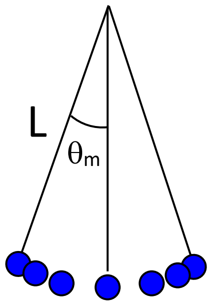
DEMO 165 — El péndulo: estudio de las oscilaciones




Autora de la ficha	Chantal Ferrer Roca, Javier Cervera Montesinos, Maria Jesús Hernández Lucas
Palabras clave	Oscilaciones, péndulo, péndulo simple, frecuencia, periodo, amplitud
Objetivo	Comprender el movimiento de oscilación, en articular el oscilador armónico simple, y las magnitudes que lo caracterizan a través de un dispositivo como el péndulo. Determinación de la aceleración de la gravedad a través de la medida del periodo de las oscilaciones.
Material	Bases pequeña y grande, varilla desmontable de 75 cm (3 varillas de 25 cm) y otra de 25 cm, nuez con gancho, bolas pequeña y grande con gancho, hilo de poliamida, cronómetro digital, cinta métrica.
Tiempo de Montaje	5 min

Descripción

Se dice que Galileo Galilei quedó fascinado con el péndulo y su funcionamiento desde joven, al observar las oscilaciones de la lámpara de la catedral de Pisa. Lo que si es cierto es que aplicó el método galileano (lo que ahora conocemos como método científico) a su estudio: uniendo el método experimental y los razonamientos de tipo matemático para la comprensión y racionalización de los fenómenos físicos, y para la obtención de aplicaciones. De hecho, fue Galileo quien propuso el péndulo (1641) como mecanismo regulador del tiempo en los relojes, aunque el primer prototipo fue construido por Christiaan Huygens (1657). Aquí vamos a reproducir algunas de las experiencias y observaciones galileanas sobre el péndulo y se plantearán algunas consideraciones más actuales que amplían su formulación y su horizonte.

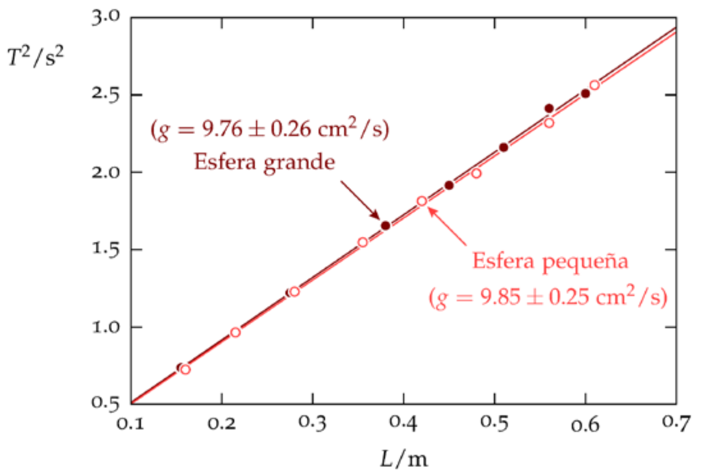


- <u>Medida del periodo del péndulo</u>: Sujeta el péndulo con una longitud L intermedia del hilo, medida desde el extremo fijo del hilo hasta el centro de la pesa. Por ejemplo, L=32 cm. Desvía la pesa de la posición de equilibrio, formando un pequeño ángulo con la vertical (por ejemplo, 10-15º) y suéltalo. Observa que oscila alrededor del eje vertical entre dos posiciones máximas simétricas. La desviación máxima θ_m respecto a la vertical es la AMPLITUD. El tiempo de ida y vuelta a la posición de máxima desviación (o cualquier otra intermedia) es el PERIODO T. Toma una de estas posiciones como referencia, y cronometra (con el temporizador del móvil) el tiempo Dt que tarda en realizar 10 vaivenes. Luego el periodo T= Dt/10= 11,4/10=1,14 s

- <u>Cambiando la amplitud:</u> se repite la medida anterior variando (por ejemplo, duplicando) la amplitud (20-30 º). Se observa que el periodo no cambia (o lo hace mínimamente, dentro del margen de incertidumbre de la medida). Esto es lo que se llama ISOCRONISMO del péndulo y se verifica siempre que los ángulos de desviación no sean demasiado grandes (el arco que describe bastante menor que la longitud del hilo).

