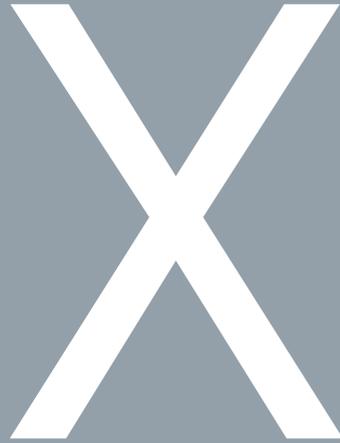


ANIVERSARIO



PREMIO ROTARY  
CLUB VALENCIA CENTRO  
al Fomento del Trabajo  
Experimental en Física  
1988 2013





*A todos los que han hecho posible este aniversario  
¡Felicidades!*

XXV ANIVERSARIO PREMIO ROTARY CLUB VALENCIA CENTRO  
AL FOMENTO DEL TRABAJO EXPERIMENTAL EN FÍSICA.  
1988-2013.

Pedro González Marhuenda

Valencia, 2014.

Edita:

Fire Drill Ediciones

C/ Morella 6-2 Valencia 46003

[www.firedrill.es](http://www.firedrill.es)

Colaboradores:

Facultat de Física, Universitat de València

Rotary Club Valencia Centro

Diseño:L3C

Impresión: Laimprenta CG

ISBN: 978-84-938028-0-6

ANIVERSARIO

X

PREMIO ROTARY  
CLUB VALENCIA CENTRO  
al Fomento del Trabajo  
Experimental en Física  
1988 2013

X

V

# PRÓLOGO

Desde su fundación en el año 1985, el Rotary Club Valencia Centro ha querido demostrar su interés por la educación a través de actuaciones con la Universidad. La más antigua - y la más importante - es la que corresponde al Premio al Fomento del Trabajo Experimental en Física.

En 1987 el Club me encargó plasmar de alguna forma este interés en la Facultad de Física, siendo yo colaborador de cátedra en esa época. Después de algunas reflexiones con el Profesor D. José Adolfo de Azcárraga, pensé que lo más fácil sería premiar al mejor expediente académico de la entonces Licenciatura de Física, simplificando el trabajo del jurado. Pero los profesores, y sobre todo D. José María Artigas, vieron la posibilidad de estimular el interés de los estudiantes por las prácticas de laboratorio mediante la creación de un premio que recompensara el mejor experimento original, experimento que luego pasaría a formar parte del elenco de prácticas en las siguientes promociones. El proceso de selección de los premiados debía ser totalmente hermético a cualquier influencia, aun involuntaria, del Club. Debían de haber barreras estancas entre quien da el premio y quien lo recibe, de ahí que el Jurado fuera compuesto por profesores designados directamente por la Facultad de Física. Con estas ideas en mente, se redactaron las bases del premio que siguen vigentes hoy exceptuando menores modificaciones.

Veinticinco años no han pasado en vano. El trabajo conjunto de estudiantes y profesores ha dejado huellas. Se han innovado y mejorado las prácticas de laboratorio así como el interés de los estudiantes por la física experimental. Hay que felicitar a los premiados por la calidad de su trabajo, calidad avalada por la persistencia de muchos experimentos premiados como prácticas de laboratorios, y también por la publicación en revistas científicas de trabajos derivados de los experimentos presentados. Quiero agradecer sus esfuerzos a los estudiantes que participaron sin poder llegar al final. Seguro que en su esfuerzo por crear algo original aprendieron mucho. Dar las gracias a los tutores, guías discretos que dedicaron horas de trabajo para asegurar que su grupo fuera por buen camino y evitar que se embarcase en alguna vía muerta. A los jurados, que dedicaron tiempo en comprobar la calidad de los experimentos y, a veces, en decidir entre candidatos de igual mérito. Y felicitar a D. Pedro González Marhuenda por el magnífico y laborioso trabajo de recopilación que ha hecho, de manera voluntaria y altruista.

El Rotary Club Valencia Centro se muestra muy agradecido al ver que la iniciativa de publicar este libro surgió de la Facultad de Física, y lo considera como un reconocimiento a su labor de apoyo a la Universidad.

Juan Bauzá Aoustin  
*Rotary Club Valencia Centro*

Más de 25 años de colaboración entre la sociedad, en este caso formada por los miembros del Rotary Club Valencia Centro, y la Facultat de Física de la Universitat de València han hecho posible que hoy vea la luz editorial esta compilación de los trabajos experimentales de innovación de los laboratorios docentes de Física, llevados a cabo en este tiempo por estudiantes bajo la tutela de muchos profesores de la Facultad. El apoyo a la Universidad que se demanda cada vez más a la sociedad es para nosotros un viejo pilar con el que hemos contado y que nos obliga a reconocer a los miembros de este Rotary Club sus valores de defensa de la ciencia, tan necesitada de ellos en estos momentos de crisis económica.

La realización de los trabajos de laboratorio que se describen en este libro ha exigido el interés curioso de los estudiantes que han intervenido en ellos por resolver las cuestiones prácticas que se planteaban en cada caso y la atención científica, detallada y desinteresada de los profesores tutores de estos trabajos. A todos ellos va dedicado este libro, agradeciéndoles su esfuerzo y empeño en lograr los mejores resultados posibles con materiales, en ocasiones, muy poco sofisticados y que requerían un esfuerzo de imaginación para su uso.

También es de agradecer la dedicación de las comisiones de valoración de los trabajos que cada curso se presentaban para optar al concurso, formadas por profesores responsables de alguno de los laboratorios de la Facultad con mucha experiencia en el laboratorio además de por miembros del Club Rotary. En muchas ocasiones no les ha sido fácil discriminar entre trabajos de naturaleza muy distinta y gran interés científico y pedagógico para llegar a distinguir a un ganador del concurso.

De manera especial le damos las gracias al profesor Dr. Pedro González Marhuenda por su trabajo minucioso y desinteresado en la recuperación de los trabajos presentados al concurso a lo largo de estos 25 años y por la confección de este libro.

Es para la Facultat de Física un orgullo colaborar en la edición de este libro. Como profesores nos produce una gran satisfacción la constatación, año tras año, del aprovechamiento que los jóvenes estudiantes hacen de la tutela del profesorado de la Facultad en su proceso de formación científica. Animamos a continuar en esta senda a las futuras promociones de estudiantes.

Soledad Gandía Franco  
*Decana de la Facultat de Física*



## ÍNDICE

<b>EL PREMIO ROTARY CLUB VALENCIA CENTRO</b>	<b>11</b>
<b>PRÁCTICAS PRESENTADAS A CONCURSO</b>	<b>16</b>
<b>PRÁCTICAS GANADORAS DEL PREMIO ROTARY</b>	<b>32</b>
<b>I PREMIO ROTARY</b>	
Transmisión del Calor por Convección: Construcción de un Anemómetro de Hilo Caliente	<b>34</b>
<b>II PREMIO ROTARY (A)</b>	
Cálculo de Magnitudes Físicas: Empleo de un Cronómetro de Precisión Variable	<b>38</b>
<b>II PREMIO ROTARY (B)</b>	
Medura de l'Emissivitat i l'Absortivitat de Superfícies Selectives a l'Energia Solar	<b>44</b>
<b>III PREMIO ROTARY</b>	
Experiencias con Microondas	<b>50</b>
<b>IV PREMIO ROTARY</b>	
Medidas de la Onda Evanescente y del Coeficiente de Transmisión en Ondas Electromagnéticas	<b>58</b>
<b>V PREMIO ROTARY</b>	
Resonancias de Ondas Electromagnéticas	<b>70</b>
<b>VI PREMIO ROTARY</b>	
Ondas Acústicas	<b>78</b>
<b>VII PREMIO ROTARY</b>	
Orden versus Caos (Un Mundo Abierto)	<b>84</b>
<b>VIII PREMIO ROTARY</b>	
Medida de la Permitividad Dieléctrica de Líquidos Polares	<b>96</b>
<b>IX PREMIO ROTARY</b>	
Ley de los Gases Ideales	<b>104</b>
<b>X PREMIO ROTARY</b>	
Medida del Gradiente del Índice de Refracción en un Medio Estratificado	<b>110</b>
<b>XI PREMIO ROTARY</b>	
Sistemas Guiadores con Simetría de Traslación: Guía de Ondas Rectangular	<b>118</b>
<b>XII PREMIO ROTARY</b>	
Determinación Indirecta de la Velocidad de la Luz en el Vacío mediante un Circuito Resonante	<b>126</b>

<b>XIII PREMIO ROTARY</b>	
Desarrollo de una Aplicación mediante Software SCADA	<b>132</b>
<b>XIV PREMIO PRÁCTICA DE LABORATORIO</b>	
Estudio Comparativo entre las Leyes de Stokes y Newton	<b>136</b>
<b>XVI PREMIO ROTARY</b>	
Láser de Cavidad Abierta: Estabilidad y Modos Transversales	<b>142</b>
<b>XVII PREMIO ROTARY</b>	
Dipolos Magnéticos	<b>150</b>
<b>XVIII PREMIO ROTARY</b>	
Análisis Estático y Dinámico de un Sistema Lineal con Distribución de Masa No Uniforme	<b>160</b>
<b>XIX PREMIO ROTARY</b>	
Termodinámica de Interfases Líquido-Aire	<b>170</b>
<b>XX PREMIO ROTARY</b>	
El Arco Iris: de la Retrorreflexión en una Esfera a su Observación en la Naturaleza	<b>184</b>
<b>XXI PREMIO ROTARY</b>	
Corrientes de Foucault. Medida de la Conductividad Eléctrica por Inducción Electromagnética	<b>198</b>
<b>XXII PREMIO ROTARY</b>	
Efecto Fotoeléctrico. Determinación Experimental de la Intensidad de Corriente Fotoeléctrica en una Cámara de Ionización Abierta	<b>210</b>
<b>XXIII PREMIO ROTARY</b>	
Guías de Ondas Electromagnéticas	<b>220</b>
<b>PUBLICACIONES. PRÁCTICAS EN USO</b>	<b>232</b>
<b>EPÍLOGO</b>	<b>246</b>
<b>AGRADECIMIENTOS</b>	<b>248</b>



UNIVERSITAT  
ID VALÈNCIA  
Facultat de Física

## GRADO/LICENCIATURA EN FÍSICA



CLUB ROTARY  
VALENCIA CENTRO

## XXV PREMIO ROTARY 2013

### CLUB VALENCIA CENTRO

Fecha límite para preinscribirse: **1 de octubre de 2013.**

Fecha límite para presentar la documentación: **1 de octubre de 2013.**

**PREMIO DE 1.000 EUROS**

#### BASES DEL CONCURSO

1. El trabajo consistirá en el diseño y realización de una práctica de laboratorio, correspondiente a una asignatura del Grado en Física, preferentemente de carácter obligatorio.
2. Podrán concursar todos los estudiantes matriculados en el Grado o la Licenciatura de Física de la Universitat de València en el momento de la preinscripción.
3. Los trabajos podrán ser presentados por más de un estudiante, hasta un máximo de tres y bajo la supervisión de un profesor o profesora de la Facultad, que asumirá las funciones de tutoría.
4. La práctica necesariamente deberá estar funcionando, antes del fallo del jurado, en cualquiera de los laboratorios de prácticas del Grado.
5. Habrá un **1º PREMIO Rotary Club Valencia Centro**, dotado con **1000 Euros** y un **2º PREMIO Facultat de Física**, dotado con **500 Euros**.
6. Ambos premios podrán quedar declarados desiertos.
7. El Jurado estará formado por profesores de la Facultad de Física, preferentemente responsables de los laboratorios docentes de la Facultad de Física, y estará presidido por el Presidente del Rotary Club Valencia Centro o persona en quien delegue. El Profesor Tutor no podrá formar parte del jurado.
8. La decisión del Jurado será inapelable.
9. Se valorará principalmente la originalidad, capacidad demostrativa del fenómeno físico estudiado, redacción de la memoria explicativa así como cualquier otro aspecto que el Jurado estime oportuno. En cualquier caso, será imprescindible incluir un guión detallado de la práctica tal y como se propone para su desarrollo en el laboratorio docente de destino, aportando los resultados correspondientes.
10. Para concursar será necesario presentar una preinscripción antes del **1 de octubre 2012**, mediante un formulario depositado en la sección de anuncios de la página [web](#) de la Facultad de Física o en la secretaría del centro. En dicho formulario, además de los datos básicos de la práctica y de los concursantes, deberá constar el laboratorio de destino y una firma del responsable que garantice como factible la ubicación posterior de la práctica en dicho laboratorio. La documentación final explicativa de la práctica se presentará antes del **1 de octubre 2012**, aportando una copia impresa de la memoria explicativa y un fichero electrónico.
11. La entrega de los premios se realizará en un acto académico que será anunciado oportunamente.

 Facultat de Física

## EL PREMIO ROTARY CLUB VALENCIA CENTRO AL FOMENTO DEL TRABAJO EXPERIMENTAL EN FÍSICA

En el curso 2012-2013 se cumplió el vigésimo quinto aniversario del *Premio Rotary Club Valencia Centro al Fomento del Trabajo Experimental en Física*. El premio nació, en el curso 1987-1988, de una iniciativa conjunta de colaboración entre la Facultad de Física de la Universidad de Valencia, a cuyos estudiantes iba dirigido, y el Rotary Club Valencia Centro (RCVC) que lo patrocinaba económicamente.

La convocatoria del I Premio Rotary Club Valencia Centro (1987-1988) establecía una dotación económica de 100.000 pesetas (600 euros) para premiar, mediante concurso, la elaboración de una práctica de laboratorio de primer ciclo de la Facultad de Física. Las bases académicas del concurso establecidas en esta primera convocatoria se han mantenido en lo esencial inalteradas en las ediciones posteriores, pudiendo resumirse actualmente en los siguientes términos:

- 1\_** se establece un premio para el diseño y realización de una práctica para un laboratorio docente, preferentemente relacionado con una asignatura de carácter obligatorio para los estudiantes de la Facultad de Física.
- 2\_** los concursantes, alumnos de la Facultad a nivel individual o en grupos de un máximo de tres componentes, han de presentar una memoria de la práctica propuesta argumentando el interés de la misma para la descripción de algún fenómeno físico y detallando el montaje y los resultados obtenidos. Adicionalmente deben presentar un guion de laboratorio para su uso como práctica docente.
- 3\_** el trabajo para el desarrollo de la práctica, realizado por los concursantes en horario no reglado, ha de ser supervisado por al menos un profesor de la Facultad, que ejerce de tutor<sup>1</sup>.
- 4\_** un Jurado, formado por profesores de la Facultad (en general responsables de los laboratorios docentes, excluyendo a los tutores) y presidido por el Presidente del RCVC o persona en quien delegue, es el encargado de valorar las prácticas presentadas a concurso y, en su caso, conceder el premio, que también puede ser declarado desierto. Para hacerse merecedora del premio una práctica ha de acreditar su calidad sobre la base de su originalidad, capacidad demostrativa del fenómeno físico estudiado, puesta en funcionamiento y presentación. La decisión del Jurado es inapelable.

(1) La exigencia de supervisión por un tutor, aunque implícita, no aparece expresamente en las convocatorias de las primeras ediciones.

El premio es entregado, en su caso, al ganador o a los ganadores, en un acto académico que clausura oficialmente cada edición anual.

El premio se instauró en un momento en que la universidad española estaba iniciando un importante periodo de crecimiento por el aumento en la dotación de recursos destinados a docencia e investigación. En particular, la Física Experimental, que en general había padecido en España una gran escasez de medios, iniciaba un importante desarrollo. En este contexto, el objetivo de fomentar el interés de los estudiantes por el trabajo experimental en Física, como instrumento esencial de su formación, cobraba especial relevancia.

Para la consecución de este objetivo era necesario que los laboratorios docentes de la Facultad tuviesen una buena dotación de prácticas y material que permitiera, por una parte, impartir una docencia de calidad a nivel experimental, y por otra, impulsar y apoyar el desarrollo de iniciativas experimentales por parte de los alumnos, aún a nivel de los primeros cursos de la carrera. En este sentido el recién creado Premio Rotary iba a jugar un papel de estímulo decisivo, no sólo por su cuantía económica sino también por el reconocimiento académico de todas las prácticas presentadas a concurso, las cuales quedaban montadas en los laboratorios docentes correspondientes y pasaban a formar parte del listado de posibles prácticas de formación a realizar por los alumnos de promociones posteriores.

Este reconocimiento hizo que el Premio Rotary adquiriera, ya desde sus primeras convocatorias, un merecido prestigio entre profesores y estudiantes de la Facultad, lo que a su vez fomentaba el deseo de éstos de concursar. Esta situación se ha mantenido en el transcurso del tiempo. De hecho, sólo en tres ediciones, de las veinticinco realizadas, no ha habido prácticas a concurso y esta ausencia se puede entender por razones coyunturales o sobrevenidas. Con respecto a éstas cabe mencionar que el número de prácticas presentadas ha sido, a veces, significativamente menor que el número de iniciativas experimentales emprendidas por alumnos con el fin de optar al Premio Rotary pero que, por una razón u otra (no viabilidad técnica de las propuestas, excesiva carga de trabajo, resultados no acordes con las expectativas...), no han podido completarse. Aun así, en numerosas ediciones la decisión del Jurado sobre la concesión del premio ha sido difícil de tomar debido al número prácticas presentadas con un alto nivel de calidad. Ya en la segunda edición, 1988-1989, se dio tal circunstancia, por lo que el Jurado propuso el reparto del II Premio Rotary entre dos prácticas. El RCVC decidió, excepcionalmente, dotar ese año el premio con la cantidad de 150.000 pesetas (900 euros), a repartir entre los dos grupos de estudiantes premiados. En la siguiente edición, 1989-1990, el Jurado recomendó la concesión de un Accésit, aparte del III Premio Rotary. Dicho Accésit fue dotado económicamente por

la Facultad de Física con la cantidad de 25.000 Pesetas (150 euros). Una situación análoga se repitió en la quinta (1991-1992) y sexta (1992-1993) ediciones.

En la octava edición (1994-1995) el RCVC elevó la dotación económica del Premio Rotary a 125.000 Pesetas (750 euros) y la Facultad dotó un accésit o Premio Asociado de 75.000 pesetas (450 euros). En la décima edición (1996-1997) se incrementó de nuevo la dotación económica del Premio Rotary, a 150.000 pesetas (900 euros). La Facultad concedió en esa edición un Premio Asociado de 50.000 pesetas (300 euros). También en la décimo segunda edición (1998-1999) la Facultad otorgó un Accésit de 62.500 pesetas (375 euros).

En el curso 2000-2001 no se contó con dotación económica del RCVC. Dada la importancia que el premio Rotary había adquirido en sus trece ediciones convocadas, en las que nunca había sido declarado desierto, la Facultad de Física decidió convocar, como continuación del mismo, el XIV Premio Práctica de Laboratorio, dotado con 100.000 pesetas (600 euros). La oportunidad de la convocatoria quedó patente por el número y calidad de las prácticas presentadas de tal manera que, aparte del premio, se decidió la concesión de dos Accésits de 25.000 pesetas (150 euros). Además, en el curso siguiente (2001-2002) el RCVC volvió a dotar económicamente, con 150.000 pesetas (900 euros), el XV Premio Rotary aunque por la ausencia de prácticas a concurso fue declarado desierto. Tal ausencia fue puramente coyuntural pues a la edición siguiente se presentaron cuatro prácticas a concurso, que es el mayor número de prácticas presentadas en una convocatoria si se exceptúa la primera.

Para la décimo sexta convocatoria (2002-2003) y ante la inminente desaparición de Ingeniería Informática e Ingeniería Electrónica como titulaciones de la Facultad de Física para convertirse en titulaciones propias de la Facultad de Ingeniería, de próxima creación, se acordó, entre la Facultad de Física y el RCVC, la reconversión del Premio Rotary en tres Premios Rotary separados, uno para la Licenciatura en Física, otro para Ingeniería Informática y un tercero para Ingeniería Electrónica.

Debido a la introducción del euro, el 1 de enero de 2002, como moneda común en la mayor parte de países de la Unión Europea, se ajustó la dotación económica de los premios de forma que el XVI Premio Rotary en Física se dotó con 600 Euros mientras que los I Premios Rotary en Informática y Electrónica fueron dotados con 300 Euros cada uno. Ello suponía una dotación global por el RCVC de 1.200 Euros. Por su parte, la Facultad decidió dotar económicamente un segundo y un tercer premios, con 300 Euros y 150 Euros respectivamente, para la convocatoria de la Licenciatura en Física. Dichos premios fueron denominados Premios de la Facultad de Física.

En la convocatoria siguiente (2003-2004) la dotación del Premio Rotary en Física aumentó substancialmente hasta los 1.000 Euros mientras que la Facultad decidió dotar un solo premio de 300 Euros. La dotación de este Premio de la Facultad de Física fue actualizada a 500 Euros en la convocatoria del XX Premio Rotary en Física. Este formato de un primer Premio Rotary dotado con 1000 Euros y un segundo premio de la Facultad de Física dotado con 500 Euros se ha mantenido vigente en las últimas convocatorias hasta el momento presente.

La constitución efectiva en el curso 2010-2011 del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES), nacido de la Declaración de Bolonia, firmada en junio de 1999 por los ministros de educación de los países miembros de la Unión Europea, supuso un cambio en la titulación de Física mediante la implantación del Grado en Física, de cuatro cursos de duración en España y homologado en todos los países del EEES, como sustituto de la Licenciatura en Física (de cinco años de duración y no homologable automáticamente). En la Facultad de Física de la Universidad de Valencia, a diferencia de otras Facultades en donde se optó por una implantación progresiva, los cuatro cursos del Grado en Física se implantaron simultáneamente permitiendo la incorporación al Grado de los estudiantes de Licenciatura que así lo decidieran. La convivencia temporal entre los títulos de Grado y Licenciatura en Física se ha reflejado en las convocatorias del Premio Rotary en Física que, desde el curso 2010-2011, están dirigidas tanto a estudiantes del Grado como a estudiantes de la Licenciatura.

Las dos últimas ediciones del Premio (XXIV y XXV) han sido declaradas desiertas por la falta de prácticas presentadas a concurso. A este hecho inusual han contribuido diversos factores. Por una parte, la convocatoria de la XXIV edición se retrasó, por problemas de organización, y prorrogó hasta bien entrado el curso 2011-2012. Por otra parte, la inscripción inicial de algunas prácticas no cristalizó en su presentación final a concurso.

En estos 25 años de historia, en que las convocatorias se han ido adaptando a los cambios habidos en la universidad, se han concedido un total de 22 Premios Rotary a los que hay que sumar otros 12 galardones, entre Accésits y Premios concedidos por la Facultad de Física. Aparte de los premios concedidos, hay que resaltar especialmente el elevado número de alumnos participantes, 95 (sin contabilizar los inscritos que no llegaron a presentar una práctica a concurso), y de profesores tutores diferentes, al menos 24 (en la documentación archivada de las primeras ediciones no aparecen los nombres de los tutores por lo que no han podido ser reproducidos en su integridad), con un total de 51 prácticas presentadas a concurso.

Hay que subrayar también que todos los laboratorios docentes de la Facultad de Física,

sin excepción, han tenido o aún tienen en funcionamiento algunas de estas prácticas. Más aún, a veces los autores y tutores han decidido publicar sus resultados fuera del ámbito de la Facultad de Física, bien como presentaciones en certámenes relacionados con el trabajo experimental en Física, bien como artículos en revistas. Así mismo, la experiencia didáctica derivada de los Premios Rotary ha dado lugar a comunicaciones en conferencias sobre Didáctica de la Física.

Cada edición anual del Premio Rotary se cierra con un acto de clausura, presidido por el Presidente del RCVC y el Decano de la Facultad de Física, en el cual se hace entrega del premio al ganador o a los ganadores<sup>2</sup>. En este mismo acto se hace entrega de los premios que la Facultad de Física haya decidido otorgar en dicha edición como complemento al Rotary. A continuación se reproducen algunas fotografías, correspondientes al acto de entrega del II Premio Rotary, procedentes del archivo personal de uno de los ganadores en dicha edición, quien las ha cedido cortésmente.



1\_ EL PRESIDENTE DEL RCVC EN EL ACTO DE ENTREGA DEL II PREMIO ROTARY

2\_ GRUPOS GANADORES DEL II PREMIO ROTARY JUNTO AL DECANO DE LA FACULTAD DE FÍSICA

En los capítulos siguientes se hace una recopilación de los datos referentes a todas las prácticas presentadas a concurso, seleccionando las ganadoras del Premio Rotary para hacer un breve resumen de cada una de ellas. También se recoge un índice de las publicaciones derivadas del desarrollo de algunas de las prácticas. Para finalizar se presenta un listado de las prácticas que actualmente siguen en uso en los laboratorios docentes de la Facultad, acompañando fotografías de sus montajes experimentales.

(2) En las primeras ediciones se entregaba al equipo ganador una placa conmemorativa que solía colocarse en el laboratorio en el cual estaba montada la práctica premiada. En algunos laboratorios aún se conservan esas placas.

PRÁCTICAS  
PRESENTADAS  
A CONCURSO

A continuación se presenta un listado de las prácticas presentadas a concurso en cada edición del Premio Rotary. El XIV Premio de Prácticas de Laboratorio, convocado por la Facultad de Física en sustitución de dicha edición del Premio Rotary, ha sido también incluido en este listado. La información ha sido principalmente extraída de los archivos en papel de la Facultad de Física, que contienen documentación de las distintas ediciones del Premio.

Para cada práctica se indican, en otros tantos apartados, la convocatoria, el título, los autores (en el orden en que figuraban en la memoria que presentaron), el curso que estudiaban cuando la realizaron y la titulación correspondiente en caso de que no sea Física (se usa I.I. por Ingeniería Informática, I.E. por Ingeniería Electrónica. D.O.O. por Diplomatura de Óptica y Optometría), el laboratorio docente de ubicación (LAB) y el tutor o tutores. Cuando no se dispone de algún dato el apartado correspondiente se deja en blanco. Así, por ejemplo, en la documentación de las nueve primeras ediciones del Premio Rotary no constan los nombres de los tutores. Por ello sólo aparecen alistados en dichas ediciones algunos nombres que, casi en su totalidad, corresponden a profesores en activo de la Facultad de los que se ha podido obtener tal dato.

La información sobre la práctica ganadora del Premio Rotary se alista en primer lugar y se remarca con negrita, excepto en lo referente al nombre del tutor que mantiene un formato único para todas las prácticas. Cuando alguna otra práctica ha recibido un *Accésit* o Premio de la Facultad de Física se alista a continuación y su información se remarca con cursiva. La ordenación de las restantes prácticas de una misma edición es arbitraria y no tiene connotación alguna respecto a su valoración por el Jurado. En cuanto a la denominación de los laboratorios se ha utilizado la actualmente en vigor, obviando los cambios de nombre que, a consecuencia de los cambios habidos en los planes de estudio, un mismo laboratorio ha tenido.

En el listado se han incluido, por completitud, las ediciones XV, XXIV y XXV en que no hubo prácticas a concurso, por lo que el premio fue declarado desierto.

CONVOCATORIA	TÍTULO
I : 1987-88	<p><b>Transmisión del calor por convección. Construcción de un anemómetro de hilo caliente</b></p> <p>Oscilaciones forzadas y amortiguadas</p> <p>Ley de enfriamiento de Newton: disipación de energía en un hilo conductor</p> <p>Experiencia de Young con luz linealmente polarizada</p> <p>El péndulo elástico</p>
II : 1988-89	<p><b>Cálculo de magnitudes físicas: empleo de un cronómetro de precisión variable</b></p> <p><b>Mesura de l'emissivitat i l'absortivitat de superfícies selectives a l'energia solar</b></p> <p>Estudio experimental de la presión de radiación sonora</p> <p>Noria de Lorenz</p> <p>El péndulo cicloidal</p>

AUTORES	CURSO	LAB TUTORES
<p><b>Sergio Díaz Domingo</b> <b>M<sup>a</sup> Jesús Francisco Galván</b></p> <p>Fernando Barber Miralles Rafael Berlanga LLavorí Enrique Amat Arocas</p> <p>Ricardo Ferris Castell Fernando Pardo Carpio</p> <p>Álvaro Pons Moreno Ildefonso Molina Jiménez</p> <p>José Bosch Bailach</p>	<p><b>5<sup>o</sup></b> <b>5<sup>o</sup></b></p> <p><b>2<sup>o</sup></b> <b>2<sup>o</sup></b></p>	<p><b>FÍSICA GENERAL</b> Alejandro Casanovas Vázquez</p> <p>FÍSICA GENERAL</p> <p>TERMODINÁMICA Ernesto López Baeza</p> <p>ÓPTICA Adelina Felipe Marcet</p> <p>MECÁNICA</p>
<p><b>Francisco Albiol Colomer</b> <b>Jorge Agramunt Ros</b></p> <p><b>M<sup>a</sup> del Mar Artigao Castillo</b> <b>Vicent María Gómez i Soler</b> <b>Victoria Roselló Botey</b></p> <p>Fernando Ballesteros Roselló Miguel A. García Jareño</p> <p>Xavier Calbet Álvarez</p> <p>Patricia Valadés Peña Conrado Bádenas Mengod</p>	<p><b>1<sup>o</sup></b> <b>1<sup>o</sup></b></p> <p><b>5<sup>o</sup></b> <b>5<sup>o</sup></b> <b>5<sup>o</sup></b></p> <p><b>2<sup>o</sup></b> <b>2<sup>o</sup></b></p> <p><b>5<sup>o</sup></b></p> <p><b>1<sup>o</sup></b> <b>1<sup>o</sup></b></p>	<p><b>FÍSICA GENERAL</b> Fernando Tena Sangüesa</p> <p><b>FÍSICA GENERAL</b> Alejandro Casanovas Vázquez</p> <p>MECÁNICA Amando García Rodríguez</p> <p>MECÁNICA</p> <p>FÍSICA GENERAL</p>

CONVOCATORIA	TÍTULO
<p>III : 1989-90</p>	<p><b>Experiencias con microondas</b></p> <p><i>Determinación de la constante de Planck a partir de la radiación de cuerpo negro</i></p>
<p>IV : 1990-91</p>	<p><b>Medidas de la onda evanescente y del coeficiente de transmisión en ondas electromagnéticas</b></p>
<p>V : 1991-92</p>	<p><b>Resonancias de ondas electromagnéticas</b></p> <p><i>Potencia Sonora</i></p>
<p>VI : 1992-93</p>	<p><b>Ondas Acústicas</b></p> <p><i>La viscosidad del aire</i></p> <p>Introducción al estudio de un fluido en movimiento</p>

AUTORES	CURSO	LAB TUTORES
<p><b>Ángeles Hernández Fenollosa</b>  <b>José L. Palau Aloy</b>  <b>Miguel A. Mora Ruiz</b></p> <p><i>Francisco Albiol Colomer</i>  <i>Beatriz Cano-Coloma Varo</i></p>	<p>4°  4°  4°</p> <p>2°  2°</p>	<p><b>ELECTROMAGNETISMO</b>  Miguel V. Andrés Bou</p> <p><i>FÍSICA CUÁNTICA</i>  Pedro González Marhuenda</p>
<p><b>Francisco Albiol Colomer</b>  <b>Sergio Navas Concha</b></p>	<p>3°  3°</p>	<p><b>ELECTROMAGNETISMO</b>  Miguel V. Andrés Bou</p>
<p><b>José Manuel Villalba Montoya</b>  <b>Frc. Javier Manjón Herrera</b>  <b>Antonio Guirao Piñera</b></p> <p><i>Stefan Krüger</i>  <i>Juan Francisco Pérez</i>  <i>Francisco Gálvez</i></p>	<p>3°  3°  3°</p>	<p><b>ELECTROMAGNETISMO</b>  Miguel V. Andrés Bou</p> <p><i>MECÁNICA</i></p>
<p><b>Joaquín Garcés Narro</b></p> <p><i>Ramón Rodrigo Bartual</i></p> <p>David Mas Candela  Salvador Ferrer Martínez</p>	<p>1°</p> <p>5°</p> <p>3°  3°</p>	<p><b>FÍSICA GENERAL</b>  Álvaro Pons Moreno</p> <p><i>FÍSICA GENERAL</i></p> <p>MECÁNICA</p>

CONVOCATORIA	TÍTULO
VI : 1992-93	Sistema resonante RLC no lineal
VII : 1993-94	<p><b>Orden versus Caos (un mundo abierto)</b></p> <p>Desarrollo de una librería de funciones y procedimientos en Turbo Pascal para el manejo de ventanas y menús</p>
VIII : 1994-95	<p><b>Medida de la permitividad eléctrica en líquidos polares</b></p> <p><i>Ondas de tensión Superficial</i></p>
IX : 1995-96	<p><b>Ley de los gases ideales</b></p> <p>Evolución de paquetes de ondas</p> <p>Control de volumen basado en una PLD</p>

AUTORES	CURSO	LAB TUTORES
Pilar Lozano Bernal María José Martínez Canet Pilar Matoses Meseguer Olga Vivó González	4° 4° 4° 4°	ELECTROMAGNETISMO Miguel V. Andrés Bou
<b>Antonio Guirao Piñera</b>  Carlos Enrique Gómez Gómez	5°  1°	<b>TERMODINÁMICA</b> Salvador Mafé Matoses José A. Manzanares Andreu  INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN
<b>Francisco Camarena Femenía</b> <b>Miguel Ángel Ballesteros Velasco</b>  <i>Encarna Cervilla Mateu</i> <i>Caty Soler Guillén</i>	3° 3°  3° 3°	<b>ELECTROMAGNETISMO</b> Miguel V. Andrés Bou  <i>MECÁNICA</i> Andrés Cantarero Sáez
<b>Sergio Muñoz Cano</b>  M <sup>a</sup> Carmen Bañuls Polo  Francisco José Blasco Abril Joaquín Costa Huerta	2°  5°  3° I.I. 3° I.I.	<b>TERMODINÁMICA</b>  FÍSICA CUÁNTICA  TECNOLOGÍA Y DISEÑO DE SISTEMAS DIGITALES

**CONVOCATORIA****TÍTULO****X : 1996-97****Medida del índice de refracción  
en un medio estratificado***Interacciones entre dipolos magnéticos***XI : 1997-98****Sistemas guidores con simetría traslacional****XII : 1998-99****Determinación indirecta de la velocidad de la luz  
en el vacío mediante un circuito resonante***Reflexión y transmisión de ondas planas***XIII : 1999-2000****Desarrollo de una aplicación  
mediante software SCADA**Estudio de las variaciones de los parámetros oculares  
durante la acomodaciónAnálisis de las características de un LED  
y determinación de la constante de Planck  
a partir de LED's

AUTORES	CURSO	LAB TUTORES
<p><b>José Juan Esteve Taboada</b> <b>Juan Antonio Monsoriú Serra</b></p> <p><i>José Mora Almerich</i> <i>César Domingo Pardo</i></p>	<p>4° 4°</p> <p>3° 3°</p>	<p><b>ÓPTICA</b> Amparo Pons Martí</p> <p><i>ELECTROMAGNETISMO</i> Miguel V. Andrés Bou</p>
<p><b>José Beltrán Ferrer</b> <b>Juan José Sepúlveda Linares</b></p>	<p>5° 5°</p>	<p><b>ELECTROMAGNETISMO</b> Enrique Navarro Camba</p>
<p><b>Iván Martí Vidal</b> <b>Manuel Vegara Llanes</b></p> <p><i>Miguel Regalado Querol</i> <i>Alfredo García Lacal</i></p>	<p>1° 1°</p> <p>5° 4°</p>	<p><b>FÍSICA GENERAL</b> Miguel Ángel Sanchis Lozano Benito Gimeno Martínez</p> <p><i>ÓPTICA</i> Joaquín Navasquillo Hervás</p>
<p><b>José Carlos García González</b></p> <p>María Maiques Pena</p> <p>Carlos Ayerbe Gayoso</p>	<p>4° I.E.</p> <p>2° D.O.O.</p>	<p><b>AUTÓMATAS PROGRAMABLES</b> Alfredo Rosado</p> <p><b>ÓPTICA FISIOLÓGICA I</b> Álvaro M. Pons Moreno</p> <p><b>FÍSICA CUÁNTICA</b> Pedro González Marhuenda</p>

**CONVOCATORIA****TÍTULO****XIV : 2000-01****Estudio comparativo entre  
las leyes de Stokes y Newton***Absorción de disoluciones:  
Ley de Lambert - Beer**Reflexión de ondas electromagnéticas:  
interfases y estructuras periódicas***XV : 2001-02**

Desierto

**XVI : 2002-03****Láser de cavidad abierta:  
estabilidad y modos transversales***Propiedades termodinámicas de un horno solar**Ósmosis: flujo de agua a través de una membrana*Obtención de los coeficientes de Fresnel en un  
dieléctrico líquido: medida del índice de refracción

AUTORES	CURSO	LAB TUTORES
<p><b>Juan José García Celma</b></p> <p><i>David Fuster Signes</i></p> <p><i>Pedro Pérez Millán</i> <i>M<sup>a</sup> Dolores Vicente Zanón</i></p>	<p>3<sup>o</sup></p> <p>5<sup>o</sup></p> <p>5<sup>o</sup> 5<sup>o</sup></p>	<p><b>MECÁNICA</b> Ana Cross Strötter</p> <p><i>ÓPTICA</i></p> <p><i>ELECTROMAGNETISMO</i> Miguel V. Andrés Bou</p>
<p><b>Elena Fernández Varó</b> <b>Teresa Mengual Chuliá</b></p> <p><i>Belén Mendioroz Delgado</i> <i>Beatriz Bolado Castañera</i></p> <p><i>Raquel Serna Pichat</i> <i>Javier Pérez Pérez</i> <i>Rubén Ronda Tur</i></p> <p>Cristina Apolinar Valiente María Carmen Mora Espí</p>	<p>4<sup>o</sup> 5<sup>o</sup></p> <p>5<sup>o</sup> 5<sup>o</sup></p> <p>2<sup>o</sup> 2<sup>o</sup> 2<sup>o</sup></p> <p>3<sup>o</sup> 3<sup>o</sup></p>	<p><b>ÓPTICA</b> Juan Carlos Barreiro Hervás</p> <p>TERMODINÁMICA Pilar Utrillas Esteban</p> <p>TERMODINÁMICA Javier Garrido Arilla</p> <p>ELECTROMAGNETISMO Joaquín Navasquillo Hervás</p>

CONVOCATORIA	TÍTULO
XVII : 2003-04	<p><b>Dipolos magnéticos</b></p> <p><i>Leyes de conservación de magnitudes mecánicas en dos dimensiones</i></p>
XVIII : 2004-05	<p><b>“Aventura en el Everest”, Análisis estático y dinámico de un sistema lineal con distribución de masa no uniforme</b></p>
XIX : 2005-06	<p><b>Termodinámica de interfases líquido - aire</b></p> <p><i>Ondas estacionarias en dos dimensiones: analogías mecánicas y cuánticas</i></p>
XX : 2006-07	<p><b>El arco iris: de los efectos de retroreflexión de la luz en una esfera a su observación en la naturaleza</b></p>
XXI : 2007-08	<p><b>Corrientes de Foucault. Medida de la conductividad eléctrica por inducción electromagnética</b></p>

AUTORES	CURSO	LAB TUTORES
<p><b>Raúl Lacomba Perales</b> <b>Javier Ruiz Fuertes</b></p> <p><i>Emilio Pastor Mira</i></p>	<p>4° 4°</p> <p>4°</p>	<p><b>ELECTROMAGNETISMO</b> Domingo Martínez García</p> <p><i>MECÁNICA</i> Ana Cross Strötter</p>
<p><b>Carlos Badía Agustí</b> <b>Diego M. Rodríguez Sánchez</b></p>		<p><b>MECÁNICA</b> Ana Cross Strötter</p>
<p><b>David Sánchez de la Peña</b> <b>Roberto Sanchis Ojeda</b></p> <p><i>Nuria Carrasco Vela</i> <i>E. Javier Garzón Alama</i></p>	<p>3° 3°</p> <p>3° 3°</p>	<p><b>TERMODINÁMICA</b> José A. Manzanares Andreu</p> <p><i>MECÁNICA</i> Emilio Higón Rodríguez</p>
<p><b>Héctor Navarro Fructuoso</b> <b>Emilio Miguel Sánchez Ortiga</b></p>	<p>5° 5°</p>	<p><b>ÓPTICA</b> Genaro Saavedra Tortosa</p>
<p><b>Celia Mª Pacheco Moreno</b> <b>José Alfonso Soto Otón</b></p>	<p>3° 3°</p>	<p><b>ELECTROMAGNETISMO</b> Domingo Martínez García</p>

CONVOCATORIA	TÍTULO
XXII : 2008-09	<b>Determinación experimental de la intensidad de corriente fotoeléctrica en una cámara de ionización abierta</b>
XXIII : 2009-10	<b>Guía de ondas electromagnéticas</b>  <i>Propiedades de las ondas: Efecto Doppler y atenuación</i>
XXIV : 2010-12	Desierto
XXV : 2012-13	Desierto

AUTORES	CURSO	LAB TUTORES
<b>Manuel Sobrino Rodríguez</b>	<b>5°</b>	<b>FÍSICA CUÁNTICA</b> Pedro González Marhuenda
<b>Alberto Sánchez Ortiz</b> <b>Ander Simón Estévez</b>	<b>3°</b> <b>3°</b>	<b>ELECTROMAGNETISMO</b> Miguel V. Andrés Bou
<i>Carlos Sánchez Mayordoma</i> <i>Jorge Pablo Rodríguez García</i>	<i>3°</i> <i>3°</i>	<i>FÍSICA GENERAL</i> Emilio Higón Rodríguez

PRÁCTICAS  
GANADORAS  
DEL PREMIO ROTARY  
RESUMEN DE CONTENIDOS

En esta sección se presenta un resumen explicativo de cada una de las prácticas ganadoras del Premio Rotary. El objetivo es acercar al lector al conocimiento del trabajo realizado por los estudiantes que, bajo la supervisión de un tutor, han desarrollado dichas prácticas. Los contenidos de los resúmenes han sido extraídos de las memorias presentadas a concurso por los estudiantes, las cuales se guardan en los archivos en papel de la Facultad de Física. En algún caso, en el que no hay memoria archivada, se ha utilizado la información proporcionada por el tutor para resumir el posible contenido de la misma.

Para confeccionar todos estos resúmenes se ha adoptado un único formato general (que a veces difiere del formato original de presentación) sobre la base de tres apartados: objetivos, fundamentación y procedimiento experimental. Este último apartado ha de entenderse en sentido amplio ya que incluye también resultados.

Los contenidos seleccionados tratan de reflejar el carácter diferenciado, tanto cualitativo como cuantitativo, de cada memoria, por lo que su extensión y detalle pueden variar significativamente de una práctica a otra. Como regla general se ha omitido la presentación de resultados en tablas numéricas, así como las referencias bibliográficas (que en general corresponden a textos básicos recomendados en las asignaturas obligatorias de la titulación correspondiente). Las gráficas presentadas son copias (escaneadas) de las gráficas que aparecen en las memorias archivadas (o, en su caso, en la documentación alternativa encontrada).

En cuanto a la lengua escrita usada para los resúmenes se ha respetado la de las memorias archivadas.

Cabe mencionar que dada la necesidad de concisión el autor de este compendio se ha permitido, en ocasiones, alguna licencia de interpretación y escritura sobre los contenidos de las memorias originales. Esto puede haber causado que los resúmenes contengan algún error o no reflejen fielmente dichos contenidos. De estos posibles errores o modificaciones se le ha de considerar como único responsable.

Por lo dicho, cada resumen ha de entenderse como una somera introducción a la práctica correspondiente, siendo imprescindible la consulta de la memoria original para una comprensión completa de la misma.

# I PREMIO ROTARY

1987 - 1988

LABORATORIO\_FÍSICA GENERAL

TRANSMISIÓN DEL CALOR  
POR CONVECCIÓN:  
CONSTRUCCIÓN  
DE UN ANEMÓMETRO  
DE HILO CALIENTE

SERGIO DíEZ DOMINGO

M<sup>a</sup> JESÚS FRANCISCO GALVÁN

## OBJETIVO

Comprobación de la transmisión del calor por convección.

## FUNDAMENTACIÓN

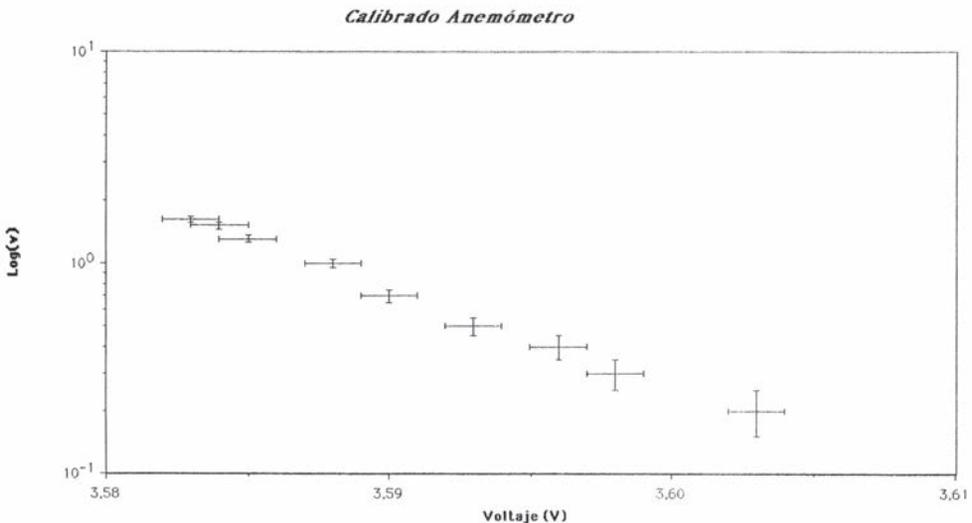
La transmisión del calor por convección consiste en el intercambio de energía térmica que se produce cuando un fluido, como por ejemplo aire, se pone en contacto con una superficie sólida que está a diferente temperatura. Se habla de convección forzada cuando una fuerza motriz externa mueve el fluido sobre la superficie.

## PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Para comprobar la transmisión del calor por convección forzada se utiliza un túnel de viento dentro del cual se fija, mediante orificios practicados en su pared, un hilo conductor eléctrico de platino, de longitud aproximadamente igual a la altura del túnel. Por el hilo se hace pasar una corriente eléctrica continua de intensidad constante que lo calienta por efecto Joule. El hilo cede calor al aire del interior del túnel por convección forzada ya que el aire es movido en el interior del túnel por un ventilador.

Como la resistencia de un conductor disminuye al hacerlo la temperatura, se produce, cuando hay convección forzada, una disminución de la diferencia de potencial (voltaje)  $V$  entre los extremos del hilo que se puede medir fácilmente. El producto de esta disminución de voltaje por la intensidad de corriente es igual a la potencia calorífica disipada en la convección forzada.

El ritmo de pérdida de calor depende de la velocidad del aire. Para estudiar esta dependencia se regula la velocidad del aire, variando la potencia del ventilador a la entrada del túnel, y se mide su valor con un anemómetro.



Se puede entonces representar la potencia calorífica disipada frente a la velocidad del aire. Como resultado se obtiene que la potencia disipada depende linealmente del logaritmo neperiano de la velocidad.

En la gráfica se muestra la medida de esta dependencia (la velocidad  $v$  se mide en m/s) usando  $V$  en lugar de la potencia disipada pues la relación entre ambas es constante.

A la inversa, si se utiliza como dato la curva obtenida de *potencia calorífica disipada – velocidad del aire*, el hilo caliente se puede utilizar como un anemómetro.

# || PREMIO ROTARY<sup>(A)</sup> 1988 - 1989

LABORATORIO\_FÍSICA GENERAL

CÁLCULO  
DE MAGNITUDES  
FÍSICAS: EMPLEO DE  
UN CRONÓMETRO DE  
PRECISIÓN VARIABLE

FRANCISCO ALBIOL COLOMER  
JORGE AGRAMUNT ROS

## OBJETIVO

Utilización de un oscilador eléctrico para construir un cronómetro. Aplicación a la medida de tiempos para determinar la aceleración de caída de cuerpos. Medida indirecta de momentos de inercia.

## FUNDAMENTACIÓN

Un cronómetro es un aparato de medida del tiempo. Todo cronómetro contiene un dispositivo que realiza un movimiento periódico regular conocido (engranaje de un reloj, péndulo, oscilador de cuarzo,...) y un contador que permite medir el número de periodos (por ej. el sistema de agujas en el caso del reloj). Cuanto menor sea el periodo del dispositivo mayor será la precisión en la medida del tiempo que se puede hacer con el cronómetro.

## PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Como cronómetro se utiliza un sistema *oscilador eléctrico-osciloscopio*. El oscilador eléctrico produce pulsos regulares (periódicos) de alta frecuencia. El osciloscopio actúa como contador pues permite visualizar en pantalla el número de pulsos generados en un tiempo determinado. Esto permite también medir el periodo (inverso de la frecuencia) del oscilador.

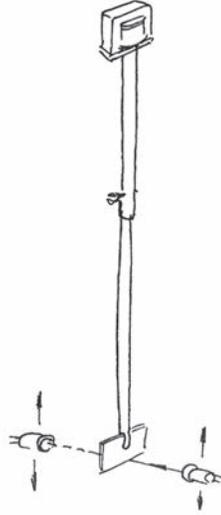
La medida precisa del tiempo que se puede hacer con este cronómetro (notar que se emplea una frecuencia de 10 MHz que corresponde a un periodo de 1 microsegundo) permite su utilización en experimentos de caída de cuerpos cuya duración es significativamente menor que 1s.

### Medida de la aceleración de la gravedad

Para medir la aceleración de la gravedad se deja caer libremente un cilindro metálico en posición vertical. Para ello el cilindro se sitúa en el interior de un electroimán que lo mantiene en suspensión tal que la base inferior del cilindro enrasa con la posición denominada de partida.

Tanto en la posición de partida como en la de llegada se sitúa una célula fotoeléctrica que detecta el paso de la base inferior del cilindro por dicha posición. La interrupción de la corriente en el electroimán libera el cilindro en el instante inicial y pone en marcha el contador de pulsos. El contador se detiene cuando la célula en la posición de llegada detecta el paso de la base inferior del cilindro. De esta manera se mide el tiempo de caída,  $t$ , mediante el número de pulsos contados.

Por otra parte la distancia entre las posiciones de partida y llegada,  $d$ , se mide con ayuda de una varilla telescópica.

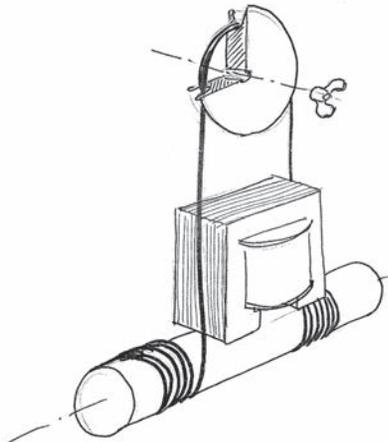


Un extremo de la varilla se coloca en contacto con la base inferior del cilindro y el otro extremo se alarga hasta que es detectado por la célula en la posición de llegada. La aceleración de la gravedad,  $g$ , se calcula como

$$g = \frac{2d}{t^2}$$

### Medida de momentos de inercia

Para la medida indirecta de momentos de inercia se utiliza la caída de un cuerpo rodante, en particular de un sistema simétrico formado por un tubo cilíndrico en posición horizontal, con o sin dos discos circulares adosados verticalmente a los extremos del tubo y centrados en el eje horizontal de éste. Este sistema cuelga de un hilo, que pasa por una polea (se supone despreciable el rozamiento del hilo con la polea) y se enrolla simétricamente a ambos lados del centro del eje.



La aceleración de caída se mide siguiendo el mismo procedimiento que en el apartado anterior (en este caso se puede enrasar la línea horizontal inferior del cilindro con la célula para definir la posición de partida). Esta aceleración,  $a$ , está relacionada con el peso del sistema rodante,  $P$ , y con la tensión que sobre él ejerce el hilo,  $T$ , en la forma

$$a = \frac{(P - T)}{m}$$

donde  $m$  es la masa del sistema.

Por otra parte, el momento de las fuerzas sobre el cilindro,  $M$ , está dado por

$$M = T \cdot R$$

siendo  $R$  el radio del cilindro. Como además

$$M = I \frac{a}{R}$$

siendo  $I$  el momento de inercia del tubo respecto al eje horizontal de giro, se tiene

$$I = \frac{(P - ma)R^2}{a}$$

Por tanto se puede determinar el momento de inercia a partir de la medida de  $a$  y de los valores conocidos de  $P$ ,  $m$  y  $R$ .



# III PREMIO ROTARY (B) 1988 - 1989

LABORATORIO\_FÍSICA GENERAL

MESURA DE  
L'EMISSIVITAT I  
L'ABSORTIVITAT DE  
SUPERFÍCIES SELECTIVES  
A L'ENERGIA SOLAR

M<sup>a</sup> DEL MAR ARTIGAO CASTILLO  
VICENT M<sup>a</sup> GÓMEZ I SOLER  
VICTORIA ROSELLÓ BOTEY

## OBJECTIU

Determinació dels coeficients radiatius, d'absorció i d'emissivitat, en relació a l'espectre solar, de mostres seleccionades.

## FONAMENTACIÓ

L'intercanvi de calor d'un cos (calfant-se o refredant-se) amb un altre té lloc, en el cas més general, de diverses maneres: per conducció, per convecció i per intercanvi radiatiu.

Tanmateix, si el cos està envoltat pel buit, sols es produeix l'intercanvi radiatiu.

La variació amb el temps de la temperatura del cos,  $\frac{dT}{dt}$ , està relacionada amb la variació amb el temps de la quantitat neta de calor intercanviat,  $\frac{dQ}{dt}$ , per

$$mc \frac{dT}{dt} = \frac{dQ}{dt}$$

$m$  és la massa del cos y  $c$  la seua capacitat calorífica per unitat de massa.

Un cos en equilibri amb el seu entorn emet i rep la mateixa quantitat de calor. Així, en equilibri  $\frac{dQ}{dt} = 0$  i  $\frac{dT}{dt} = 0$ .

Tots els cossos a temperatura no nul·la (la temperatura nul·la correspon al zero absolut) emeten radiació electromagnètica (a temperatura ambient el pic d'aquesta radiació està a l'infraroig). La potència radiativa emesa és

$$P = \varepsilon \sigma T^4 S$$

$\varepsilon$  és el *coeficient d'emissivitat* del cos,  $\sigma$  és la constant de Stefan-Boltzmann,  $S$  és la superfície del cos y  $T$  la temperatura absoluta del cos mesurada en graus Kelvin.

Si un cos està en equilibri a temperatura  $T_e$  la potència radiativa rebuda de l'entorn es igual a la emesa  $P_r = \varepsilon \sigma T_e^4 S$ . Quan el cos es calfa a temperatura  $T$  la potencia neta emesa serà

$$P_{neta} = \varepsilon \sigma (T^4 - T_e^4) S$$

D'altra banda si es fa incidir radiació sobre la superfície d'un cos, aquest absorbeix part d'ella. La potencia radiativa absorbida és

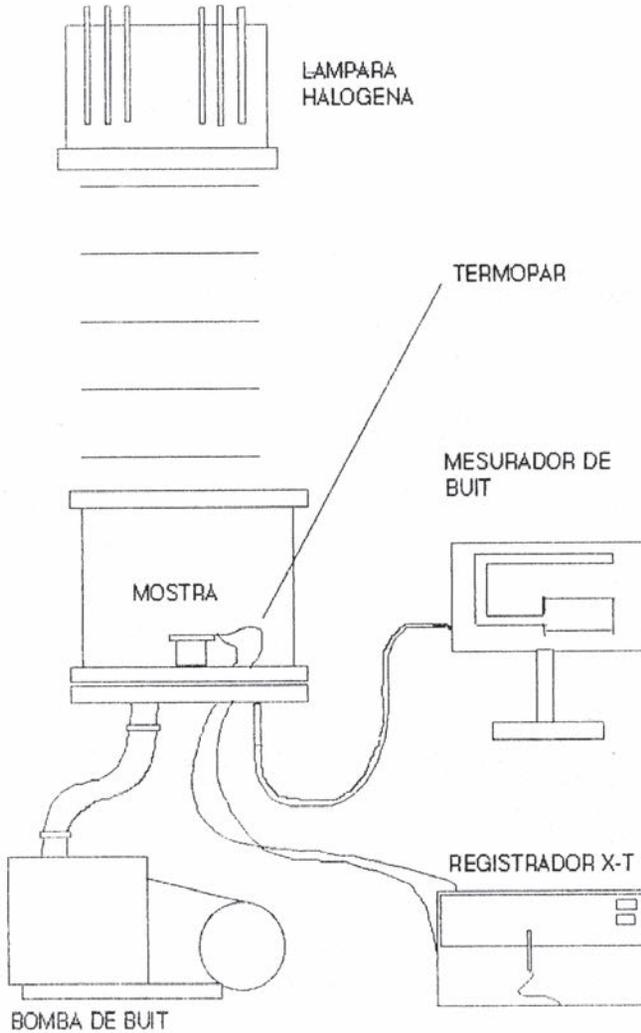
$$P_a = \alpha I S_{irr}$$

$\alpha$  es el *coeficient d'absortivitat* del cos,  $I$  la intensitat de radiació incident per unitat d'àrea i  $S_{irr}$  la superfície del cos irradiada.

Els coeficients d'absortivitat i d'emissivitat de la radiació depenen de la longitud d'ona d'aquesta. Per a un interval no molt gran de longituds d'ona es poden utilitzar valors mitjans constants que representen el comportament del cos en aquest interval.

## PROCEDIMENT EXPERIMENTAL

El esquema experimental és el següent:



Una mostra d'acer ferrític en forma de disc fi de secció  $A$ , dins d'una cambra de buit, es calfa amb una bombeta halògena simuladora de l'emissió solar. La potència absorbida per la superfície de la mostra s'inverteix en calfar la mostra la qual emetrà radiació en l'infraroig.

Per tant

$$\alpha IA = mc \frac{dT}{dt} + 2A\varepsilon\sigma(T^4 - T_e^4)$$

on  $T_e$  es la temperatura d'equilibri de la mostra abans de la irradiació i es suposa que quantitats iguals de radiació son emeses per ambdós costats de la mostra, per tant el factor 2 multiplicant la superfície del disc en l'últim terme a la dreta.

Reescriuint l'anterior expressió s'obté la expressió de la *corba de calfament*

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\alpha IA}{mc} - \frac{2A\varepsilon\sigma(T^4 - T_e^4)}{mc}$$

La temperatura de la mostra,  $T$ , creixerà fins arribar a una nova temperatura d'equilibri,  $T_s$ , que satisfarà

$$\alpha IA = 2A\varepsilon\sigma(T_s^4 - T_e^4)$$

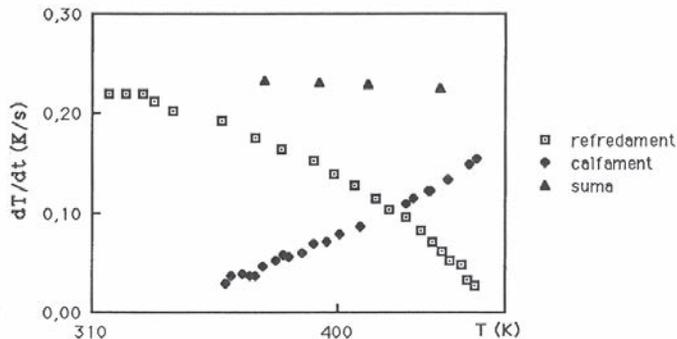
Una vegada assolida  $T_s$ , si deixa d'incidir radiació sobre la mostra, aquesta es refredarà segons la *corba de refredament*

$$\frac{dT}{dt} = \frac{2A\varepsilon\sigma(T^4 - T_e^4)}{mc}$$

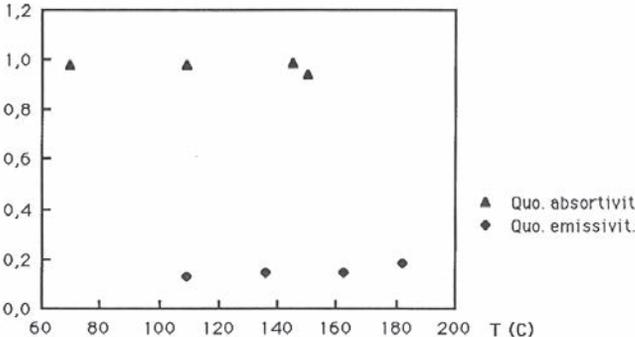
fins assolir la temperatura d'equilibri  $T_e$ .

Els valors de les magnituds  $A$ ,  $m$ ,  $c$  i el de la constant  $\sigma$  son coneguts.  $I$  es mesura amb una cèl·lula fotoelèctrica i  $T$  amb un termopar.

Les mesures realitzades es mostren en la gràfica següent:



A partir de la mesura de la corba de refredament s'obté  $T_e$  i  $\varepsilon$ . De la corba de calfament s'obté  $\alpha$ . Gràficament els resultats obtinguts son:



III PREMIO ROTARY  
1989 - 1990

LABORATORIO\_ELECTROMAGNETISMO

# EXPERIENCIAS CON MICROONDAS

ÁNGELES HERNÁNDEZ FENOLLOSA  
JOSÉ L. PALAU ALOY  
MIGUEL A. MORA RUIZ

## OBJETIVO

Estudio de ondas electromagnéticas: determinación experimental de la longitud de onda, medidas de polarización y efecto Doppler.

## FUNDAMENTACIÓN

Las microondas son ondas electromagnéticas con longitudes de onda de centímetros. Una onda electromagnética propaga un campo eléctrico y uno magnético perpendiculares entre sí y ambos perpendiculares a la dirección de propagación. Si se considera una onda monocromática plana propagándose en el vacío en la dirección del eje X, en el sentido de las  $x$ 's crecientes, su campo eléctrico se escribe (análogamente se puede describir el campo magnético)

$$\vec{E}_0^+ e^{ik(x-ct)}$$

$\vec{E}_0^+$  es un vector real, de módulo constante, en el plano perpendicular al eje X. Si el vector  $\vec{E}_0^+$  cambia su dirección durante la propagación se dice que la onda está polarizada linealmente. La intensidad eléctrica de esta onda plana está dada por  $|\vec{E}_0^+|^2$  (la intensidad de la onda electromagnética es la suma de las intensidades eléctrica y magnética).

$c$  es la velocidad de propagación de la onda en el vacío y  $k$  el número de ondas relacionado con la longitud de onda  $\lambda$  por  $k=2\pi/\lambda$ . A su vez  $\lambda$  está relacionada con la frecuencia  $\nu$  mediante  $\lambda=c/\nu$ .

Hay que tener en cuenta que la frecuencia medida en el sistema de referencia en el cual la fuente que produce la onda está en reposo es distinta a la medida por un receptor que se mueve respecto a la fuente. Este fenómeno se denomina *efecto Doppler*. Si el receptor se mueve con respecto a la fuente según el eje X, entonces la frecuencia medida por dicho receptor,  $\nu'$ , y la frecuencia medida en el sistema en reposo de la fuente,  $\nu$ , están relacionadas por

$$\nu' = \frac{1 \pm \frac{V}{c}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \nu = \sqrt{\frac{1 \pm \frac{V}{c}}{1 \mp \frac{V}{c}}} \nu$$

Los signos superiores (inferiores) en el numerador y denominador corresponden al caso del receptor alejándose de (acercándose a) la fuente con velocidad de módulo  $V$ . En el caso en que  $\frac{V}{c} \ll 1$  se puede aproximar

$$v' = \left(1 \pm \frac{V}{c}\right) v$$

siendo el cambio relativo de frecuencia

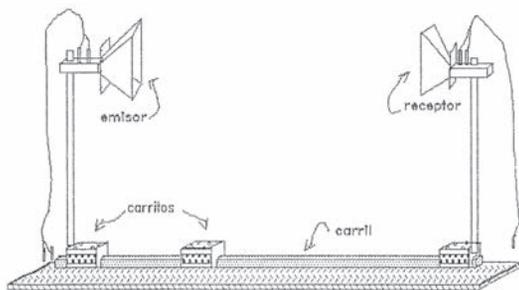
$$\frac{v' - v}{v} = \pm \frac{V}{c}$$

El análisis realizado se puede extender al caso de propagación en el sentido de las  $x$ 's decrecientes sin más que sustituir la expresión anterior del campo eléctrico por

$$\vec{E}_0 e^{ik(-x-ct)}$$

### PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se dispone de una antena emisora y de una antena receptora de microondas. La antena emisora está constituida por una bocina que contiene en su interior un diodo Gunn como fuente emisora de microondas. Aunque éste es en general un emisor no lineal se utiliza un rango de voltajes de alimentación del mismo tal que la intensidad de radiación de microondas emitida varía linealmente con el voltaje. La antena receptora está constituida por una bocina que contiene en su interior un diodo Pin, el cual genera una diferencia de potencial medible proporcional a la intensidad de radiación de microondas recibida. Los soportes de aluminio de las antenas están montados en sendos carritos que pueden deslizarse sobre un carril fijo, lo que permite acercarlas y separarlas. Se dispone de carritos adicionales que se emplean para colocar placas dieléctricas o polarizadores.



Así mismo se dispone de un péndulo, formado por una esfera metálica suspendida de un hilo de 60 cm de longitud, y de una plancha delgada de aluminio reflectora.

### Medida de la longitud de onda

Las microondas emitidas por la antena emisora están polarizadas linealmente y se pueden aproximar por ondas planas monocromáticas que se propagan en la dirección

del eje X (horizontal), hacia las  $x$ 's crecientes. Si se coloca la antena receptora frente a la emisora (a la misma altura) entonces las paredes de dicha antena receptora provocarán reflexiones de microondas que lleguen. El campo eléctrico de una onda reflejada se expresará como

$$\Gamma \vec{E}_0^+ e^{ik(-x-ct)}$$

$\Gamma$  es el coeficiente de reflexión que se escribe  $\Gamma \equiv |\Gamma| e^{i\phi}$  con  $|\Gamma|$  y  $\phi$  constantes reales. La superposición de una onda incidente y una reflejada da como resultado

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0^+ (1 + |\Gamma| e^{i\phi} e^{-i2kx}) e^{ik(x-ct)}$$

La intensidad del campo eléctrico es proporcional a  $|\vec{E}|^2$ , dado por

$$|\vec{E}|^2 = |\vec{E}_0^+|^2 (1 + |\Gamma|^2 + 2|\Gamma| \cos(\phi + 2kx))$$

presentando un valor máximo cuando

$$\phi + 2kx = 2n\pi \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

La distancia espacial entre dos máximos contiguos de intensidad,  $\Delta x$ , está entonces dada por

$$2k\Delta x = 2\pi$$

o, equivalentemente, sustituyendo  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , se tiene

$$\lambda = 2\Delta x$$

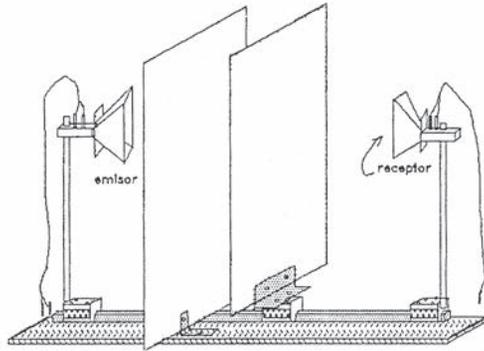
Por tanto se puede obtener la longitud de onda midiendo la distancia entre dos máximos contiguos (o bien entre un máximo y un mínimo contiguos que corresponderá a  $\frac{\lambda}{4}$ ).

Para la medida de la longitud de onda, utilizando este procedimiento, se emplean dos métodos:

**1** Se coloca la antena receptora frente a la emisora separadas inicialmente por una distancia horizontal de 4 cm. A continuación se va alejando la receptora a intervalos espaciales de 2 mm anotando en cada posición el voltaje eléctrico generado (o la intensidad eléctrica si se utiliza una resistencia). Se mide la distancia entre dos máximos contiguos de intensidad.

**2** Se coloca la antena receptora frente a la emisora separadas por una distancia horizontal fijada. Entre las dos antenas se coloca una placa dieléctrica en una posición

fijada y otra placa dieléctrica cuya distancia horizontal a la anterior se va modificando a intervalos de 2 mm. Se mide la distancia entre dos máximos contiguos de intensidad.



Con ambos métodos se obtiene el mismo resultado dentro de los errores experimentales.

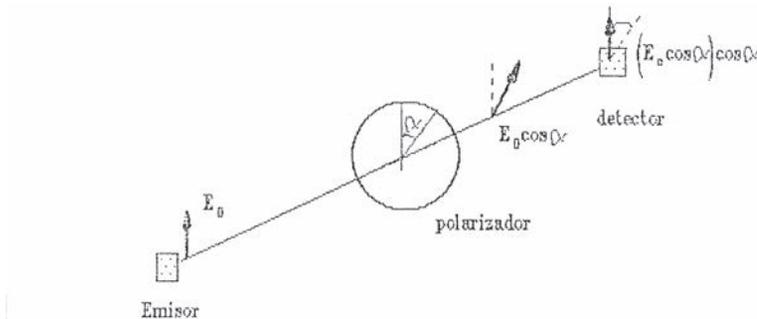
### Comprobación de la ley de Malus

Las microondas emitidas por la antena emisora están polarizadas linealmente según la dirección vertical. Así mismo la antena receptora sólo permite la entrada de microondas polarizadas en la dirección vertical. Por tanto, si se emiten microondas de intensidad  $I$  y se coloca entre las dos antenas un polarizador cuyo eje de polarización forme un ángulo  $\alpha$  con la vertical, la intensidad tras atravesar el polarizador vendrá dada por la Ley de Malus

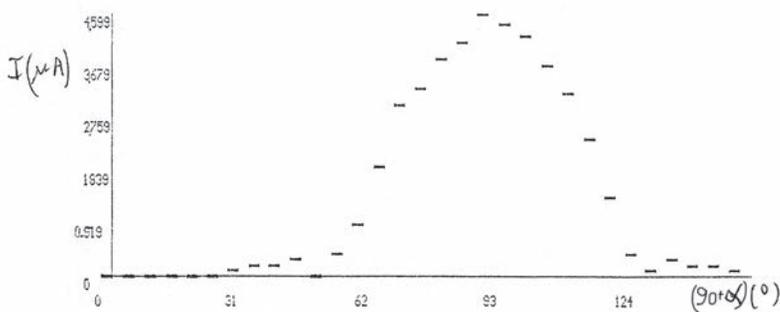
$$I_p = I \cos^2 \alpha$$

La intensidad recibida en la antena receptora será

$$I_r = (I \cos^2 \alpha) \cos^2 \alpha$$

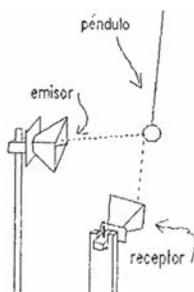


Para comprobar esta ley se fijan las distancias horizontales emisor-polarizador y polarizador-receptor en 20 cm. A continuación se toman medidas de la intensidad recibida en función del ángulo  $\alpha$  elegido en el polarizador (se varía este ángulo de  $5^\circ$  en  $5^\circ$ ) y se comprueba la dependencia dada por la Ley de Malus. Los resultados aparecen en la siguiente gráfica y se ajustan bien con la expresión anterior para  $I_r$  :

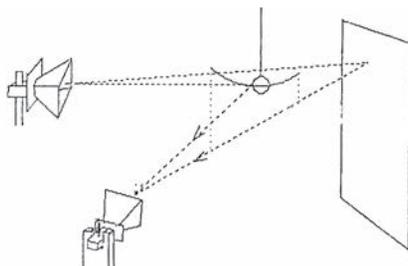


### Efecto Doppler

El cambio relativo de frecuencia (o longitud de onda) que se obtiene en un experimento de efecto Doppler como el representado en la figura siguiente, con un péndulo en movimiento respecto al emisor y receptor, es del orden de  $10^{-8}$  imposibilitando una medida directa del mismo.



Sin embargo, este cambio se puede medir utilizando un procedimiento interferométrico esquematizado en la figura siguiente:



La plancha de aluminio situada detrás del péndulo refleja la onda sin cambio de frecuencia. Pero el péndulo, debido a su movimiento, en un plano normal a la plancha, refleja la onda con un cambio de frecuencia. La señal detectada corresponderá entonces a la interferencia entre las dos ondas reflejadas.

Si los ángulos de reflexión son próximos a 0 (en la práctica los ángulos de reflexión son de unos  $15^{\circ}$ ) se puede aproximar el campo eléctrico de la onda detectada resultante por

$$\vec{E}_0^+ e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(x-ct)} + \vec{E}_0^+ e^{i\frac{2\pi}{\lambda}r(x-ct)}$$

cuya intensidad es

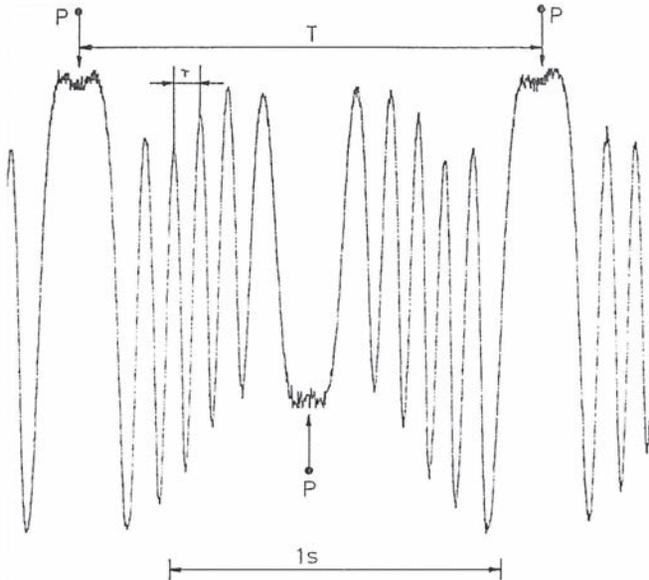
$$\left| \vec{E}_0^+ \left( e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(x-ct)} + e^{i\frac{2\pi}{\lambda'}(x-ct)} \right) \right|^2$$

que se expresa en la forma

$$2|\vec{E}_0^+|^2 \left( 1 + \cos \left( 2\pi(x-ct) \frac{(\lambda-\lambda')}{\lambda\lambda'} \right) \right)$$

Esta intensidad varía siguiendo el movimiento del péndulo. Aproximando  $\lambda - \lambda' \sim 2 \left( \frac{V}{c} \right) \lambda$  para el paso del péndulo por su posición de equilibrio (en la cual la velocidad tiene la dirección del eje X; el factor 2 se debe a que el péndulo se mueve tanto respecto al emisor como al detector) y  $\lambda\lambda' \sim \lambda^2$  obtenemos que la fase del coseno varía con el tiempo con una frecuencia  $\left( \frac{2V}{\lambda} \right)$  o un periodo  $\left( \frac{\lambda}{2V} \right)$ .

Por tanto, pasando la señal eléctrica en el detector a un osciloscopio y midiendo en éste el periodo observado en la zona central (la de paso por la posición de equilibrio), se puede determinar, conociendo la longitud de onda emitida (medida anteriormente), la velocidad del péndulo a su paso por su posición de equilibrio, que es su velocidad máxima. Una vez determinada esta velocidad se puede determinar aproximadamente el cambio relativo de longitud de onda (o frecuencia). Los resultados obtenidos en el osciloscopio aparecen representados en la siguiente gráfica:



donde las P's representan puntos de máxima elongación. La zona entre dos de estos puntos consecutivos corresponde a la zona de paso del péndulo por su posición de equilibrio. El periodo de las oscilaciones en el centro de esta zona,  $\tau$  en la figura, permite calcular la velocidad máxima del péndulo.

# IV PREMIO ROTARY

1990 - 1991

LABORATORIO\_ELECTROMAGNETISMO

MEDIDAS DE LA  
ONDA EVANESCENTE Y  
DEL COEFICIENTE DE  
TRANSMISIÓN EN ONDAS  
ELECTROMAGNÉTICAS

FRANCISCO ALBIOL COLOMER  
SERGIO NAVAS CONCHA

## OBJETIVO

Estudio de ondas electromagnéticas evanescentes con microondas: generación, efecto túnel electromagnético. Análisis de su analogía cuántica.

## FUNDAMENTACIÓN

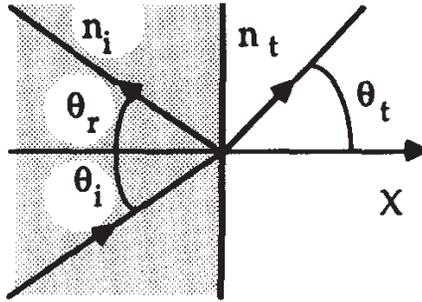
La incidencia de una onda plana sobre la superficie (plana) de separación de dos medios dieléctricos con índices de refracción  $n_i$  y  $n_t$  se describe mediante la ley de la reflexión

$$\theta_i = \theta_r$$

y la ley de la refracción

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t$$

donde los ángulos de incidencia  $\theta_i$ , reflejado  $\theta_r$  y transmitido  $\theta_t$ , corresponden a los representados en la siguiente gráfica:



## Onda evanescente

Si  $n_i > n_t$  existe un ángulo crítico  $\theta_c$  definido por

$$\sin \theta_c = \frac{n_t}{n_i}$$

tal que si  $\theta_i > \theta_c$  entonces se tiene *reflexión total*. En este caso sustituyendo  $\sin \theta_i (> \sin \theta_c)$  en la ley de la refracción se tiene que  $\sin \theta_t > 1$  (o  $\cos \theta_t$  imaginario puro) por lo que  $\theta_t$  ha de ser complejo.

Ya que la ecuación de ondas unidimensional para una componente, por ejemplo la  $x$ , del campo electromagnético de una onda monocromática de longitud de onda  $\lambda$ , es

$$\frac{\partial^2 \xi(x)}{\partial x^2} = k_x^2 \xi(x)$$

siendo  $k_x$  la componente del número de ondas en la dirección X, el campo eléctrico de la onda transmitida tendrá una dependencia en  $x$  de la forma (igualmente para el campo magnético)

$$\vec{E}_t = \vec{E}_0 e^{jk_t x}$$

donde se ha utilizado notación compleja para el campo ( $j$  es la unidad imaginaria) siendo  $\vec{E}_0$  un vector real, de módulo constante, en el plano perpendicular al eje X y donde  $k_t$ , la componente  $x$  del número de ondas en el medio con índice de refracción  $n_t$ , está dada por

$$k_t = \frac{2\pi}{\lambda} n_t \cos \theta_t \equiv jh$$

con

$$h = \frac{2\pi}{\lambda} n_t \sqrt{\left(\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_c}\right)^2 - 1}$$

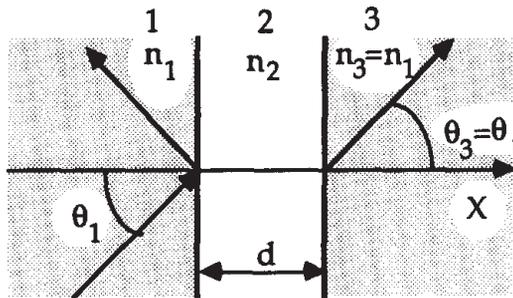
Sustituyendo se tiene

$$\vec{E}_t = \vec{E}_0 e^{-hx}$$

que es la expresión de una *onda evanescente* que se atenúa exponencialmente en la dirección X. La onda evanescente no da lugar a flujo neto de energía en la dirección X, es decir toda la energía incidente se refleja como corresponde a reflexión total.

### Efecto túnel electromagnético

La reflexión total mencionada puede frustrarse si el medio en que se genera la onda evanescente tiene un grosor finito que permita el paso de energía a otro medio posterior. Sea por ejemplo un sistema de dos medios dieléctricos iguales ( $n_1 = n_3$ ), separados por una capa de anchura finita  $d$  de otro medio de índice de refracción  $n_2 < n_1$ .



En tal caso se puede demostrar, resolviendo las ecuaciones para los campos en cada medio, que el coeficiente de transmisión de potencia desde el medio 1 al medio 3 está dado por (se ha usado un modo TE para la onda; un resultado similar se obtiene para un modo TM)

$$T = \frac{1}{1 + \left( \frac{(k_1^2 - k_2^2)}{2k_1 k_2} \sin(k_2 d) \right)^2}$$

con

$$k_1 = \frac{2\pi}{\lambda} n_1 \cos\theta_1$$

y

$$k_2 = \frac{2\pi}{\lambda} n_2 \cos\theta_2 = jh$$

Si el medio 2 es aire se tiene  $n_2 = 1$ . Denotando  $\theta_i$  como  $\theta_i$  y  $n_1 = n_3 \equiv n$  se puede reescribir  $T$  en la forma

$$T = \frac{1}{1 + (Q \sinh(dh))^2}$$

donde  $\sinh$  denota el seno hiperbólico y

$$Q = \frac{k_1^2 + h^2}{2k_1 h} = \frac{n^2 - 1}{2n \cos\theta_i \sqrt{n^2 \sin^2\theta_i - 1}}$$

observándose que  $T$  depende críticamente de la separación  $d$  entre los medios (debido al carácter exponencial decreciente de la onda evanescente).

Si  $T$  es apreciable se dice que se tiene *reflexión total frustrada* o que se ha producido un efecto túnel electromagnético.

### Analogía cuántica

Si se compara la ecuación unidimensional para la componente  $x$  del campo

$$\frac{\partial^2 \xi(x)}{\partial x^2} = k_x^2 \xi(x)$$

con la ecuación de Schrödinger unidimensional independiente del tiempo, para un sistema físico de masa  $m$  y energía  $E$  en un potencial  $V(x)$ , en representación de posiciones

$$\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} = \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(x)) \psi(x)$$

se observa que ambas ecuaciones son formalmente idénticas si se hace la correspondencia

$$\xi(x) \leftrightarrow \psi(x)$$

$$k_x^2 \leftrightarrow \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(x)) \equiv \frac{p^2}{\hbar^2}$$

Por tanto, el caso

$$k_x = k_t = jh$$

corresponde a  $V(x)=V_0$  tal que  $(E - V_0) < 0$ . Dicho de otro modo, el medio con índice  $n_i$  corresponde cuánticamente a una barrera de potencial  $V_0$ . De hecho, la función de onda para el sistema cuántico en la región de potencial  $V_0$  está dada por

$$\psi(x) \propto e^{-\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(V_0-E)}x}$$

en correspondencia con el resultado obtenido para la onda evanescente.

Más aún, si se considera que la barrera de potencial  $V_0$  tiene grosor  $d$  entonces el coeficiente de transmisión por efecto túnel cuántico está dado por

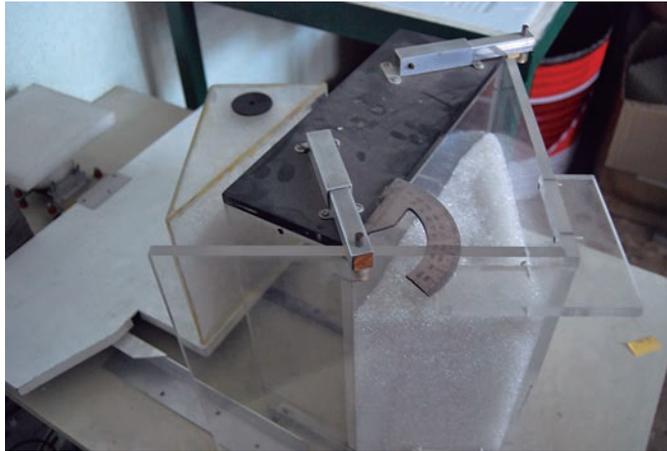
$$T = \frac{1}{1 + \left( \frac{(p_1^2 - p_2^2)}{2p_1 p_2} \sin \left( \frac{p_2 d}{\hbar} \right) \right)^2}$$

en perfecta correspondencia con el caso electromagnético.

## PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se ha construido un prisma de metacrilato con paredes de 1 cm lleno de pellets de metacrilato. El prisma es de ángulo variable pues dos de las paredes laterales (en ángulo recto) son móviles (ver fotografía siguiente).

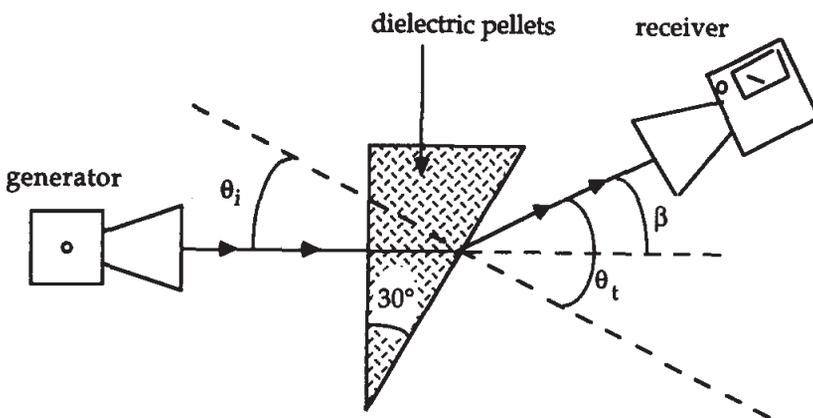
Así mismo se ha construido un prisma de paredes fijas (con ángulos entre ellas de 30, 60 y 90 grados) y pellets en su interior, que se utiliza como complemento del de paredes móviles.



Se dispone también de un emisor de microondas (diodo Gunn con antena de bocina) de 10.5 GHz (2.9 cm de longitud de onda) linealmente polarizadas, un receptor con antena de bocina, diodo y amplificador, un diodo detector que permite medir la intensidad de la onda en un punto dado perturbando mínimamente dicha onda, un deslizador para sujetar este diodo detector y un reloj comparador para medir la posición del deslizador.

### Medida del índice de refracción del metacrilato y calibración

Antes de proceder al estudio de las ondas evanescentes se prepara un montaje experimental, esquematizado en la figura siguiente, para medir el índice de refracción de los pellets de metacrilato a 10.5 GHz y para comprobar la respuesta tanto del receptor como del diodo detector.



Se utiliza un prisma de paredes fijas tal que el ángulo de incidencia  $\theta_i$  dentro del prisma es de  $30^\circ$  y se mide el ángulo  $\beta$  cuando se detecta la máxima señal al girar el receptor (que

se monta sobre el brazo de un goniómetro). Así se obtiene  $\theta_t = 39^\circ \pm 1^\circ$  y, a partir de este valor:

$$n_{\text{metacrilato}} = 1.26 \pm 0.03$$

$$\theta_c = 52.5^\circ \pm 1.8^\circ$$

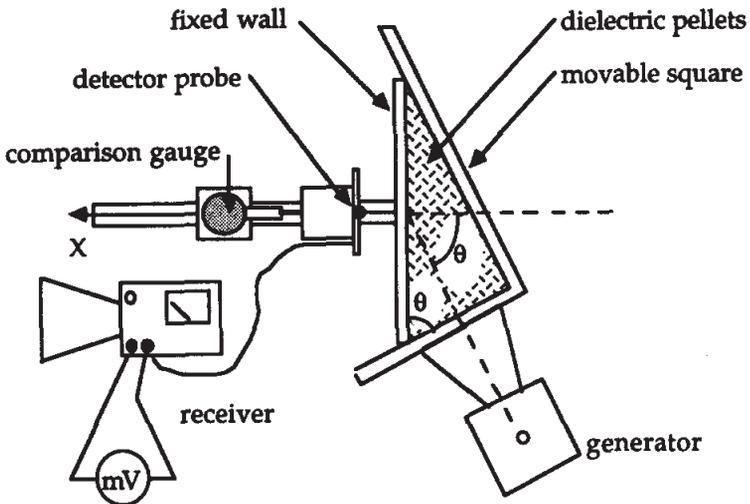
Para comprobar la respuesta, tanto del receptor como del detector, a la intensidad de la onda incidente, se rota el emisor (generador) un ángulo  $\alpha$  en un intervalo entre 0 y 90 grados y se registran las señales  $S_\alpha$  detectadas. Estas señales, al igual que las intensidades incidentes, son sensibles a la polarización por lo que estarán determinadas por la componente del campo eléctrico  $E_\alpha = E_0 \cos \alpha$  (recordar que las microondas emitidas están linealmente polarizadas). En forma más precisa se obtiene

$$\ln \frac{S_\alpha}{S_0} = m \ln \frac{E_\alpha}{E_0}$$

donde  $m$  es el coeficiente de respuesta y  $S_0$  es la señal correspondiente a  $E_0$ . Para el diodo detector el coeficiente resulta ser  $m_d = 1.74$  y para el receptor  $m_r = 1.51$ .

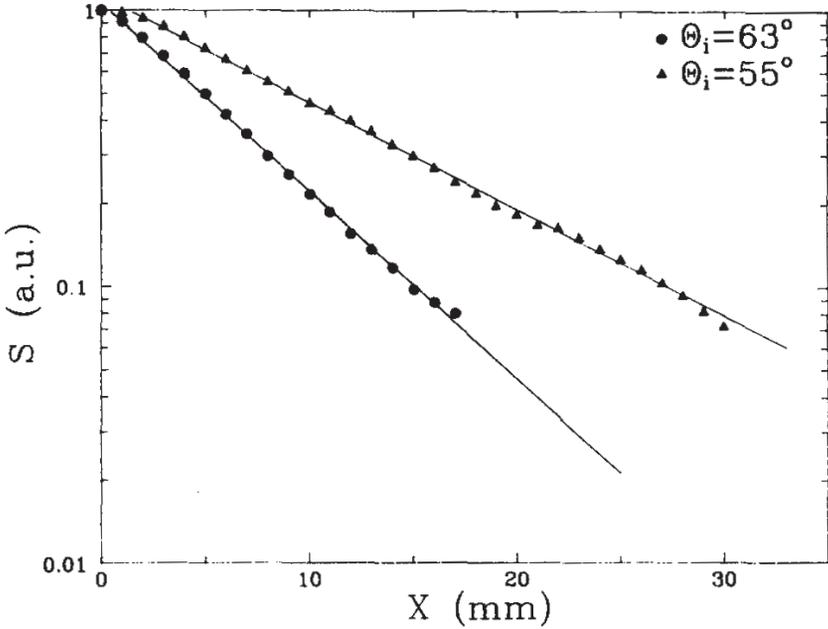
### Medida de la atenuación de una onda evanescente

Para medir la intensidad de la onda evanescente en función de su distancia  $x$  al plano reflectante (“fixed wall” en la figura siguiente), para varios ángulos de incidencia, se utiliza el siguiente montaje experimental:



El prisma de paredes móviles permite variar  $\theta$  entre 25 y 63 grados. Para facilitar la medida de  $S$  el diodo detector se ha conectado al amplificador del receptor, a la salida del cual se ha conectado un polímetro (para mejorar la precisión en la medida con respecto al indicador de aguja del receptor).

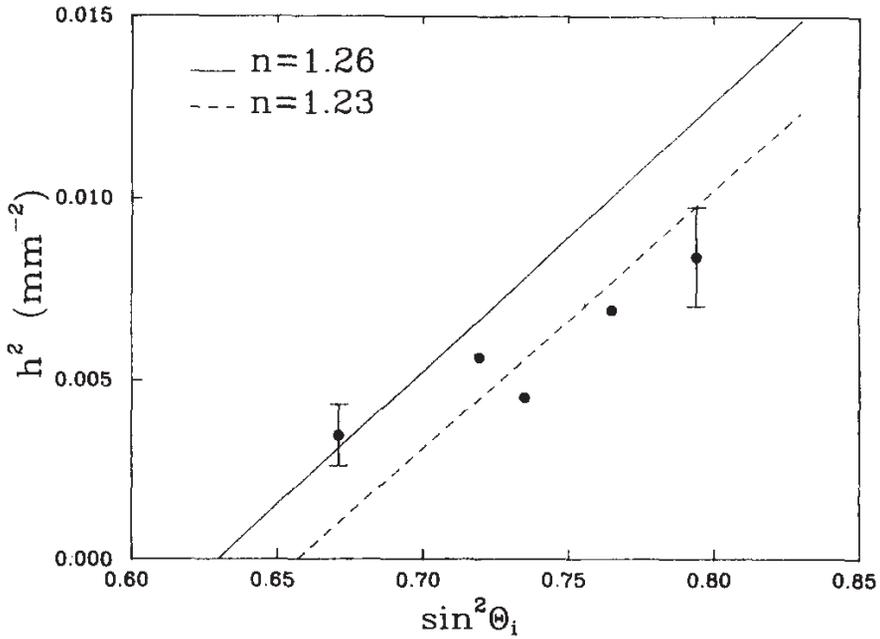
Las medidas realizadas, así como su ajuste por mínimos cuadrados, se muestran en la siguiente gráfica semilogarítmica en que se representa  $S$  (en escala logarítmica y en unidades arbitrarias: a. u., habiendo escogido como 1 su valor en  $x = 0$ ) frente a la distancia  $x$ , para dos ángulos de incidencia mayores que el crítico:



Usando para ese caso la relación de calibración anteriormente obtenida se tiene

$$\ln \frac{S}{S_0} = m_d \ln \frac{E}{E_0} = -m_d h x$$

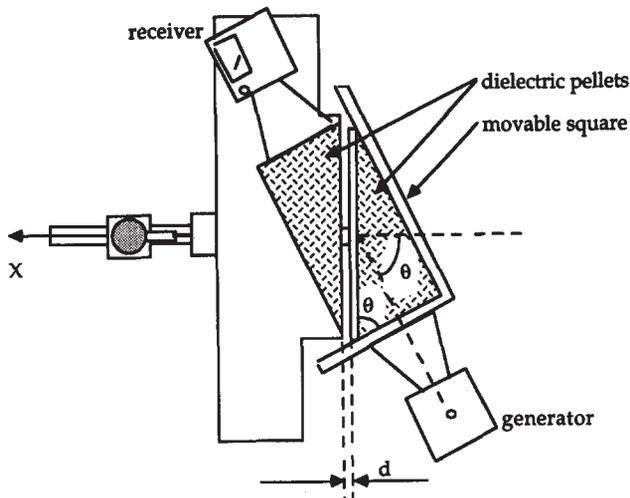
siendo  $E_0$  el valor de  $E$  para  $x = 0$ . Por tanto de los ajustes por mínimos cuadrados en la gráfica se obtienen los valores de  $h$  para los distintos ángulos de incidencia. Los resultados se muestran en la gráfica siguiente:



donde la línea de trazos representa el mejor ajuste y corresponde al cuadrado de la expresión teórica de  $h$ , deducida en la sección Fundamentación (subsección Onda Evanescente), para un valor del índice de refracción de 1.23. Este valor está dentro del intervalo experimental anteriormente medido (la línea sólida corresponde a los valores de  $h^2$  que se tendrían para 1.26) indicando que las aproximaciones realizadas para llegar a la expresión teórica de  $h$  son razonables.

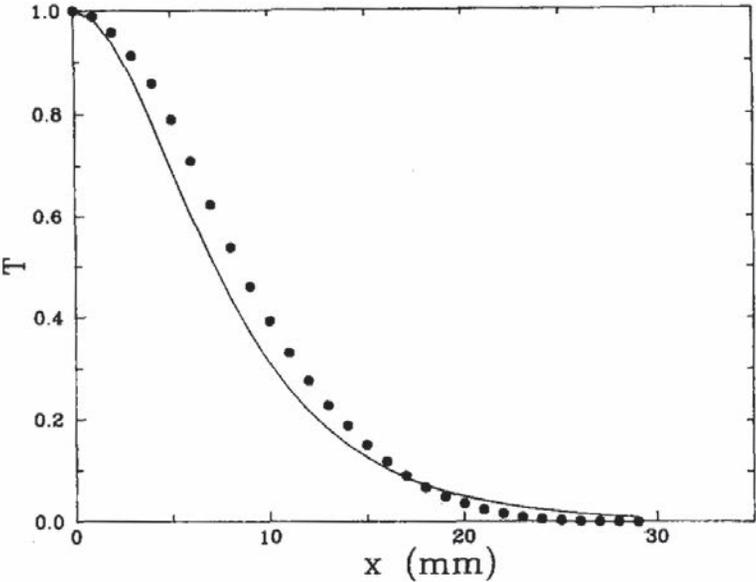
### Medida del coeficiente de transmisión por efecto túnel

Para medir la intensidad de la onda transmitida por efecto túnel a través de una capa de aire en función de su grosor  $d$  se utiliza el siguiente montaje experimental:



Notar que se utiliza el prisma de paredes móviles y el de paredes fijas para crear la capa de aire. Para ello el prisma de paredes móviles se ajusta a un ángulo  $\theta$  de 60 grados. En este caso resulta conveniente el uso del receptor para medir la señal alineando bien la posición de las antenas emisora y receptora. Notar que el grosor corresponde al valor  $x$  medido por el comparador eligiendo  $x = 0$  para  $d = 0$ .

Los resultados obtenidos para el coeficiente de transmisión  $T$ , relacionado con las medidas realizadas por la expresión  $\ln T = m_r \ln \frac{S}{S_0}$ , se muestran en la siguiente gráfica:



donde también se ha representado mediante una línea sólida la expresión teórica de  $T$ , deducida en la sección Fundamentación (subsección Efecto Túnel Electromagnético), para un valor del índice de refracción de 1.26. De nuevo se concluye que la aproximación teórica desarrollada constituye una buena aproximación para explicar los resultados.



