

DEMO 180

Resonancias en varillas elásticas

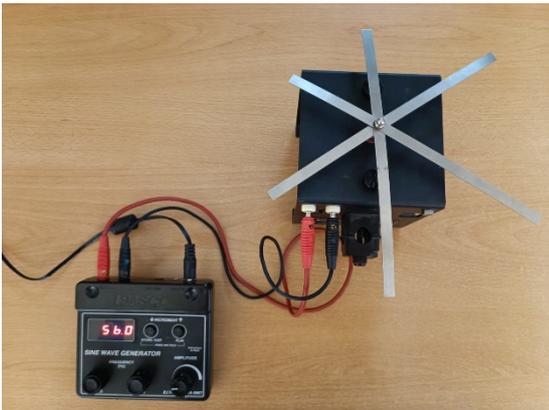


Figura 1



Figura 2

Autor de la ficha	Domingo Martínez García
Palabras clave	Modos normales de vibración, resonancia, varillas elásticas
Objetivo	Observar el fenómeno de resonancia en varillas metálicas (acero) de distinta longitud. Medir las frecuencias de resonancia (modos normales de vibración) en función de la longitud y estimar el valor del módulo de Young de las varillas.
Material	Conjunto de seis varillas de acero de distinta longitud, vibrador mecánico y generador de frecuencia y amplitud variables.
Tiempo de Montaje	2 minutos

Descripción

- 1- Abrir las varillas, de manera que queden dispuestas radialmente desde el punto central y fijarlas al vibrador mecánico (ver figura 1). Conviene asegurarse de que el conector de las varillas entra completamente en la sujeción del vibrador mecánico.
- 2- Verificar que el generador de onda sinusoidal está en modo “off” y el mando de amplitud al mínimo, y conectar el alimentador de corriente del generador de onda sinusoidal a la entrada “power”. A continuación, conectar la salida del generador (output) a la entrada del vibrador mecánico (ver figura 1).
- 3- Poner el generador en modo “on” y seleccionar una frecuencia inicial de 15 Hz y una amplitud pequeña.

4 - Subir poco a poco la frecuencia (es suficiente en pasos de 1 Hz) hasta observar secuencialmente las frecuencias de resonancia de las distintas varillas. A una determinada frecuencia, una de las varillas tiene una amplitud de vibración grande, en comparación con el resto (ver figura 2). La amplitud del generador debe ser pequeña, sobre todo para las varillas de longitudes grandes, ya que, para una amplitud del generador determinada, la amplitud de vibración transmitida en resonancia es mayor cuanto más larga es la varilla, y puede hacer que el conjunto de varillas gire. No obstante, para visualizar de manera óptima la resonancia de las varillas más cortas es posible que sea necesario aumentar un poco la amplitud del generador. Las longitudes y valores de frecuencias de resonancia medidas son las de la tabla adjunta. Observamos que las frecuencias de resonancia aumentan al disminuir la longitud.

Longitud (cm)	f (Hz)
13.5 ± 0.3	21 ± 2
12.5 ± 0.3	26 ± 2
11.5 ± 0.3	31 ± 2
9.5 ± 0.3	46 ± 2
8.5 ± 0.3	62 ± 2
7.5 ± 0.3	82 ± 2

Explicación

Las frecuencias de los modos normales de vibración de una varilla elástica sujeta por un extremo se obtienen resolviendo la ecuación ondas con las condiciones de contorno adecuadas. La frecuencia, f_n , del modo normal n de vibración se puede expresar como:

$$f_n = C_n \sqrt{\frac{YI}{\rho ab}} \frac{1}{L^2} \quad (1)$$

siendo C_n un coeficiente que depende de cada modo n , Y el módulo de Young de la varilla, ρ la densidad, L la longitud, a y b las dimensiones de la sección transversal e $I = ab^3/12$ el momento de inercia de la sección transversal (rectangular) de la varilla. Los primeros valores de C_n son: $C_1 = 0.56$, $C_2 = 3.51$, $C_3 = 9.82$, $C_4 = 19.24$, ...

Si forzamos la vibración de la varilla con un vibrador mecánico externo, cuando la frecuencia del vibrador coincide con la frecuencia de un modo normal, para una varilla de longitud L , se produce el fenómeno de resonancia y la amplitud transmitida a la varilla de dicha longitud alcanza un máximo. Como vemos en la expresión (1), los modos de vibración varían con el inverso de la longitud de la varilla al cuadrado, por lo que al ir aumentando la frecuencia la secuencia de resonancias observada es para las varillas de mayor a menor longitud, como queda reflejado en la tabla de datos. De hecho, las frecuencias observadas corresponden a los modos $n = 1$ para las distintas varillas. Si representamos dichas frecuencias en función de $1/L^2$, podemos comprobar el comportamiento lineal, tal y como se ve en la figura 3.

De la pendiente ($m = 0.44 \pm 0.04 \text{ m}^2/\text{s}$) se puede obtener una estimación del módulo de Young del material (acero inoxidable) de las varillas. Para ello, se puede considerar un valor estimado para la densidad del acero inoxidable $\rho \sim 7800 \text{ kg/m}^3$. Y si tenemos en cuenta el valor del coeficiente C_1 , las dimensiones laterales de las varillas ($a = 8,0 \text{ mm}$ y $b = 0,51 \text{ mm}$), se obtiene un módulo de Young, $Y \sim 220 \pm 20 \text{ GPa}$, que concuerda bastante bien con los valores tabulados para el acero inoxidable, que están en torno a 200 GPa (depende del tipo de acero inoxidable).

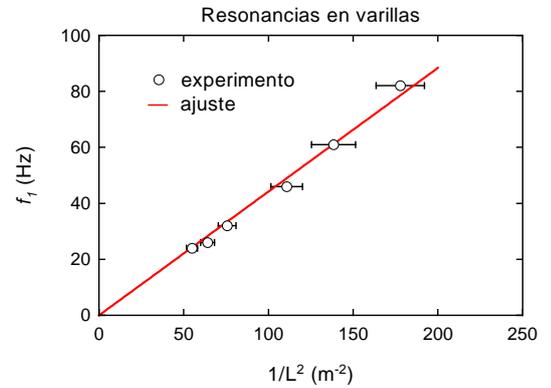


Figura 3

<p>Sugerencias</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Se puede hacer un estudio únicamente cuantitativo, para poner de manifiesto el fenómeno de resonancia, es decir que el sistema (varilla) tiene unas frecuencias propias de vibración, de tal manera que sólo cuando la frecuencia del vibrador externo coincide con una frecuencia propia del sistema, la amplitud transmitida al mismo es relevante (máxima). - Con un micrófono y software de adquisición de la señal medida por el mismo, se podría medir la amplitud de vibración de las varillas y, por tanto, determinar más finamente la frecuencia a la que se produce la resonancia (máxima amplitud).
<p>Referencias</p>	<p>http://www.sc.ehu.es/sbweb/ocw-fisica/ondas/movimiento/vibracion_barra/vibracion_barra1.xhtml y referencias incluidas.</p>