 8) (C4-G4)
5. Sexta: relación 27:16 (utilizando las unidades más pequeñas de la regla, un puente en la posición 54 y la otra en la 32) (D4-B4)
6. Octava: relación 2:1 (una cuerda sin puente y la otra en el centro)(C4-C5)

También podemos hacer sonar las dos cuerdas con otras relaciones arbitrarias y observar que el resultado es poco o nada armónico.

Advertencias	<p>Se puede afinar el monocordio a cualquier nota, pero conviene no tensar demasiado la cuerda para evitar su rotura.</p> <p>Hay que hacer notar que los afinadores usan la afinación temperada, que no coincide exactamente con la afinación pitagórica, aunque para nuestros propósitos su uso está justificado.</p>
Bibliografía	<ol style="list-style-type: none"> 1. White, Harvey E. and White, Donald H., <i>Physics and Music, the Science of Musical Sound</i>. New York: Dover, 1980 2. Goldáraz Gaínza, J. Javier, <i>Afinación y temperamento históricos</i>. Madrid: Alianza Música, 2004