# V PREMIO ROTARY

1991 - 1992

LABORATORIO\_ELECTROMAGNETISMO

# RESONANCIAS DE ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

JOSÉ MANUEL VILLALBA MONTOYA  
FRANCISCO JAVIER MANJÓN HERRERA  
ANTONIO GUIRAO PIÑERA

## OBJETIVO

Estudio de ondas electromagnéticas en un cable coaxial. Estudio de fenómenos de resonancia con ondas electromagnéticas: medida de frecuencias en una cavidad resonante.

## FUNDAMENTACIÓN

Un cable coaxial consta de un conductor cilíndrico interior y de un conductor cilíndrico exterior (en malla) coaxiales y tal que entre ambos hay un medio dieléctrico de permitividad eléctrica  $\epsilon$  y permeabilidad magnética  $\mu$ .

Si por el cable coaxial se hace pasar una corriente alterna se genera en el medio dieléctrico un campo electromagnético que corresponde a una onda electromagnética cuya frecuencia es la de la corriente y cuya longitud de onda está determinada por los valores de  $\epsilon$  y  $\mu$ . Con distintas disposiciones del cable se pueden generar ondas estacionarias para su análisis.

Por otra parte, una caja en forma de paralelepípedo cuyas paredes sean conductores perfectos sólo admite en su interior ondas electromagnéticas de determinadas frecuencias (resonantes). Estas frecuencias de resonancia, caracterizadas por tres números enteros  $l$ ,  $m$  y  $n$ , están relacionadas con las dimensiones de la caja (cavidad resonante),  $a$ ,  $b$  y  $d$ , en la forma

$$\frac{l^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2} + \frac{n^2}{d^2} = 4 \frac{f_{lmn}^2}{c^2}$$

siendo  $f_{lmn}$  la frecuencia y  $c$  la velocidad de la luz en el vacío (aproximadamente igual a la velocidad de la luz en el aire). Notar que la medida de las frecuencias de resonancia permite también, si se conocen  $l$ ,  $m$  y  $n$ , una determinación de  $c$ .

## PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

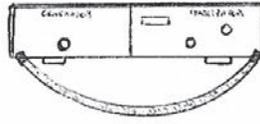
Se dispone de un generador-analizador de ondas electromagnéticas de amplitud variable en un rango de frecuencias de 0 a 500 MHz. El analizador, que consta de un mando que permite fijar la frecuencia central de barrido (la cual aparece en un visor), se conecta a un osciloscopio que permite visualizar el espectro de frecuencias.

Para la formación de ondas estacionarias se utiliza un cable coaxial.

Para estudiar las resonancias en una cavidad se ha construido una caja de paredes de aluminio de dimensiones 0.25 m x 0.5 m x  $a$  m, siendo  $a$  variable (en función de la posición en que se coloque el lateral móvil de la caja). La excitación y recepción de la onda dentro de la cavidad se realiza mediante dos espiras, una conectada al generador colocada en la pared lateral móvil y otra conectada al analizador en la pared lateral opuesta.

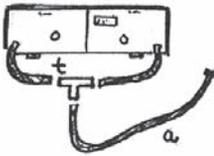
## Ondas estacionarias en cable coaxial

Si mediante el cable coaxial se conecta la salida del generador con la entrada al analizador



entonces, en el osciloscopio, se observa una línea recta que indica que la intensidad de la onda electromagnética es constante para todas las frecuencias. A partir de esta situación inicial podrán observarse las variaciones producidas cuando se generen ondas estacionarias.

### 1. Cable coaxial en circuito abierto



t, conector en T  
a, cable coaxial de medida concreta:  
(2.16, 1.43, ...)

En el cable coaxial se producen ondas estacionarias como resultado de la interferencia de la onda generada con la reflejada en el extremo abierto del cable. La situación física es análoga a la de un tubo acústico con un extremo abierto y el otro extremo cerrado (conector en T), tal que si  $L$  es la longitud del cable ( $a$  en la figura) las longitudes de onda  $\lambda_{L,n}$  deben cumplir la condición

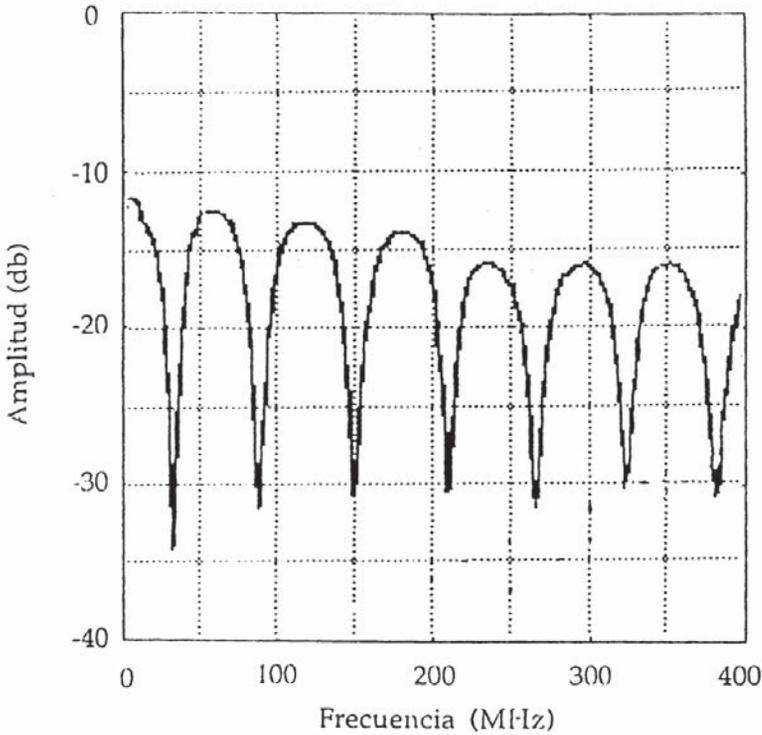
$$L = \frac{(2n - 1)}{4} \lambda_{L,n}$$

siendo  $n=1,2,3\dots$  un entero. Consecuentemente las frecuencias  $f_{L,n}$  cumplirán:

$$f_{L,n} = \frac{(2n - 1)}{4L} v$$

siendo  $v$  la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en el cable coaxial. Notar que la representación gráfica de  $f_{L,n}$  frente a  $n$  permite la determinación de  $v$  y por consiguiente del índice de refracción del medio dieléctrico en el cable coaxial.

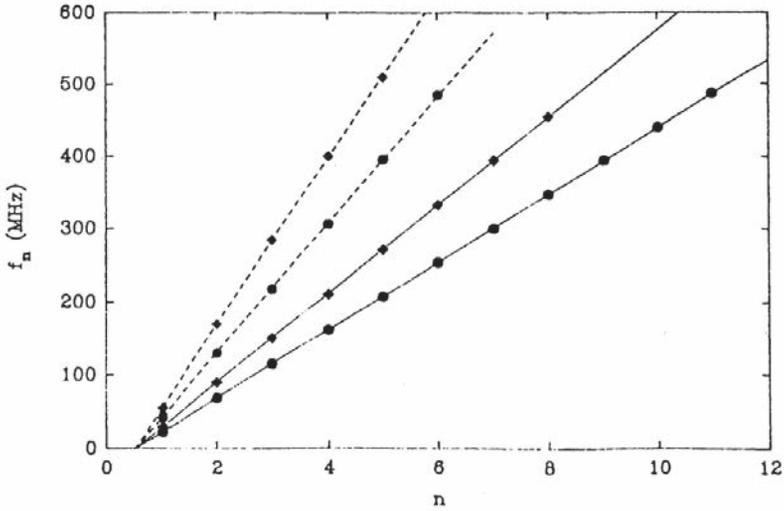
En el osciloscopio se observan ahora una serie de picos de absorción:



indicativos de que hay frecuencias que no llegan al analizador (o lo hacen con amplitud atenuada). Cada uno de estos picos corresponde a la absorción de energía por el cable que se produce cuando la frecuencia del generador coincide con la de una onda estacionaria (resonancia).

Para medir las frecuencias  $f_{L,n}$  primero se desplaza la frecuencia central en el analizador a 0. En la pantalla del osciloscopio aparece un pico abrupto que se hace coincidir con la posición media (mediante el mando que regula la posición X en el osciloscopio). A continuación, aumentando la frecuencia central se van haciendo coincidir los picos correspondientes a las frecuencias  $f_{L,n}$  con la posición media en la pantalla. Los valores centrales de las frecuencias para estas coincidencias, que se pueden leer en el visor del analizador, corresponden entonces a los valores de  $f_{L,n}$ .

En la gráfica siguiente se muestran las frecuencias de resonancia medidas en función de su número de orden en el espectro, para dos longitudes del cable (círculos negros para  $a=2.16$  m y rombos negros para  $a=1.64$  m), tanto en este caso de cable coaxial en circuito abierto (ajustes por líneas continuas) como en el caso de cable en anillo que se considera más adelante (ajustes por líneas de trazos):



A partir de estos ajustes se obtiene un valor para la velocidad  $v$  de propagación de las ondas electromagnéticas de  $2 \times 10^8$  m/s.

## 2. Cable coaxial en cortocircuito

Si se cortocircuitan los conductores en el extremo abierto del cable coaxial del apartado anterior entonces este extremo cortocircuitado se convierte en un nodo de la onda estacionaria que se genera. La situación física es ahora análoga a la de un tubo acústico con dos extremos cerrados, tal que si  $L$  es la longitud del cable las longitudes de onda  $\lambda_{L,n}$  deben cumplir la condición

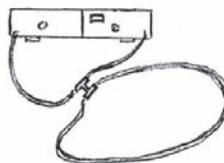
$$L = \frac{n}{2} \lambda_{L,n}$$

con  $n = 1, 2, 3, \dots$

Se observa que los valores de las frecuencias están desplazados una cantidad constante con respecto a los del apartado anterior.

## 3. Cable en anillo

Para estudiar las resonancias en un anillo de cable coaxial se acopla un segundo conector tipo T como en la figura siguiente:



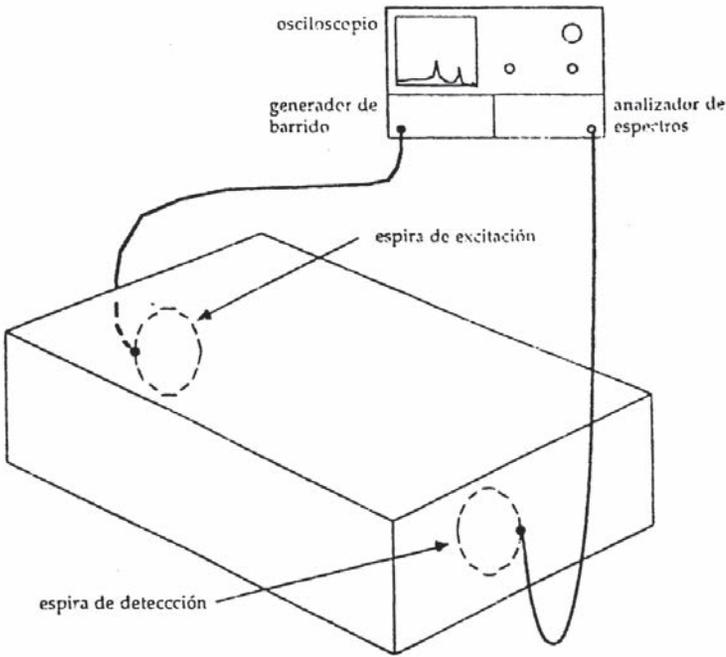
tal que hay un nodo en el conector en T. Dado que por el anillo se propagan ondas idénticas en sentidos opuestos éstas han de cancelarse en el conector (nodo) por lo que habrá de cumplirse la condición

$$L = \frac{n}{2} \lambda_{L,n} \quad n = 1,3,5 \dots$$

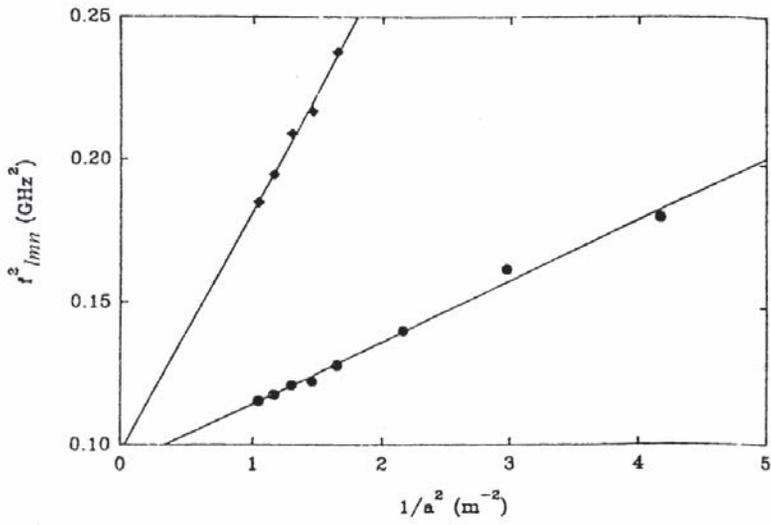
es decir, las ondas estacionarias coinciden con las impares del cable cortocircuitado. Los valores medidos para las frecuencias, para dos longitudes del cable, han sido representados gráficamente en el apartado anterior Cable coaxial en circuito abierto.

**Medida de frecuencias de resonancia en una cavidad**

Para medir las frecuencias de resonancia en una cavidad paralelepípedica se utiliza el siguiente montaje experimental:



En este caso se miden los valores de las frecuencias permitidas en función del tamaño de la cavidad, el cual se varía desplazando el lateral móvil de la misma. Los resultados obtenidos se presentan en la figura siguiente (círculos negros para  $f_{110}$  y rombos negros para  $f_{210}$ ):



A partir de los ajustes lineales realizados se obtiene un valor de  $c$  entre  $2.9 \times 10^8$  m/s y  $3.0 \times 10^8$  m/s.

VIPREMIO ROTARY  
1992 - 1993

LABORATORIO\_FÍSICA\_GENERAL

# ONDAS ACÚSTICAS

JOAQUÍN GARCÉS NARRO

## OBJETIVO

Estudio de ondas acústicas: caracterización de fuentes emisoras de ultrasonidos, comprobación empírica de las características ondulatorias (determinación de la velocidad del sonido, medidas de difracción).

## FUNDAMENTACIÓN

Las ondas acústicas son ondas longitudinales debidas a variaciones de presión en un medio mecánico. Estas variaciones causan una vibración de partículas del medio alrededor de su posición normal (la que tienen sin cambios de presión). Esta vibración se va propagando por el medio a otras partículas constituyendo una onda acústica. La dirección de propagación de la onda coincide con la de vibración.

Por ejemplo, se puede producir una onda acústica en el aire mediante el súbito cierre de un diafragma, el cual produce en su cercanía una disminución del volumen disponible para el aire y, consecuentemente, un cambio de presión en éste.

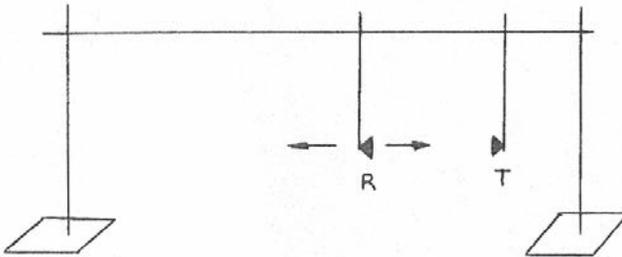
Una onda acústica es un sonido cuando es audible. Si la frecuencia de la onda acústica es mayor que la frecuencia umbral máxima para la recepción de sonidos por nuestro cerebro, entonces las ondas acústicas, no audibles, corresponden a ultrasonidos.

## PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

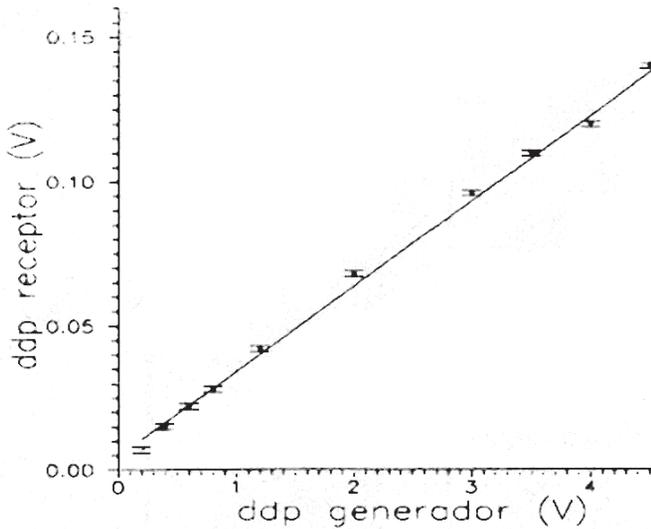
Se dispone de transductores de ultrasonidos (emisor-receptor) que se utilizarán para la generación y detección de ondas acústicas. El medio de propagación es el aire. La intensidad de las ondas emitidas y recibidas se analiza en un osciloscopio en el cual un canal se conecta al emisor y otro canal al receptor.

### Medida de la linealidad del receptor

Para caracterizar al receptor se ha de conocer la intensidad detectada en relación con la intensidad del emisor. Para ello se realiza el siguiente montaje:



Sobre un carril fijo aéreo horizontal se cuelgan, a la misma altura, el emisor o generador (T) y el receptor (R). Sobre el carril se ha instalado una cinta métrica para medir la distancia horizontal que los separa. El emisor y el receptor se conectan a un osciloscopio en canales diferentes. La medida directa del voltaje en la pantalla del osciloscopio para cada canal de entrada (este voltaje es proporcional a la intensidad de la onda entrante) permite relacionar la intensidad detectada en el receptor con la generada por el emisor. Las medidas realizadas para distintas intensidades generadas permiten afirmar que existe una relación de linealidad entre la intensidad recibida y la emitida, como se muestra en la siguiente gráfica:

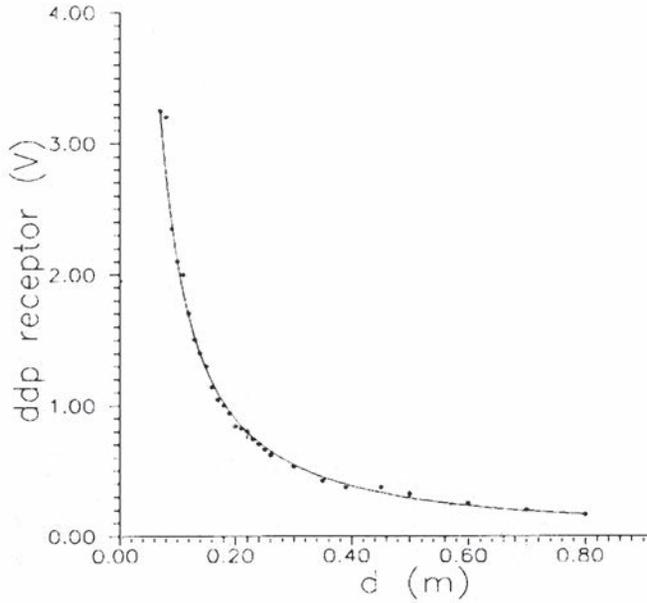


### Determinación de velocidad del sonido

Con el montaje anterior se puede ver, en la pantalla del osciloscopio, que existe una diferencia en la posición de los máximos de las ondas emitida y recibida, es decir que existe una diferencia de fase entre las dos ondas. Esta diferencia de fase se debe a que la onda recibida ha recorrido una distancia mayor que la emitida antes de ser detectada. Esta distancia corresponde a la separación entre emisor y receptor. Para una distancia dada podemos medir directamente sobre el osciloscopio el tiempo empleado por la onda en ir del emisor al receptor. Entonces, la velocidad del sonido se obtiene dividiendo esta distancia por el tiempo. El valor obtenido es de  $346 \pm 19$  m/s.

### Dependencia de la intensidad acústica con la distancia

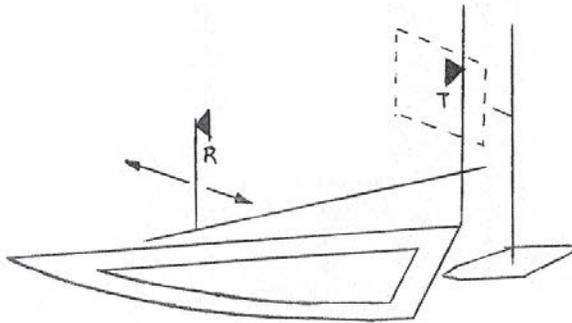
Variando la distancia  $d$  entre emisor y receptor se puede medir la relación de ésta con el voltaje de recepción en el osciloscopio (el cual es directamente proporcional a la intensidad de radiación recibida). En la gráfica siguiente se presenta esta relación:



Notar que la relación no es la que correspondería a una onda esférica; de hecho la onda emitida es altamente direccional como se muestra en el apartado siguiente.

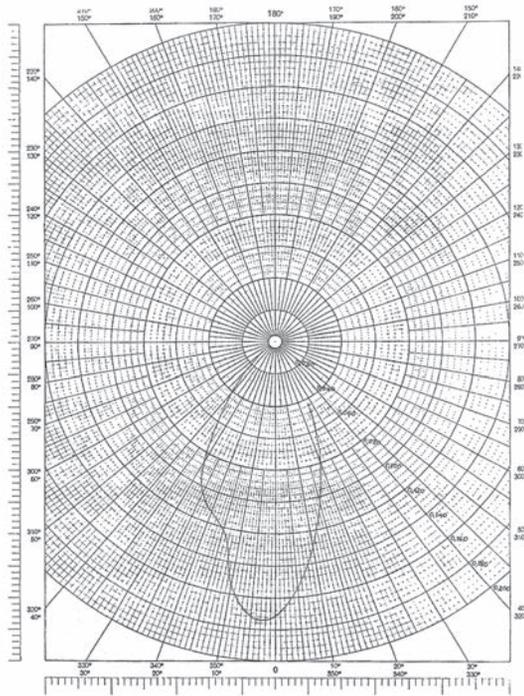
### Caracterización del emisor: diagrama de radiación

Para obtener el diagrama de radiación del emisor se realiza el siguiente montaje:



El receptor se puede girar en el plano horizontal de emisor-receptor. La medida del ángulo de giro se realiza con un medidor de ángulos construido a tal efecto.

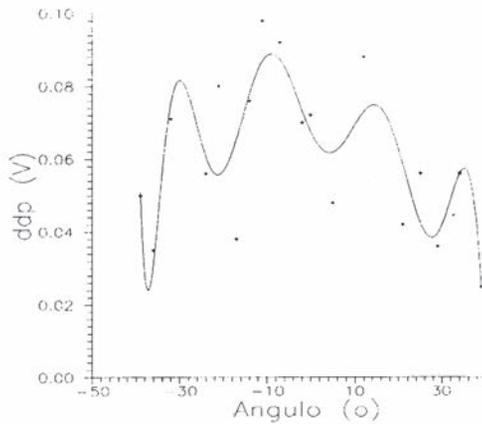
Fijando la distancia entre emisor y receptor se toman pares de datos ángulo-voltaje. El voltaje se mide directamente en el osciloscopio y es directamente proporcional a la intensidad de la radiación recibida. Estos datos se representan en el diagrama polar:



mostrando la direccionalidad de la onda emitida.

### Difracción por una rendija

Utilizando el montaje del apartado anterior se coloca delante del emisor un diafragma fotográfico de apertura variable, el cual actúa como rendija difractora. Se toman pares de datos ángulo-voltaje al igual que en el apartado anterior, y se representan gráficamente en la forma:



donde la línea continua corresponde a la curva teórica esperada para un fenómeno de difracción. Se observa una buena correspondencia en la posición angular de máximos y mínimos entre teoría y experimento.

VII PREMIO ROTARY  
1993 - 1994

LABORATORIO\_TERMODINÁMICA

# ORDEN VERSUS CAOS (UN MUNDO ABIERTO)

ANTONIO GUIRAO PIÑERA

## OBJETIVO

Introducción a la simulación de experimentos con ordenador: oscilador amortiguado, dispersión, difusión, distribución estadística, aplicación logística. Ilustración de un mundo físico cambiante y diverso (abierto).

## FUNDAMENTACIÓN

El uso del ordenador para programar experimentos de Física permite la ilustración visual sencilla de fenómenos físicos y una mejor comprensión de los conceptos físicos introducidos en la descripción del comportamiento de la naturaleza (la formulación matemática precisa de estos conceptos está implícita en la construcción de los programas). Así se pueden ilustrar determinados tipos de movimiento, poner de manifiesto las diferencias entre movimientos regulares (ordenados) y caóticos o profundizar en la comprensión de magnitudes físicas (por ej. en Mecánica Estadística: distribución de poblaciones, entropía, fluctuaciones).

## PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se ha construido un programa de ordenador que permite la simulación de determinados experimentos. Éstos se han agrupado en tres bloques: planteamiento, mecánica estadística y ¿nuevo horizonte? Se ha diseñado una pantalla de MENÚ GENERAL que permite acceder a cada experimento pulsando el número que tiene asignado. Al acabar cada tarea el ordenador vuelve automáticamente al MENÚ GENERAL.

### ---- M E N U ----

#### Planteamiento

1. Oscilador Armónico.....
2. Proceso de dispersión.....
3. Refracción en una gota.....

#### Mecánica estadística

4. Proceso de difusión.....
5. Difusión y Entropía.....
6. Difusión y Ley de Fick.....
7. Estadística de Boltzmann.....

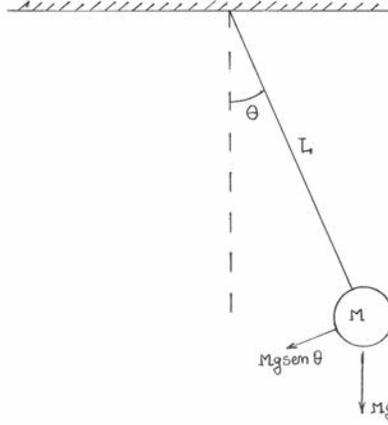
#### ¿Nuevo horizonte?

8. A. Logística. Oscilaciones.....
9. Dinámica de Poblaciones.....

Elija opción (1 a 9)

A continuación se da, en cada apartado, una breve explicación de la base teórica usada para la construcción de los programas y se presentan resultados del uso de los mismos.

### Oscilador Armónico Amortiguado: Péndulo



Un péndulo simple, para el que se desprecian los rozamientos, ejecuta, para pequeños ángulos de oscilación, un movimiento armónico simple de ecuación

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

con  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$  siendo  $g$  la aceleración de la gravedad y  $L$  la longitud del hilo en el péndulo. Para ángulo inicial  $\theta_0$  y velocidad angular inicial  $\dot{\theta}(t = 0) = 0$  la solución es

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega_0 t)$$

Si se considera una fuerza de rozamiento de la forma  $\vec{F}_{roz} = -R\theta\vec{u}_\theta$  siendo  $R$  una constante de amortiguamiento, entonces la ecuación de movimiento corresponde a la de un oscilador amortiguado, es decir

$$\ddot{\theta} + q\dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

con  $q = \frac{R}{ML}$  siendo  $M$  la masa de la lenteja pendular.

La solución de esta ecuación, con las condiciones iniciales anteriores, es

$$\theta = \theta_0 e^{-\frac{qt}{2}} \left[ \cos(\omega t) + \frac{q}{2\omega} \sin(\omega t) \right]$$

donde  $\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{q^2}{4}$ .

Derivando se obtiene

$$\dot{\theta} = -\theta_0 e^{-\frac{qt}{2}} \left( \frac{\omega_0^2}{\omega} \right) \sin(\omega t)$$

Si para pequeños amortiguamientos,  $q \ll \omega \approx \omega_0$ , la solución se aproxima por

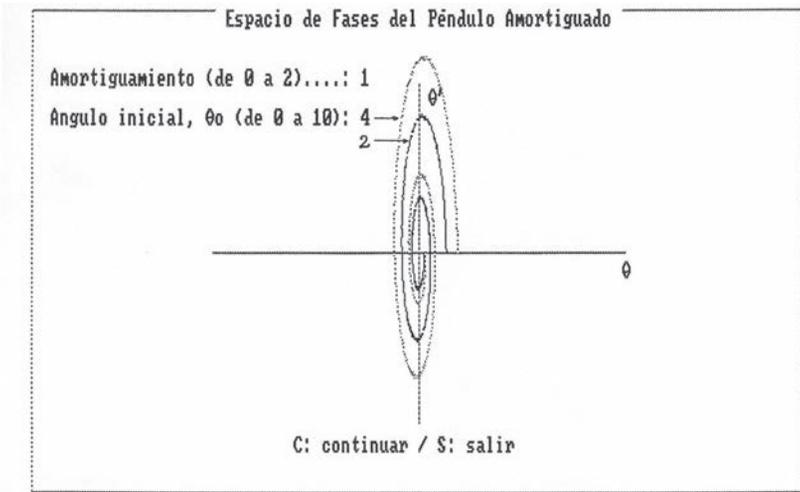
$$\theta \approx \theta_0 e^{-\frac{qt}{2}} \cos(\omega t)$$

$$\dot{\theta} \approx -\theta_0 e^{-\frac{qt}{2}} \omega \sin(\omega t)$$

entonces las curvas  $\theta - \dot{\theta}$  en el espacio de fases corresponden a elipses cuyos semiejes decrecen con el tiempo (espirales)

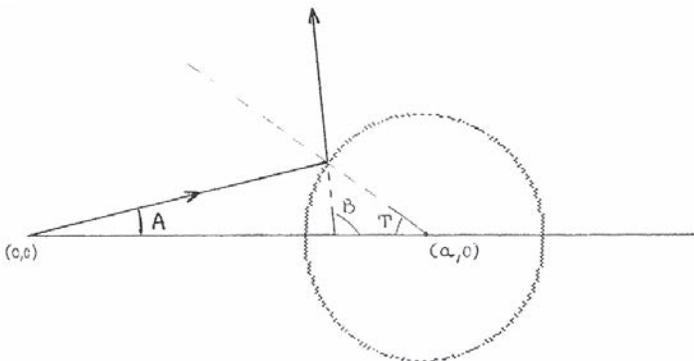
$$\frac{\theta^2}{\theta_0^2 e^{-qt}} + \frac{\dot{\theta}^2}{\theta_0^2 e^{-qt} \omega^2} = 1$$

El programa se ha diseñado para que valores de  $q$  entre 0 y 2 correspondan a pequeños amortiguamientos satisfaciendo la condición anterior. Por su parte la aproximación de ángulos pequeños es válida en el rango elegido de posibles valores de  $\theta$ .



**Proceso de dispersión**

Se considera el proceso de dispersión elástica de una pequeña bola esférica por otra mucho más grande tal que esta última apenas se mueve.



Si se supone que la bola pequeña sale de la posición (0,0) con ángulo A y choca con la bola grande, de radio R, situada en (a,0), entonces se puede demostrar que el choque se produce en la posición

$$x = \frac{a - \sqrt{R^2(b^2 + 1) - (ab)^2}}{1 + b^2}$$

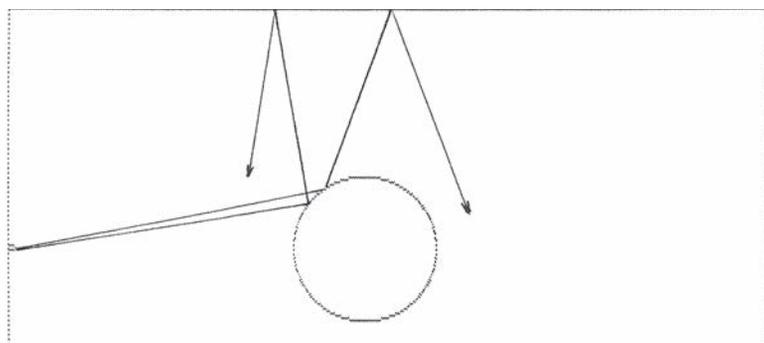
$$y = bx$$

con  $b = \tan A$ .

El ángulo de salida de la bola pequeña está dado por  $B = 180 - A - 2T$ , tal que

$$\cos T = \frac{ab^2 + \sqrt{R^2(b^2 + 1) - (ab)^2}}{R(1 + b^2)}$$

Como la dirección de dispersión viene determinada por la tangente a la esfera en el punto de choque, un pequeño cambio en el ángulo de incidencia supone una gran diferencia en la dirección de salida (sensibilidad a las condiciones iniciales). Así se observa en la siguiente gráfica en la que se han elegido los valores  $a=400$  y  $R=20$  y ángulos de incidencia próximos al valor límite (aquel para el que no hay choque).

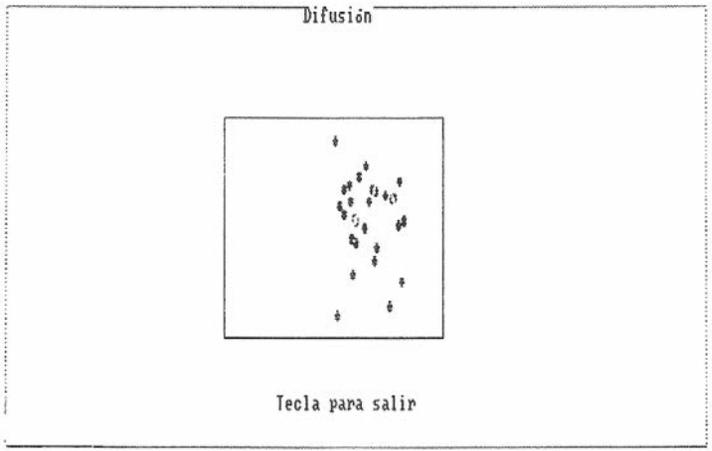
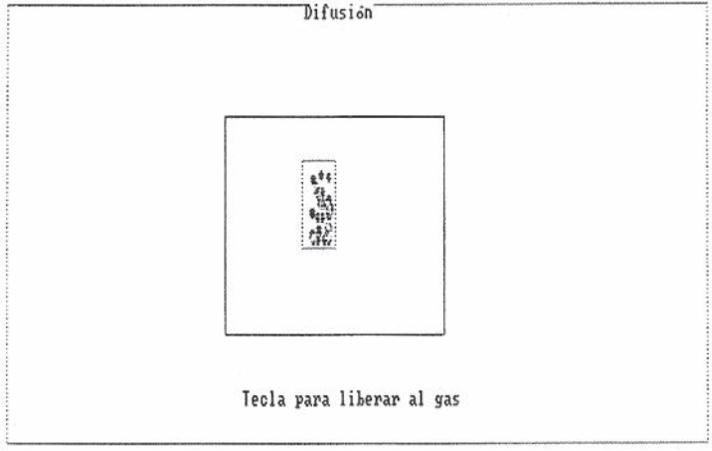


Una situación análoga se tiene para la refracción de la luz en una gota de agua

### Proceso de difusión: entropía y fluctuaciones.

Se considera un gas diluido dentro de un subrecipiente contenido en un recipiente mayor. Al eliminar las paredes del subrecipiente las moléculas del gas se difunden terminando por ocupar todo el volumen disponible ya que cada molécula se mueve con igual probabilidad en cualquier dirección si no es obstaculizada por una pared.

En el programa de simulación se parte de una posición inicial, que representa a las moléculas en el subrecipiente, y se implementa, a partir de ella, esta probabilidad. La disposición de las moléculas en el instante inicial y en un instante posterior aparece representada en las siguientes gráficas.



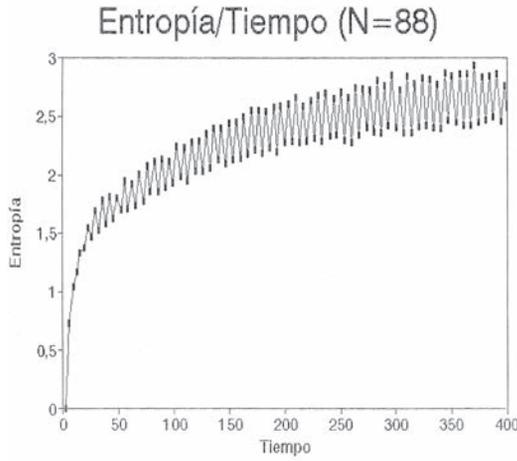
Para analizar la difusión en términos de la entropía se divide el recipiente en celdas. Inicialmente se reparten las moléculas en una o varias celdas.



La entropía  $S$  se calcula como

$$S = \sum_{i=1}^M P_i \ln P_i$$

donde  $M$  es el número de celdas y  $P_i$  es la probabilidad de ocupación de cada celda. En la gráfica siguiente se representa la variación de la entropía con el tiempo para un número de moléculas igual a 88 y un número de celdas igual a 22. Se observa que la entropía aumenta con el tiempo alcanzando su máximo valor cuando la ocupación de todas las celdas es la misma. Los valores de la entropía corresponden en la gráfica siguiente a los de la curva promedio (debido a la presencia de fluctuaciones).



**Difusión: ley de Fick**

La dependencia de la concentración de partículas,  $N$ , con la posición y el tiempo, viene dada por la ecuación de Fick

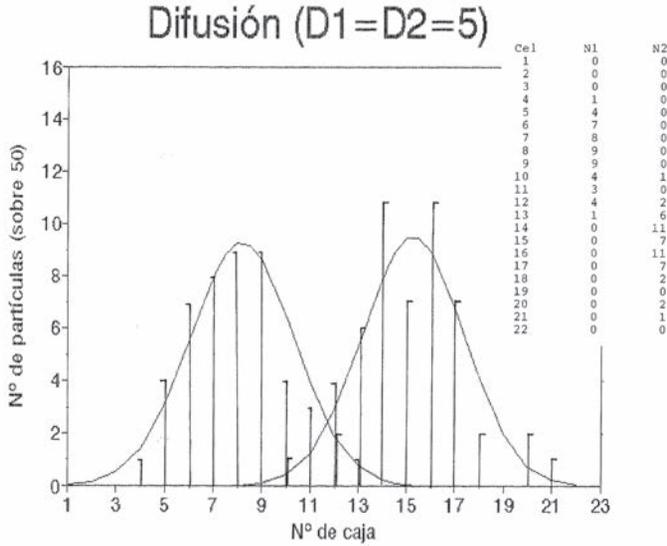
$$\frac{\partial N}{\partial t} = D \frac{\partial^2 N}{\partial x^2}$$

cuya solución es la gaussiana

$$N = N_0 \frac{e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4Dt}}}{\sqrt{2\pi Dt}}$$

donde  $x_0$  es la posición en la que se sitúan las  $N_0$  partículas inicialmente y  $D$  es el coeficiente de difusión.

Los resultados obtenidos a partir de la difusión de dos tipos de partículas con coeficientes de difusión iguales para un tiempo dado se representan en la siguiente gráfica (la leyenda N° de caja en el eje de abscisas corresponde a N° de celda):



### Estadística de Boltzmann

A nivel clásico, dado un conjunto de  $N$  partículas que pueden ocupar dos niveles de energía,  $E_1, E_2$ , éstas se distribuyen de acuerdo con la estadística de Boltzmann, en la forma

$$N_1 = N \frac{1}{1 + e^{\frac{-(E_2 - E_1)}{kT}}}$$

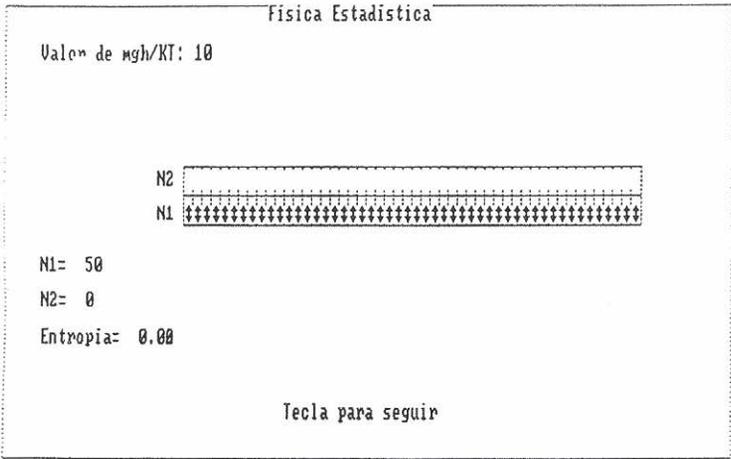
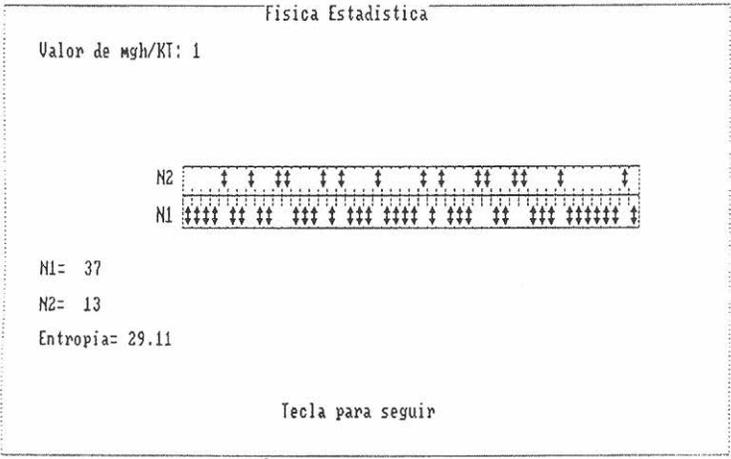
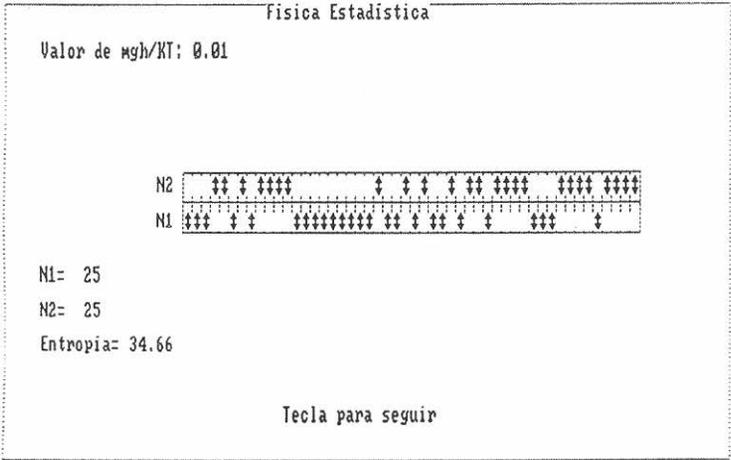
$$N_2 = N \frac{1}{1 + e^{\frac{(E_2 - E_1)}{kT}}}$$

$k$  es la constante de Boltzmann y  $T$  la temperatura del sistema de partículas que representa su agitación térmica.

Si  $E_2 - E_1 \ll kT$ , entonces  $N_1 = \frac{N}{2} = N_2$ , es decir, si domina la agitación térmica las partículas tienden a ocupar igualmente los niveles de energía.

Por otra parte si  $E_2 - E_1 \gg kT$  entonces  $N_1 = N, N_2 = 0$ , es decir, si la energía de agitación térmica es despreciable comparada con la diferencia de energías, todas las partículas tienden a ocupar el nivel de menor energía.

Estas situaciones se pueden visualizar con el programa de ordenador creado al efecto. Como energías se han tomado las correspondientes a dos alturas diferentes de una partícula en el campo gravitatorio terrestre:  $E_2 - E_1 = mgh$



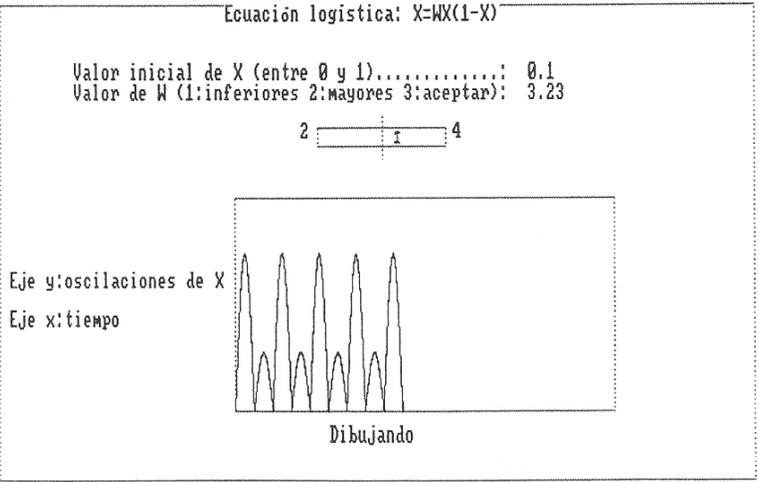
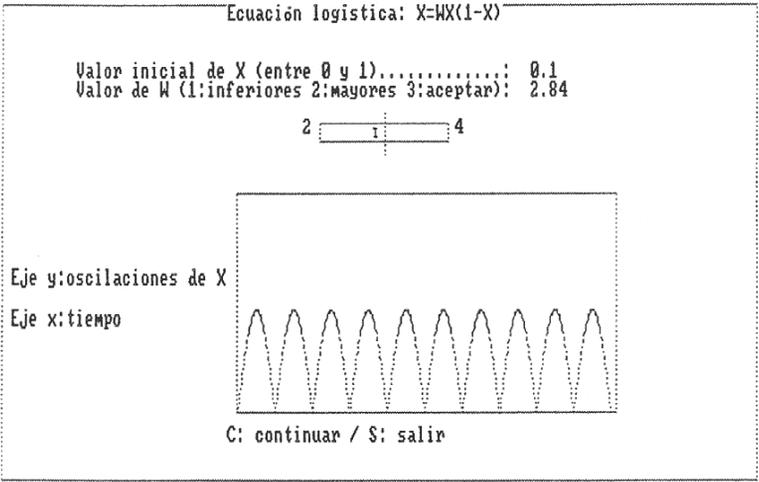
**Aplicación logística. Dinámica de poblaciones.**

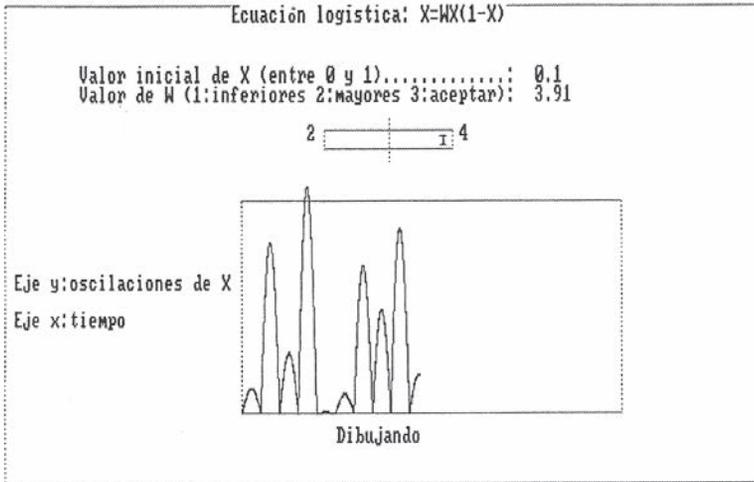
La aplicación logística consiste en la aplicación del intervalo (0,1) sobre él mismo según la iteración

$$X_{i+1} = WX_i(1 - X_i)$$

donde  $W$  es un parámetro variable.

El programa permite conocer los valores sucesivos de  $X$  los cuales se presentan gráficamente.





Se observa como al incrementar el valor de  $W$ , se tiene una solución con periodo simple, una solución con duplicación sucesiva del periodo o, finalmente, una solución caótica tal que las oscilaciones de  $X$  recorren todos sus posibles valores en el intervalo sin regularidad alguna. De hecho, en esta zona caótica se tiene una extrema sensibilidad a las condiciones iniciales en el sentido de que las oscilaciones son completamente diferentes para dos valores de partida de  $X$  muy próximos entre sí.

La ecuación logística se emplea por ejemplo en biología para el estudio de la dinámica de poblaciones.

# VIII PREMIO ROTARY

1994 - 1995

LABORATORIO\_ELECTROMAGNETISMO

MEDIDA DE LA  
PERMITIVIDAD  
DIELÉCTRICA DE  
LÍQUIDOS POLARES

FRANCISCO CAMARENA FEMENÍA  
MIGUEL ÁNGEL BALLESTEROS VELASCO

## OBJETIVO

Medida de la permitividad dieléctrica compleja del agua y del alcohol.

## FUNDAMENTACIÓN

Se puede estudiar la permitividad de una sustancia polar a partir de las propiedades de resonancia de ondas electromagnéticas en el interior de una cavidad que contiene dicha sustancia.