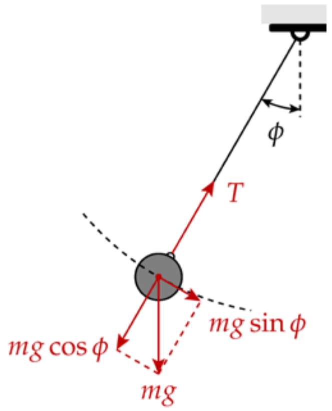
- Cambiando la masa: Haz la demostración con cada una de las dos bolas de diferente masa) y una longitud de cuerda similar para comprobar la independencia del periodo de oscilación con la masa del objeto.

- Cambiando la longitud: Acorta la longitud del hilo a la mitad. Observamos que el periodo es menor. Repetimos la medida y ahora obtenemos Dt'=8 s y T'=t/10=0,8 s. Podemos ver que la relación entre los periodos para las dos longitudes $(T/T')^2=1{,}43^2=2=L/L'$. Se puede decir que el cuadrado del periodo depende de la longitud.



Hacer la demostración para diferentes longitudes de la cuerda. Vemos que, efectivamente, el periodo al cuadrado y la longitud son proporcionales. Luego el perido depende de $\sqrt{L}$. Lo mínimo sería utilizar dos longitudes suficientemente diferentes (por ejemplo $L \approx 30$ cm y $L \approx 60$ cm). Adicionalmente se pueden utilizar más puntos y realizar un ajuste lineal, aunque sería más una práctica de laboratorio que una demostración. Con el ajuste se puede además determinar la aceleración de la gravedad a partir del ajuste lineal de τ^2 en función de L. Todo esto se puede hacer con una bola o con las dos.

Explicación El péndulo como oscilador armónico y valor teórico de su periodo



Consideremos un objeto de masa m puntual que pende de un punto de apoyo fijo por medio una cuerda liviana e inextensible de longitud L. Si desplazamos el objeto de su punto de equilibrio observaremos como comenzará a oscilar con un movimiento pendular. Al dibujar el diagrama de sólido libre observamos que la fuerza peso se puede descomponer en una componente perpendicular a la trayectoria (y paralela a la cuerda, $mg\cos\phi$, donde g es la aceleración de gravedad y ϕ es el ángulo que forma la cuerda sobre el eje vertical) y una componente tangencial a la trayectoria (y perpendicular a la cuerda, $mg\sin\phi$). La componente del peso perpendicular a la trayectoria junto con la tensión T de la cuerda dan lugar a la aceleración centrípeta (a_c) que produce el cambio de dirección de la velocidad del objeto

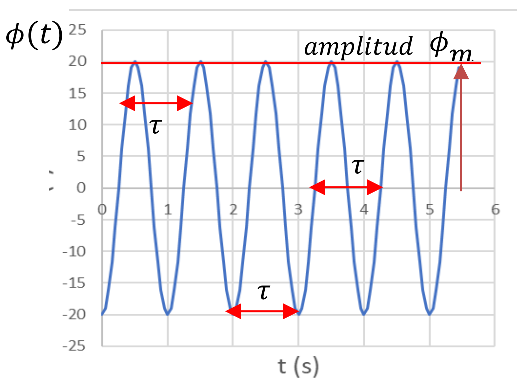
$$T - mg\cos\phi = ma_c = m\,\frac{v^2}{L}$$

Por su parte, la componente tangencial a la trayectoria genera la aceleración tangencial (a_t) que cambia el módulo de la velocidad y que podemos relacionar con la variación del ángulo ϕ

$$mg\sin\phi = ma_t = -mL\frac{d^2\phi}{dt^2} \to g\sin\phi = -L\frac{d^2\phi}{dt^2}.$$

Para ángulos ϕ pequeños podemos aproximar $\sin\phi \approx \phi$ de forma que la ecuación resultante $(d^2\phi/dt^2 + (g/L)\,\phi = 0)$ es la ecuación de un **movimiento armónico simple con un periodo $\boldsymbol{\tau = 2\pi\sqrt{L/g}}$**.