La propagación de una onda electromagnética en un medio, caracterizado por una permitividad eléctrica  $\varepsilon$  y una permeabilidad magnética  $\mu$  (que tomaremos igual a la del vacío  $\mu \equiv \mu_0$ ), está regida por las ecuaciones de Maxwell. Para una onda monocromática plana de frecuencia  $\nu$  propagándose en el medio en la dirección del eje X, en el sentido de las  $x$ 's crecientes, su campo eléctrico se escribe (análogamente se puede describir el campo magnético)

$$\vec{E} = \overline{E_0^+} e^{i(\tilde{k}x - \omega t)}$$

$\overline{E_0^+}$  es un vector real, de módulo constante, en el plano perpendicular al eje X,  $\omega = 2\pi\nu$  es la frecuencia angular y  $\tilde{k} = \omega\sqrt{\mu\tilde{\varepsilon}}$  es el número de ondas, complejo, que depende de la permitividad dieléctrica compleja  $\tilde{\varepsilon}$  definida como

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon + i \frac{\sigma_d}{\omega}$$

siendo  $\sigma_d$  la conductividad eléctrica.

Reescribiendo  $\tilde{k} \equiv \alpha + i\beta$  se tiene

$$\vec{E} = \overline{E_0^+} e^{-\beta x} e^{i(\alpha x - \omega t)}$$

Por tanto  $\alpha$  (la parte real de  $\tilde{k}$ ) determina la longitud de onda en el medio  $\lambda = \frac{2\pi}{\alpha}$ , mientras que  $\beta$  (la parte imaginaria de  $\tilde{k}$ ) determina la atenuación de la onda.

Por otra parte, para un líquido polar la permitividad dieléctrica compleja relativa (a la del vacío) tiene la forma

$$\tilde{\varepsilon}_r \equiv \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_0} = 1 + \chi_0 + i\chi_0\tau\omega$$

donde

$$\chi_0 = \frac{\varepsilon(0) - 1}{1 + (\tau\omega)^2}$$

es la susceptibilidad eléctrica, que depende de la permitividad estática  $\varepsilon(0)$ , y de  $\tau$ , el tiempo de relajación en el líquido.

Si  $(\tau\omega)^2 \ll 1$  (que será el caso en el montaje experimental) entonces  $\chi_0 \approx \varepsilon(0) - 1$  no depende de la frecuencia. En consecuencia

$$\varepsilon_r \equiv \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 + \chi_0$$

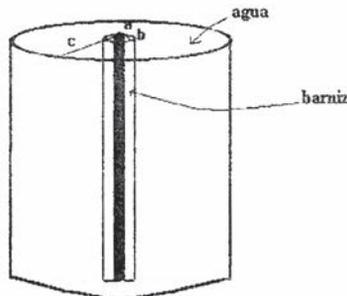
tampoco depende de la frecuencia y la conductividad está dada por

$$\sigma_d = \varepsilon_0 \chi_0 \tau \omega^2$$

Ya que en el líquido la velocidad de fase de la onda electromagnética está dada por  $v_f = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}}$  con  $\mu_r \equiv \frac{\mu}{\mu_0} \approx 1$  esta velocidad no depende de la frecuencia en la aproximación considerada. Si se supone que el líquido ocupa el interior de una cavidad, sólo determinadas longitudes de onda  $\lambda_n$ , o frecuencias  $\nu_n$ , denominadas de resonancia, determinadas por las características geométricas de la cavidad, están permitidas. A partir de la medida de estas frecuencias se puede determinar la velocidad de fase y, por ende, obtener el valor de  $\varepsilon_r$ . Veremos que la medida de la anchura de estas resonancias permite obtener  $\tau$  y la parte imaginaria de la permitividad eléctrica compleja o, equivalentemente, la conductividad  $\sigma_d$ . Los detalles del procedimiento se especifican en la sección siguiente.

### PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se dispone de un generador de frecuencias (0-500 MHz), un osciloscopio y un analizador de espectros. Así mismo se tienen cavidades resonantes de distinta longitud formadas por dos conductores cilíndricos coaxiales siendo el conductor interior un hilo y el exterior un tubo, ambos de cobre. El hilo interior viene recubierto de fábrica por un barniz. El tubo exterior se cierra por los extremos pero tal que a través de uno de ellos se pueda conectar el hilo interior al generador de frecuencias. En la cavidad, entre los dos conductores, se introduce un líquido polar (agua o alcohol) o se deja con aire.



Este sistema de dos cilindros coaxiales que forman el resonador tiene una capacidad  $C$  y una resistencia  $R$  cuyo producto está dado por

$$RC = \frac{\epsilon}{\sigma_d}$$

Las frecuencias de resonancia  $w_{res}$  tienen factor de calidad

$$Q = RCw_{res} = \frac{\epsilon_r \epsilon_0}{\sigma_d} w_{res}$$

Por tanto, medidas de las frecuencias de resonancia  $w_{res}$  (de las que se obtiene  $\epsilon_r$ , ver sección siguiente) y de  $\Delta w_{res}$ , las anchuras de las resonancias, dadas por

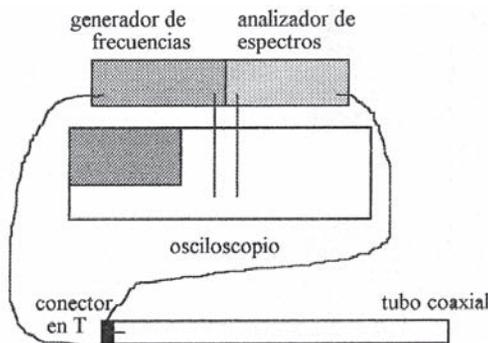
$$\Delta w_{res} = \frac{w_{res}}{Q} = \frac{\epsilon_r \epsilon_0}{\sigma_d} = \frac{1 + \chi_0}{\chi_0 \tau w_{res}^2}$$

permiten obtener  $\tau$  y la parte imaginaria de la permitividad eléctrica compleja o, equivalentemente, la conductividad  $\sigma_d$ .

Antes de proceder a la medida de las frecuencias y sus correspondientes anchuras en las cavidades, se procede al calibrado de los instrumentos. Se conectan el generador y el analizador al osciloscopio en el modo X-Y escogiendo las escalas adecuadas para poder observar en la pantalla del osciloscopio todo el rango de frecuencias. Se observará en ésta una línea horizontal con un pico agudo y estrecho en su parte izquierda, el cual corresponde a la frecuencia 0. Se resitúa este pico en el centro de la pantalla cuando el analizador señale frecuencia 0.

### Medida de las frecuencias de resonancia y sus anchuras

Se conecta un cable coaxial al generador y otro al analizador tal que ambos cables de conectan entre sí mediante un conector T al cual también se conecta la cavidad seleccionada.



En la cavidad, de longitud  $L$ , se producen ondas estacionarias, como las correspondientes a un tubo cerrado, cuyas longitudes de onda  $\lambda_n$  satisfacen

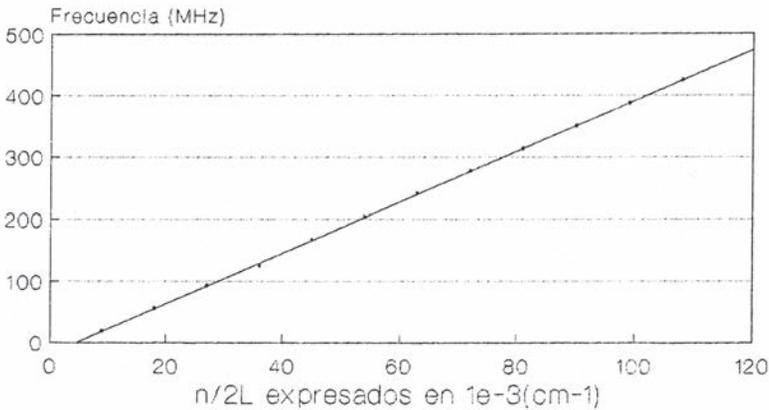
$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

En términos de las frecuencias  $\nu_n$  esta condición se expresa como

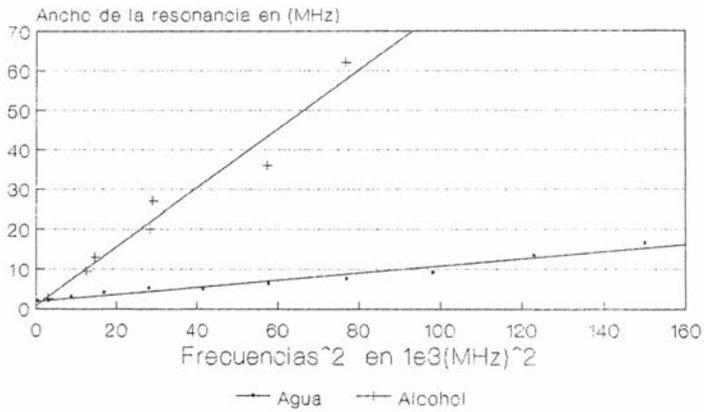
$$\nu_n = n \frac{\nu_f}{2L}$$

Por tanto, a partir de la medida de  $\nu_n$  y de su representación lineal frente a  $\frac{n}{2L}$  se podrá obtener  $\nu_f$  como la pendiente (y  $\epsilon_r$  a partir de ella).

Una vez conectada la cavidad se observan en la pantalla del osciloscopio una serie de picos invertidos que corresponden a las frecuencias que están permitidas en la cavidad y, por tanto, son absorbidas por ésta (en la subsección Ondas estacionarias en cable coaxial de la práctica Resonancias de Ondas Electromagnéticas, pag. 74, se muestra una imagen similar a la observada). Como ejemplo de los resultados obtenidos se muestran en la gráfica siguiente los correspondientes a propagación en agua:



En cuanto a la medida de las anchuras para las frecuencias resonantes, éstas deben medirse en la mitad de los picos invertidos observados. Debe además tenerse en cuenta, para establecer correctamente su valor, que la escala generada por el analizador es logarítmica. A partir de la expresión de la anchura  $\Delta w_n = \frac{\chi_0}{1 + \chi_0} \tau w_n^2$  se obtienen los valores experimentales del tiempo de relajación  $\tau$  y a partir de éste de la conductividad  $\sigma_d$ . En la gráfica siguiente se muestra una comparación de resultados para agua y alcohol:



Los resultados obtenidos para las velocidades de propagación en aire, agua y alcohol se ajustan muy bien a los valores tabulados. Así mismo para los tiempos de relajación. Sin embargo se tiene cierto desajuste para la constante dieléctrica del agua. La razón de este desajuste estriba en la presencia del barniz de recubrimiento del hilo que, de hecho, constituye por sí mismo otro medio dieléctrico con su propia permitividad. La consideración de ésta permite entender los resultados.



IX PREMIO ROTARY  
1995 - 1996

LABORATORIO\_TERMODINÁMICA

# LEY DE LOS GASES IDEALES

SERGIO MUÑOZ CANO

## OBJETIVO

Comprobación de la ley de los gases ideales. Determinación experimental del valor de la constante de los gases ideales.

## FUNDAMENTACIÓN

El comportamiento de gas ideal corresponde a una extrapolación del comportamiento de los gases reales a bajas densidades y presiones.

La ecuación que rige el comportamiento de un gas ideal se escribe como

$$PV = nRT$$

$P$  es la presión,  $V$  el volumen,  $n$  el número de moles y  $T$  la temperatura absoluta del gas en grados kelvin.  $R$  es la denominada constante de los gases ideales. Si se considera un mol de masa, y se denomina  $M$  a la masa molar y  $\rho$  a la densidad, entonces la ecuación se escribe

$$\frac{PM}{\rho T} = R$$

La ley de los gases ideales se deduce de la ley de Boyle-Mariotte y de las dos leyes de Gay-Lussac por lo que se puede comprobar a partir de éstas.

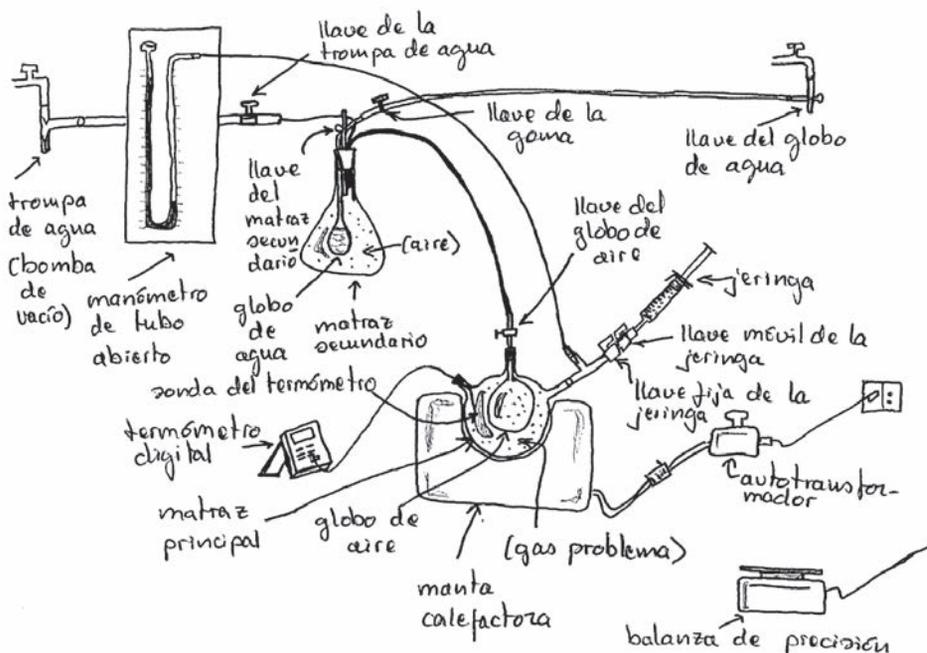
La ley de Boyle-Mariotte establece que en una transformación isotérmica (a temperatura constante) se cumple  $PV = constante$ .

La primera ley de Gay-Lussac expresa que en una transformación isobárica (a presión constante) el volumen de un gas está relacionado con su temperatura según  $V = V_0(1 + \alpha t)$  donde  $V$  y  $V_0$  son los volúmenes del gas a temperatura  $t$  °C (grados centígrados) y 0 °C respectivamente y  $\alpha$  es el coeficiente de dilatación cúbica del gas. Esta ley se puede reescribir como  $V = V_0 \alpha T$  donde  $T = \frac{1}{\alpha} + t = 273.15 + t$  es la temperatura absoluta (en grados kelvin si  $t$  es expresada en grados centígrados).

La segunda ley de de Gay-Lussac expresa que en una transformación isócara (a volumen constante) la presión de un gas está relacionada con su temperatura mediante  $P = P_0(1 + \alpha t) = P_0 \alpha T$  donde  $P$  y  $P_0$  son las presiones del gas a temperatura  $t$  °C y 0 °C respectivamente.

## PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Para comprobar las leyes de Boyle-Mariotte y Gay-Lussac se utiliza el montaje de la figura cuyo uso se detalla en las secciones siguientes.



El gas problema utilizado es nitrógeno y su masa se mantiene constante.

Antes de comenzar las medidas específicas de comprobación de las leyes se mide la presión atmosférica y la masa de la jeringa una vez se ha hecho el vacío en ella. Para evacuar el aire de la jeringa se conecta ésta a la llave del matraz secundario. Esta llave, la llave móvil de la jeringa y la de la trompa de agua se abren, mientras que las llaves del globo de aire y de la goma se cierran. Una vez evacuado el aire, se cierra la llave móvil de la jeringa y se mide la masa de ésta.

El procedimiento utilizado de generación de vacío, mediante la apertura de la llave de la bomba de agua y la apertura o cierre de otras llaves, se emplea en las medidas que siguen.

### Ley de Boyle-Mariotte

Utilizando una masa  $M$  constante de gas problema y manteniendo constante la temperatura esta ley establece que el cociente presión-densidad es constante:

$$\frac{P}{\rho} = \text{constante}$$

Para comprobar esta ley se miden pares de valores  $(P, \rho)$ . Se procede como sigue.

Inicialmente el gas está aproximadamente a la presión atmosférica  $P_{atm}$ . La temperatura, en  $^{\circ}\text{C}$ , se mide con un termómetro digital. Se cierran las llaves de la goma y del matraz secundario y se abre la de la trompa de agua para hacer el vacío en este matraz; el globo de aire se va vaciando y el gas (nitrógeno) se va expandiendo. Se cierra la llave de la trompa de agua. Tras unos segundos, para que el sistema se equilibre, se mide la presión del gas que será  $P = P_{atm} + P_{manómetro}$ . Se cierran las llaves fija y móvil de la jeringa, se desenrosca ésta y se mide su masa. A esta masa se le resta la de la jeringa en que se hizo el vacío. Se divide por el volumen conocido del gas en la jeringa y se obtiene la densidad. A continuación se abre la llave del matraz secundario por lo que la presión en éste iguala a la atmosférica. Se abre por poco tiempo la llave del globo de aire tal que éste se va llenando de aire y va aumentando la presión del gas problema. Se cierra la llave del globo de aire y se miden nuevamente la presión y la densidad, se vuelve a abrir la llave del globo de aire... (y así sucesivamente).

Los valores de  $(P, \rho, T)$  se trasladan a la gráfica  $PM - \rho T$  (ver más adelante).

### 2ª Ley de Gay-Lussac

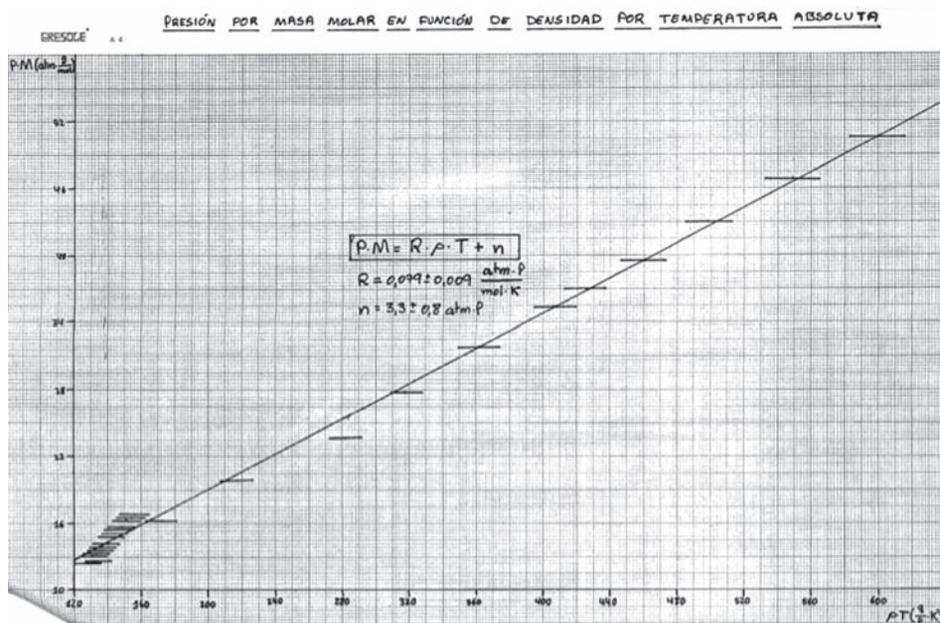
Para comprobar la constancia de la relación  $\frac{P}{T}$  a volumen constante (por tanto densidad constante), se vacía completamente el globo de aire (ver apartado anterior). Se cierran las llaves de la jeringa. Se conecta la manta calefactora regulando su temperatura con el voltaje del autotransformador. La temperatura en  $^{\circ}\text{C}$  se mide con un termómetro digital. Para cada temperatura se mide el valor de la presión.

Los valores de  $(P, \rho, T)$  se trasladan a la gráfica  $PM - \rho T$  (ver sección siguiente).

### Cálculo de la constante de los gases ideales

Con los resultados anteriores se construye la gráfica  $PM - \rho T$ .

Los datos resultantes de la comprobación de la segunda ley de Gay-Lussac aparecen agrupados a la izquierda de la gráfica mientras que los resultantes de la comprobación de la ley de Boyle-Mariotte aparecen distanciados a lo largo de la gráfica. Un ajuste por mínimos cuadrados permite estimar el valor de  $R$  (notar que el ajuste da un valor no nulo para la ordenada en el origen).



### 1ª Ley de Gay-Lussac

A partir de la 1ª ley de Gay-Lussac enunciada anteriormente se tiene que, a presión constante,  $\frac{V}{T} = \frac{\Delta V}{\Delta T} = \text{constante}$ . Para comprobar esta ley se miden variaciones de volumen  $\Delta V$  para variaciones de temperatura  $\Delta T$ .

Partiendo de la situación inicial con el gas a la presión atmosférica se abren las dos llaves de la jeringa y se sitúa el émbolo de ésta en la marca de 0 ml. A continuación se aumenta la temperatura del gas usando la manta calefactora y se mide este incremento. Para medir la variación de volumen a presión constante se desplaza el émbolo de la jeringa hasta que la presión del gas sea la atmosférica (es decir, la presión manométrica habrá de ser nula). Procediendo de esta forma se miden pares de valores ( $\Delta T, \Delta V$ ) y se comprueba la ley.

# X PREMIO ROTARY

1996 - 1997

LABORATORIO\_ÓPTICA

MEDIDA DEL  
GRADIENTE DEL ÍNDICE  
DE REFRACCIÓN EN UN  
MEDIO ESTRATIFICADO

JOSÉ JUAN ESTEVE TABOADA  
JUAN ANTONIO MONSORIÚ SERRA

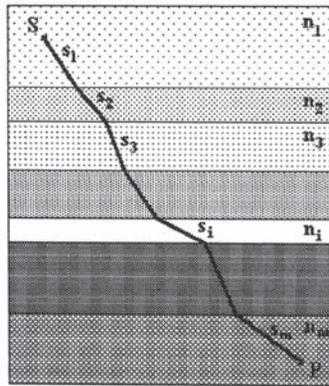
## OBJETIVO

Determinación de la variación del índice de refracción en la interfase de dos líquidos en contacto. Obtención de la concentración relativa de los líquidos en la interfase.

## FUNDAMENTACIÓN

La trayectoria de un rayo de luz que atraviesa una interfase está determinada por el Principio de Fermat: la trayectoria seguida por un rayo luminoso entre dos puntos fijos es la que se recorre en un tiempo mínimo.

Si se considera un medio estratificado verticalmente, compuesto de capas horizontales, con un índice de refracción diferente cada una de ellas, como en la figura siguiente:



entonces el tiempo de recorrido,  $t$ , de S a P será

$$t = \sum_{i=1}^m \frac{s_i}{v_i} = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^m n_i s_i$$

donde  $m$  es el número de capas y  $s_i$ ,  $v_i$ ,  $n_i$  son, respectivamente, la longitud de la trayectoria, velocidad del rayo luminoso e índice de refracción en la capa  $i$ .  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío.

En un medio no homogéneo el índice de refracción es función de la posición por lo que la expresión anterior se escribe

$$t = \frac{1}{c} \int_S^P n(s) ds \equiv \frac{1}{c} L$$

donde  $L$  se denomina camino óptico.

Utilizando el cálculo variacional para el funcional  $t$  ó  $L$ , se obtiene que el valor de éste es mínimo cuando se satisfacen las ecuaciones de Euler:

$$\frac{d}{ds}(n\vec{T}) - \vec{\nabla}n = 0$$

siendo  $\vec{T} \equiv \frac{d\vec{r}}{ds}$  el vector tangente a la trayectoria en el punto  $\vec{r}$ .

Usando la fórmula de Frenet  $\frac{d\vec{T}}{ds} = \frac{\vec{N}}{\rho}$ , donde  $\vec{N}$  es el vector unitario normal a la trayectoria en el punto  $\vec{r}$  y  $\rho$  es el radio de curvatura de la trayectoria, las ecuaciones de Euler se expresan en la forma

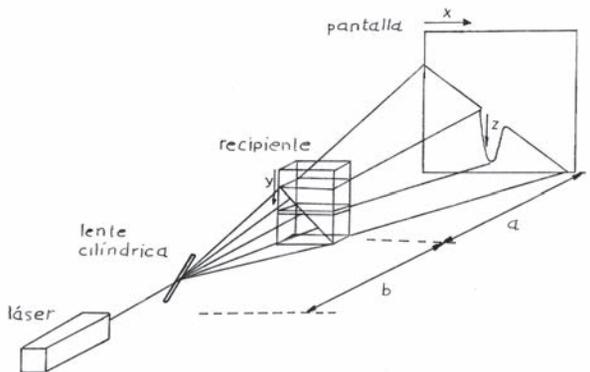
$$\vec{\nabla}n = \frac{dn}{ds}\vec{T} + n\frac{\vec{N}}{\rho}$$

Notar que si  $n$  es constante (medio homogéneo) entonces  $\rho = \infty$  obteniéndose trayectorias rectilíneas.

### PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se dispone de un recipiente estrecho de metacrilato transparente, de espesor  $e$ , de caras plano-paralelas en el cual se introducen dos líquidos de modo que el menos denso quede encima del más denso. Con el fin de tener un medio estratificado hay que proceder de manera que ambos líquidos no se mezclen significativamente. Para ello se introduce primero el líquido más denso y se coloca, flotando sobre él, una cuña (rampa) de corcho blanco. A continuación, con ayuda de una jeringuilla se deja caer el líquido menos denso, gota a gota, sobre la cuña de corcho, de forma que resbale y caiga sobre el más denso.

Sobre una de las paredes del recipiente incide perpendicularmente un haz de luz (conjunto de rayos). El haz es producido por un láser y, mediante una varilla cilíndrica de vidrio que actúa a modo de lente cilíndrica, se consigue una distribución de intensidades lineal que atraviesa diagonalmente (formando un ángulo de  $45^\circ$  con el plano horizontal) el recipiente. La cuña de corcho blanco se habrá colocado de forma que no intercepte el haz. La desviación vertical del haz, tras atravesar el recipiente, es observada en una pantalla situada a cierta distancia. El esquema del montaje es el siguiente:



Como líquidos se emplean agua destilada + alcohol etílico diluido al 20% y agua destilada + ácido acético diluido al 13%, ya que tienen densidades parecidas con lo que se consigue un medio estratificado en un periodo corto de tiempo. Las disoluciones elegidas (20% y 13%) facilitan las medidas a realizar con el dispositivo experimental. Notar que la disolución de alcohol etílico (ácido acético) es menos (más) densa que el agua.

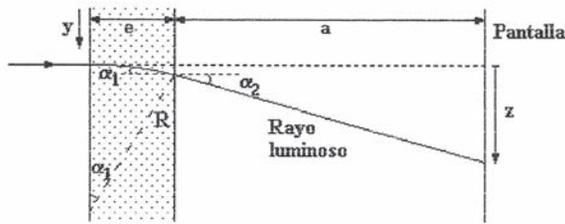
Si el líquido menos denso tiene un índice de refracción menor (mayor) que el líquido más denso, entonces en la zona de contacto existe un gradiente vertical del índice de refracción dirigido hacia abajo (arriba).

**Determinación del gradiente del índice de refracción**

El gradiente del índice de refracción en la interfase, en el montaje experimental descrito, está dado ( eligiendo el caso de gradiente hacia abajo y sentido positivo del eje vertical Y hacia abajo) por  $\vec{\nabla}n = \frac{dn}{dy} \hat{j}$ . A partir de las ecuaciones de Euler se puede hacer la aproximación

$$\frac{dn}{dy} \approx \frac{n}{\rho}$$

tal que si  $n$  y  $\frac{dn}{dy}$  varían poco a lo largo de cada rayo en el recipiente, entonces la trayectoria en éste se asimila a un arco de circunferencia,  $\rho \approx R = \frac{n}{\frac{dn}{dy}}$ .



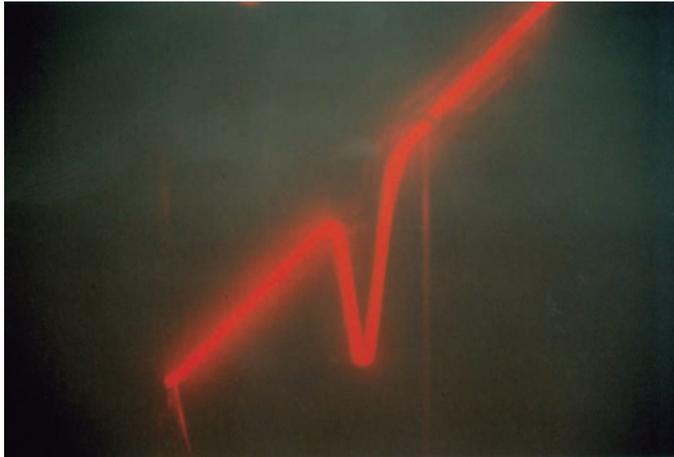
La desviación de un rayo al atravesar el recipiente está dada por el ángulo  $\alpha_1$ , que se puede aproximar por  $\alpha_1 \approx \frac{e}{R} \approx \frac{e}{n} \frac{dn}{dy}$ . Dicho rayo, a la salida del recipiente, forma un ángulo  $\alpha_2$  con la horizontal. Utilizando de nuevo la aproximación de pequeños ángulos y la ley de la refracción (con el índice de refracción del aire igual a 1) se tiene  $\alpha_2 \approx n\alpha_1$ . Finalmente la desviación de este rayo sobre la pantalla,  $z$ , será, para  $a \gg z$ :

$$z \approx a\alpha_2 \approx ae \frac{dn}{dy}$$

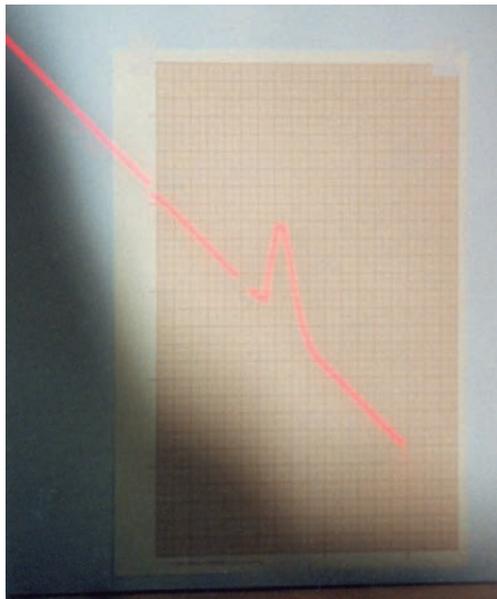
Por tanto, la medida de la desviación vertical sobre la pantalla permite la determinación del gradiente del índice de refracción. Para obtener la desviación vertical correspondiente a la línea de contacto de los líquidos basta con medirla sobre la pantalla en el punto medio del tramo del haz diagonal que se ve modificado.

Las gráficas siguientes muestran los resultados obtenidos para un tiempo de contacto entre los líquidos de 15 minutos.

Para agua destilada + disolución de ácido acético:

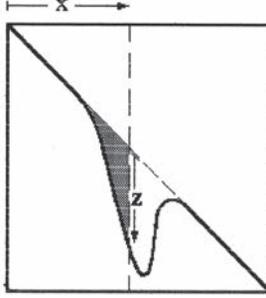


Para agua destilada + disolución de alcohol etílico:



### Determinación del índice de refracción

La integración de la expresión del gradiente permite la determinación del índice de refracción. Para calcular el valor de esta integración se parte del resultado obtenido en la pantalla:

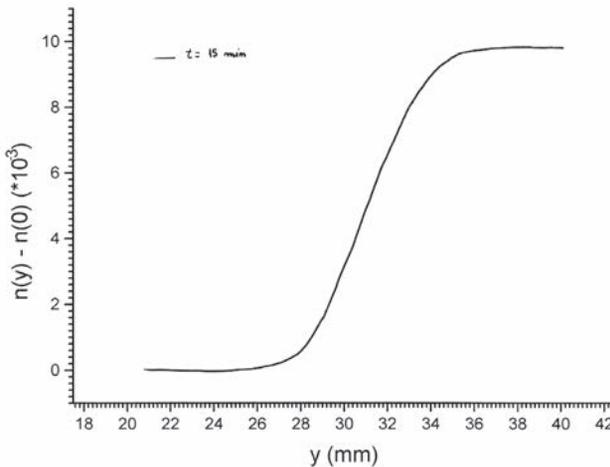


La variable  $x$  se puede relacionar con la variable  $y$  si se tiene en cuenta que el haz incide sobre el recipiente con  $45^\circ$  de inclinación respecto al plano horizontal. Así (ver esquema del montaje)  $x \approx \frac{(a+b)}{b}y$  habiéndose tomado  $b \gg e$ . Sustituyendo esta expresión en la del gradiente e integrando se obtiene la variación del índice de refracción con la altura:

$$n(y) = n(0) + \frac{b}{a(a+b)e} \int_0^x z(x) dx \equiv n_1 + \frac{b}{a(a+b)e} A(x)$$

$n_1$  es el valor del índice de refracción para el líquido de encima y  $A(x)$  es el área para un  $x$  genérico (correspondiente a la zona sombreada en la figura anterior para el  $x$  representado).

La gráfica siguiente muestra esta dependencia para el caso agua destilada + ácido acético diluido:

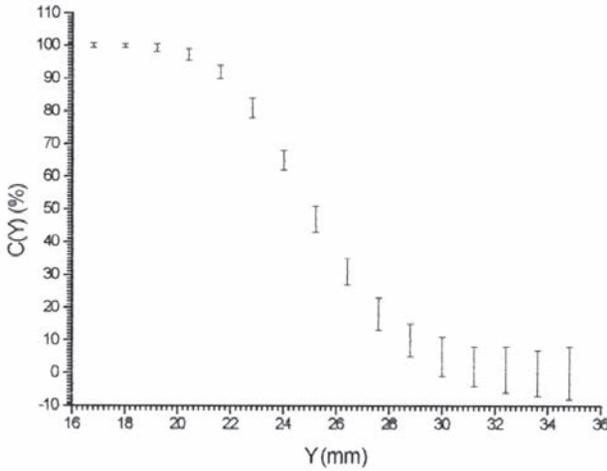


### Determinación de la concentración relativa de los líquidos

Se define la concentración relativa de los líquidos como

$$C = \frac{\text{concentración líquido de encima}}{\text{concentración líquido de encima} + \text{concentración líquido de debajo}}$$

Se puede obtener la dependencia con la altura de la concentración relativa de los dos líquidos,  $C(y)$ , utilizando que la relación entre  $n(y)$  y  $C(y)$  es aproximadamente lineal. Notar que  $n_1$  (índice de refracción para el líquido de encima) y  $n_2$  (índice de refracción para el líquido de debajo) corresponden a  $C = 1$  y  $C = 0$  respectivamente. En la gráfica siguiente se muestra el resultado para agua destilada + alcohol etílico diluido al 20% tras un tiempo de 45 minutos:



XI PREMIO

ROTARY

1997 - 1998

LABORATORIO\_ELECTROMAGNETISMO

# SISTEMAS GUIADORES CON SIMETRÍA DE TRASLACIÓN: GUÍA DE ONDAS RECTANGULAR

JOSÉ BELTRÁN FERRER  
JUAN JOSÉ SEPÚLVEDA LINARES

## OBJETIVO

Estudio de la propagación de ondas electromagnéticas dentro de una guía de ondas rectangular: modos de propagación, longitudes de onda, frecuencias de corte. Comparación con una línea de transmisión.

## FUNDAMENTACIÓN

Los sistemas guidores con simetría de traslación están constituidos por conductores y/o dieléctricos cuyas interfases, invariantes a lo largo de una determinada dirección, generan las condiciones de contorno que permiten el guiado de ondas. Entre estos sistemas cabe mencionar las guías de paredes conductoras, de sección transversal rectangular o circular, con uno o varios dieléctricos en su interior, y las líneas de transmisión formadas por dos conductores independientes y un dieléctrico (línea coaxial, bifilar, microcinta).

Una onda electromagnética que se propaga en un sistema guidor corresponde a un campo electromagnético que satisface las ecuaciones de Maxwell con las condiciones de contorno impuestas por el sistema. Si se considera una guía rectangular o circular, o una línea de transmisión, formada por un único dieléctrico y por conductores perfectos, y se toma como eje  $Z$  el de simetría de traslación (a lo largo del cual no varían las propiedades del sistema), existen soluciones con componente nula del campo eléctrico, del campo magnético o de ambos a la largo de dicho eje. Estas soluciones corresponden a los denominados modos Transversales Eléctricos (TE), Transversales Magnéticos (TM) y Transversales Electromagnéticos (TEM) respectivamente.

En el caso particular de una guía rectangular como la de la figura:



con sección transversal en el plano  $XY$ , con longitud  $a$  según el eje  $X$  (horizontal en la figura) y  $b$  según el eje  $Y$  (vertical en la figura), los campos para los modos TM y TE (para propagación en el sentido positivo del eje  $Z$ ) están dados por

i) Modos  $(TM)_{nm}$

$$\vec{E}(x, y, z, t) = (\vec{e}_{tr}(x, y) + e_z(x, y)\vec{u}_z)e^{i(k_{zz}z - \omega t)}$$

$$\vec{H}(x, y, z, t) = \vec{h}_{tr}(x, y)e^{i(k_{zz}z - \omega t)}$$

$w = 2\pi\nu$  es la frecuencia angular siendo  $\nu$  la frecuencia del modo,  $k_z$  es la componente longitudinal del número de ondas definida por  $k_z^2 \equiv w^2 \varepsilon \mu - k_{tr}^2$  donde  $\varepsilon$  ( $\mu$ ) es la permitividad eléctrica (permeabilidad magnética) del dieléctrico y  $k_{tr}^2 = k_x^2 + k_y^2$  con  $k_x \equiv \frac{n\pi}{a}$ ,  $k_y \equiv \frac{m\pi}{b}$  con  $n$  y  $m$  enteros.  $\vec{e}_{tr} = (e_x, e_y)$  ( $\vec{h}_{tr} = (h_x, h_y)$ ) es la componente transversal del campo eléctrico (magnético) y  $e_z$  ( $h_z$ ) la longitudinal ( $\vec{u}_z$  es el vector unitario en la dirección Z) dadas por

$$h_z = 0$$

$$e_z = A_{nm} \sin(k_x x) \sin(k_y y)$$

$$e_x = \frac{ik_z}{k_{tr}^2} A_{nm} k_x \cos(k_x x) \sin(k_y y)$$

$$e_y = \frac{ik_z}{k_{tr}^2} A_{nm} k_y \sin(k_x x) \cos(k_y y)$$

$$h_x = -\frac{iw\varepsilon}{k_{tr}^2} A_{nm} k_y \sin(k_x x) \cos(k_y y)$$

$$h_y = \frac{iw\varepsilon}{k_{tr}^2} A_{nm} k_x \cos(k_x x) \sin(k_y y)$$

ii) Modos (TE)<sub>nm</sub>

$$\vec{H}(x, y, z, t) = (\vec{h}_{tr}(x, y) + h_z(x, y)\vec{u}_z)e^{i(k_z z - wt)}$$

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{e}_{tr}(x, y)e^{i(k_z z - wt)}$$

Las componentes de los campos son en este caso:

$$e_z = 0$$

$$h_z = B_{nm} \cos(k_x x) \cos(k_y y)$$

$$h_x = -\frac{ik_z}{k_{tr}^2} B_{nm} k_x \sin(k_x x) \cos(k_y y)$$

$$h_y = -\frac{ik_z}{k_{tr}^2} B_{nm} k_y \cos(k_x x) \sin(k_y y)$$

$$e_x = \frac{iw\mu}{k_{tr}^2} B_{nm} k_y \cos(k_x x) \sin(k_y y)$$

$$e_y = -\frac{iw\mu}{k_{tr}^2} B_{nm} k_x \sin(k_x x) \cos(k_y y)$$

Se define la longitud de onda  $\lambda_g$  de un modo en la guía como la distancia (en la dirección de propagación y en un tiempo dado) entre dos puntos en fase, es decir que  $k_z z$  se diferencia para ellos en un ángulo  $2\pi$  :

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{k_z}$$

La velocidad de fase es la velocidad de propagación de un punto tal que su fase ( $k_z z - wt$ ) se mantiene constante:

$$v_f = \frac{w}{k_z}$$

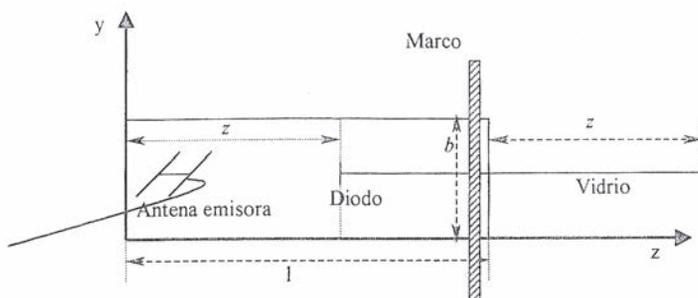
Se define la *frecuencia de corte* en la guía como aquella frecuencia por debajo de la cual no se tiene propagación de ondas electromagnéticas en la guía. Ello corresponde al caso  $k_z = 0$  ó, equivalentemente  $w^2 \varepsilon \mu - k_{tr}^2 = 0$  ya que si  $w^2 \varepsilon \mu < k_{tr}^2$  entonces  $k_z$  es imaginario y se tiene un modo atenuado exponencialmente (evanescente) para el cual se puede demostrar que no hay propagación de energía. La frecuencia de corte está dada por

$$v_c = \frac{w}{2\pi} = \frac{k_{tr}}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}} \sqrt{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2}$$

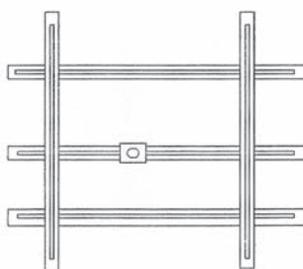
Notar que si dentro de la guía rectangular hay aire entonces  $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \approx c$  siendo  $c$  la velocidad de propagación de la onda en el vacío.

## PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se dispone de una guía rectangular XY con una pared móvil que regula la longitud según el eje X, y de un generador de frecuencias (800-2400 MHz). Como sistema de detección de la intensidad de la onda en los diferentes puntos en el interior de la guía se utiliza un diodo montado sobre una varilla de vidrio empotrada en un marco de nylon adaptable a la boca de la guía.



El marco está formado por cuatro listones de fibra de nylon a los que se ha practicado una ranura en su centro lo que permite que se desplacen unos con respecto a otros para adaptar el marco a la geometría de la guía.

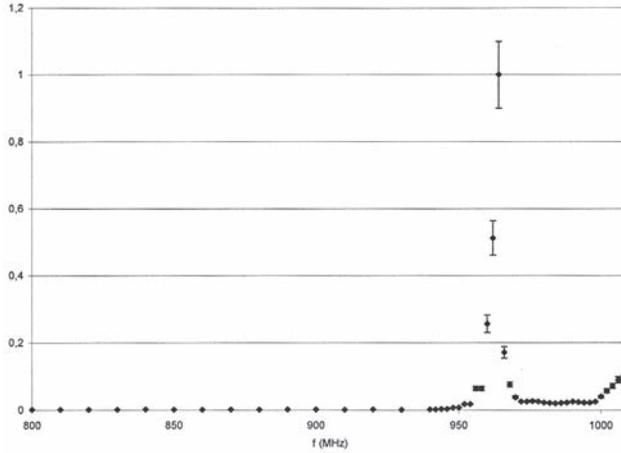


Además se tiene un quinto listón horizontal que se puede desplazar verticalmente (dirección Y). A la ranura de este listón se acopla una pieza de metacrilato que puede desplazarse horizontalmente (dirección X). A esta pieza se le practica un orificio para empotrar la varilla de vidrio que se moverá en la dirección Z. La varilla y la guía tienen la misma longitud según el eje Z para facilitar las medidas

Cuando la onda incide sobre el diodo se produce una corriente, que lo polariza, cuya intensidad es proporcional al módulo al cuadrado de la componente del campo eléctrico paralela a la orientación del diodo. Esta corriente se mide con un voltímetro (el voltaje detectado será proporcional a la intensidad de corriente) que incorpora un amplificador.

### Medida de la frecuencia de corte

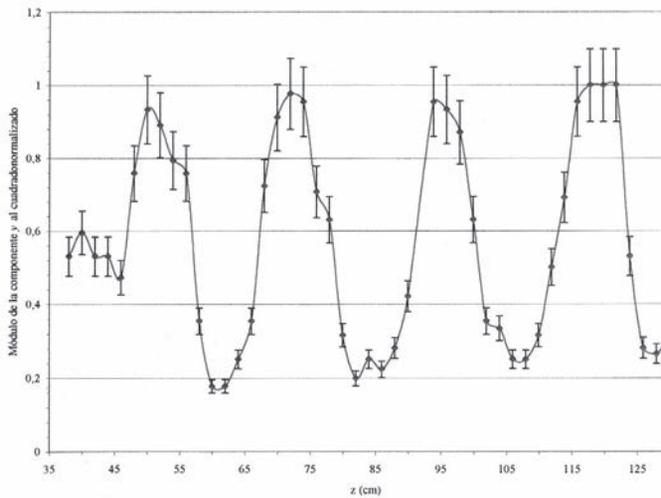
Para medir la frecuencia de corte del modo fundamental  $TE_{10}$  hay que ajustar la pared móvil de la guía para que dicha frecuencia esté dentro del rango de frecuencias del generador. De acuerdo con las expresiones de la sección anterior sólo se tiene componente Y del campo eléctrico por lo que se orientará el diodo en posición vertical y se colocará aproximadamente en el centro del plano transversal donde según, según dichas expresiones, esta componente es máxima. Variando la frecuencia del generador se obtienen resultados como los representados en la figura siguiente para  $a = 15$  cm (el error asignado a los puntos experimentales corresponde a ligeras variaciones de la posición del diodo):



a partir de los cuales se determina directamente la frecuencia de corte por encima de la cual la intensidad no es nula.

### Estructura de la onda

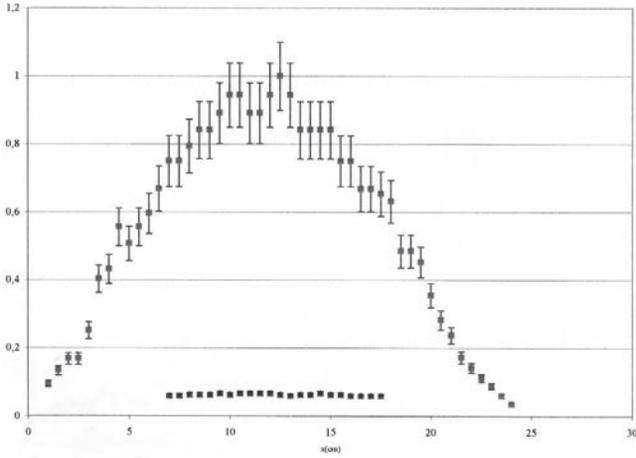
Para un ajuste de la pared móvil de la guía se elige una frecuencia tal que en la guía sólo se propague el modo  $TE_{10}$ . Orientando el diodo verticalmente en el centro del plano transversal a la guía se mide a diferentes valores de  $z$ . Se obtienen resultados como los de la figura siguiente (el ajuste de la pared móvil es diferente que en el apartado anterior) que representan la forma de la onda.



### Estructura del modo $TE_{10}$

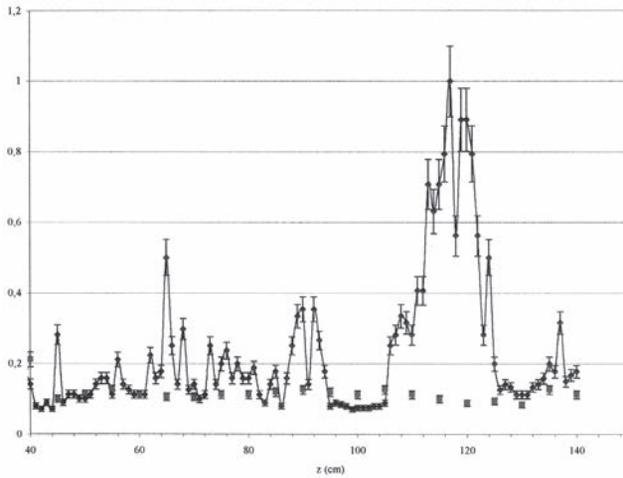
Siguiendo con el procedimiento del apartado anterior se sitúa el diodo en una posición  $z$  tal que la intensidad del campo eléctrico sea máxima. Manteniendo la posición del diodo a lo largo del eje  $Y$  se hace un barrido de medidas a lo largo del eje  $X$  en el plano transversal a la guía. Si el diodo se orienta verticalmente se mide la intensidad de la componente

$e_y$ , si horizontalmente la de la componente  $e_x$  que se anula en este modo. Los resultados obtenidos se presentan en la figura siguiente (cuadraditos con (sin) barras de error) para la intensidad de la componente  $e_y$  ( $e_x$ ):



### Comparación con una línea de transmisión

Para convertir la guía en línea de transmisión se coloca dentro de la misma un segundo conductor de tal forma que se mantenga la simetría de traslación. La principal diferencia estriba en que en la línea de transmisión no existe frecuencia de corte. En la figura siguiente se han representado las estructuras de las ondas medidas en la guía (cuadraditos) y en la línea de transmisión (circulitos con barras de error) para una frecuencia por debajo de la de corte en la guía. La estructura plana en la guía muestra la no propagación de la onda en ella.



XIII PREMIO ROTARY  
1998 - 1999

LABORATORIO\_FÍSICA GENERAL

DETERMINACIÓN  
INDIRECTA DE LA  
VELOCIDAD DE LA LUZ  
EN EL VACÍO MEDIANTE  
UN CIRCUITO RESONANTE

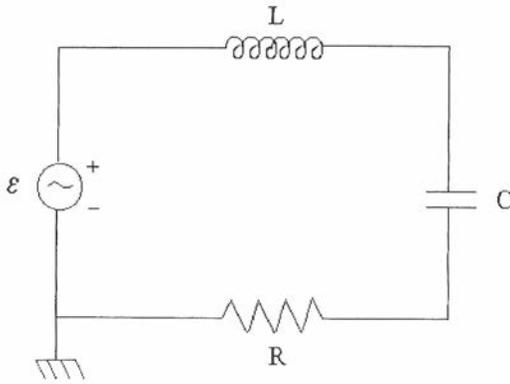
IVÁN MARTÍ VIDAL  
MANUEL VEGARA LLANES

## OBJETIVO

Determinación aproximada de la velocidad de la luz en el vacío a partir de medidas en un circuito resonante RLC-serie. Obtención de la permitividad eléctrica y permeabilidad magnética del vacío. Cálculo de la capacidad parásita del circuito.

## FUNDAMENTACIÓN

Un circuito RLC-serie contiene una resistencia  $R$ , una bobina de autoinducción  $L$  y un condensador de capacidad  $C$  colocados en serie. Un esquema del circuito, conectado a un generador de corriente alterna, es el siguiente:



Este circuito puede interpretarse como un sistema oscilante forzado con frecuencia angular  $\omega$ , o frecuencia  $\nu$ , tal que  $\omega = 2\pi\nu$ . Cuando la frecuencia de la corriente alterna aplicada coincide con la frecuencia natural o propia del circuito, dada por

$$\omega_0 = 2\pi\nu_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

la intensidad de corriente es máxima: se dice que el circuito está en resonancia.

La frecuencia de resonancia se puede expresar en términos de  $c$ , la velocidad de la luz en el vacío, si se tiene en cuenta que  $\frac{1}{c^2} = \epsilon_0\mu_0$ , donde  $\epsilon_0$  ( $\mu_0$ ) es la permitividad eléctrica (permeabilidad magnética) del vacío, y que  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$  pueden relacionarse con  $C$  y  $L$  respectivamente. En efecto, para un condensador plano de placas paralelas de área  $S$  y distancia  $d$  entre ellas, la capacidad está dada por  $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ ; por otra parte la autoinducción de una bobina, tipo solenoide infinito, está dada por  $L = \mu_0 S' \frac{N^2}{l}$  donde  $S'$  es la sección de la bobina,  $l$  su longitud y  $N$  el número de espiras. Usando estas relaciones se tiene

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{4\pi\nu_0^2} = \frac{1}{c^2} \frac{SN^2S'}{l d}$$

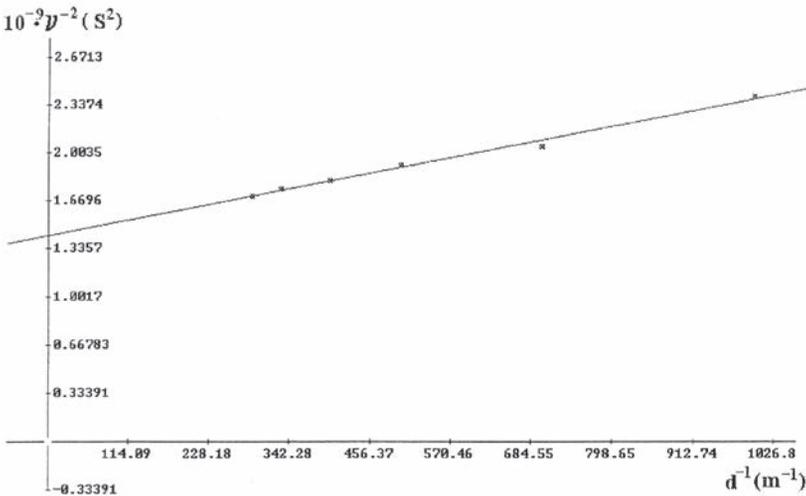
Por tanto, conociendo  $\frac{SN^2S'}{l}$ , la medida y representación gráfica de las inversas de los cuadrados de las frecuencias de resonancia para diferentes valores de la inversa de  $d$ , permite la determinación de  $\frac{1}{c^2}$  y, por ende, de  $c$ .

**PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL**

Se dispone de un circuito RLC-serie como el del esquema del apartado anterior, de un generador de frecuencias de alterna del orden de centenares de kHz y de un osciloscopio. La bobina usada, de 4280 espiras, se ha construido con sección cuadrada y núcleo de madera de pino, material altamente aislante cuya permeabilidad magnética se asimilará a la del vacío. El condensador de placas plano paralelas tiene forma circular con radio conocido. Si se conecta el canal A del osciloscopio a ambos lados de la resistencia, para medir la intensidad de corriente, y el canal B al generador de corriente para medir su tensión, se podrá establecer el desfase existente entre la tensión del circuito y la intensidad de corriente en el mismo. Si el desfase es nulo la impedancia del circuito, que mide la inercia al paso de corriente, será mínima y la intensidad de corriente máxima. En el osciloscopio se observará una línea recta (en caso de desfase máximo se observará una circunferencia y para desfase intermedio una elipse). Este desfase nulo se tendrá cuando la frecuencia del generador coincida con la propia del circuito. Por tanto la visualización de una recta en el osciloscopio (al ir variando la frecuencia del generador) permite la medida de  $\nu_0$ .

**Determinación de  $c$**

Repitiendo el procedimiento explicado para distintos valores de la distancia entre las placas del condensador se obtienen las medidas necesarias de  $1/\nu_0^2$  frente a  $1/d$  para la determinación de  $c$  a partir de la pendiente de la recta resultante.

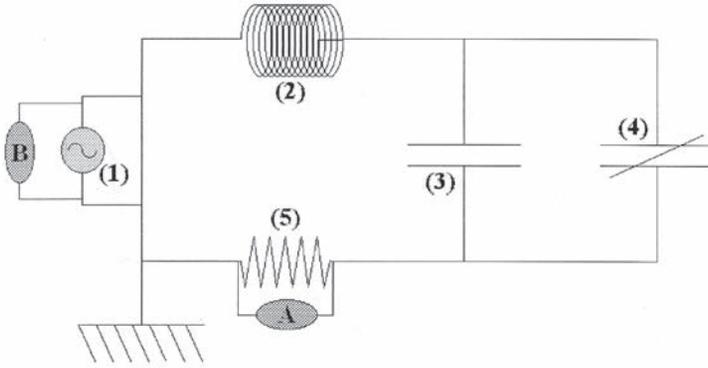


Se observa que la recta obtenida tiene ordenada en el origen,  $n_0$ , diferente de cero. Esto es debido a la capacidad parásita del circuito,  $C_0$ , que hace que la expresión para la frecuencia de resonancia se modifique en la forma  $\frac{1}{v_0^2} = 4\pi^2 L(C + C_0)$  por lo que  $n_0 = 4\pi^2 LC_0$ . Notar que  $n_0$  es independiente de  $d$  por lo que no afecta al valor de la pendiente usada para el cálculo de  $c$ .

El valor calculado para la velocidad de la luz en el vacío es  $c = (3.02 \pm 0.7)10^{-8}$  m/s.

### Cálculo de la permeabilidad magnética

La ordenada en el origen del apartado anterior se puede variar a voluntad conectando en paralelo un condensador adicional de una caja de condensadores calibrados, como en el circuito siguiente:



Diferentes medidas con este circuito permiten obtener el valor de la autoinducción  $L$  y, a partir de éste, el de la permeabilidad magnética  $\mu_0$ . En efecto, utilizando un condensador adicional de capacidad  $C_{ad}$  se repite el procedimiento del apartado anterior para determinar  $c$  (el valor resultante debe ser el mismo dentro de los errores experimentales) y se obtiene la nueva ordenada en el origen  $n = 4\pi^2 L(C_0 + C_{ad})$ . Por tanto la autoinducción viene dada por  $L = \frac{(n - n_0)}{4\pi^2 C_{ad}}$ , y a partir de ella se calcula la permeabilidad magnética  $\mu_0 = \frac{Ll}{S'N^2}$ .

### Cálculo de la capacidad parásita del circuito

Una vez obtenido el valor de  $L$  y conociendo  $n_0$  se puede calcular la capacidad parásita del circuito:  $C_0 = \frac{n_0}{4\pi^2 L}$ .

### Cálculo de la permitividad eléctrica

A partir de la relación  $\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}$  se calcula el valor de  $\varepsilon_0$  mediante los valores obtenidos para  $c$  y  $\mu_0$ .



# XIII PREMIO ROTARY

1999 - 2000

LABORATORIO\_AUTÓMATAS PROGRAMABLES

# DESARROLLO DE UNA APLICACIÓN MEDIANTE SOFTWARE SCADA

JOSÉ CARLOS GARCÍA GONZÁLEZ

## OBJETIVO

Desarrollo, mediante software SCADA, de una aplicación para el control, desde un computador (PC), del funcionamiento de una maqueta construida para un proyecto de “Sistema de llenado inteligente de recipientes”.

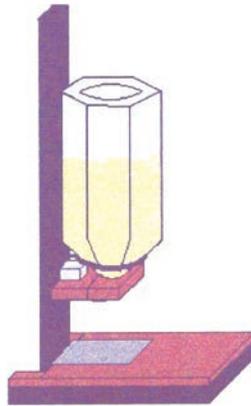
## FUNDAMENTACIÓN

El software SCADA (Supervisory Control And Data Acquisition) permite monitorizar y controlar procesos, desde un PC, mientras éstos se llevan a cabo en un autómata programable (PLC). En particular, el paquete SYSMAC – SC para la supervisión, control y adquisición de datos, con interfaz de usuario para la creación de gráficos, permite el control y monitorización del hardware y del equipamiento. Este paquete se complementa con un sistema de comunicaciones SYSMAC – CDM para PLC’s.

## PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

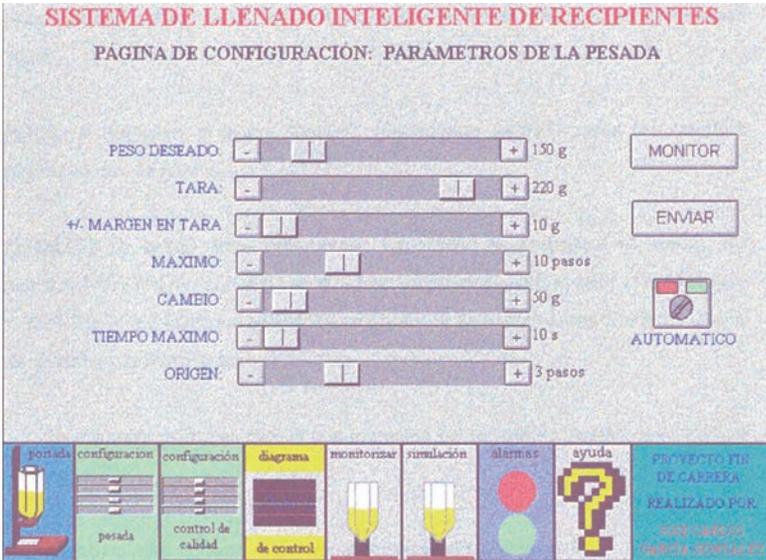
Se dispone de una maqueta, realizada para un proyecto de “Sistema de llenado inteligente de recipientes”, compuesta por una cinta transportadora que coloca un recipiente a llenar debajo de un depósito. Un autómata programable (PLC) controla el funcionamiento de la maqueta: pone en marcha la cinta, comprueba que la posición del recipiente para el llenado es la correcta, abre la espita del depósito y deja caer el material que llena el recipiente hasta alcanzar un peso predeterminado; a continuación da la orden de marcha a la cinta transportadora para extraer el recipiente de la zona de llenado y colocar otro en dicha zona. Todo este proceso se visualiza mediante el programa de control de planta SCADA (notar que el sistema maqueta – PLC puede funcionar independientemente de que esté funcionando o no la aplicación de SCADA).

El montaje de la maqueta, a excepción de la cinta transportadora, es el siguiente:



Un sensor fotoeléctrico determina si hay un recipiente debajo del depósito. Para abrir y cerrar la espita del depósito se utiliza un motor Paso a Paso. Para determinar cuando está cerrado el depósito se usa un Final de Carrera (pulsador que se acciona mediante una palanca tal que si se presiona la palanca se cierra un circuito que deja pasar la corriente eléctrica). Se dispone también de una célula de carga, el procesamiento de cuya señal permite obtener una medida del peso del material depositado en el recipiente. Para evitar que se desborde el recipiente, si hay un error en la pesada o si la densidad del material es menor de la prevista y en el recipiente no hay espacio suficiente para completar el peso deseado, se ha dispuesto un sensor capacitivo.

La aplicación diseñada de software SCADA permite realizar, entre otras, las siguientes funciones: configuración de los parámetros que influyen en el llenado, simulación del proceso sin necesidad de tener conectado el sistema físico y monitorización del proceso. La monitorización incluye la posibilidad de iniciar o parar el proceso desde el PC, ver el estado de los sensores y la cinta transportadora, observar la posición del recipiente en la cinta, comprobar el grado de apertura de la espita del depósito, ver los valores del peso actual, el peso deseado y el peso final, conocer la media y la desviación estándar del peso final en los recipientes llenados en el día, detectar todas las alarmas que se producen y facilitar el acceso a las páginas de ayuda correspondientes.



# XIV PREMIO PRÁCTICA DE LABORATORIO

2000 - 2001

LABORATORIO\_MECÁNICA

ESTUDIO COMPARATIVO  
ENTRE LAS LEYES  
DE STOKES Y NEWTON

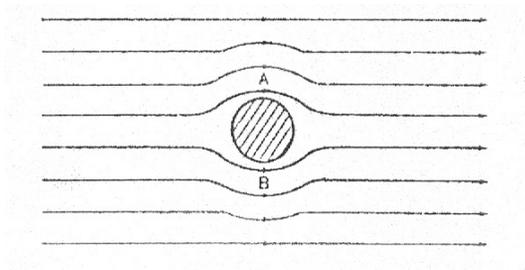
JUAN JOSÉ GARCÍA CELMA

## OBJETIVO

Estudio del movimiento de una esfera que se desplaza en el seno de un fluido por la acción de la gravedad. Ajuste a las leyes de Stokes o Newton. Determinación de la velocidad límite, fuerza de empuje del fluido y coeficiente de forma, para la esfera.

## FUNDAMENTACIÓN

En el estudio del movimiento de una esfera en el seno de un fluido se distinguen dos regímenes diferentes: laminar y turbulento. En el *régimen laminar* la velocidad relativa entre la esfera y el fluido es baja tal que el fluido que rodea la esfera se desliza en forma de lámina o capa.



La fuerza de rozamiento sobre la esfera, en la misma dirección pero con sentido opuesto a su velocidad respecto al fluido, está dada por la expresión de Stokes

$$F_{Stokes} = 6\pi a\eta v$$

$a$  es el radio de la esfera,  $v$  su velocidad y  $\eta$  el coeficiente de viscosidad del fluido.

Cuando la velocidad relativa esfera-fluido aumenta por encima de un cierto valor crítico se llega al *régimen turbulento*.

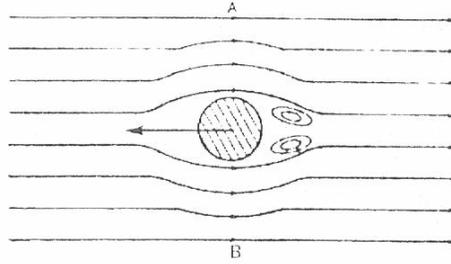
Para caracterizar el tipo de régimen se emplea el *número de Reynolds* definido como

$$N_R = \frac{l\rho v_{av}}{\eta}$$

$l$  representa la longitud característica del objeto que se mueve en el fluido en el plano transversal al movimiento (para la esfera  $l = 2a$ ),  $\rho$  la densidad del fluido y  $v_{av}$  la velocidad media del objeto en el fluido.

Para valores del número de Reynolds menores que 2000 el régimen es laminar mientras que para valores mayores que 3000 se tiene régimen turbulento.

En el régimen turbulento aparecen remolinos en el fluido que rodea a la esfera, los cuales frenan el movimiento de ésta.



La fuerza de rozamiento está dada en este caso por la expresión de Newton

$$F_{Newton} = \frac{\pi}{2} C_d a^2 \rho v^2$$

$C_d$  es el coeficiente de forma de la esfera,  $a$  su radio,  $v$  su velocidad y  $\rho$  la densidad del fluido.

### PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se dispone de dos esferas de radio diferente y de un cilindro con agua en el cual se dejan caer las esferas una a una. Cada esfera se une a un extremo de un hilo fino que se pasa por dos poleas. En el otro extremo del hilo se une un soporte en el cual se pueden colocar pesas (contrapesos) de distinta masa para regular la velocidad de caída, la cual se determina a partir de la medida de la velocidad de giro de una de las poleas mediante una fotocélula. Un programa informático controla el análisis y toma de datos.

El movimiento de la esfera es descrito por las ecuaciones de Newton. Si tiene lugar a lo largo del eje  $Z$ , éstas son:

$$m_1 g - \frac{4\pi a^3 \rho}{3} g - F_{Stokes} - T = m_1 \ddot{z}$$

$$T - m_2 g = m_2 \ddot{z}$$

$$T = \frac{I}{\frac{1}{2} R_p^2} \ddot{z}$$

$m_1$  es la masa de la esfera,  $g$  es la aceleración de la gravedad, el segundo término en el miembro de la izquierda de la primera ecuación corresponde al empuje del fluido y  $T$  es la tensión del hilo.  $m_2$  es la masa de contrapeso en el soporte.  $I$  es el momento de inercia de la polea y  $R_p$  su radio.

Definiendo  $M \equiv m_1 + m_2 + \frac{2I}{R_p^2}$  y  $m_{ef} \equiv m_1 - m_2$  la solución para la velocidad, a partir de las ecuaciones de Newton, se escribe, para el caso de régimen laminar ( $F_{Stokes}$ ):

$$v_{Stokes}(t) \equiv \dot{z}_{Stokes}(t) = (\dot{z}_{Stokes}(0) - \dot{z}_{Stokes}^{limit})e^{-\frac{6\pi a\eta}{M}t} + \dot{z}_{Stokes}^{limit}$$

$\dot{z}_{Stokes}^{limit}$  es la velocidad límite o velocidad máxima terminal que alcanza la esfera a partir de la cual cae con movimiento uniforme (la fuerza de rozamiento, que aumenta con la velocidad, compensa a la fuerza neta restante). Su expresión es

$$\dot{z}_{Stokes}^{limit} \equiv \frac{g}{6\pi a\eta} \left( m_{ef} - \frac{4\pi a^3 \rho}{3} g \right)$$

En el caso de régimen turbulento ( $F_{Newton}$ ) la solución correspondiente es

$$v_{Newton}(t) \equiv \dot{z}_{Newton}(t) = \dot{z}_{Newton}^{limit} \tanh(At + B)$$

con

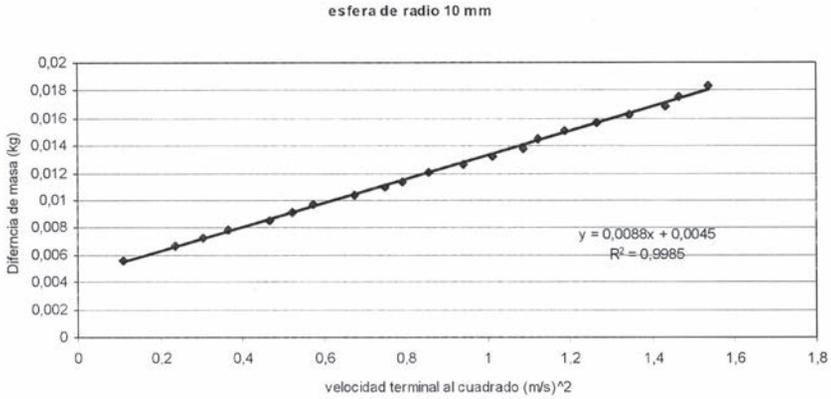
$$\dot{z}_{Newton}^{limit} \equiv \left( \frac{2g}{\pi C_d a^2 \rho} \left( m_{ef} - \frac{4\pi a^3 \rho}{3} \right) \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$A \equiv \left( \frac{\left( m_{ef} - \frac{4\pi a^3 \rho}{3} \right) g \pi C_d a^2}{2M^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

y  $B$  una constante determinada por la velocidad inicial.

### Determinación de la velocidad límite, coeficiente de forma y empuje del fluido

El programa de control permite realizar la medida de la velocidad de caída de cada esfera en función del tiempo, para distintos contrapesos. A partir de esta medida (velocidad frente a tiempo) se determina fácilmente la velocidad límite para cada contrapeso o, equivalentemente, para cada valor de la diferencia de masa  $m_{ef}$ . Si se representan los valores de  $m_{ef}$  frente a los de los cuadrados de la velocidad límite, como en la figura siguiente (para una esfera de 10 mm de radio), se observa que se ajustan perfectamente a rectas lo que prueba que el régimen es turbulento.



A partir de las pendientes de estas rectas (una para cada esfera) dadas por  $\left(\frac{2g}{\pi C_d a^2 \rho}\right)^{-1}$  se pueden calcular los coeficientes de forma de las esferas  $C_d$ . El empuje del fluido,  $\frac{4\pi a^3 \rho}{3}$  corresponde, en cada caso, al valor de la ordenada en el origen.

Como se ha dicho los resultados obtenidos muestran que el movimiento de la esfera tiene lugar en el régimen turbulento. De hecho, si se calcula el número de Reynolds, haciendo un promedio de la velocidad, se obtiene en ambos casos un valor superior a 3000.

# XVI PREMIO ROTARY

2002 - 2003

LABORATORIO\_ÓPTICA

LÁSER DE  
CAVIDAD ABIERTA:  
ESTABILIDAD Y MODOS  
TRANSVERSALES

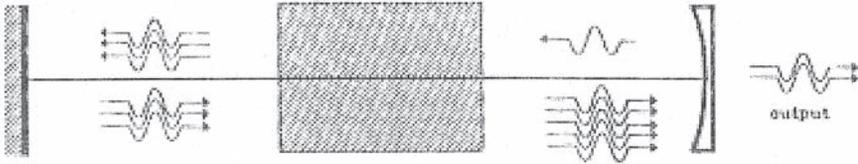
ELENA FERNÁNDEZ VARÓ  
TERESA MENGUAL CHULIÁ

## OBJETIVO

Estudio de las propiedades del resonador de un láser de He-Ne de cavidad abierta: zonas de estabilidad para diversas cavidades, posición y cintura del modo gaussiano fundamental, modos transversales de Hermite-Gauss, polarización.

## FUNDAMENTACIÓN

Un dispositivo láser está formado por: i) un medio activo en el que se encuentran átomos que, mediante un mecanismo de bombeo, se excitan desde el nivel fundamental de energía a un nivel superior, desde el cual se hacen decaer por emisión estimulada de fotones, ii) un resonador óptico formado por una cavidad entre dos espejos altamente reflectantes enfrentados y alineados, dentro de la cual se sitúa el medio activo, iii) un sistema de extracción de los fotones producidos, por transmisión en uno de los espejos.



La onda electromagnética resultante (haz de luz láser) satisface las ecuaciones de Maxwell. Si la luz es monocromática y los rayos de luz se propagan formando ángulos pequeños con el eje Z (aproximación paraxial), existen soluciones del campo eléctrico y magnético, denominadas modos de Hermite-Gauss, cuya distribución de intensidades,  $I_{mn}^{HG}$ , corresponde a productos de cuadrados de polinomios de Hermite,  $H_n$ , modulados por una gaussiana,

$$I_{mn}^{HG} \propto \left(\frac{w_0}{w(z)}\right)^2 e^{-\frac{|x|^2}{w^2(z)}} H_m^2\left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}\right) H_n^2\left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)}\right)$$

donde

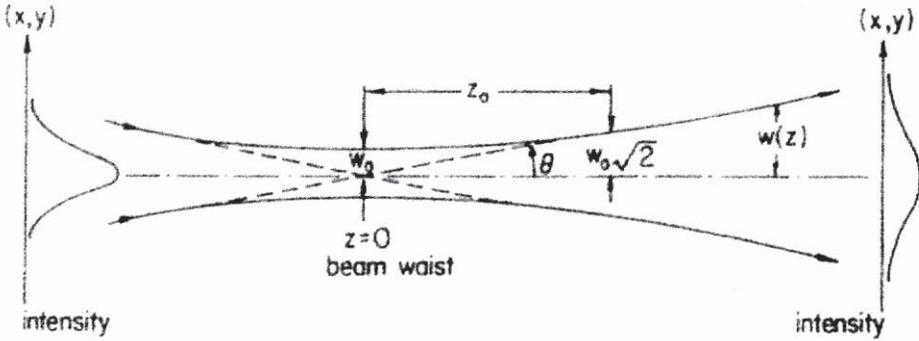
$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}}$$

fija la semianchura del haz en el plano transversal. El valor mínimo de  $w(z)$ , es decir  $w_0$ , se tiene para  $z = 0$  y recibe el nombre de *cintura del haz*.  $z_R$  (denotada  $z_0$  en la figura siguiente) es una longitud característica del haz denominada *distancia de Rayleigh*, dada por  $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$  donde  $\lambda$  es la longitud de onda. Notar que  $w(\pm z_R) = \sqrt{2}w_0$ .

$m$  y  $n$  son números naturales. El caso particular  $n = 0, m = 0$  que es el modo fundamental del resonador, corresponde a un haz gaussiano.

Una característica de estos modos es la existencia de *líneas nodales*, formadas por las posiciones para las cuales los polinomios de Hermite tienen valor nulo.

Un parámetro que caracteriza el ensanchamiento del haz en su propagación es su esparcimiento angular dado por  $\theta$  (ver figura siguiente).



La permanencia de los modos, o de un rayo paraxial (que va y vuelve), dentro del resonador, depende de los radios de curvatura de los espejos que forman la cavidad resonante,  $R_1, R_2$  y de la longitud que los separa,  $L$ . Cuando los dos espejos tienen radios de curvatura finitos tal que  $R_1 > R_2$ , existen dos regiones de permanencia:

$$0 \leq L \leq R_2$$

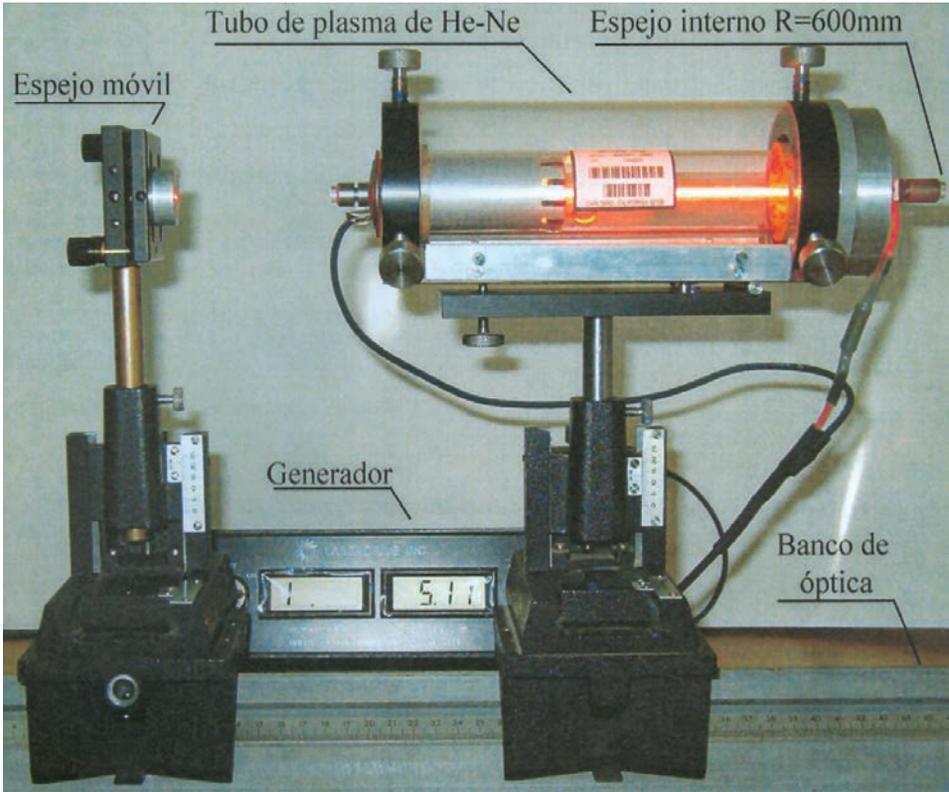
$$R_1 \leq L \leq R_1 + R_2$$

Se dice que el resonador tiene dos zonas de estabilidad.

En el caso  $R_1$  finito y  $R_2 = \infty$  (espejo plano) sólo hay una zona de estabilidad:  $[0, R_1]$ .

### PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se dispone de un tubo de plasma en cuyo interior se encuentra el gas helio-neón (He-Ne) y en uno de cuyos extremos hay un espejo fijo de 600 mm de radio de curvatura. Así mismo se dispone de un espejo plano y de dos espejos de diferentes radios de curvatura (450 mm y 1400 mm). Uno de éstos se monta como espejo móvil para formar, junto con el fijo, la cavidad resonante del láser, como se muestra en la figura siguiente:



Adicionalmente, una cámara CCD permite la obtención de imágenes digitales de los modos del láser y un computador y diversos programas informáticos son usados para el tratamiento de datos. Otros dispositivos tales como una rendija de ancho variable con escala micrométrica, diafragmas, lente, lámina plano-paralela montada en una plataforma giratoria, polarizadores, etc, son también utilizados para la realización de los distintos apartados de la práctica que a continuación se detallan.

### **Estabilidad del resonador láser**

#### ***A\_Cavidad con un espejo plano***

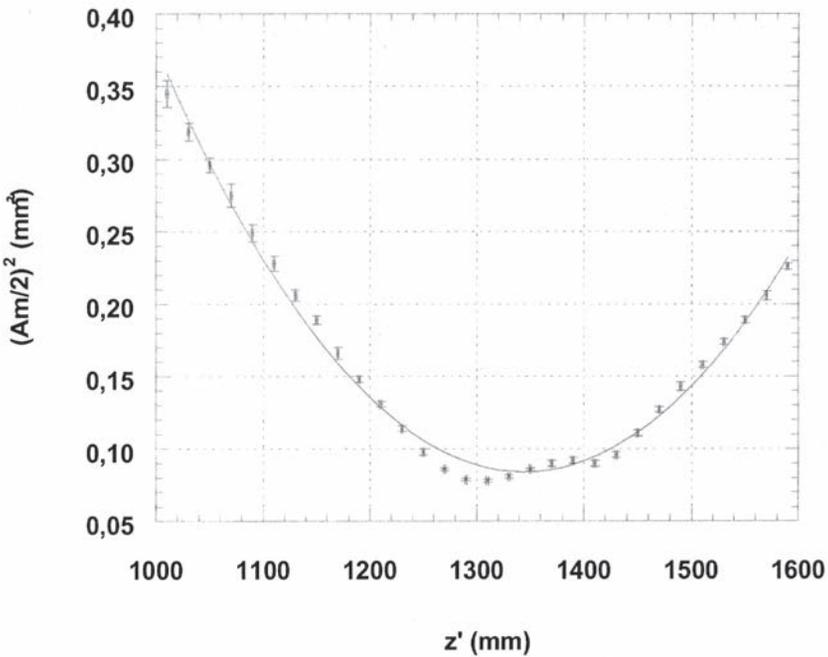
Partiendo de la posición del espejo plano como espejo móvil a unos pocos milímetros de la ventana del tubo de plasma, se va aumentando la separación entre los espejos hasta determinar la separación máxima, a partir de la cual la cavidad se vuelve inestable y el láser deja de emitir.

#### ***B\_Cavidad con dos espejos esféricos***

Utilizando como espejo móvil el de radio de curvatura 450 mm se repite el procedimiento del subapartado anterior, primero situando el espejo móvil a pocos milímetros de la ventana del tubo de plasma, y después a una distancia próxima a 600 mm ya que en este caso hay dos zonas de estabilidad.

### Medida de la anchura del haz. Posición de la cintura

Se sitúa sobre el banco de óptica, en el interior de la cavidad, una rendija de ancho variable con escala micrométrica. Para cada posición elegida en el banco se va cerrando la rendija hasta determinar la anchura mínima ( $A_m$ ) para la que el láser todavía emite; dicha anchura se tomará como la anchura del haz en el plano. Así se tienen parejas de valores anchura-posición. Conviene definir como origen para las distancias axiales la posición de la cintura (ver sección Fundamentación)  $z_c$ , tal que  $z = z' - z_c$  siendo  $z'$  los valores medidos sobre la regla del banco de óptica. Entonces la representación gráfica de los valores del cuadrado de la semianchura de la rendija ( $w^2$ ) frente a la posición de la misma ( $z$ ) corresponde a una parábola:



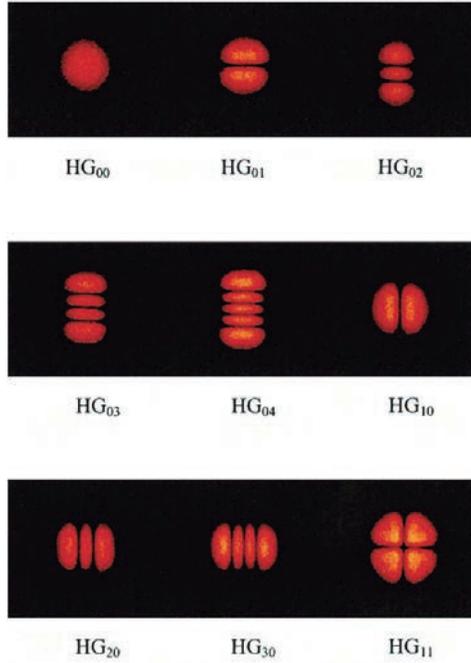
El ajuste de esta parábola por mínimos cuadrados permite determinar la posición de la cintura del haz,  $z_c$ , y el valor de la cintura,  $w_0$ .

### Observación de Modos de Hermite-Gauss

Para observar los modos de Hermite-Gauss se utilizan diafragmas. Para el modo gaussiano fundamental se hace uso de un diafragma circular. Para los modos de orden superior se usan dos diafragmas (por separado o combinados) que poseen un alambre muy fino en su interior (de unas decenas de micras de espesor) el cual se desplaza por el diafragma con ayuda de un tornillo micrométrico. El procedimiento de observación está basado en el he-

cho de que si el alambre no coincide con una línea nodal se introducen pérdidas y el modo correspondiente deja de ser emitido por el láser, tal que sólo se observan los modos para los que los alambres coinciden con líneas nodales.

Se utiliza el espejo móvil de 1400 mm para que la cintura del haz sea ancha tal que se puedan situar convenientemente los diafragmas. Los modos se observan y capturan mediante una cámara CCD. Algunos de los modos observados ( $HG_{mn}$ ) se muestran a continuación:



### Resonador con una lente intracavidad

Si se coloca una lente de focal  $f$  dentro de la cavidad, se puede modificar de forma efectiva el radio de curvatura de uno de los espejos. Al conjunto espejo-lente se le denomina espejo equivalente. Para el caso de un espejo plano y una lente pegada a él, el radio de curvatura del espejo equivalente es  $R_{eq} = -f$ . Esto se comprueba pegando una lente convergente ( $f = 400$  mm) delante del espejo plano y estudiando las zonas de estabilidad de la cavidad. El resonador se comporta efectivamente como un resonador con dos espejos curvos.

### Resonador con una ventana de Brewster

Cuando en un medio dieléctrico e isótropo incide luz, parte se refleja y parte se transmite, dependiendo del índice de refracción del medio, del ángulo de incidencia y del estado de polarización de la luz incidente.

Si se considera el aire como el medio de propagación de luz polarizada linealmente que llega a una lámina plano-paralela de índice de refracción  $n$ , y se gira la lámina hasta el denominado ángulo de Brewster, entonces la componente paralela del haz reflejado se anula, es decir la componente paralela se transmite completamente.

Para medir experimentalmente el ángulo de Brewster para una lámina plano-paralela se sitúa ésta fuera de la cavidad y se hace incidir sobre ella la luz láser. Delante de la lámina se coloca un polarizador lineal. Girando el polarizador o la lámina se buscará la extinción del haz reflejado que se producirá para el ángulo de Brewster.

La luz que emerge del láser no está polarizada como puede comprobarse fácilmente haciéndola pasar por un polarizador (al girarlo la intensidad del haz no varía). Sin embargo, si se coloca la lámina plano-paralela orientada según el ángulo de Brewster, dentro de la cavidad, delante del espejo plano (elegido como espejo móvil), y se analiza la polarización del haz emergente del láser, se comprueba que está totalmente polarizado. La razón es que al cabo de un gran número de vueltas dentro de la cavidad, y debido a la presencia de la lámina, la componente paralela del haz dominará completamente en la luz transmitida. De hecho, éste es el procedimiento usual en los láseres comerciales para obtener luz polarizada.

# XVII PREMIO ROTARY

2003 - 2004

LABORATORIO\_ELECTROMAGNETISMO

# DIPOLOS MAGNÉTICOS

RAÚL LACOMBA PERALES  
JAVIER RUIZ FUERTES

## OBJETIVO

Medida de la fuerza atractiva entre dos imanes. Estudio de las oscilaciones de un conjunto de imanes en el seno de un campo magnético uniforme. Estudio de la caída de un imán por un tubo no conductor y un tubo conductor. Análisis de la fuerza electromotriz inducida por un imán que atraviesa una espira.

## FUNDAMENTACIÓN

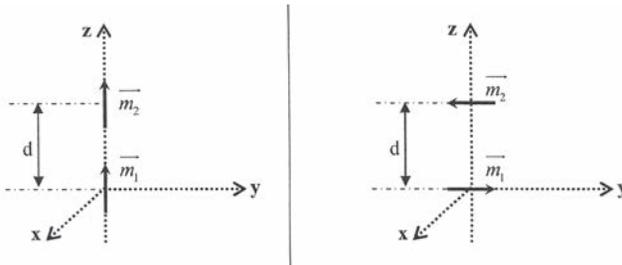
Se puede calcular la fuerza entre dos dipolos magnéticos como la fuerza que actúa sobre un dipolo en el seno del campo magnético creado por el otro.

La fuerza que un campo magnético  $\vec{B}$  ejerce sobre un dipolo, de momento magnético  $\vec{m}$ , está dada por  $\vec{F} = (\vec{m} \cdot \nabla) \vec{B}$ . El campo magnético en un punto  $\vec{r}$ , creado por un dipolo, de momento magnético  $\vec{m}_1$ , situado en el origen de coordenadas, está dado por

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{m}_1 \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{m}_1}{r^5}$$

donde  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío.

Por tanto, la fuerza que este campo ejerce sobre otro dipolo, de momento magnético  $\vec{m}_2$ , está dada por  $\vec{F} = (\vec{m}_2 \cdot \nabla) \vec{B}_1$ . En el caso particular de las configuraciones correspondientes a dipolos verticales paralelos (VP) y dipolos horizontales antiparalelos (HA), como las de las figuras siguientes:



es fácil calcular las fuerzas (atractivas) que el dipolo  $\vec{m}_1$  ejerce sobre  $\vec{m}_2$ , cuyas expresiones son ( $m_i = |\vec{m}_i|$ )

$$\vec{F}_{12(VP)} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{6m_1 m_2}{d^4} \vec{u}_z$$

$$\vec{F}_{12(HA)} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3m_1 m_2}{d^4} \vec{u}_z$$

siendo  $d$  la distancia entre los centros de los dipolos y  $\vec{u}_z$  el vector unitario según el eje (Z) que une dichos centros.

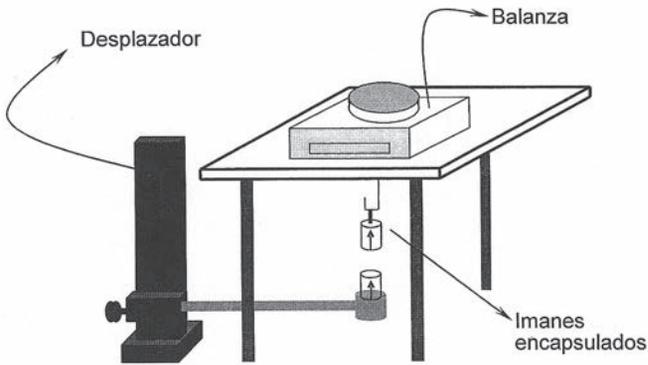
Notar que en un campo magnético uniforme no hay fuerza neta sobre un dipolo magnético  $\vec{m}$ . Sí hay, en cambio, un momento de fuerza  $\vec{\tau} = (-\vec{m} \times \vec{B})$  que tiende a orientar el dipolo en la dirección del campo, de tal manera que si se desliza el dipolo un ángulo  $\theta$  respecto de la posición de equilibrio tenderá a oscilar en torno a dicha posición.

### PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se dispone de imanes permanentes de neodimio (encapsulados), con forma cilíndrica, de altura  $L = 1 \text{ cm}$  y de diámetro de su base  $b = 1 \text{ cm}$ , con imanación uniforme a lo largo de su eje de simetría de rotación. En las condiciones de la práctica los imanes pueden ser asimilados a dipolos magnéticos. Así mismo se dispone de material adicional (balanza, desplazador, fuente de alimentación, bobinas, osciloscopio, tubos...) para realizar los distintos apartados de la práctica, que se detallan a continuación.

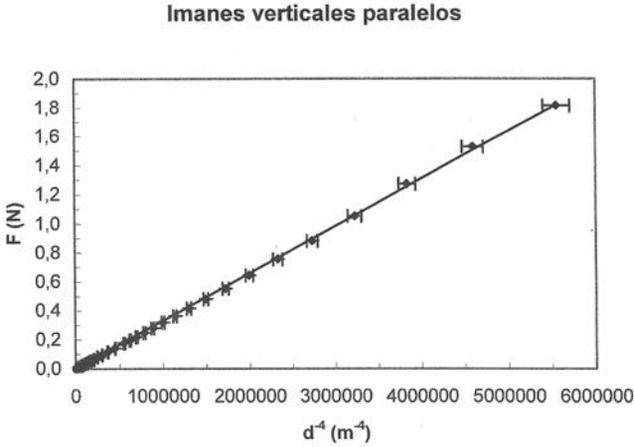
### Fuerzas entre imanes. Cálculo del momento magnético

Para medir la fuerza entre dos imanes iguales de neodimio se monta el siguiente dispositivo experimental:



El desplazador graduado permite la correcta disposición de los imanes según las dos configuraciones, VP y HA, mencionadas en la sección anterior, así como la medida de la distancia,  $d$ , entre los imanes. El incremento de masa,  $\Delta M$ , que registra la balanza, de la que cuelga el dipolo  $\vec{m}_1$ , cuando se coloca en el desplazador el otro dipolo  $\vec{m}_2$ , respecto al caso en que no se coloca, está relacionada con el módulo de la fuerza entre los dipolos  $F_{12}$  mediante  $F_{12} = \Delta M \cdot g$ , siendo  $g$  la aceleración de la gravedad.

Para cada valor de  $d$  se obtendrá un valor de  $F_{12}$ . Representando los valores de  $F_{12}$  frente a los de  $d^4$  y ajustando por mínimos cuadrados se puede calcular el momento magnético de los imanes (notar que  $m_1 = m_2$ ).



**Oscilación de un conjunto de imanes en un campo magnético uniforme. Cálculo del momento magnético**

Un conjunto de  $n$  imanes idénticos, cada uno de ellos con momento magnético  $\vec{m}$ , dispuestos en la forma indicada en la figura siguiente:



es suspendido mediante un hilo de torsión  $k$  en el seno de un campo magnético uniforme (creado por dos bobinas de Helmholtz en su interior). El momento magnético total del conjunto de imanes es  $\vec{m}_T = n\vec{m}$  y el campo magnético creado por las bobinas a lo largo de su eje (sea éste el eje X), con  $x \in \left[-\frac{R}{2}, \frac{R}{2}\right]$  siendo  $R$  el radio de cada bobina, es

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 8 N}{\sqrt{125} R} i \vec{u}_x$$

siendo  $N$  el número de espiras de cada bobina,  $i$  la intensidad eléctrica que alimenta las bobinas y  $\vec{u}_x$  el vector unitario según el eje X.

El sistema hilo+imán oscila con un ángulo  $\theta$  que satisface la ecuación de Newton para el movimiento de rotación

$$I\ddot{\theta} = -m_T B \theta - k\theta$$

donde  $I$  es el momento de inercia del sistema, el primer término a la derecha corresponde a la fuerza magnética y el segundo a la fuerza de torsión del hilo. La ecuación se puede escribir en la forma de un movimiento armónico simple

$$\ddot{\theta} = -\omega_0^2 \theta$$

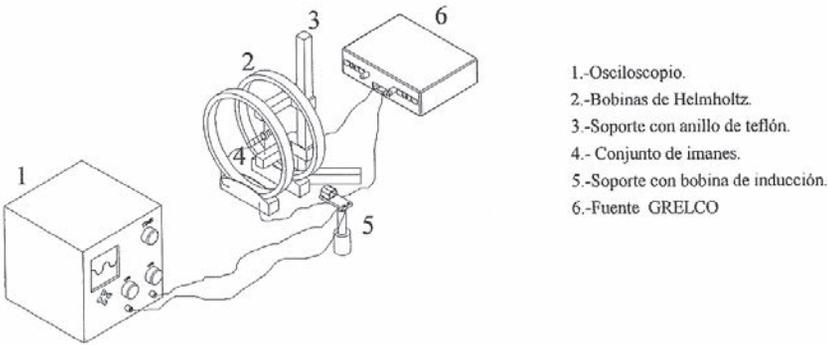
con

$$\omega_0^2 = \frac{m_T B + k}{I}$$

Por tanto, el periodo de las oscilaciones  $T$  está dado por

$$\frac{1}{T^2} = \frac{\omega_0^2}{4\pi^2} = \frac{m_T}{4\pi^2 I} + \frac{k}{4\pi^2 I}$$

El montaje experimental es el siguiente:



Al hacer pasar la corriente continua  $i$  por las bobinas de Helmholtz la oscilación del conjunto de imanes produce una variación temporal del flujo magnético que atraviesa la bobina de inducción, dando lugar a una fuerza electromotriz que se detecta en el osciloscopio. La señal detectada es periódica tal que su periodo, que se mide en el osciloscopio, es igual al de la oscilación del conjunto de imanes  $T$ .

Si se desprecia el momento de inercia del hilo entonces el momento de inercia del sistema se asimila al del conjunto de imanes, el cual se puede considerar como un cilindro macizo de masa  $M_c$  (suma de las masas de los imanes componentes) que gira respecto de un eje perpendicular a la generatriz y que pasa por su centro de masas. Por tanto, se tiene (recordar que  $b$  es el diámetro de la base y  $L$  la altura de cada imán)

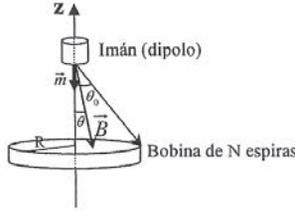
$$I = \frac{M_c}{4} \left( b^2 + \frac{(nL)^2}{3} \right)$$

Entonces la representación de los valores de  $\omega_\theta^2$ , obtenidos a partir de los valores medidos de  $T$ , frente a los valores de  $B$ , permite, mediante un ajuste por mínimos cuadrados, el cálculo de  $m_T$ .

### Caída de un imán por un tubo no conductor y un tubo conductor

Cuando un imán atraviesa una bobina, de radio  $R$  y  $N$  espiras, se induce en ésta una fuerza electromotriz (f.e.m.)  $V$ . Este hecho se utiliza para estudiar el movimiento de caída de un imán por un tubo no conductor y un tubo conductor.