Por tanto el periodo es proporcional a la raíz cuadrada de la longitud *L* pero independiente de la masa *m* del objeto.



Entonces, el ángulo de desviación respecto a la vertical varía en función del tiempo como una función sinusoidal

$$\phi(t) = \phi_m \sin(\omega t + \varphi)$$

donde φ es una fase inicial arbitraria, y la pulsación $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Por otro lado: $T^2 = \frac{4\pi^2}{g}L$. Luego la pendiente de la gráfica experimental obtenida permite determinar g. Los valores obtenidos aparecen sobre la gráfica y coinciden con su valor tabulado dentro del margen de incertidumbre. En

particular teniendo en cuenta que no se ha considerado que sobre el péndulo actúa el rozamiento con el aire, el hecho de que la pesa no es puntual, etc.
Si la masa no pudiera considerarse como puntual, como una varillla, un columpio, etc (péndulo físico), es posible demostrar que la expresión de la oscilación es similar, solo que con una longitud efectiva determinada por el momento de inercia del cuerpo.

- El péndulo como un modelo sencillo de cualquier tipo de oscilación
  Todos los cuerpos tienen movimientos de oscilación de diferente tipo, con resultados a veces muy complejos y con diferentes frecuencias de oscilación: los instrumentos musicales, el cuerpo humano, los átomos, las estrellas y planetas. Por su simplicidad experimental y teórica, el péndulo, como también la masa unida a un muelle, son sistemas muy sencillos que se constituyen en paradigmas del movimiento oscilatorio armónico simple y en modelos explicativos de esas otras oscilaciones más complejas. De ahí su importancia. Un cuerpo

- El péndulo para la introducción al concepto de incertidumbre en la medida
  Por su fácil montaje, la demostración podría utilizarse para introducir el concepto de incertidumbre de tipo aleatoria y cómo determinar la incertidumbre a partir de la precisión del cronómetro y de una serie de medidas.

Sugerencias	Dependiendo de si es la esfera grande o pequeña el ángulo inicial puede ser diferente (mayor para la esfera pequeña). Como es fácil de montar y de desmontar conviene hacer unas pruebas antes de la sesión en la que se vaya a mostrar. La longitud de la cuerda (que no es del todo fácil de medir) debería estar entre 30 cm y 60 cm. Si solo se va a hacer una longitud, la visualización será mejor con la bola de mayor tamaño y una longitud en torno a los 50 cm.
Advertencias	Introducir la cuerda por el soporte de las bolas puede ser complicado (es como enhebrar una aguja). Puede realizarse antes de la sesión de demostración. Independientemente de cuándo se haga es conveniente tener unas tijeras a mano por si es necesario recortar un trozo de cuerda. Aunque la base es bastante estable, es posible que se produzca un giro de la barra central al utilizar la bola grande si la desviación inicial es muy grande o si la barra no está bien atornillada. Aunque no es decisiva en general a la hora de determinar el periodo de oscilación, la interacción con el aire y la posición de la cuerda sobre el gancho producen con el tiempo (i) que la oscilación pueda cambiar de plano de giro y (ii) que se vaya frenando.
Bibliografía	En las simulaciones Phet de la Universidad de Colorado se puede encontrar una simulación que puede complementar la demostración: https://phet.colorado.edu/en/simulations/pendulum-lab Un experimento más sofisticado (que necesita material adicional) se puede encontrar en: J. Alho, H. Silva, V. Teodoro, G. Bonfait, “A simple pendulum studied with a low-cost wireless acquisition board”, Phys. Educ. 54 (2019) 015015. Galileo Galilei “Discursos y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias” (1638)