Considerando la disposición geométrica de la figura:



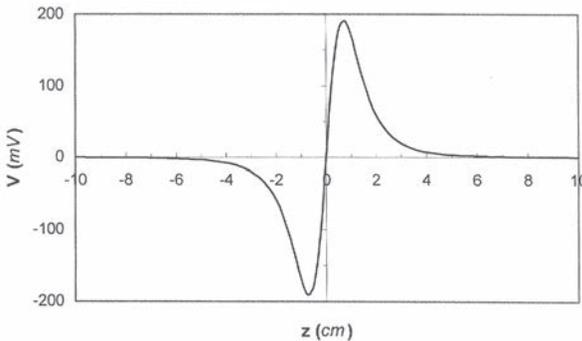
la f.e.m. inducida está dada por la ley de Lenz:

$$V = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\phi}{dz} \frac{dz}{dt}$$

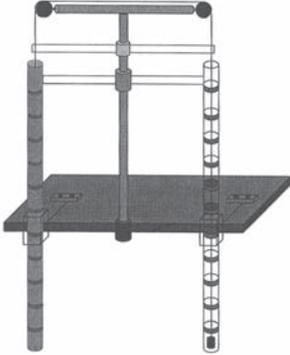
$\phi$  es el flujo magnético que atraviesa la bobina, es decir  $\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$  siendo  $S$  la superficie transversal al movimiento del imán, y  $v = \frac{dz}{dt}$  la velocidad de éste. Asimilando el imán a un dipolo de momento magnético  $\vec{m}$  en el origen de coordenadas y usando la expresión del campo creado por el dipolo se obtiene para la f.e.m.

$$V = \frac{3\mu_0 m N R^2}{2} \frac{z v}{(R^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}}$$

que corresponde al pulso de inducción en la bobina al pasar por ella el dipolo. Su representación gráfica es:

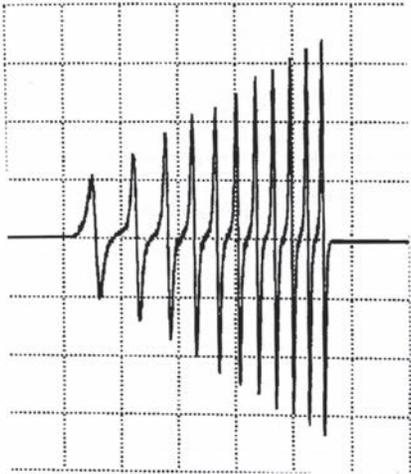


Para estudiar el movimiento de caída del dipolo por un tubo se dispone del siguiente montaje experimental:

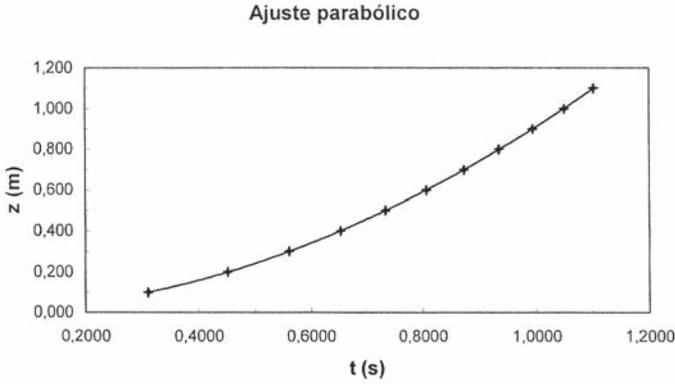


Un hilo, con un imán encapsulado en un extremo y un contrapeso en el otro, se hace pasar por dos tubos, uno de aluminio (conductor) y otro de metacrilato (no conductor), mediante un juego de poleas. Cada tubo tiene arrolladas a lo largo del mismo 11 bobinas de 200 espiras cada una, conectadas en serie y con una separación equidistante de sus centros. La salida de las bobinas de cada uno de los tubos se conecta a un canal de un osciloscopio donde se registra desde el momento en que se suelta el imán hasta el momento en que atraviesa la última bobina. De esta manera quedan registrados los pulsos de inducción que permiten estudiar el movimiento.

La caída del imán a través del tubo no conductor (metacrilato), con el contrapeso a través del tubo conductor, corresponde a un movimiento uniformemente acelerado. En el osciloscopio se observa la figura siguiente:

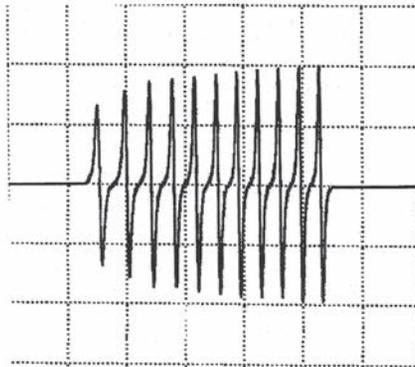


Teniendo en cuenta que cada pulso posee un cero de voltaje que corresponde al paso del imán por el centro de la bobina correspondiente, se puede medir fácilmente el incremento de tiempo desde que se suelta el imán hasta el centro de cada bobina,  $\Delta t_i$ . Dado que la distancia desde el extremo superior del tubo al centro de cada bobina es conocida,  $\Delta z_i$ , se pueden representar los valores  $\Delta z_i$  frente a los valores de  $\Delta t_i$ , mostrando que se trata de un movimiento uniformemente acelerado.



El ajuste de los puntos experimentales permite obtener el valor de la aceleración de caída.

Una situación diferente se tiene cuando se deja caer el imán a través del tubo conductor (contrapeso en el tubo no conductor). La figura de los pulsos en el osciloscopio muestra un aumento progresivo del voltaje de los mismos hasta alcanzar la saturación, que corresponde a pulsos iguales en voltaje e igualmente espaciados, indicando que el movimiento llega a ser uniforme con el tiempo al haberse alcanzado una velocidad límite.



Esto es debido a que el campo magnético variable con el tiempo, por la caída del imán, da lugar a un campo eléctrico inducido que en las paredes del tubo conductor genera corrientes.

tes de Foucault con la dirección y sentido del campo eléctrico. Estas corrientes producen una fuerza magnética sobre el imán, en la dirección del eje Z, oponiéndose a su caída. Así, el imán llega a alcanzar su velocidad límite cuando la fuerza magnética de frenado compense a las restantes. Esta velocidad límite se obtiene, una vez que se tiene movimiento uniforme, dividiendo la distancia entre los centros de dos bobinas consecutivas por el incremento de tiempo medido entre los ceros de voltaje de dos pulsos consecutivos.

# XVIII PREMIO ROTARY

2004 - 2005

LABORATORIO\_MECÁNICA

# ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINÁMICO DE UN SISTEMA LINEAL CON DISTRIBUCIÓN DE MASA NO UNIFORME

CARLOS BADÍA AGUSTÍ  
DIEGO M. RODRÍGUEZ SÁNCHEZ

## OBJETIVO

Determinación de la distribución lineal de masa en un muelle suspendido verticalmente. Establecimiento de su centro de gravedad. Estudio de ondas estacionarias en un sistema de masa variable.

## FUNDAMENTACIÓN

Si un muelle se suspende verticalmente su parte superior está sometida a la tensión originada por toda la masa que queda por debajo, por lo que las vueltas (del muelle) en esta parte superior están muy separadas. En cambio, en la parte inferior, la tensión es mucho menor por lo que las vueltas están muy juntas. Por tanto, la distribución lineal de masa del muelle suspendido no es uniforme.

### Densidad Lineal de Masa

La densidad lineal de masa del muelle vertical  $\sigma$  está definida por

$$\sigma = \frac{dM}{dL}$$

representando  $M$  la masa del muelle y  $L$  su longitud.

Para calcular esta densidad se puede aproximar

$$\sigma \approx \frac{\Delta M}{\Delta L} = \frac{m}{\Delta L}$$

donde  $m$  es la masa de una vuelta y  $\Delta L$  la longitud vertical de ésta.

Ya que para cada vuelta el valor de  $\Delta L$  varía, la densidad vendrá aproximada por el conjunto de números  $\{\sigma_n\}$  dados por

$$\sigma_n = \frac{m}{\Delta L_n}$$

donde

$$\Delta L_n = L_{n+1} - L_n$$

siendo  $L_i$  la posición vertical media de la vuelta  $i$ .

Para el cálculo de  $\Delta L_n$  se puede utilizar la ley de Hooke. Considérese que inicialmente se deja una sola vuelta del muelle suspendida verticalmente. Sea  $l_0$  su longitud vertical si no tuviera masa. El efecto de su masa es producir una elongación  $e$ , dada según la ley de Hooke por

$$mg = ke$$

siendo  $k$  la constante elástica o recuperadora del muelle. Su longitud vertical  $l_1$  será entonces

$$l_1 = l_0 + e = l_0 + \frac{mg}{k}$$

Considérense ahora dos vueltas suspendidas. La longitud vertical para la vuelta inferior será obviamente  $l_1$ . Por su parte la vuelta superior está sometida a una fuerza dada por su propio peso más el peso de la vuelta inferior, de manera que su longitud vertical será

$$l_2 = l_1 + \frac{mg}{k} = l_0 + \frac{2mg}{k}$$

La longitud vertical total de las dos vueltas será

$$L_2 = l_1 + l_2 = 2l_0 + \frac{mg}{k} + \frac{2mg}{k}$$

Procediendo análogamente cuando hay  $n$  vueltas suspendidas se llega a

$$L_n = nl_0 + \frac{mg}{k} + \dots + \frac{nmg}{k} = nl_0 + \frac{n(n+1)mg}{2k}$$

Por tanto, si el muelle tiene en total  $N$  vueltas, la longitud vertical total o longitud del muelle estirado será

$$L_{TOT} = Nl_0 + \frac{N(N+1)mg}{2k} = L_0 + \frac{N(N+1)mg}{2k}$$

siendo  $L_0$  la longitud del muelle sin estirar. Se puede entonces despejar trivialmente  $1/k$  y sustituirlo en la expresión de  $L_n$  obteniéndose

$$L_n = n \frac{L_0}{N} + \frac{n(n+1)(L_{TOT} - L_0)}{N(N+1)} = (A+B)n + An^2$$

donde

$$A = \frac{(L_{TOT} - L_0)}{N(N+1)}$$

y

$$B = \frac{L_0}{N}$$

Una vez obtenida la expresión de  $L_n$  se puede calcular fácilmente  $\Delta L_n$  y  $\sigma_n$  resultando

$$\sigma_n = \frac{m}{\Delta L_n} = \frac{m}{B + 2A + 2An}$$

### Centro de Masas

La posición del centro de masas de un sistema de masas puntuales colocadas en línea se define como

$$R = \frac{\sum_i m_i r_i}{\sum_i m_i}$$

donde  $m_i$  denota la masa de la partícula  $i$  y  $r_i$  su distancia al origen de coordenadas.

En el muelle se puede asimilar cada vuelta  $n$  a una masa puntual  $m$  con distancia al origen  $L_n$ . Por tanto

$$R_{muelle} = \frac{\sum_n mL_n}{M} = \frac{\sum_n L_n}{N}$$

### Ondas Longitudinales Estacionarias en el Muelle. Variación de la Longitud de onda con la Distancia

Si se somete el muelle suspendido verticalmente a vibraciones longitudinales, se puede, variando la frecuencia de éstas, generar ondas estacionarias en el mismo. Estas ondas están caracterizadas por la presencia de nodos. La distancia entre dos nodos consecutivos corresponde a media longitud de onda. Debido a la distribución no uniforme de masa en el muelle los nodos no están igualmente espaciados por lo que la longitud de onda varía con la distancia vertical. Esta variación puede calcularse si se tiene en cuenta que para una onda de frecuencia  $f$  su velocidad de propagación cumple la relación

$$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$$

y que en el muelle la velocidad de propagación depende de la densidad lineal de masa  $\sigma$  y de la tensión  $\tau$  en la forma

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\sigma}}$$

Tanto  $\sigma$  como  $\tau$  dependen de la vuelta del muelle que se considere. Para la vuelta  $n$  la densidad ya ha sido calculada anteriormente y la tensión (que es igual en magnitud al peso colgante hasta dicha vuelta inclusive) está dada por

$$\tau_n = nmg$$

Sustituyendo estos valores se tiene

$$\sqrt{\frac{\tau_n}{\sigma_n}} = \sqrt{g((B + 2A)n + 2An^2)} = \lambda_n f$$

o, equivalentemente

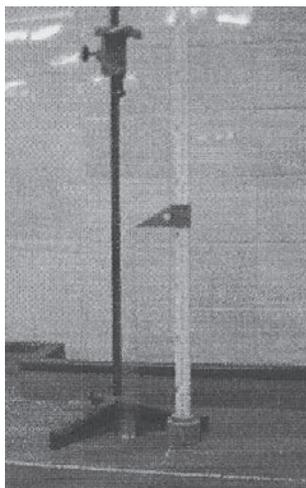
$$\lambda_n^2 = \frac{g}{f^2} ((B + 2A)n + 2An^2)$$

### PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

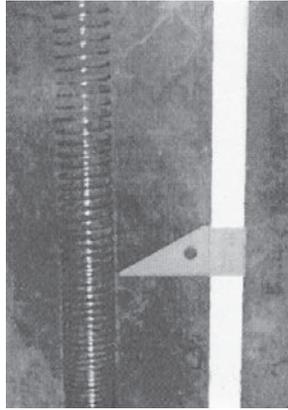
Se dispone de dos muelles de tipo Slinky, uno de metal y otro de plástico, lo que permite un estudio comparativo de ambos casos.



Para el muelle de plástico la constante elástica es menor que para el de metal. Para suspender ambos muelles verticalmente se utiliza un soporte regulable en altura.



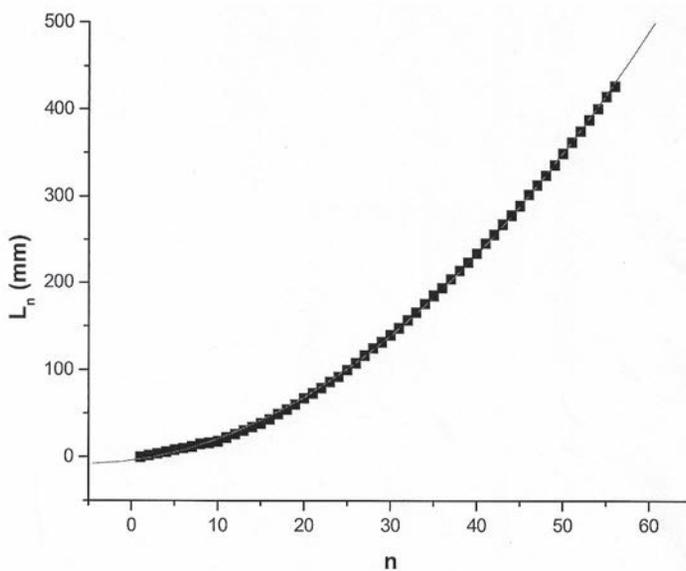
Para medir la posición de cada vuelta se usa una regla graduada con un indicador móvil.



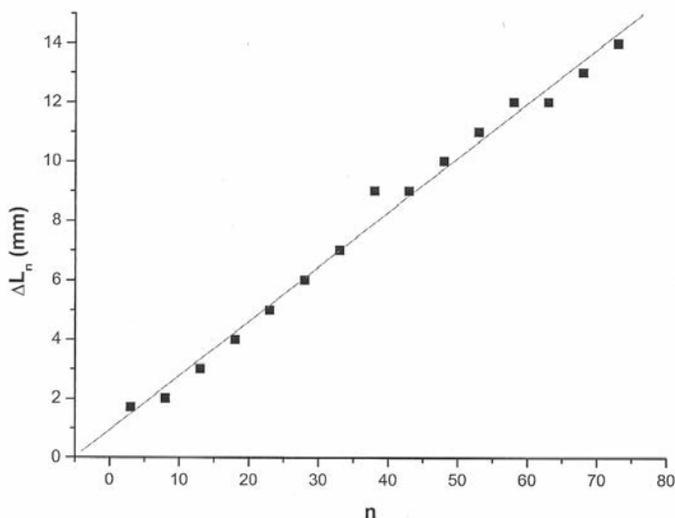
La generación de ondas estacionarias en el muelle se hace mediante un vibrador mecánico acoplado en la parte inferior del muelle.

### Medida de la Densidad Lineal de Masa

Midiendo las longitudes verticales de las vueltas del muelle,  $L_n$ , y representándolas frente a  $n$  se pueden obtener, de acuerdo con el modelo teórico desarrollado, a partir de un ajuste a un polinomio de segundo grado, los valores de los coeficientes A y B. En la gráfica se muestran los resultados obtenidos para el muelle de plástico, que se ajusta mejor al modelo teórico:



Una vez obtenidos los coeficientes se calcula directamente  $\Delta L_n$  que tiene la forma representada en la siguiente gráfica:



Notar que la densidad lineal de masa  $\{\sigma_n\}$  no es sino la inversa de  $\{\Delta L_n\}$  multiplicada por la masa de una vuelta  $m$ . Esta masa se puede obtener fácilmente midiendo la masa del Slinky y dividiendo por su número de vueltas.

### Medida del Centro de Masas

La posición del centro de masas se puede obtener directamente a partir de su expresión y de las medidas de  $L_n$  realizadas en el apartado anterior.

Un procedimiento alternativo lo constituye el denominado método del pivote que se basa en el hecho de que si el muelle, manteniendo la distribución de masa que tiene cuando cuelga verticalmente, se coloca horizontalmente, entonces permanece en equilibrio en posición horizontal cuando su centro de masas se coloca sobre un pivote.

Para poder aplicar el método del pivote se ha utilizado un listón de madera con distribución de masa uniforme que se ha introducido en el muelle vertical y se ha pegado a éste utilizando cinta adhesiva de doble cara. Ello ha permitido retirar el muelle del soporte y colocarlo horizontalmente pero con la distribución vertical de masa. A continuación, el listón con el muelle se ha ido desplazando horizontalmente sobre el pivote hasta conseguir que quede en equilibrio. Hay que hacer notar que, en este caso, se determina el centro de masas del sistema listón de madera + muelle

$$R_{sistema} = \frac{MR + M_{listón}R_{listón}}{M + M_{listón}}$$

donde  $M$  y  $R$  representan la masa y el centro de masas del muelle.

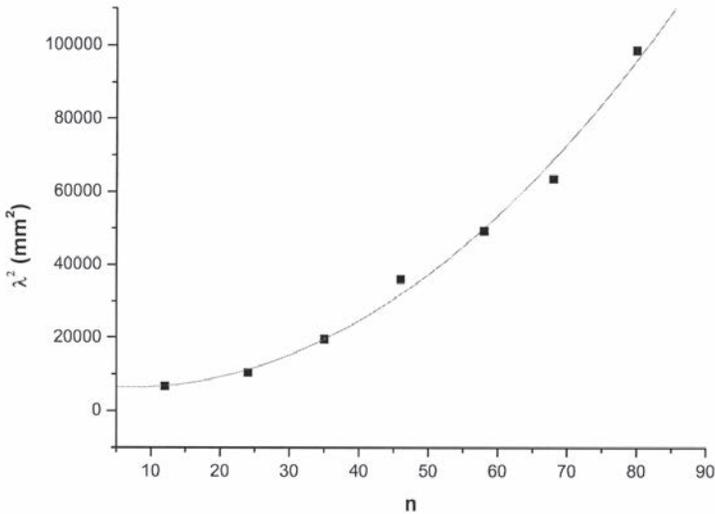
A partir de la medida de  $R_{sistema}$ , midiendo  $M_{listón}$  y sabiendo que  $R_{listón}$  coincide con el centro geométrico del listón (por tener distribución de masa uniforme) que es fácilmente medible, se obtiene el centro de masas del muelle

$$R = \frac{R_{sistema}(M + M_{listón}) - M_{listón}R_{listón}}{M}$$

Los resultados obtenidos mediante los dos procedimientos mencionados son compatibles dentro de los errores experimentales.

### Medida de la Variación de la Longitud de Onda con el número de vuelta

En una onda estacionaria en el muelle la velocidad de propagación aumenta al disminuir la densidad por lo que también aumenta la separación entre nodos y la longitud de onda. Para generar la onda estacionaria se varía la frecuencia del vibrador mecánico hasta observar la presencia de nodos. Entonces se mide la posición de cada nodo y se anota el número de vuelta del muelle correspondiente. La distancia entre dos nodos consecutivos corresponde a media longitud de onda. De esta forma se puede representar el cuadrado de la longitud de onda medida en función del número de vuelta resultando la gráfica:



que se ajusta bien, dentro del error experimental, con un polinomio de segundo grado como el predicho por el modelo teórico desarrollado.



# XIX PREMIO ROTARY

2005 - 2006

LABORATORIO\_TERMODINÁMICA

# TERMODINÁMICA DE INTERFASES LÍQUIDO - AIRE

DAVID SÁNCHEZ DE LA PEÑA  
ROBERTO SANCHIS OJEDA

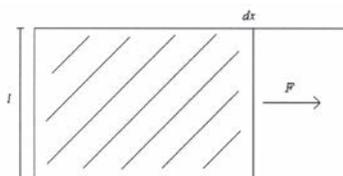
## OBJETIVO

Estudio de la interfase líquido-aire. Medida de la tensión superficial: comparación de métodos de medida. Análisis de la diferencia de composición entre la interfase y el seno del líquido.

## FUNDAMENTACIÓN

En un líquido las fuerzas entre sus moléculas son despreciables a partir de una determinada distancia intermolecular  $d$  del orden del nanómetro. Una molécula en el seno de un líquido experimenta una fuerza de repulsión por sus vecinas inmediatas y una fuerza de atracción por las restantes moléculas dentro de su esfera de influencia de radio  $d$ , cancelándose la fuerza neta en la situación de equilibrio (estabilidad). Para una molécula en la superficie de una interfase líquido-vapor se tiende a la estabilidad al disminuir la superficie. Ello explica por qué, para una gota de agua, la superficie tiende a ser esférica, pues la esfera es la superficie mínima que contiene un volumen dado de líquido.

Ya que la estabilidad equivale a un mínimo de la energía potencial se ha de aportar energía en forma de trabajo mecánico para extender la interfase que se comporta como una membrana tensa. Esto se puede comprobar de forma sencilla extendiendo una película de jabón sobre un marco de hilo rígido y desplazando un lateral, como en la figura siguiente:



El trabajo necesario para un desplazamiento  $dx$  está dado por

$$dW = Fdx = \gamma l dx$$

donde  $\gamma$  es el *coeficiente de tensión superficial* que representa la fuerza necesaria por unidad de longitud.

Termodinámicamente la ecuación de Gibbs para un sistema monocomponente (fase líquida de un componente puro en contacto con fase gaseosa del mismo componente) permite expresar la diferencial de energía libre asociada a la interfase,  $dF^\sigma$ , en la forma

$$dF^\sigma = -S^\sigma dT + \gamma dA$$

donde  $S^\sigma$  es la entropía,  $T$  la temperatura y  $A$  la superficie de la interfase. Por tanto, a temperatura constante, la tensión superficial puede interpretarse como densidad superficial de energía libre asociada a la interfase.

La diferencial de energía libre total, incluyendo las fases líquido ( $L$ ) y vapor ( $V$ ) además la interfase ( $\sigma$ )

$$dF = dF^L + dF^V + dF^\sigma$$

está dada por

$$dF = -S^L dT - P^L dV^L - S^V dT - P^V dV^V - S^\sigma dT + \gamma dA$$

Para sistemas que evolucionan a temperatura y volumen ( $V = V^L + V^V$ ) constantes el segundo principio de la Termodinámica se formula como un principio de mínimo para la energía libre tal que en el equilibrio

$$dF = (P^L - P^V)dV^V + \gamma dA = 0$$

En el caso en que las variaciones del volumen de las fases y del área de la interfase sean independientes las dos fases tendrán la misma presión ( $P^L = P^V$ ) y el área de la interfase tendrá un valor mínimo ( $dA = 0$ ).

### Ecuación de Laplace

En el caso en que las variaciones del volumen de las fases y del área de la interfase no sean independientes la condición de equilibrio se reescribe trivialmente como la ecuación de Laplace

$$(P^V - P^L) = \gamma \frac{dA}{dV^V}$$

Así, por ejemplo, para una burbuja de vapor esférica de radio  $R$  inmersa en el seno de una fase líquida del mismo componente se tiene

$$\frac{dA}{dV^V} = \frac{d(4\pi R^2)}{d\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)} = \frac{2}{R}$$

tal que

$$P^V - P^L = \frac{2\gamma}{R}$$

indicando que la presión en el interior de la burbuja es mayor que en el exterior en una cantidad determinada por la tensión superficial y el radio de la burbuja.

Procediendo análogamente para el caso de una gota líquida esférica inmersa en una fase vapor del mismo componente se llega a

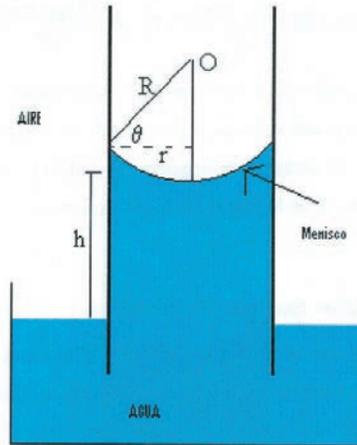
$$p^L - p^V = \frac{2\gamma}{R}$$

siendo  $R$  el radio de la gota.

En general, la presión en el equilibrio siempre es mayor en la fase desde la cual la interfase se ve cóncava.

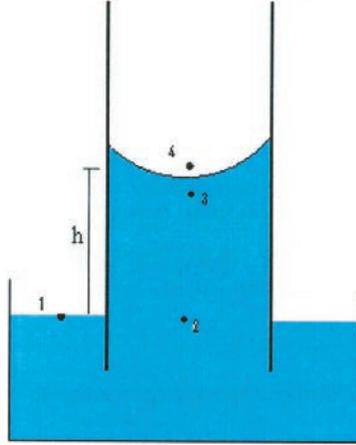
### Ecuación de Jurin

Si se introduce verticalmente un tubo de vidrio cilíndrico y fino en una cubeta con agua, se observa que el agua asciende por la pared del tubo (ver figura siguiente) alcanzando mayor altura cuanto más fino sea el tubo. Este fenómeno se conoce como *capilaridad* y a los tubos finos que permiten apreciarlo se les denomina tubos capilares.



La interfase agua-aire es cóncava desde el aire por lo que (asimilando el aire al vapor de agua) la presión es menor en el agua del capilar que en el aire donde la presión es la atmosférica. Esta diferencia de presión causada por la tensión superficial es  $2\gamma/R$ , como se ha visto anteriormente.

Por tanto, el agua, que en el punto 1 de la superficie de la cubeta (ver figura siguiente) está sometida a la presión atmosférica, tiende a subir por el capilar hasta que en el punto 2 se alcance la presión atmosférica lo cual ocurre cuando la presión hidrostática ejercida por la columna de agua de altura  $h$  en el capilar sea igual a  $2\gamma/R$ .



Es decir, el agua subirá una altura  $h$  tal que

$$\rho gh = \frac{2\gamma}{R} \Rightarrow h = \frac{2\gamma}{\rho gR}$$

expresión que se conoce como ecuación de Jurin.

### Dinámica del ascenso capilar: ecuación de Washburn

La dinámica del ascenso capilar está regida por la ecuación

$$\frac{dH}{dt} = \frac{r^2(\Delta p - \rho gH)}{8\eta H}$$

donde  $H$  representa la distancia ascendida por el líquido en el capilar al cabo de un tiempo  $t$ ,  $r$  es el radio del tubo capilar,  $\Delta p$  es la diferencia de presión entre los puntos 2 y 3 (éste último justo debajo de la interfase) de la figura anterior y  $\eta$  es la viscosidad del líquido.

Según lo explicado en el apartado anterior el ascenso se producirá mientras que  $\Delta p = \frac{2\gamma}{R} > \rho gH$  y cesará cuando  $\Delta p = \rho gH$ . En el comienzo del ascenso se cumple que  $H \ll h$  y  $\rho gH \ll \frac{2\gamma}{R}$  y por lo que se tiene la expresión aproximada

$$\frac{dH}{dt} \approx \frac{r^2 \left( \frac{2\gamma}{R} \right)}{8\eta H} = \frac{r \cos\theta 2\gamma}{8\eta H} \Rightarrow H^2 \approx \frac{\gamma r \cos\theta}{2\eta} t$$

que se conoce como ecuación de Washburn.

Los fenómenos de capilaridad se dan frecuentemente en materiales porosos en los cuales resulta mucho más conveniente, desde el punto de vista de la medida experimental, describir el ascenso capilar en términos de la masa  $M$  de fluido que asciende por los poros del material. A partir de un modelo de  $N$  capilares se puede escribir

$$M(t) = k\rho N\pi r^2 H \Rightarrow M^2 \approx C \frac{\gamma\rho^2}{\eta} t$$

donde  $k$  es un parámetro que caracteriza la estructura del material poroso. Así  $C$  es una constante que depende de las propiedades del material mientras que el factor  $\frac{\gamma\rho^2}{\eta}$  depende de las propiedades del líquido.

### Sistemas binarios

La tensión superficial en un sistema binario isoterma, con una fase líquida formada por un disolvente (componente mayoritario) y un soluto, se puede aproximar por la ecuación empírica de Szykowski-Langmuir

$$\gamma = \gamma_1 [1 - a \ln(1 + bx_2)]$$

donde  $\gamma_1$  es la tensión superficial del disolvente puro,  $a$  y  $b$  son constantes que dependen de la naturaleza del sistema y  $x_2$  es la fracción molar de soluto.

Un caso especialmente interesante es el de las sustancias tensoactivas, las cuales son capaces de provocar, incluso en muy pequeñas cantidades, una enorme reducción de la tensión superficial del agua.

### PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se dispone de tres líquidos, agua, etanol y acetona, para los cuales se hace un estudio comparativo entre diversos métodos de medida de su tensión superficial. Estos métodos se detallan a continuación, así como los resultados derivados a partir de las medidas realizadas.

#### Método del Estalagmómetro

Un estalagmómetro, como el representado en la figura siguiente, es un aparato de vidrio que permite medir con precisión el volumen de las gotas que se desprenden.



Tras llenarlo de líquido se coloca verticalmente y se deja vaciar el volumen  $V$  comprendido entre dos marcas. El vaciado se produce a través de un capilar muy fino y la formación

de las gotas es lenta. Contando el número total de gotas  $N$  se obtiene trivialmente el volumen promedio de cada gota.

De hecho, una gota suspendida se desprenderá cuando su peso sea igual a la fuerza ejercida por la tensión superficial en la línea de contacto (o de suspensión) de la gota. Es decir

$$mg = \rho vg = f2\pi r\gamma$$

siendo  $m$  la masa y  $v$  el volumen de la gota,  $\rho$  su densidad,  $r$  el radio del capilar y  $f$  un factor geométrico que incluye el efecto del ángulo de contacto.

Por tanto, si se consideran dos líquidos, uno para el que se conoce su tensión superficial y que se toma como referencia (líquido 0) y otro para el que se quiere medir su tensión superficial (líquido 1), se tiene (asumiendo que el factor geométrico es igual en ambos casos)

$$\frac{\rho_1 v_1}{\rho_0 v_0} = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \Rightarrow \frac{\rho_1 N_0}{\rho_0 N_1} = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \Rightarrow \gamma_1 = \gamma_0 \frac{\rho_1 N_0}{\rho_0 N_1}$$

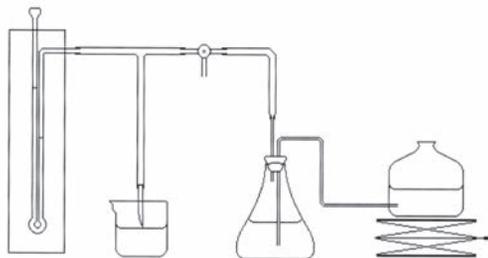
Para los líquidos elegidos (etanol y acetona) los resultados obtenidos mediante este procedimiento, tomando el agua como referencia, difieren significativamente de los valores tabulados. Más adelante, en el subapartado Método del Anillo, estos resultados se presentan gráficamente en comparación con los obtenidos mediante los métodos siguientes.

### Método de la Burbuja

El método de la burbuja está basado en la asunción de la validez de la ecuación de Laplace. Para obtener la tensión superficial de un líquido problema (líquido 1) se mide la diferencia de presión  $\Delta p$  entre el interior y el exterior de una burbuja de aire de radio  $R$  formada en el seno del líquido, y se compara con la medida para un líquido de referencia con tensión superficial conocida (líquido 0). Entonces, a partir de la ecuación de Laplace se tiene

$$\gamma_1 = \gamma_0 \frac{\Delta p_1}{\Delta p_0}$$

Para medir la diferencia de presiones se utiliza el montaje experimental de la figura siguiente, con un fino capilar de vidrio, un dispositivo para regular la presión de aire en el mismo y otro para medirla.

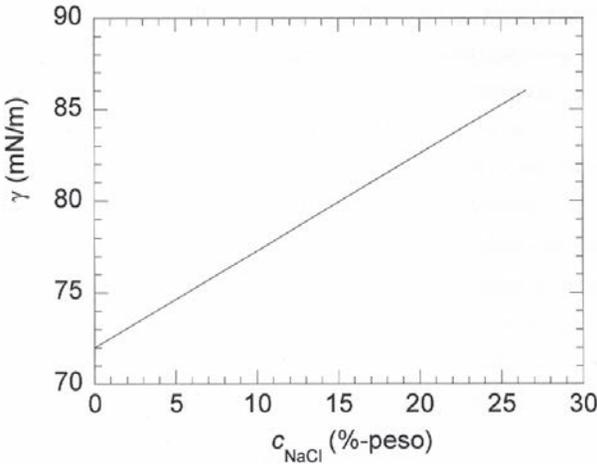


El capilar se sumerge en el líquido de referencia o problema (segundo elemento desde la izquierda en la figura) y la presión de aire en el mismo se aumenta lenta y progresivamente hasta que comienzan a desprenderse las burbujas formadas en el extremo del capilar. Justo entonces se obtiene  $\Delta p$  restando a la presión en el capilar la presión atmosférica (notar que el extremo del capilar ha de sumergirse muy poco por debajo de la superficie libre del líquido de modo que no haya efectos de presión hidrostática adicionales).

La presión en el capilar se mide con ayuda de un manómetro de agua (primer elemento a la izquierda en la figura). Para aumentar la presión de aire en el capilar se utiliza el principio de los vasos comunicantes mediante dos botellas (a la derecha en la figura) parcialmente llenas de agua y conectadas, una abierta a la atmósfera y la otra con un tubo de conexión al capilar y al manómetro. El tubo tiene una llave en T para abrir y cerrar el paso hacia el capilar. Si se parte del mismo nivel de agua en las dos botellas y se eleva progresivamente (mediante un gato mecánico) la botella abierta, se genera una sobrepresión en el capilar y en la rama del manómetro conectado a éste.

Los resultados obtenidos con este método para etanol y acetona (agua como referencia) se ajustan mucho mejor a los valores tabulados que los anteriormente obtenidos con el estalagmómetro (ver gráfica comparativa en el subapartado Método del Anillo).

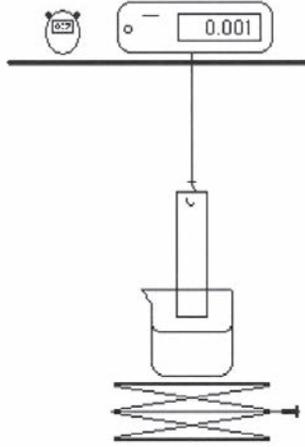
Este método se ha usado además para medir la variación de la tensión superficial con la concentración de sal común (NaCl) en agua observándose un aumento de la tensión superficial al aumentar la concentración de sal como se muestra en la siguiente gráfica.



### Método de Washburn

El método se basa en la dinámica de la masa de líquido que asciende por un material poroso. Para estudiar ésta se dispone de unas tiras de bayeta de fibra como material poroso,

de una balanza de precisión que mide la masa de una tira suspendida de la parte inferior de un soporte y de un cronómetro según el montaje experimental



El gato mecánico sobre el que se coloca la cubeta con el líquido problema permite colocar éste de modo que moje el material poroso.

Con este montaje se registran las lecturas de la balanza en función del tiempo (para ello es conveniente conectar la balanza a un ordenador) y se ajustan a la expresión

$$M = \sqrt{bt} + a$$

que corresponde a la ecuación de Washburn excepto por la adición de la constante  $a$  que tiene en cuenta que, por efectos de tensión superficial en la línea de contacto entre el material poroso y la superficie libre del líquido, la medida de la balanza es ligeramente superior a la masa del líquido que ha ascendido.

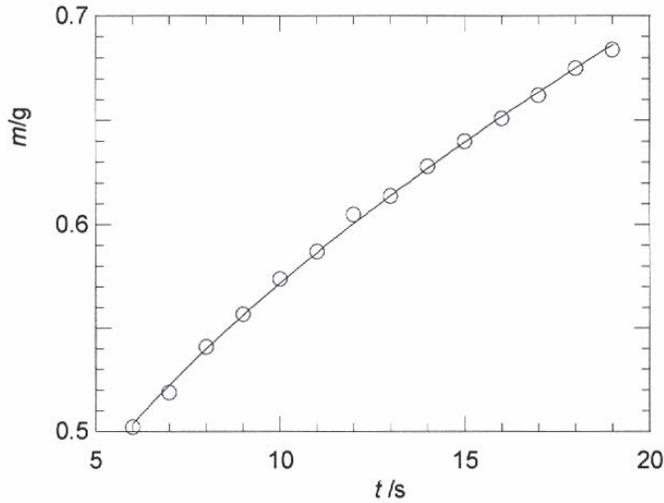
Del ajuste se obtiene  $b$  y recordando su expresión deducida anteriormente

$$b = C \frac{\gamma \rho^2}{\eta}$$

se puede obtener la tensión superficial de un líquido problema (líquido 1), en términos de la de uno de referencia (líquido 0) como

$$\gamma_1 = \gamma_0 \frac{\eta_1 \rho_0^2 b_1}{\eta_0 \rho_1^2 b_0}$$

La gráfica siguiente muestra como ejemplo los datos obtenidos para la variación temporal de la masa de agua (líquido de referencia) que ha ascendido por el material poroso:



Los valores resultantes para la tensión superficial de etanol y acetona se encuentran comprendidos entre los valores obtenidos mediante los dos métodos anteriores (ver gráfica comparativa en el subapartado siguiente).

### Método del Anillo

El método del anillo se basa en medir la fuerza que hay que hacer sobre un anillo en contacto con una interfase para separarlo de ella. Esta fuerza se expresa como

$$F_T = F_g + F_\gamma$$

siendo  $F_g$  la fuerza gravitatoria y  $F_\gamma$  la fuerza ejercida por la película de líquido que se forma entre la superficie libre del líquido y el anillo.

Justo antes del momento en que se rompe esta película y el anillo se desprende completamente de la superficie esta fuerza corresponde a

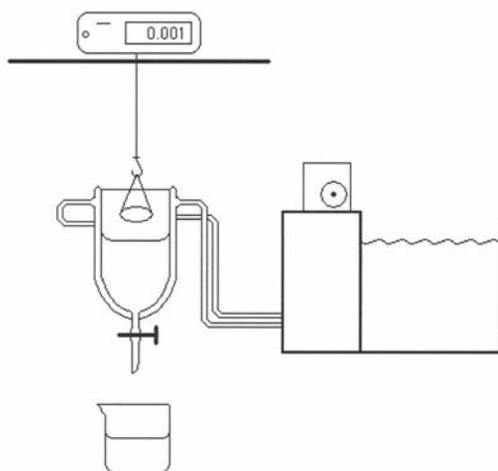
$$F_\gamma = \gamma L_{ef}$$

siendo  $L_{ef}$  una longitud efectiva del anillo que tiene en cuenta su geometría así como la curvatura de la interfase en la zona de contacto con el anillo. Entonces, comparando un líquido problema (líquido 1) con uno de referencia (líquido 0) se tiene

$$\gamma_1 = \gamma_0 \frac{F_{\gamma_1}}{F_{\gamma_0}} = \gamma_0 \frac{F_{T_1} - F_g}{F_{T_0} - F_g} = \gamma_0 \frac{m_{eq_1}g}{m_{eq_0}g} = \gamma_0 \frac{m_{eq_1}}{m_{eq_0}}$$

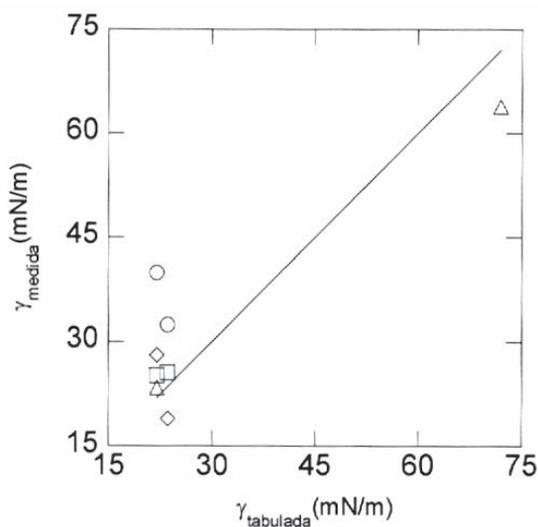
donde  $m_{eq}$  corresponde a la lectura de una balanza tarada a 0 para  $F_g$ .

El esquema del montaje experimental para la medida de  $m_{eq}$  es el siguiente:



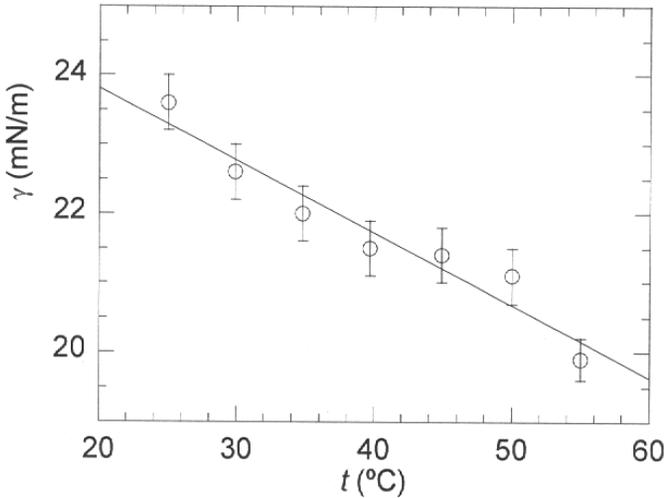
El anillo metálico seco en posición horizontal se suspende de la balanza la cual se tara a 0. El anillo se encuentra suspendido dentro de un vaso. El líquido para el cual se quiere medir  $m_{eq}$  se va echando en el vaso hasta que el anillo queda completamente sumergido. El vaso tiene una llave de salida en su parte inferior que se abre hasta dejar al descubierto el anillo y hasta que la película de líquido que se ha formado alrededor suyo se rompe. La lectura de la balanza en ese momento corresponde a  $m_{eq}$ . (Para medir la variación de la tensión superficial con la temperatura se utiliza otro vaso, con camisa, por la que circula agua de un baño termostático, situado a la derecha en la figura.)

Los resultados obtenidos con este método para la tensión superficial del agua y el etanol (acetona como referencia) se muestran como triángulos en la siguiente gráfica en comparación con los obtenidos con los métodos anteriores (agua como referencia): círculos (estalagmómetro), cuadrados (burbuja) y Washburn (rombos). La recta bisectriz corresponde a los valores tabulados.



Como se observa el método del anillo da el resultado más próximo al tabulado para el etanol.

Por otra parte, utilizando el valor tabulado de la tensión superficial de la acetona se puede determinar el valor de  $L_{ef}$ . Entonces, usando este valor y midiendo  $m_{eq}$  a distintas temperaturas (haciendo uso del vaso con baño termostático), se obtiene la variación de la tensión superficial con la temperatura:



La línea continua corresponde al ajuste lineal de los datos que permite también calcular el valor de la temperatura crítica para la cual la tensión superficial se hace 0, es decir cuando no hay interfase líquido-vapor.

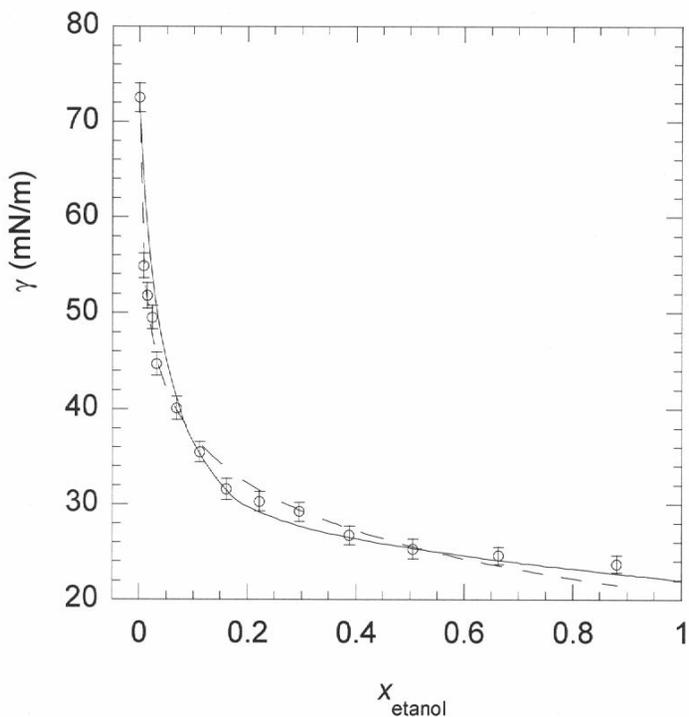
**Variación de la tensión superficial de una mezcla con la composición**

Una vez calibrado, es decir una vez se ha determinado  $L_{ef}$ , el método del anillo se puede usar para medir la variación de la tensión superficial de una mezcla con la composición. Con una pipeta automática se preparan mezclas de agua desionizada y etanol de 96%-volumen tal que la fracción molar de etanol en la mezcla está dada por

$$x_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2} = \frac{1}{1 + \frac{n_1}{n_2}} = \frac{1}{1 + \frac{\rho_1 V_1 M_2}{\rho_2 V_2 M_1}}$$

representando  $\rho$  la densidad,  $V$  el volumen y  $M$  la masa de un mol de cada componente de la mezcla (1: agua desionizada, 2: etanol).

Los resultados obtenidos (a 22 °C) se muestran en la gráfica siguiente. Su ajuste, por la línea continua, se corresponde bien con la ecuación de Szykowski-Langmuir (línea discontinua):



De la gráfica se puede obtener numéricamente la derivada de la tensión superficial con respecto a la fracción molar a temperatura constante. La ecuación de Gibbs, en la aproximación de comportamiento ideal de la mezcla binaria, permite calcular la concentración superficial del etanol en función del producto de esta derivada por la fracción molar, por lo que los resultados obtenidos permiten también evaluar dicha concentración.

### Efecto de los tensoactivos

Para medir el efecto de sustancias tensoactivas, como el jabón o los detergentes, sobre la tensión superficial del agua, se utiliza el método del anillo para una mezcla de agua destilada con pequeñas cantidades de jabón preparada con una pipeta automática. Se mide un descenso brusco de la tensión superficial. Esta fuerte reducción de la tensión superficial indica que las sustancias tensoactivas tienden a acumularse en la interfase.

# XXX PREMIO ROTARY

2006 - 2007

LABORATORIO\_ÓPTICA

EL ARCO IRIS:  
DE LA RETRORREFLEXIÓN  
EN UNA ESFERA  
A SU OBSERVACIÓN  
EN LA NATURALEZA

HÉCTOR NAVARRO FRUCTUOSO  
EMILIO M. SÁNCHEZ ORTIGA

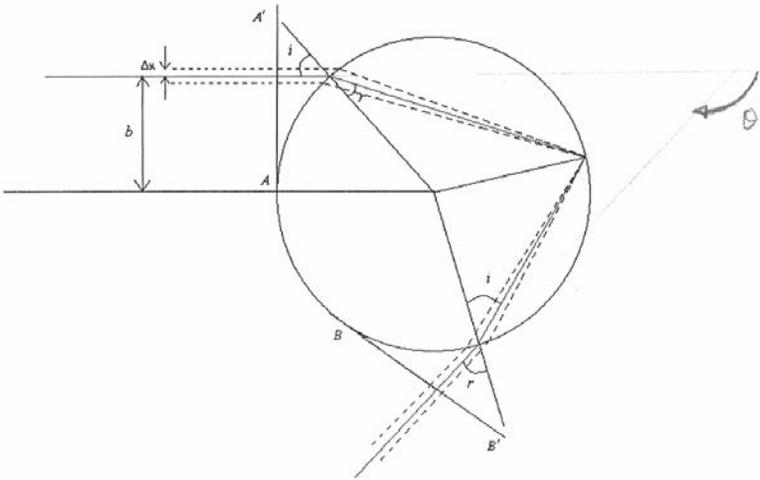
## OBJETIVO

Estudio de la retrorreflexión de luz monocromática en una esfera transparente. Análisis de la dispersión cromática en retrorreflexión de luz blanca. Estudio de la formación del arco iris por un colectivo de gotas de agua.

## FUNDAMENTACIÓN

Si se ilumina una esfera transparente (una esfera de vidrio o una gota de agua) se observa que una cierta cantidad de la luz es retrorreflejada.

Según la óptica geométrica la trayectoria de un rayo de luz monocromática se mantiene en un plano definido por la dirección de incidencia y la normal a la superficie de la esfera en el punto de impacto. Por tanto, se puede estudiar la trayectoria del rayo en el interior de la esfera en un corte transversal de ésta. Así, para un ángulo de incidencia  $i$ , la trayectoria de un rayo retrorreflejado, tras una reflexión interna, corresponde a la línea continua entre líneas de puntos en la figura siguiente (se ha elegido un rayo con desviación mínima tal que los rayos próximos representados por las líneas de puntos entran y salen paralelos a él como se verá más adelante):



donde se ha denominado  $r$  al ángulo de refracción de entrada y salida.

El ángulo de desviación total,  $\theta_m$ , respecto a la dirección de incidencia del rayo, en el caso general de  $m$  reflexiones internas, está dado por

$$\theta_m = |2(i - r) + m(\pi - 2r)| \in [0, 2\pi]$$

donde  $(i - r)$  es el ángulo de desviación tanto a la entrada como a la salida y  $(\pi - 2r)$  es la desviación debida a cada reflexión interna.

El ángulo de incidencia se puede expresar en función del denominado *parámetro de impacto*  $b$ , que se define como la distancia entre el rayo incidente y el eje paralelo al mismo que pasa por el centro de la esfera (ver figura). Así, si  $a$  es el radio de la esfera, se tiene

$$\sin(i) = \frac{b}{a} \equiv x \Rightarrow i = \sin^{-1}(x)$$

Asimismo, el ángulo de refracción  $r$  se puede expresar en función del parámetro  $x$  si se utiliza la ley de Snell

$$\frac{\sin(i)}{\sin(r)} = n \Rightarrow r = \sin^{-1}\left(\frac{x}{n}\right)$$

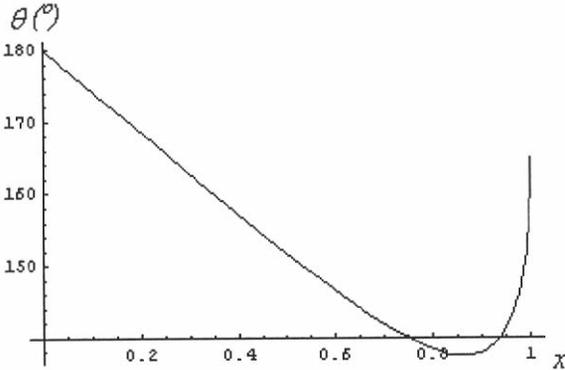
siendo  $n$  el índice de refracción de la esfera.

**Caso  $m=1$**

La retroreflexión en el caso  $m=1$  (una reflexión interna) da lugar al denominado arco iris primario que será definido en forma precisa más adelante. El ángulo de desviación es

$$\theta = \left| \pi + 2\sin^{-1}(x) - 4\sin^{-1}\left(\frac{x}{n}\right) \right|$$

con representación gráfica



Se observa que el ángulo de desviación tiene un valor mínimo  $\theta_0$  fácilmente calculable

$$\theta_0 = \left| \pi + 2\sin^{-1}(x_0) - 4\sin^{-1}\left(\frac{x_0}{n}\right) \right|$$

con

$$x_0 = \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}}$$

Así, por ejemplo, en el caso de una gota de agua, con índice de refracción  $n = \frac{4}{3}$  para una longitud de onda en la región del amarillo visible, se tiene  $\theta_0 = 137.97^\circ$ , no produciéndose luz retrorreflejada con menor ángulo de desviación.

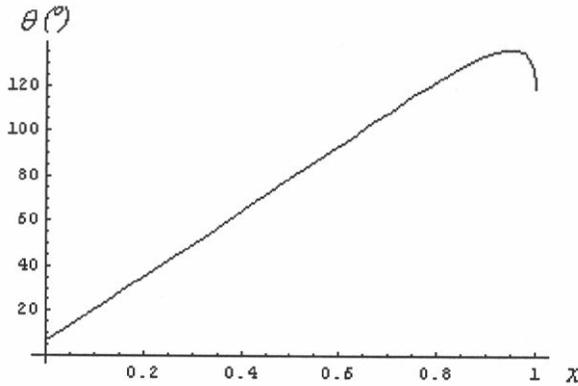
Notar que si se considera una haz de rayos paralelos incidentes, para pequeñas variaciones de  $x$  en las proximidades del mínimo el ángulo de desviación apenas varía. Como consecuencia, se produce una concentración de rayos para dicho ángulo.

**Caso  $m=2$**

En el caso  $m=2$  (dos reflexiones internas) la retrorreflexión da lugar al denominado arco iris secundario que será definido en forma precisa en el apartado siguiente. El ángulo de desviación es

$$\theta = \left| 2\pi + 2\sin^{-1}(x) - 6\sin^{-1}\left(\frac{x}{n}\right) \right|$$

con representación gráfica:



Se observa que el ángulo de desviación tiene un valor máximo fácilmente calculable

$$\theta_0 = \left| 2\pi + 2\sin^{-1}(x_0) - 6\sin^{-1}\left(\frac{x_0}{n}\right) \right|$$

con

$$x_0 = \sqrt{\frac{9 - n^2}{8}}$$

Así, por ejemplo, en el caso de una gota de agua, con índice de refracción  $n = \frac{4}{3}$  para una longitud de onda en la región del amarillo visible, se tiene  $\theta_0 = 129.027^\circ$ , no produciéndose luz retrorreflejada con mayor ángulo de desviación.

Si se considera una haz de rayos paralelos incidentes, para pequeñas variaciones de  $x$  en las proximidades del máximo el ángulo de desviación apenas varía. Como consecuencia, se produce una concentración de rayos para dicho ángulo.

### Arco iris: dispersión cromática y ancho angular para luz blanca

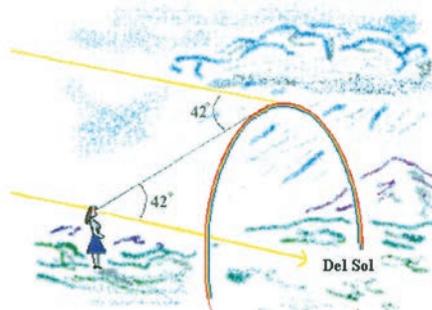
El arco iris se produce cuando la luz blanca proveniente del Sol es dispersada por un volumen de gotas de agua. Así, si se mira hacia una zona de lluvia y se tiene el Sol a la espalda (no tapado por nubes) se puede observar en el cielo un arco de circunferencia con todos los colores del espectro visible.

Hay que resaltar que para cada posición del observador y cada altura del Sol en el cielo se observa un arco iris distinto producido por distintas gotas de agua. Si el observador se encuentra en una posición suficientemente elevada con respecto al suelo, por ejemplo en un avión, es posible que el arco iris se observe como una circunferencia completa.

Estas características del arco iris se pueden entender sobre la base de la retrorreflexión de luz por una esfera considerada en los apartados anteriores.

#### Arco iris primario

Si se considera una gota de lluvia aproximadamente esférica y que la distancia Tierra-Sol es lo suficientemente grande para asumir que la luz del Sol sobre la gota puede ser representada por un conjunto de rayos paralelos, se tiene, como se ha explicado anteriormente, en el caso  $m=1$  y para una longitud de onda dada, una concentración de rayos de salida según el ángulo de desviación mínima correspondiente. Esta concentración se ve como un punto brillante en la línea de visión correspondiente a ese ángulo (en la figura que sigue se ha representado el ángulo suplementario al de desviación mínima). Debido a que hay simetría axial respecto a la línea que une el Sol con el observador se observará un punto brillante por cada gota en una circunferencia para la cual esa línea es el eje de simetría transversal. El conjunto de puntos brillantes forma el *arco iris primario*.



Recordar que para una gota de agua y para una longitud de onda en la región del amarillo visible se tenía un ángulo de desviación mínima de  $137.97^\circ$ , por lo que el ángulo suplementario representado en la figura es de aproximadamente  $42^\circ$ .

La dispersión de los colores en el arco iris es consecuencia de la variación del índice de refracción del agua con la longitud de onda de la luz. Esta variación hace que el ángulo de desviación mínima también varíe en la forma

$$\left(\frac{d\theta_0}{dn}\right)_{x_0} = \frac{4x_0}{n\sqrt{n^2 - x_0^2}} = \frac{2}{n} \sqrt{\frac{4 - n^2}{n^2 - 1}}$$

Usando para el agua un valor aproximado para  $n$  de  $4/3$  se tiene

$$\left(\frac{d\theta_0}{dn}\right)_{x_0} \approx 2.536$$

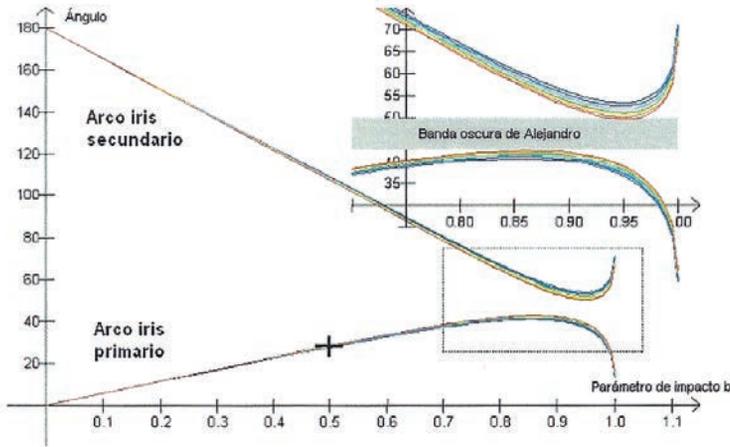
Si se define el rango visible de longitudes de onda entre los 400 nm del violeta hasta los 700 nm del rojo, entonces se sabe que la variación correspondiente del índice de refracción para el agua es  $\Delta n = -1.3 \times 10^{-2}$ . Sustituyendo este valor se puede estimar el ancho angular del arco iris primario

$$\Delta\theta_0 = \left(\frac{d\theta_0}{dn}\right)_{x_0} |\Delta n| \approx 1.89^\circ$$

Es decir, los colores del arco iris se extienden alrededor de  $2^\circ$  en torno al ángulo suplementario de  $42^\circ$ , de manera que el color rojo se observa en el exterior (ángulo suplementario mayor) y el violeta en el interior (ángulo suplementario menor).

### **Arco iris secundario**

El mismo tipo de análisis realizado para  $m=1$  se puede hacer para el caso  $m=2$  obteniéndose un *arco iris secundario* para un ángulo suplementario entre  $52^\circ$  para el rojo y  $54.5^\circ$  para el violeta (notar que los colores aparecen invertidos respecto al primario). Ya que el ángulo suplementario al de desviación mínima es, para el arco iris primario, menor que el ángulo suplementario al de desviación máxima para el arco iris secundario, se tiene entre ambos una zona oscura (sin arco iris) conocida como *banda de Alejandro*, representada en el recuadro ampliado de la figura siguiente, en la cual los valores en ordenadas corresponden al ángulo suplementario:



Órdenes superiores son muy difíciles de observar por su baja intensidad (menor cuanto mayor es el número de reflexiones internas) y por su posición.

### Arcos supernumerarios (modelo de Young)

Para rayos incidentes con un valor del parámetro de impacto muy próximo a  $b_0 = x_0 a$ , el ángulo de desviación es prácticamente igual a  $\theta_0$  para todos ellos tal que los rayos saldrán paralelos. Como apuntó Young en 1803, los frentes de onda perpendiculares a estos rayos paralelos pueden interferir dando lugar a máximos y mínimos de intensidad según sea la diferencia de fase, debida a  $\Delta x$ , entre los frentes. Así por ejemplo, con el modelo de Young, los mínimos se tienen para ángulos  $\theta_N$  que satisfacen

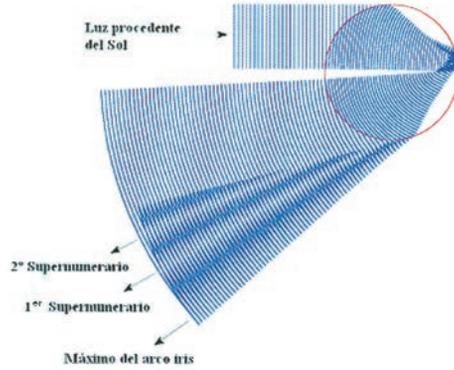
$$\theta_N - \theta_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{d^2\theta}{dx^2} \right)_{x_0}^{\frac{1}{3}} \left[ \frac{3\pi \left( 2N + \frac{3}{4} \right)}{2ka} \right]^{\frac{2}{3}}$$

con

$$\left( \frac{d^2\theta}{dx^2} \right)_{x_0} = \frac{9\sqrt{4 - n^2}}{2(n^2 - 1)^{\frac{3}{2}}}$$

tal que su posición (al igual que la de los máximos) depende de la longitud de onda ( $k$  es el número de ondas), del radio de la gota  $a$  y del índice de refracción  $n$ .

Esta interferencia es responsable de la aparición de arcos supernumerarios como se muestra en la figura siguiente:



### PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se dispone de esferas de vidrio de borosilicato (vidrio BK-7) de distintos radios, con índices de refracción conocidos en función de la longitud de onda, sobre las que se hará incidir luz monocromática de un láser rojo y uno verde para observar la retrorreflexión de la luz. También se dispone de un matraz esférico, que se rellenará con agua destilada, sobre el que se hará incidir luz blanca de un proyector, para simular la dispersión cromática a través de una gota de agua. Finalmente, la utilización de un panel, cubierto de tela de fieltro sobre la que se pegan microesferas de vidrio, permitirá simular una cortina de agua sobre la que se hará incidir luz blanca de un proyector para observar el arco iris.

### Retrorreflexión sobre gotas de agua y esferas de vidrio

El montaje experimental completo para la observación de la retrorreflexión primaria y secundaria de luz monocromática de un láser por gotas de agua o esferas de vidrio es el siguiente:



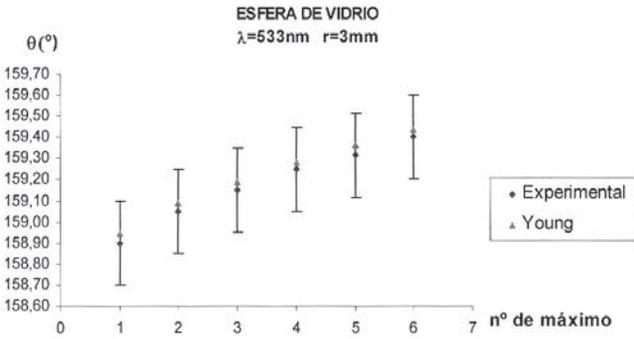
Se utiliza un expansor de haz, formado por dos lentes convergentes, para conseguir un frente de ondas plano similar al que proviene del Sol, un diafragma limitador para evitar reflexiones externas no deseadas, una jeringa para suspender las gotas de agua, un microscopio para medir el tamaño de las gotas cuya imagen se capta con una cámara CCD y un espectro goniómetro modificado, tal que en el centro de su base giratoria se puedan colocar las esferas y las gotas, y con el ocular del antejo sustituido por otra cámara CCD. Las cámaras están conectadas a un monitor de televisión para la visualización de las imágenes captadas.

La fotografía que se muestra a continuación, obtenida con este montaje, corresponde a la retroreflexión de una gota de agua iluminada con el láser verde (resultados del mismo tipo se tienen con el láser rojo):



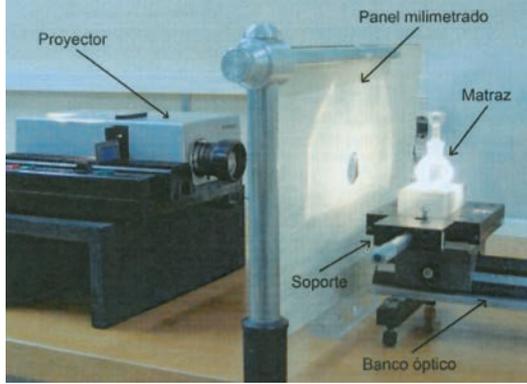
A la derecha se encuentra la zona del arco primario. La primera franja verde a la izquierda en esta zona, más intensa que las demás, corresponde al ángulo de desviación mínimo mientras que las demás franjas a su derecha corresponden a máximos supernumerarios. A la izquierda se encuentra la zona del arco secundario y entre ambas zonas la banda oscura de Alejandro.

Las medidas realizadas del ángulo de desviación mínimo y de los ángulos correspondientes a los máximos y mínimos de interferencia están en buen acuerdo con los cálculos presentados anteriormente utilizando la óptica geométrica (para el ángulo de desviación mínimo) y el modelo de Young (para las interferencias) como se muestra en la gráfica siguiente para una esfera de vidrio de 3 mm de radio:



### Dispersión cromática

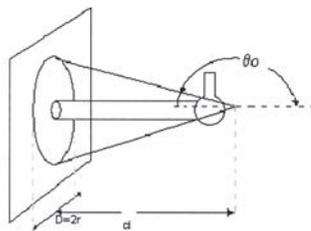
El montaje experimental para observar la dispersión cromática en la retroreflexión de luz blanca es el siguiente:



El proyector proporciona un haz colimado que ilumina el matraz lleno de agua destilada. El cono de luz retroreflejada se proyecta sobre el panel de medida milimetrado, de forma que se puede observar el arco primario (para poder observar el secundario se ha de colocar el matraz muy próximo al panel):



Para realizar las medidas de los ángulos de desviación mínima para los distintos colores se hace uso del siguiente esquema:



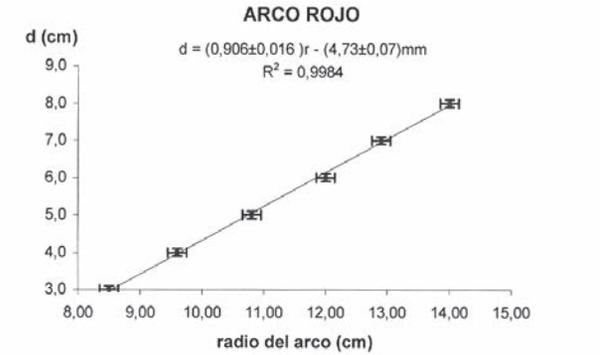
$$d = d(r)$$

$$d = mr + b$$

$$\alpha = \arctan(m)$$

$$\theta_0 = 180^\circ - \alpha$$

de manera que la pendiente  $m$  que permite obtener el ángulo suplementario  $\alpha$  se calcula a partir de varias medidas de  $d$  (distancia del matraz al panel de medida) y  $r$  (radio del arco de color correspondiente). Por ejemplo para el arco rojo las medidas, ajustadas por una recta, son:



Los valores obtenidos para los ángulos de desviación mínima para los distintos colores concuerdan bien, dentro de los errores experimentales, con los anteriormente calculados a partir de la óptica geométrica.

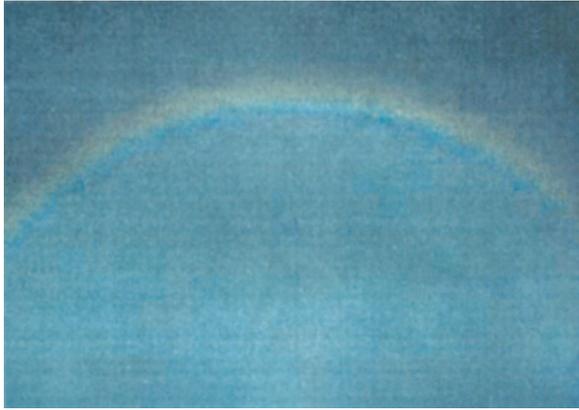
**Arco iris generado por un panel de microesferas de vidrio**

El montaje experimental para la observación del arco iris formado por retroreflexión de luz blanca sobre un panel de microesferas de vidrio (que simula una cortina de agua) se muestra a continuación:

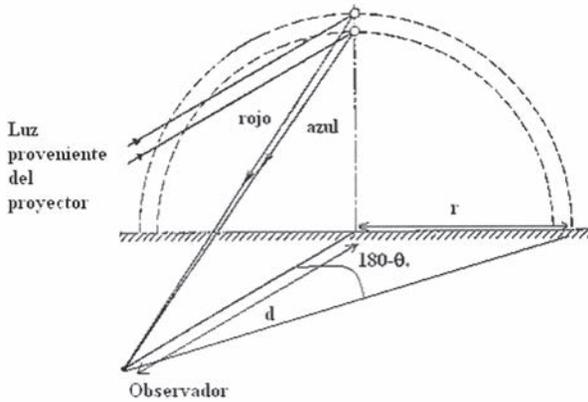


El panel es iluminado con un proyector suficientemente alejado para que los rayos de luz que inciden sobre el panel sean prácticamente paralelos. El observador sitúa la mentonera en una posición adecuada para la visualización del arco iris (primario).

En la fotografía siguiente se muestra un ejemplo de observación:



Utilizando el esquema siguiente:



se puede determinar fácilmente, a partir de medidas de la distancia  $d$  y del radio  $r$ , el ángulo de desviación mínima para cada uno de los distintos colores del arco iris primario y el ancho angular. Los resultados obtenidos concuerdan, dentro de los errores experimentales, con los calculados a partir de la óptica geométrica (notar que el índice de refracción de las microesferas es diferente al de las esferas usadas en apartados anteriores).



# XXI PREMIO ROTARY

2007 - 2008

LABORATORIO\_ELECTROMAGNETISMO

CORRIENTES DE FOUCAULT.  
MEDIDA DE LA  
CONDUCTIVIDAD  
ELÉCTRICA  
POR INDUCCIÓN  
ELECTROMAGNÉTICA

CELIA M<sup>a</sup> PACHECO MORENO  
JOSÉ ALFONSO SOTO

## OBJETIVO

Estudio del efecto de las corrientes de Foucault inducidas en cilindros conductores situados en un campo magnético variable con el tiempo. Medida de la conductividad eléctrica. Comparación con medidas de la conductividad mediante el método de los cuatro puntos.

## FUNDAMENTACIÓN

Las corrientes de Foucault son corrientes inducidas en un medio conductor en presencia de un flujo de campo magnético variable con el tiempo.

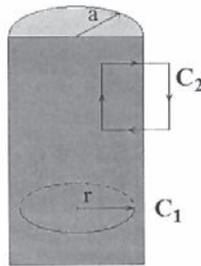
### Corrientes de Foucault en cilindros macizos

Sea un conductor cilíndrico hueco muy largo (idealmente infinito) de radio  $a$  que se introduce en el seno de un campo magnético, axial, uniforme y variable con el tiempo, dado por

$$\vec{B}_0(t) = B_0(t)\vec{u}_z = B_0 e^{-j\omega t}\vec{u}_z$$

donde se ha utilizado notación compleja para la dependencia armónica ( $j$  designa la unidad imaginaria y  $\omega$  la frecuencia angular).

Este campo induce en el conductor, a primer orden, un campo eléctrico. La ley de Faraday-Lenz permite relacionar la circulación de este campo eléctrico con el flujo del campo magnético. Así, eligiendo por ejemplo el circuito  $C_1$  de la figura siguiente (el eje del cilindro corresponde al eje  $Z$ )



se tiene:

$$\oint_{C_1} \vec{E}_i^{(1)} d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \oint_{S_1} \vec{B}_0 d\vec{S}$$

siendo  $\vec{E}_i^{(1)}$  el campo eléctrico inducido y  $S_1$  la superficie circular de radio  $r$  delimitada por  $C_1$  en la figura.

A partir de la expresión del campo magnético se obtiene fácilmente

$$\vec{E}_i^{(1)}(r, t) = j \frac{\omega r}{2} B_0(t) \vec{u}_\phi$$

indicando que el valor del campo eléctrico a primer orden inducido en un punto depende de la distancia del punto al eje del cilindro y que su dirección es tangente a la circunferencia transversal, de radio igual a esa distancia, en ese punto.

Este campo eléctrico da lugar, en el seno del cilindro, a una distribución de corriente dada por

$$\vec{J}_i^{(1)}(r, t) = \sigma \vec{E}_i^{(1)} = j \sigma \frac{\omega r}{2} B_0(t) \vec{u}_\phi$$

siendo  $\sigma$  la conductividad eléctrica del cilindro. Esta distribución de corriente genera a su vez, dentro del conductor (notar que en el exterior no hay corriente), un campo magnético en la dirección de  $\vec{u}_z$ . La ley de Ampère permite relacionar la circulación de este campo magnético con el flujo del vector corriente. Así, eligiendo por ejemplo el circuito  $C_2$  de la figura anterior se tiene (considerando que la corriente de desplazamiento es despreciable frente a la de conducción)

$$\oint_{C_2} \vec{B}_i^{(1)} d\vec{l} = \mu_0 \oint_{S_2} \vec{J}_i^{(1)} d\vec{S}$$

siendo  $S_2$  la superficie del cuadrado delimitado por  $C_2$  y habiendo considerado que la permeabilidad magnética del conductor es aproximadamente igual a la permeabilidad magnética del vacío  $\mu_0$ .

Sustituyendo la expresión anterior obtenida para la corriente se calcula fácilmente el campo magnético inducido a primer orden

$$\vec{B}_i^{(1)}(r, t) = j \frac{\mu_0 \sigma \omega}{4} (a^2 - r^2) \vec{B}_0(t)$$

Este campo magnético a primer orden da lugar a un campo eléctrico inducido a segundo orden, el cual da lugar a corrientes que, a su vez, generan un campo magnético a segundo orden y así sucesivamente  $\vec{B}_i^{(2)}$ . Por tanto, el campo magnético total en presencia del conductor cilíndrico macizo será

$$\vec{B}(r, t) = \vec{B}_0(t) + \vec{B}_i(r, t)$$

con

$$\vec{B}_i \equiv \vec{B}_i^{(1)} + \vec{B}_i^{(2)} + \dots$$

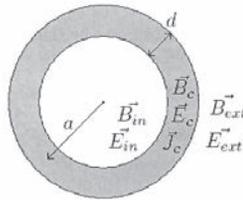
### Corrientes de Foucault en cilindros huecos

Sea un conductor cilíndrico hueco, muy largo (idealmente infinito) y con un grosor de pared  $d$  pequeño comparado con el radio medio del cilindro  $a$ , que se introduce en el seno de un campo magnético, axial, uniforme y variable con el tiempo, dado por

$$\vec{B}_0(t) = B_0(t)\vec{u}_z = B_0 e^{-j\omega t}\vec{u}_z$$

donde se ha utilizado la misma notación que en el apartado anterior.

Como consecuencia de la presencia del conductor el campo magnético en el interior y en la pared del cilindro hueco se ve modificado según el siguiente esquema:



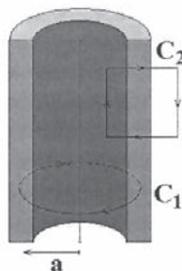
donde

$$\vec{B}_{ext} = \vec{B}_0(t) = B_0 e^{-j\omega t}\vec{u}_z$$

y

$$\vec{B}_{in} = B_{in} e^{-j\omega t}\vec{u}_z$$

Para calcular  $B_{in}$  se aplica la ley de Faraday-Lenz al circuito  $C_1$  de la figura siguiente (el eje del cilindro corresponde al eje Z):



Suponiendo que el campo eléctrico inducido en el conductor,  $\vec{E}_i$ , es uniforme en todo el grosor de la pared del cilindro y que, dado que  $d \ll a$ , la contribución al flujo del campo magnético es aproximadamente la del campo  $\vec{B}_m$ , se tiene

$$\oint_{C_1} \vec{E}_c d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \oint_{S_1} \vec{B}_{in} d\vec{S}$$

de donde

$$\vec{E}_c(t) = j \frac{\omega a}{2} B_{in}(t) \vec{u}_\phi$$

que da lugar a una distribución de corriente

$$\vec{J}_c(t) = \sigma \vec{E}_c(t) = j\sigma \frac{\omega a}{2} B_{in}(t) \vec{u}_\phi$$

Entonces aplicando la ley de Ampère al circuito  $C_2$  de la figura anterior

$$\oint_{C_2} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \oint_{S_2} \vec{J}_c d\vec{S}$$

se obtiene

$$B_{in} - B_{ext} = \mu_0 J_c d$$

y sustituyendo la expresión de la corriente se llega fácilmente a

$$\vec{B}_{in} = \frac{1}{1 - j\Delta} \vec{B}_{ext}$$

con

$$\Delta \equiv \mu_0 \frac{\sigma \omega a d}{2}$$

tal que al aumentar la frecuencia el campo magnético en el interior disminuye (y las corrientes de Foucault en la pared aumentan), es decir aumenta el apantallamiento del campo magnético exterior en el interior del cilindro.

## PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se dispone de cilindros macizos de aluminio y cobre de distinto radio así como de cilindros huecos de los mismos materiales de distintos radios medios y grosores de pared.

Se utiliza un transformador diferencial, con dos bobinas secundarias iguales dispuestas simétricamente, y alimentado con una corriente variable con el tiempo, para medir la

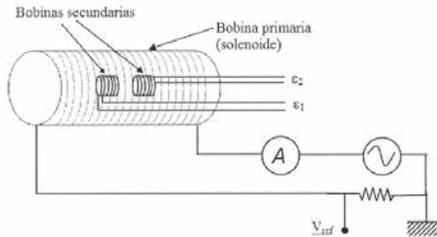
diferencia entre las fuerzas electromotrices (f.e.m.) inducidas al introducir el cilindro conductor macizo en cada una de las bobinas secundarias. El análisis de esta diferencia, en función de la corriente de alimentación de la bobina primaria, permite obtener la conductividad eléctrica del conductor (ver subsección siguiente).

Así mismo se utiliza un transformador, alimentado con una corriente variable con el tiempo, mediante el cual se mide la variación de la f.e.m. inducida en la bobina secundaria al introducir el cilindro conductor (no ferromagnético) hueco entre las bobinas primaria y secundaria. Dicha variación es debida al campo magnético creado por las corrientes de Foucault generadas en el medio conductor y se analiza más adelante.

Ya que los voltajes a medir son pequeños se usa un voltímetro síncrono para su medida. Los detalles del procedimiento experimental se exponen en las subsecciones siguientes.

### Medida de la conductividad eléctrica con un transformador diferencial

Para medir la conductividad eléctrica por inducción electromagnética se utiliza un transformador diferencial formado por un solenoide (bobina primaria) en cuyo interior se sitúan dos bobinas secundarias iguales dispuestas simétricamente según el esquema siguiente (el circuito de alimentación del primario también se muestra):



Sea  $\vec{B}_0$  el campo magnético creado por la bobina primaria en su interior, cuyo módulo se puede escribir como

$$B_0(t) = B_0(1)I_p(t)$$

siendo  $I_p(t)$  la intensidad (en amperios) de la corriente de alimentación en el primario y  $B_0(1)$  el campo magnético para una corriente de 1 amperio.

Inicialmente las f.e.m inducidas en las dos bobinas secundarias son iguales ( $\epsilon_1 = \epsilon_2$ ) y, por tanto, su diferencia se anula. Al introducir un cilindro conductor macizo en el interior de una de las bobinas secundarias aparece una diferencia en la f.e.m. inducida en ésta con respecto a la otra bobina secundaria. Esta diferencia, que es la f.e.m. debida al flujo del campo magnético  $\vec{B}_i$  creado por las corrientes de Foucault, está dada por

$$\epsilon_i = \epsilon_1 - \epsilon_2 = -N_s \frac{\partial}{\partial t} \oint_S \vec{B}_i d\vec{S}$$

siendo  $N_s$  el número de espiras y  $S$  la sección transversal en cualquiera de las bobinas secundarias.

Al poner el cilindro conductor secuencialmente en una bobina y en la otra se mide una diferencia de voltaje igual a  $2|\epsilon_i|$ .

Si  $\vec{B}_1$  se puede aproximar por el campo a primer orden  $\vec{B}_1^{(1)}$  entonces, utilizando la expresión de éste anteriormente deducida, se tiene para esta diferencia de voltaje

$$V_1 - V_2 = 2|\epsilon_i| \cong \frac{\mu_0 \pi}{4S} \sigma \omega a^4 M I_p$$

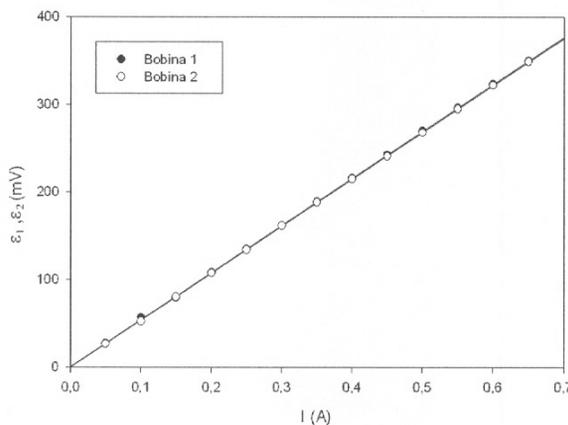
donde  $M = N_s B_0(1)$  es el *coeficiente de inducción mutua* entre la bobina primaria y las secundarias en aire.

Por tanto, si se conoce el coeficiente de inducción mutua  $M$ , la representación de las diferencias de potencial medidas frente a la intensidad de la corriente de alimentación  $I_p$  permite calcular la conductividad eléctrica  $\sigma$ .

Para obtener el coeficiente de inducción mutua  $M$  basta medir la f.e.m. inducida en cualquiera de las bobinas secundarias (por ejemplo la denominada 1) inicialmente (montaje sin cilindro macizo), puesto que según la ley de inducción de Faraday se tendrá

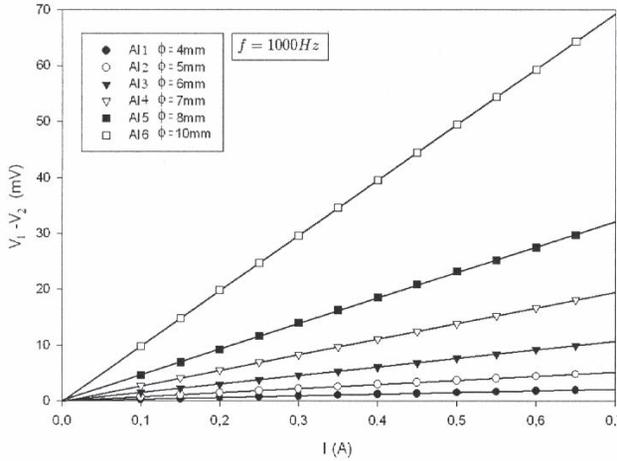
$$\epsilon_1 = M \omega I_p$$

En la gráfica siguiente se muestran los resultados de las medidas en función de  $I_p$  y su ajuste por mínimos cuadrados del cual se puede obtener  $M$ .



Una vez conocido  $M$  se pueden representar las diferencias de potencial  $V_1 - V_2$  medidas para cilindros de diferentes diámetros frente a  $I_p$ . Una muestra de los resultados para cilin-

ros de aluminio (para el cobre se obtienen gráficas del mismo tipo), para una frecuencia  $f$  dada ( $\omega = 2\pi f$ ), y de sus ajustes por mínimos cuadrados, se representa en la siguiente gráfica:



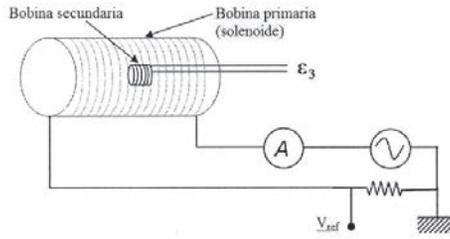
A partir de las pendientes de las rectas de ajuste se calcula el valor de la conductividad eléctrica  $\sigma$  para los distintos cilindros macizos de aluminio y cobre. Se concluye que los valores obtenidos están en muy buen acuerdo con los valores de referencia (medidos con el método de los cuatro puntos explicado más adelante) para aquellos cilindros de diámetro tal que las aproximaciones realizadas para el cálculo de la conductividad, en el rango de frecuencias elegido, están justificadas. En forma cuantitativa, la aproximación utilizada de considerar el campo inducido sólo a primer orden está más justificada cuanto menor es el cociente  $a/\delta$  donde  $\delta$  es la denominada longitud de penetración (de los campos en el conductor)

$$\delta \equiv \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}}$$

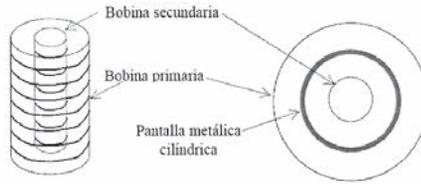
pues se puede demostrar que los términos a orden superior despreciados dependen de potencias de este cociente.

### Apantallamiento por cilindros huecos y medida de la conductividad eléctrica con un transformador

El esquema del dispositivo experimental utilizado, para medir el efecto del apantallamiento producido al interponer un cilindro metálico hueco entre la bobina primaria y secundaria de un transformador, es el siguiente:



Sin cilindro conductor interpuesto se mide la f.e.m. inducida en la bobina secundaria  $\varepsilon_3^{(0)}$ . A continuación se interpone el cilindro, como se muestra en la figura siguiente:

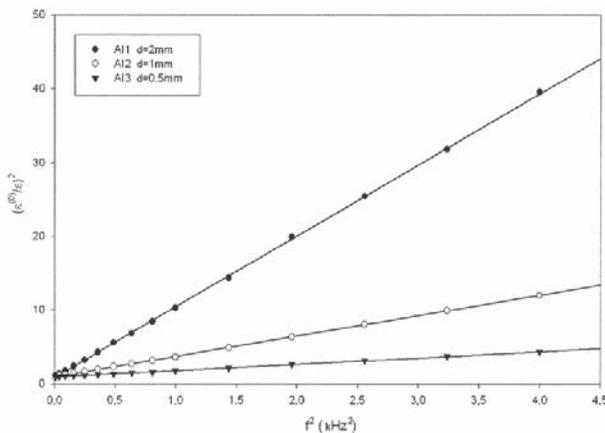


y se vuelve a medir la f.e.m. inducida  $\varepsilon_3$  cuyo módulo es menor debido al apantallamiento. Ya que los módulos de los campos magnéticos son proporcionales a los módulos de las correspondientes f.e.m. inducidas se tiene, a partir de las expresiones de los campos anteriormente obtenidas

$$\left( \frac{|\varepsilon_3|}{|\varepsilon_3^{(0)}|} \right)^2 = \left( \frac{|\vec{B}_{in}|}{|\vec{B}_{ext}|} \right)^2 = \frac{1}{1 + \Delta^2} = \frac{1}{1 + (\mu_0 \pi \sigma a d)^2 f^2}$$

donde se ha sustituido la expresión de  $\Delta$  y se ha usado  $\omega \equiv 2\pi f$

Una muestra de los resultados obtenidos para el inverso de este cociente frente al cuadrado de la frecuencia y su ajuste por mínimos cuadrados se ha representado en la gráfica siguiente:



A partir de las pendientes de las rectas de ajuste se calcula el valor de la conductividad eléctrica  $\sigma$  para los distintos cilindros huecos de aluminio y cobre. Se concluye que los valores obtenidos para los cilindros utilizados (de pequeño diámetro) en el rango de frecuencias elegido están en buen acuerdo con los valores de referencia (medidos con el método de los cuatro puntos explicado más adelante).

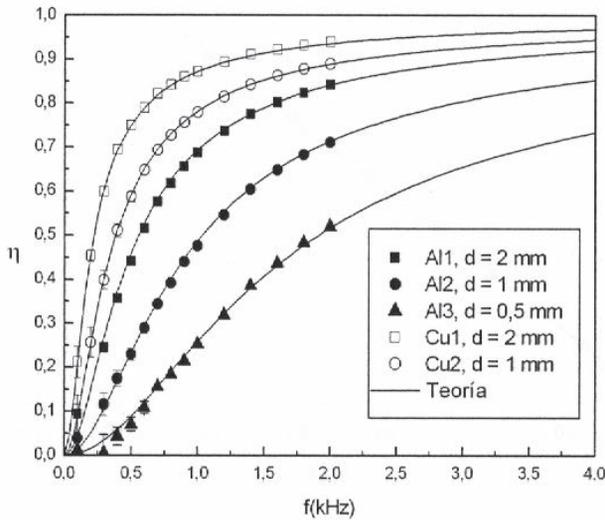
El apantallamiento se puede también caracterizar definiendo un *coeficiente de apantallamiento*  $\eta$  que varía entre 0 (apantallamiento nulo) y 1 (apantallamiento total) en la forma

$$\eta \equiv 1 - \frac{|\vec{B}_{in}|}{|\vec{B}_{ext}|} = 1 - \frac{|\epsilon_3|}{|\epsilon_3^{(0)}|} = \frac{1}{\sqrt{1 + k^2 f^2}}$$

con

$$k \equiv \mu_0 \pi \sigma a d$$

Resultados obtenidos para el coeficiente de apantallamiento, en función de la frecuencia, para los cilindros usados se muestran en la siguiente gráfica:

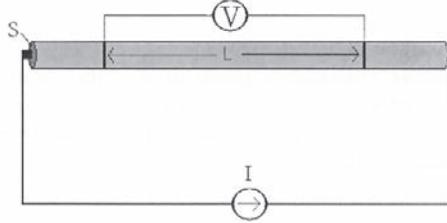


observándose que el apantallamiento tiende a anularse para bajas frecuencias y a aumentar con la frecuencia.

### Medida de la conductividad eléctrica de metales por el método de los cuatro puntos

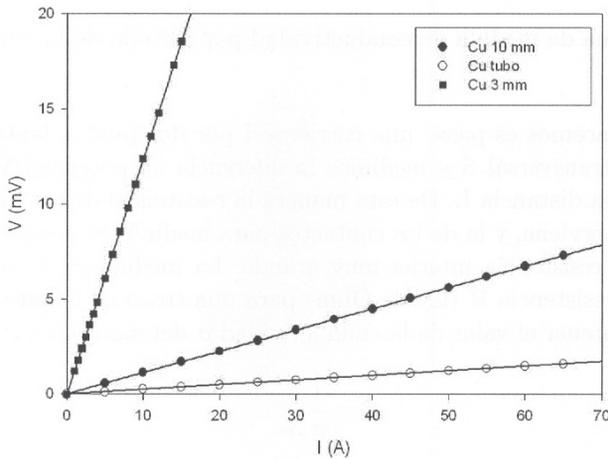
Para poder valorar de forma adecuada las medidas de la conductividad eléctrica realizadas anteriormente, mediante inducción electromagnética, es necesario comparar los valores

obtenidos con valores de referencia medidos con algún método convencional. Para medir estos valores de referencia se ha usado el método de los cuatro puntos que se basa en el siguiente esquema:



Se hace pasar una corriente  $I$  por los puntos extremos de un cilindro conductor de sección transversal  $S$  y se mide la diferencia de potencial  $V$  entre dos puntos diferentes separados por una distancia  $L$ . De esta manera la resistencia de los contactos en los extremos no interviene en la medida y la de los contactos utilizados para medir  $V$  es despreciable si se utiliza un voltímetro de resistencia interna muy grande.

A partir de la medida de  $V$  en función de  $I$  y de su ajuste por mínimos cuadrados se obtiene (ley de Ohm) la resistencia  $R$ . Un ejemplo de medidas para cilindros macizos y hueco (tubo) de cobre se muestra en la gráfica siguiente:



Una vez calculado  $R$  la conductividad  $\sigma$  del material se obtiene usando

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{S}$$

XXXIII PREMIO ROTARY

2008 - 2009

LABORATORIO\_FÍSICA CUÁNTICA

EFFECTO FOTOELÉCTRICO .  
DETERMINACIÓN  
EXPERIMENTAL  
DE LA INTENSIDAD  
DE CORRIENTE  
FOTOELÉCTRICA  
EN UNA CÁMARA  
DE IONIZACIÓN ABIERTA

MANUEL A. SOBRINO RODRÍGUEZ

## OBJETIVO

Estudio del efecto fotoeléctrico: medida precisa de la corriente fotoeléctrica en aire.

## FUNDAMENTACIÓN

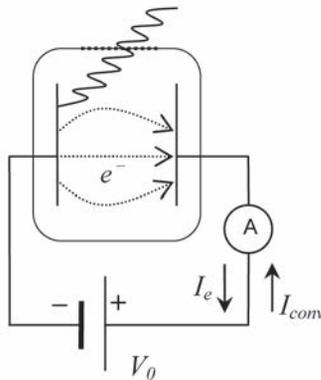
El efecto fotoeléctrico consiste en la emisión instantánea de electrones desde la superficie de un conductor metálico cuando ésta se ilumina con radiación electromagnética de frecuencia adecuada. Más precisamente, existe una *frecuencia umbral*, característica para cada metal, tal que para radiación de menor frecuencia no se produce el efecto.

Einstein explicó el efecto fotoeléctrico como consecuencia de la interacción fotón-electrón. Un electrón de un metal puede absorber un fotón de energía  $h\nu$  ( $h$ : constante de Planck,  $\nu$ : frecuencia) y quedar libre si  $h\nu$  es mayor o igual que el módulo de su energía de ligadura en el metal. Así, si esta energía para el electrón menos ligado tiene módulo  $B$ , entonces la frecuencia mínima o umbral para que un electrón pueda desligarse del metal está dada por

$$\nu_0 = \frac{B}{h}$$

Esta frecuencia es característica del metal ya que depende de  $B$  cuyo valor varía de un metal a otro.

Por tanto, si la superficie metálica se utiliza como cátodo de un circuito eléctrico como el de la figura siguiente (cátodo y ánodo dentro de una cámara de vacío) entonces la incidencia de radiación electromagnética de frecuencia mayor que la umbral produce una *corriente fotoeléctrica* formada por los electrones extraídos del cátodo que llegan al ánodo (el sentido de la corriente convencional es opuesto al de movimiento de los electrones):

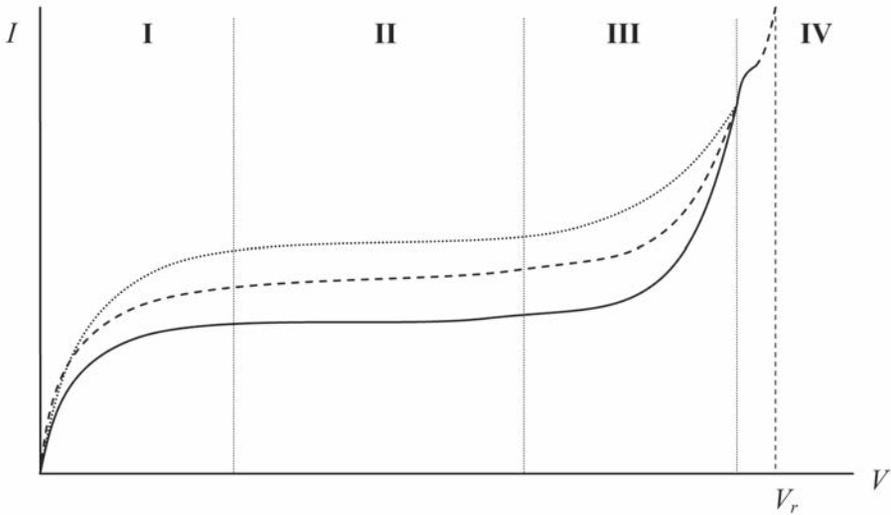


Ya que el efecto fotoeléctrico se debe a la interacción fotón-electrón la corriente fotoeléctrica es proporcional al número de electrones desligados, el cual es proporcional al número

de fotones incidentes que es, a su vez, proporcional a la irradiancia (energía electromagnética incidente por unidad de tiempo y de superficie).

### Corriente entre electrodos en un gas

Notar que si cátodo y ánodo no están dentro de una cámara de vacío sino en aire (o en un gas en general), entonces los fotones de la radiación incidente así como los electrones desligados del metal pueden provocar ionización del aire (o del gas) de modo que la corriente (que seguiremos denominando fotoeléctrica) se verá afectada (estará formada por electrones e iones). De hecho, la intensidad de la corriente  $I$  depende de la presión del gas y de la diferencia de potencial (d.d.p.)  $V$  aplicada a los electrones. Esta dependencia está representada cualitativamente en la siguiente gráfica:



donde las tres líneas (sólida, de trazos y de puntos) corresponden a diferentes presiones del gas.

Se observan cuatro regiones de comportamiento diferenciado. En la región I la ionización (primaria) aumenta al hacerlo  $V$  por lo que la intensidad de corriente aumenta hasta llegar a una saturación. En la región II la intensidad de corriente incorpora toda la carga producida en el gas. Si se sigue aumentando el voltaje, en la región III, los electrones acelerados producen una ionización adicional (secundaria) que hace que la intensidad aumente significativamente hasta llegar a la región IV en la cual la intensidad es independiente de cual sea la ionización primaria. En esta región, para el voltaje  $V_r$ , se produce la ruptura dieléctrica del aire, aumentando bruscamente su conductividad y no precisándose radiación incidente para mantener la descarga.

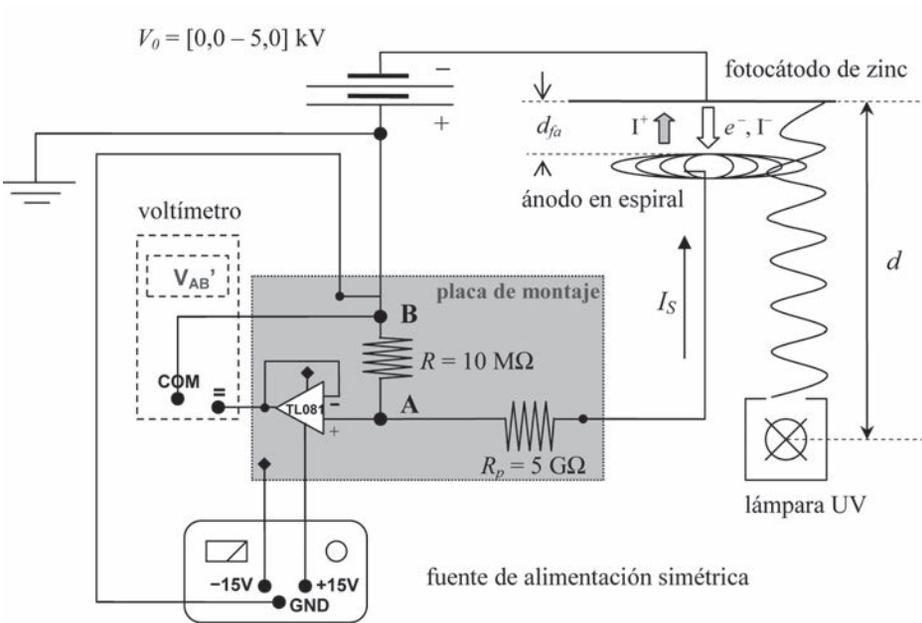
## PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se dispone de una placa de zinc y de una espiral de cobre que formarán parte de un circuito eléctrico como cátodo y ánodo respectivamente, separados por aire. Este circuito, que se conecta a una fuente de alta tensión, actúa como una cámara de ionización abierta, con la cual se puede medir la intensidad de corriente generada cuando se hace incidir sobre ella luz ultravioleta procedente de una lámpara espectral de mercurio.

Hay que hacer notar que, al tratarse de una cámara abierta, se produce oxidación superficial de la placa de zinc que puede modificar la intensidad de corriente en el transcurso del tiempo por lo que ha de ser tenida en cuenta en la realización de las medidas.

### Medida de la corriente en la cámara de ionización abierta

La medida de la corriente en la cámara de ionización abierta se basa en el siguiente esquema experimental:



La resistencia de alta tensión  $R_p$  se utiliza para protección del resto de elementos del circuito en caso de descarga o contacto entre placa y espira.

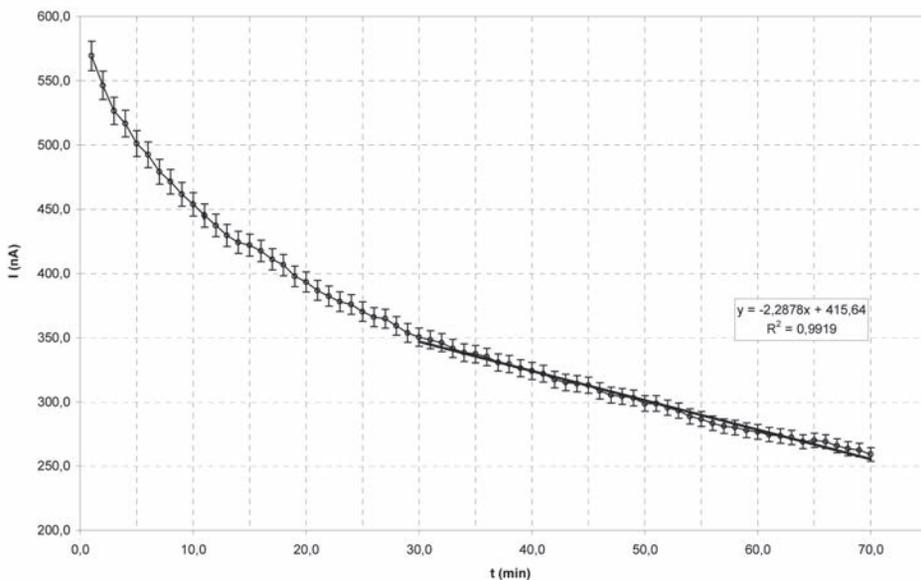
Notar que la intensidad de corriente está determinada por el número de electrones desligados por unidad de tiempo y por la ionización del gas la cual depende de la energía de las partículas incidentes que la producen. Por tanto la corriente depende de la intensidad de la fuente de luz ultravioleta (UV) y de la d.d.p aplicada  $V_0$ , pero no de la resistencia ( $R +$

$R_p$ ). Es decir, se tiene una *fente de corriente*.

La intensidad de corriente  $I$  se mide a partir de la caída de tensión en la resistencia  $R$  entre los puntos A y B. Para que  $V_{AB}$  sea apreciable (del orden del mV) es preciso que  $R$  sea grande por lo que el efecto de carga del voltímetro, si se conecta directamente a los puntos A y B, no es despreciable. Para mejorar la sensibilidad y eliminar la dependencia con la resistencia interna del voltímetro se ha dispuesto un seguidor de tensión en la placa de montaje de las resistencias, con entrada en A y salida al borne positivo del voltímetro. Este seguidor de tensión consta de un circuito integrado (amplificador operacional de alta impedancia de entrada) que se alimenta con una fuente de tensión continua simétrica (+15V/-15V). Una vez medida correctamente la caída de tensión  $V_{AB}$  en  $R$  la intensidad de corriente se obtiene trivialmente a partir de la ley de Ohm.

### Efectos de oxidación

La oxidación de la placa de zinc del cátodo hace que la intensidad de corriente disminuya con el tiempo. Si inicialmente se lija bien la placa de zinc y se limpia, para eliminar la capa de óxido de la superficie, se puede estudiar el efecto de la oxidación en la corriente medida. Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente gráfica, así como su ajuste (lineal para tiempos entre 30 minutos y 70 minutos: ver recuadro superpuesto)

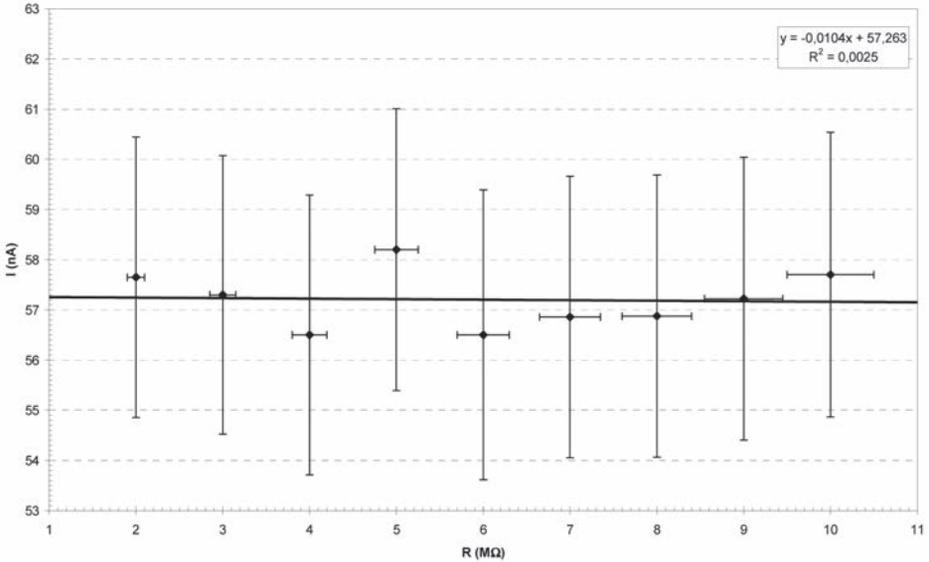


Se observa que la intensidad de corriente disminuye con el tiempo, primero de forma brusca, no lineal, y después, a partir de unos 30 minutos, de forma lineal. De hecho, para tiempos

mayores que los representados se mantiene la linealidad por tramos. En particular, entre las 2 y 5 horas la intensidad es aún apreciable con escasa variación para periodos cortos de tiempo.

**Verificación del comportamiento como fuente de corriente**

Variando el valor de la resistencia  $R$  se puede comprobar el comportamiento como fuente de corriente. Un ejemplo de los resultados obtenidos, tras 5 horas de oxidación, para  $V_0 = 3$  kV,  $d_{fa} = 14$  cm y  $d = 14$  cm (ver esquema experimental) se muestra en la siguiente gráfica:



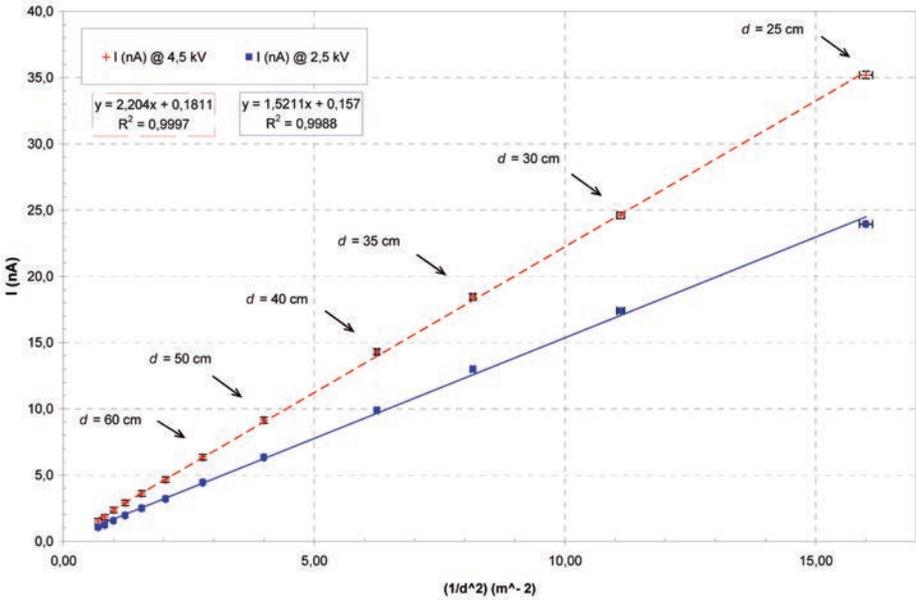
donde se puede inferir la no dependencia de  $I$  con  $R$  o, equivalentemente con  $(R + R_p)$ . No-tar, sin embargo, que el excesivo error en las medidas no permite extraer una conclusión definitiva acerca del comportamiento como fuente de corriente.

**Variación de la intensidad con la irradiancia a  $V_0$  constante**

Para estudiar la dependencia de la intensidad con la irradiancia se varía ésta acercando o alejando la lámpara ultravioleta al sistema espiral-placa para el cual se mantiene  $V_0$  constante. Dado que para una fuente de luz puntual la irradiancia disminuye con el inverso del cuadrado de la distancia, también se espera que así lo haga la intensidad de corriente, al menos para distancias suficientemente grandes entre fuente y placa. Para tener valores apreciables y comparables de la intensidad en un rango amplio de distancias, se mide en el primer régimen lineal de oxidación (a los 30 minutos del pulido de la placa) utilizando un método de ida y vuelta. En este método se toman medidas en dis-

tintas posiciones de la lámpara, a intervalo fijo de tiempo, primero alejando la lámpara de la placa y después acercándola a ella; luego se toma como valor en cada posición de la lámpara el valor medio de los medidos en esa posición a la ida y a la vuelta. De esta forma, en un régimen de oxidación lineal con el tiempo, el efecto de oxidación es similar en todas las posiciones.

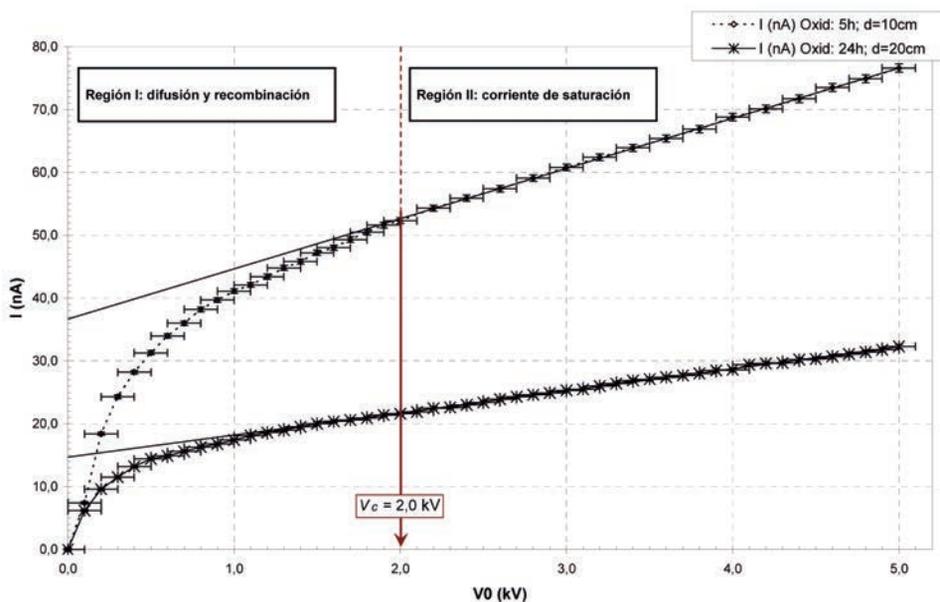
Un ejemplo de los resultados obtenidos y su ajuste se presenta en la siguiente gráfica:



donde se han seleccionado datos para distancias fuente de luz-placa comprendidas entre 25 cm y 120 cm. Se observa que la intensidad tiene el comportamiento esperado para una fuente de luz puntual. Por debajo de 25 cm aparecen desviaciones de la linealidad indicando que la fuente de luz no se puede considerar puntual.

**Variación de la intensidad con  $V_0$  a irradiancia constante**

Para estudiar la variación de la intensidad con  $V_0$  a irradiancia constante se coloca la fuente de luz a una distancia fija de la placa. Para tener valores apreciables y comparables de la intensidad para distintos valores de  $V_0$  conviene utilizar una distancia pequeña fuente de luz-placa y esperar al menos 2 horas, tras el pulido inicial de la placa, antes de medir, pues de esta forma la variación de la oxidación para las distintas medidas no será significativa. Un ejemplo de los resultados obtenidos, para valores de  $V_0$  entre 0 y 5 kV se muestra en la siguiente gráfica:



donde los ajustes lineales permiten diferenciar, a partir de los datos a mayores voltajes, las regiones I y II del comportamiento general de la corriente entre electrodos en un gas. De hecho, en la región II, la intensidad de corriente sería constante, correspondiente a la corriente fotoeléctrica a distancia fijada fuente de luz-placa, si no hubiera corriente inducida  $I_{ind}$  en el ánodo por el movimiento de los portadores en el volumen de la cámara. El teorema de Shocley-Ramo permite estimar esta corriente, en términos del número de portadores (principalmente electrones del cátodo)  $N$ , de la movilidad (aproximadamente constante) de los electrones  $\mu$  y de la distancia entre cátodo y ánodo  $d_{fa}$ , como

$$I_{ind} = N|e|\mu \frac{V_0}{d_{fa}^2}$$

Por tanto, la corriente en la región II puede ser expresada como

$$I(V_0) = I_Q + I_{ind} = I_Q + bV_0$$

donde  $I_Q$  es constante y representa la corriente fotoeléctrica, que puede ser calculada a partir del ajuste lineal en la gráfica (extrapolando para  $V_0 = 0$ ).

Por otra parte la cámara tiene un comportamiento óhmico para la corriente inducida de tal manera que se puede definir una resistencia óhmica  $R_{eff}$  de la cámara en conducción como

$$R_{eff} = \frac{V_0}{I_{ind}} = \frac{1}{b}$$

que puede ser inmediatamente calculada a partir del ajuste de datos realizado.

XXIII PREMIO ROTARY

2009 - 2010

LABORATORIO\_ELECTROMAGNETISMO

# GUÍAS DE ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

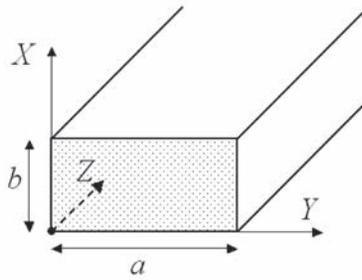
ALBERTO SÁNCHEZ ORTIZ  
ANDER SIMÓN ESTÉVEZ

## OBJETIVO

Caracterización de los modos de una guía de ondas: factores de propagación y distribuciones de campo. Análisis de la variación del factor de propagación con una perturbación.

## FUNDAMENTACIÓN

Una guía de ondas electromagnéticas es un sistema con simetría traslacional que permite la propagación guiada de dichas ondas. Un ejemplo sencillo lo constituye una guía cerrada homogénea de paredes conductoras y sección rectangular con aire en su interior como la de la figura:



Una onda electromagnética que se propaga en una guía corresponde a un campo electromagnético que satisface las ecuaciones de Maxwell con las condiciones de contorno impuestas por la guía. Si se considera la guía rectangular anterior, formada por un único dieléctrico (aire) y por conductores perfectos (las paredes), con sección transversal en el plano XY, con longitud  $a$  según el eje Y y  $b$  según el eje X, y con el eje Z de simetría de traslación (a lo largo del cual no varían las propiedades de la guía), existen soluciones con componente nula del campo eléctrico, del campo magnético o de ambos a la largo de dicho eje. Estas soluciones corresponden a los denominados modos Transversales Eléctricos (TE), Transversales Magnéticos (TM) y Transversales Electromagnéticos (TEM) respectivamente.

Así, para el primer modo (fundamental) TE, es decir  $TE_{10}$  se tiene

$$\vec{E} = \vec{e}_{tr}(x, y)e^{i(\beta z - \omega t)} = E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) \vec{u}_x e^{i(\beta z - \omega t)}$$

$$\vec{H} = \vec{h}_{tr}(x, y)e^{i(\beta z - \omega t)} = -\frac{E_0}{Z_{TE}} \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) \vec{u}_y e^{i(\beta z - \omega t)}$$

donde  $\vec{e}_{tr}(x, y)$  y  $\vec{h}_{tr}(x, y)$  son las distribuciones de campo transversales (a la dirección de propagación Z) y  $\beta$  es el denominado factor de propagación dado por

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}$$

siendo  $\lambda$  la longitud de onda, que en términos de la frecuencia angular  $\omega$  se escribe

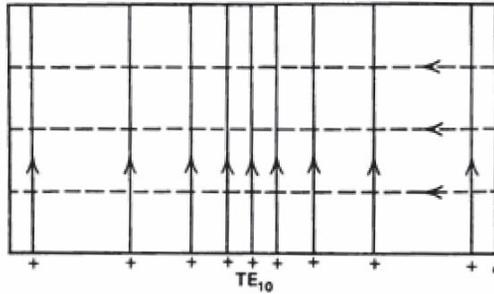
$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$$

$Z_{TE}$  es la impedancia del modo dada por

$$Z_{TE} = \frac{\mu\omega}{\beta}$$

siendo  $\mu$  la permeabilidad magnética del aire.

Las líneas de campo eléctrico y magnético transversales están representadas en la siguiente gráfica como líneas continua y discontinua respectivamente.



Para el segundo modo  $TE_{20}$  las expresiones de los campos son

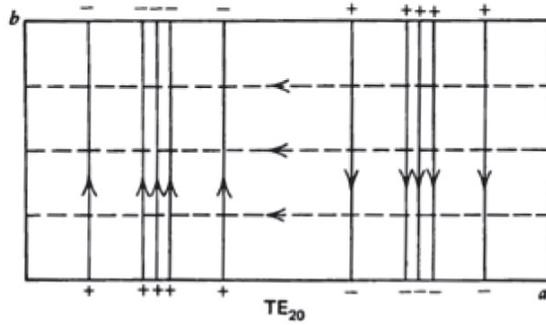
$$\vec{E} = \vec{e}_{tr}(x, y)e^{i(\beta z - \omega t)} = E_0 \sin\left(\frac{2\pi y}{a}\right) \vec{u}_x e^{i(\beta z - \omega t)}$$

$$\vec{H} = \vec{h}_{tr}(x, y)e^{i(\beta z - \omega t)} = -\frac{E_0}{Z_{TE}} \sin\left(\frac{2\pi y}{a}\right) \vec{u}_y e^{i(\beta z - \omega t)}$$

con

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2}$$

y representación gráfica (líneas de campo eléctrico continuas y de campo magnético discontinuas):



A partir de las expresiones anteriores es claro que cada uno de estos modos tiene una longitud de corte  $\lambda_c$  por encima de la cual el factor  $\beta$  es imaginario puro:  $\lambda_c = 2a$  para  $TE_{10}$  y  $\lambda_c = a$  para  $TE_{20}$ . En tal caso no se tiene un modo propagándose sino una onda evanescente que no propaga energía.

Desde el punto de vista experimental resulta útil, como se verá, definir la longitud de onda del modo en la guía como

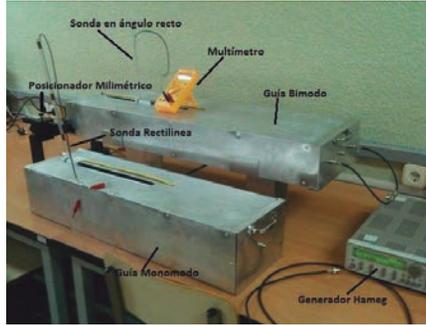
$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta}$$

### PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Para estudiar los modos  $TE_{10}$  y  $TE_{20}$  en una guía rectangular se han fabricado dos guías: una (monomodo) con dimensiones  $a = 220$  mm y  $b = 154$  mm y otra (bimodo) con  $a = 295$  mm y  $b = 124$  mm. Para generar los modos se dispone de un generador de frecuencias ( $< 1.2$  GHz) que excita los modos mediante una pequeña espira centrada, o dos pequeñas espiras laterales, fijadas en una pared transversal interior de la guía. Las espiras se orientan de forma que el campo magnético radiado tenga el máximo solapamiento con el campo magnético del modo a excitar (la dirección del eje axial de la espira indica la dirección predominante del campo magnético radiado).

Para la medida de los modos se utilizarán dos sondas (una rectilínea y otra en ángulo recto) y un multímetro. Las sondas utilizan un diodo de radio frecuencia con una pequeña capacidad en paralelo tal que, para ondas de amplitud pequeña, la diferencia de potencial generada en la capacidad es proporcional al módulo al cuadrado de la componente del campo eléctrico paralela a la orientación del diodo. Para optimizar la medida el diodo debe ubicarse en la posición del máximo del campo eléctrico y con la orientación adecuada.

A las guías se les ha practicado en su pared conductora superior una ranura longitudinal (según el eje  $Z$ ) centrada para poder introducir las sondas. Así mismo se ha perforado un orificio cuadrado en el extremo de la pared lateral de la guía bimodo para medir las distribuciones de campo.



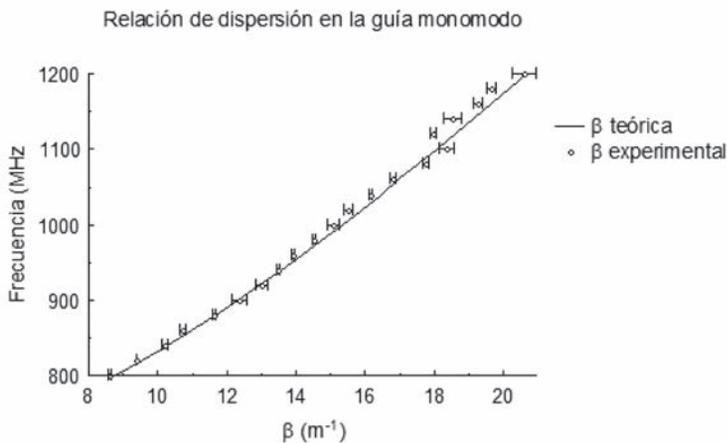
Se han preparado también dos láminas dieléctricas de metacrilato de pequeño grosor para estudiar el efecto que producen en la propagación de los modos cuando se colocan en el suelo de la guía.

A continuación se detalla el procedimiento de medida.

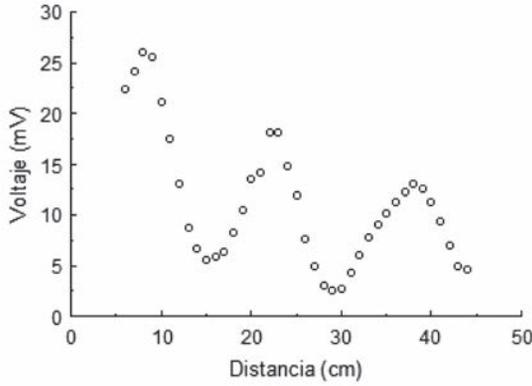
### Caracterización de la guía monomodo

Dado el rango de frecuencias utilizadas ( $<1.2$  GHz), es decir  $\lambda > 250$  mm, para la guía con  $a = 220$  mm sólo se propaga el modo fundamental  $TE_{10}$  ( $\lambda_c = 2a$ ) por lo que es una guía monomodo. Para generar este modo se emplea la espira centrada orientada con su eje axial en la dirección Y.

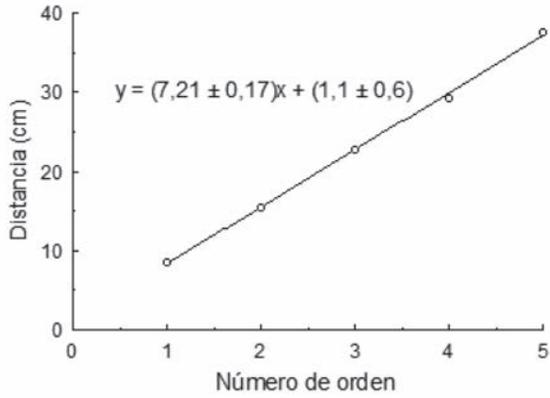
Para medir el factor de propagación se emplea la técnica de la onda estacionaria que consiste en producir la reflexión de la onda en la superficie conductora situada al final de la guía (pared transversal) y medir la distancia entre nodos de la onda estacionaria generada. Esta distancia corresponde a  $\lambda_g/2$ . En la práctica se mueve la sonda rectilínea longitudinalmente (es decir según el eje Z y para  $y = \frac{a}{2}$  en donde el campo eléctrico tiene máxima amplitud) y se mide la posición del primer nodo respecto al extremo de la guía, para diversas frecuencias. Los resultados (recordar que  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g}$ ) se muestran en la gráfica siguiente comparados con los valores obtenidos a partir de la expresión de  $\beta$  en términos de  $\lambda$  y  $a$  (línea sólida):



Para conocer el patrón de la onda estacionaria generada se mide, para una frecuencia dada, la amplitud de la señal a lo largo del eje Z, por ejemplo de cm en cm. Los resultados obtenidos para una frecuencia de 1.2 GHz se muestran en la siguiente gráfica:



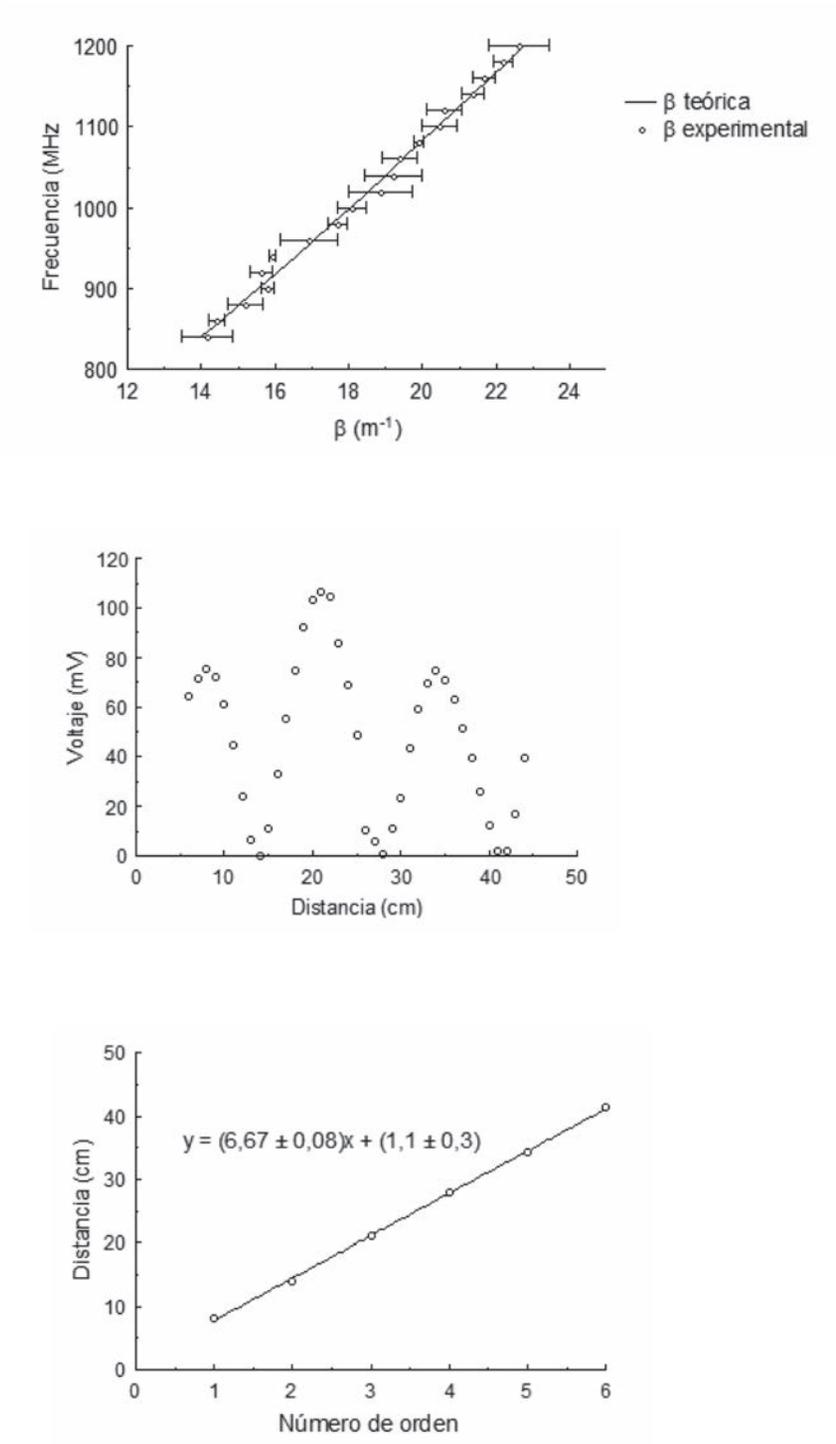
Se aprecia una atenuación de la onda, probablemente debida a la presencia de la ranura que permite introducir la sonda. En la onda estacionaria la distancia entre dos extremos consecutivos corresponde a  $\lambda_g/4$ . Por tanto, la representación de la posición de cada extremo frente a su número de orden se ajustará a una recta de pendiente  $\lambda_g/4$ . A partir de los datos de la figura anterior se obtienen los puntos de la siguiente gráfica cuyo ajuste lineal permite obtener  $\lambda_g/4$ :



**Caracterización de la guía bimodo**

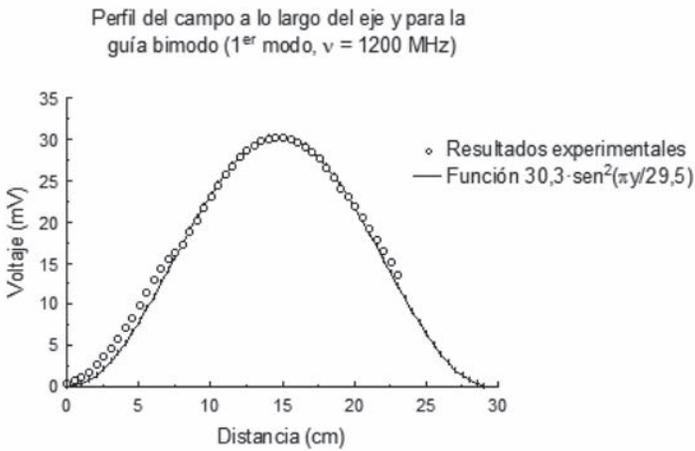
La guía con  $a = 295$  mm es una guía bimodo pues permite la propagación de los modos  $TE_{10}$  y  $TE_{20}$ .

Para el estudio del modo fundamental  $TE_{10}$  se procede exactamente igual que con la guía monomodo. Los resultados obtenidos se resumen en la siguientes gráficas:

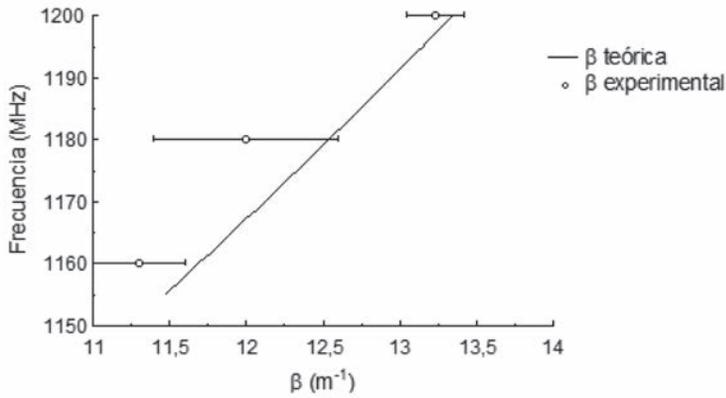


La única diferencia cualitativa con el caso anterior se observa en el patrón de la onda estacionaria que parece sugerir que la onda reflejada no se atenúa correctamente en el extremo de la guía donde se excita el modo, sino que da lugar a otra onda que se superpone a las anteriores.

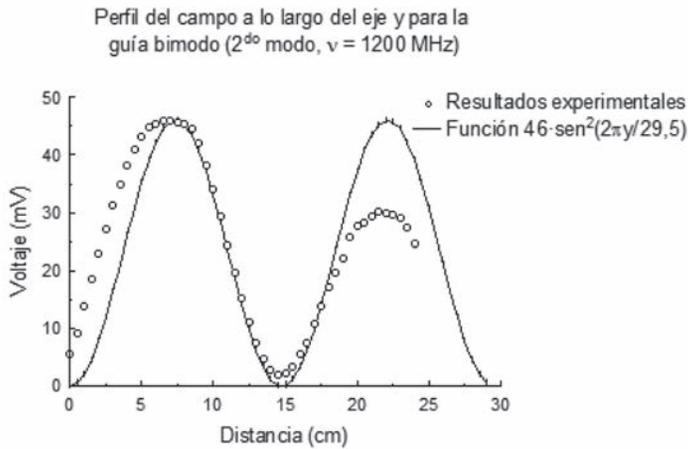
Con el objetivo de medir la distribución de campo de este modo  $TE_{10}$  se introduce la sonda en ángulo recto por el orificio cuadrado del extremo de la guía y se registra la señal de la sonda en función de la coordenada Y (con ayuda de un posicionador milimétrico) que representa la distancia a la pared lateral de la guía. Los resultados obtenidos y su comparación con la expresión teórica para el cuadrado del campo eléctrico (línea solida) se muestran en la siguiente gráfica:



Para excitar el segundo modo se conectan las espiras laterales (en la pared transversal interior de la guía) simultáneamente al generador mediante un cable coaxial en T y cableado de la misma longitud (la excitación ha de ser lo más simétrica posible). Las espiras han de estar orientadas de tal forma que los campos magnéticos generados estén en antifase y con la dirección de sus ejes según el eje Y (ver Fundamentación). La medida del factor de propagación se hace por el método de la onda estacionaria pero utilizando la sonda en ángulo recto para poder ubicar el diodo a unos 7.5 cm del centro de la guía, es decir a una distancia aproximada  $a/4$  según el eje Y para que el campo eléctrico sea máximo. La representación de los resultados obtenidos es:



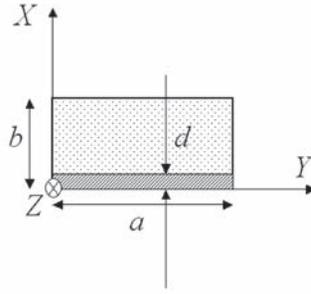
En cuanto a la medida de la distribución de campo para este segundo modo se procede exactamente igual que para el primer modo. Los resultados obtenidos son los a continuación representados:



Se observa una asimetría con respecto a la línea continua que representa el cálculo teórico del cuadrado del campo eléctrico. Esta asimetría podría ser causada por la excitación simultánea del primer modo con amplitud pequeña (respecto a la del segundo) pero no despreciable.

### Perturbación del modo fundamental

La superposición de dos láminas dieléctricas de metacrilato, de 1 cm de grosor cada una en el suelo de la guía (ver figura siguiente), produce una pequeña variación del factor de propagación de los modos.

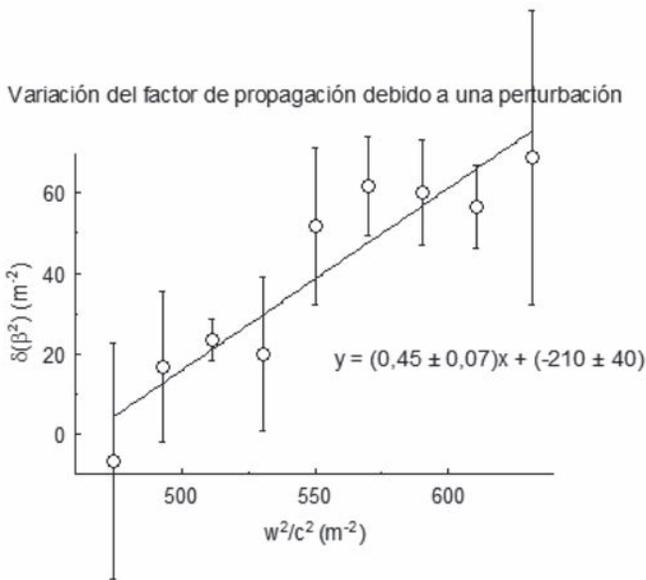


Se puede demostrar que, a primer orden en teoría de perturbaciones, la variación se puede escribir en la forma

$$\delta(\beta^2) = \frac{w^2}{c^2} (\epsilon_r - 1) \frac{d}{b}$$

donde  $\epsilon_r$  es la permitividad dieléctrica relativa del metacrilato.

Las medidas realizadas y su ajuste por mínimos cuadrados se muestran en la siguiente gráfica:



de donde puede extraerse el valor de  $\epsilon_r$ .



PUBLICACIONES

PRÁCTICAS EN USO



## PUBLICACIONES

Un valor añadido de algunas de las prácticas presentadas a concurso lo constituyen las publicaciones derivadas de ellas que han realizado sus autores y tutores fuera del ámbito de la Facultad de Física. Algunas de éstas, de las que se ha podido obtener información, se alistan a continuación:

- 1\_** “*Experiencias de microondas para la observación del efecto Doppler*”, M. A. Hernández, J. L. Palau, M. A. Mora, M. V. Andrés: *Revista Española de Física*, 5 (1) 38 (1991).
- 2\_** “*Los Premios Rotary. Los Alumnos y la Investigación Experimental*”, F. Tena: *Comunicación en el III Encuentro Didáctica de la Física, XXIV Bienal de la RSEF*, Jaca 1993.
- 3\_** “*Microwave experiments on electromagnetic evanescent waves and tunneling effect*”, F. Albiol, S. Navas. M. V. Andrés: *Am. J. Phys.* 61 (2) 165 (1993).
- 4\_** “*Resonancias de ondas electromagnéticas*”, J. M. Villalba, F. J. Manjón, A. Guirao, M. V. Andrés: *Revista Española de Física*, 8 (2) (1994).
- 5\_** “*Predicción y Caos*”, A. Guirao, J. A. Ibáñez Mengual: *Revista Española de Física* 9, 25 (1995).
- 6\_** “*Determinación indirecta de la velocidad de la luz mediante un circuito resonante*”, I. Martí, M. Vergara, B. Gimeno, M. A. Sanchis: *Exposición en el IX Encuentro Ibérico para la Enseñanza de la Física*. Valencia, Septiembre 1999.
- 7\_** “*Determinación indirecta de la velocidad de la luz mediante un circuito resonante*”, I. Martí, M. Vergara, B. Gimeno, M. A. Sanchis: *Demstración presentada en el I Concurso Física en Acción, Fase Nacional (San Sebastián, Septiembre 2000) y Fase Europea (CERN-Suiza, Octubre 2000)*.
- 8\_** “*Determinación indirecta de la velocidad de la luz mediante un circuito resonante*” I. Martí, M. Vergara, B. Gimeno, M. A. Sanchís: *Revista Española de Física*, 14 (4) 41 (2000).

**9\_** “*Experiencias con la guía de ondas rectangular*”, J. Beltrán, J.J. Sepúlveda, E.A. Navarro: *Revista Española de Física*, 14 (2), 33 (2000).

**10\_** “*¿Newton o Stokes? Decídelo tú mismo*”, J. J. García Celma, A. Cros: *Revista Española de Física* 36 (1) 36 (2004).

**11\_** “*El horno solar. Una práctica para el Laboratorio de Medio Ambiente de la Facultad de Física*”, F. Tena, B. Mendioroz, B. Bolado, M. P. Utrillas, J. A. Matínez Lozano: *Proceedings de la XXX Reunión Bienal de la RSEF*, Ourense, 2005.

**12\_** “*Aventura en el Everest*”, A. Cros, C. Badía, D. Rodríguez: *Concurso Ciencia en Acción 2006*, Museo CosmoCaixa, Alcobendas, Madrid.

**13\_** “*El Arco Iris. De la retroreflexión en una gota a su observación en la naturaleza*”, G. Saavedra, J. C. Barreiro, H. Navarro, E. Sánchez-Ortiga: *Actas del V Congreso Iberoamericano de Docencia Universitaria*, Valencia 2008.

## PRÁCTICAS EN USO

Un aspecto fundamental del Premio Rotary, desde el punto de vista académico, es la puesta en funcionamiento en los laboratorios docentes de la Facultad de Física de las prácticas a concurso, para su uso por otros alumnos.

Aunque los laboratorios están en un proceso continuo de reposición y renovación de sus montajes experimentales, algunas prácticas, especialmente ilustrativas de los fenómenos físicos analizados, pueden permanecer activas durante periodos de tiempo muy superiores al promedio. Éste es el caso para un porcentaje significativo de las prácticas premiadas en las distintas ediciones del Premio Rotary. Concretamente, 11 prácticas, repartidas en 4 laboratorios docentes, siguen en funcionamiento. A continuación se alistan estas prácticas por orden cronológico. Las fotografías de los montajes experimentales correspondientes se presentan después, ordenadas por laboratorios (de menor a mayor número de prácticas Rotary en activo).

## Lista de prácticas en uso

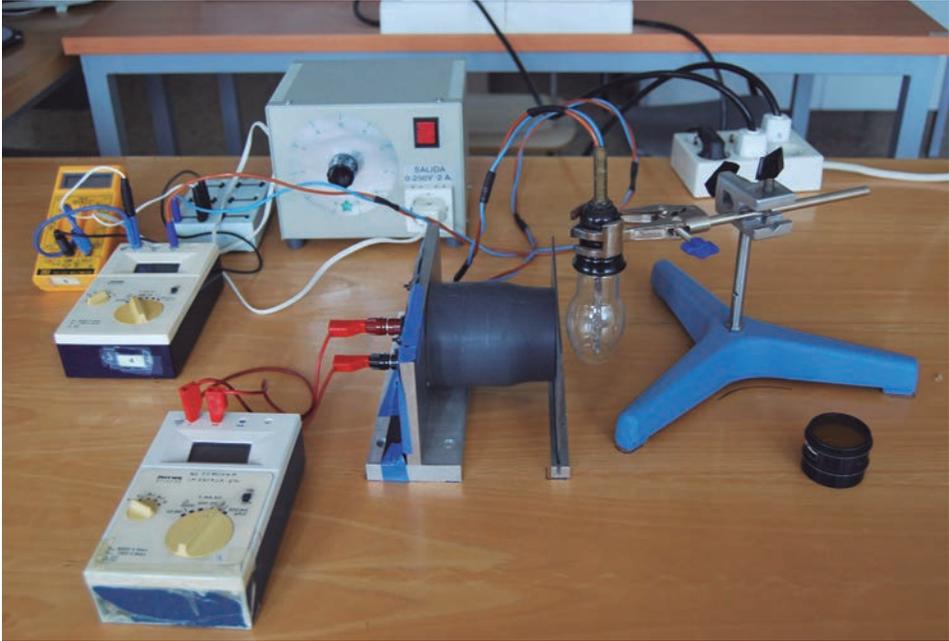
- 1\_** Experiencias con microondas (III Edición: 1989-90). Laboratorio de Electromagnetismo.
- 2\_** Determinación de la constante de Planck a partir de la radiación de cuerpo negro (III Edición: 1989-90). Laboratorio de Física Cuántica.
- 3\_** Resonancias de ondas electromagnéticas (V Edición: 1991-92). Laboratorio de Electromagnetismo.
- 4\_** Medida de la permitividad eléctrica en líquidos polares (VIII Edición: 1994-95). Laboratorio de Electromagnetismo.
- 5\_** Medida del índice de refracción en un medio estratificado (X Edición: 1996-97). Laboratorio de Óptica.
- 6\_** Estudio comparativo entre las leyes de Stokes y Newton (XIV Edición: 2000-01). Laboratorio de Mecánica.
- 7\_** Láser de cavidad abierta: estabilidad y modos transversales (XVI Edición: 2002-03). Laboratorio de Óptica.
- 8\_** Dipolos magnéticos (XVII Edición: 2003-04). Laboratorio de Electromagnetismo.
- 9\_** Corrientes de Foucault. Medida de la conductividad eléctrica por inducción electromagnética (XXI Edición: 2007-08). Laboratorio de Electromagnetismo.
- 10\_** Determinación experimental de la intensidad de corriente fotoeléctrica en una cámara de ionización abierta (XXII Edición: 2008-09). Laboratorio de Física Cuántica.
- 11\_** Guía de ondas electromagnéticas (XXIII Edición: 2009-10). Laboratorio de Electromagnetismo.





ESTUDIO COMPARATIVO ENTRE LAS LEYES DE STOKES Y NEWTON (2000-01)

LABORATORIO DE FÍSICA CUÁNTICA



DETERMINACIÓN DE LA CONSTANTE DE PLANCK A PARTIR DE LA RADIACIÓN DE CUERPO NEGRO (1989-90)



DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LA INTENSIDAD DE CORRIENTE FOTOELÉCTRICA EN UNA CÁMARA DE ONIZACIÓN ABIERTA (2008-09)



MEDIDA DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN  
EN UN MEDIO ESTRATIFICADO (1996-97)



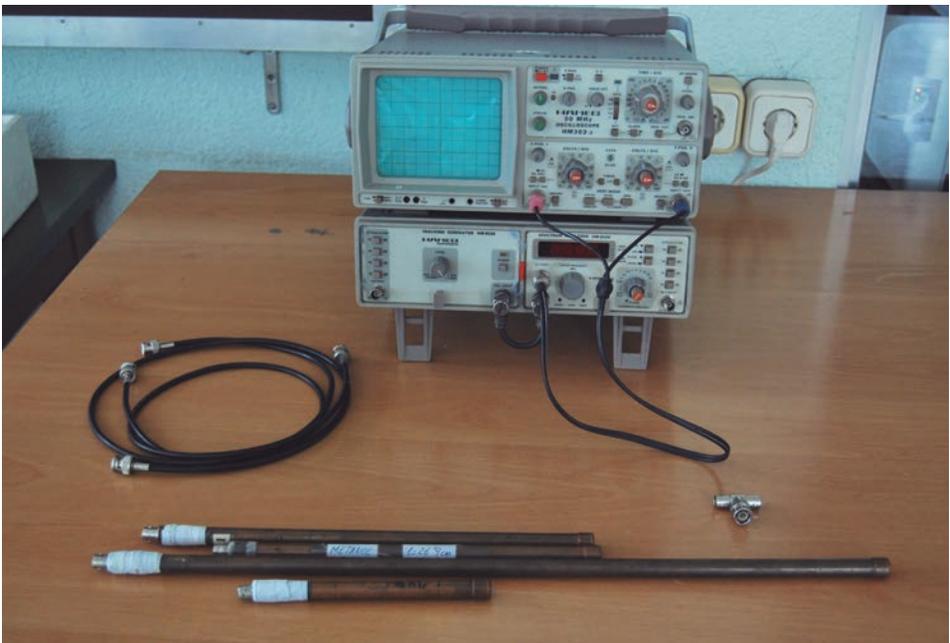
LÁSER DE CAVIDAD ABIERTA: ESTABILIDAD  
Y MODOS TRANSVERSALES (2002-03)

LABORATORIO DE ELECTROMAGNETISMO





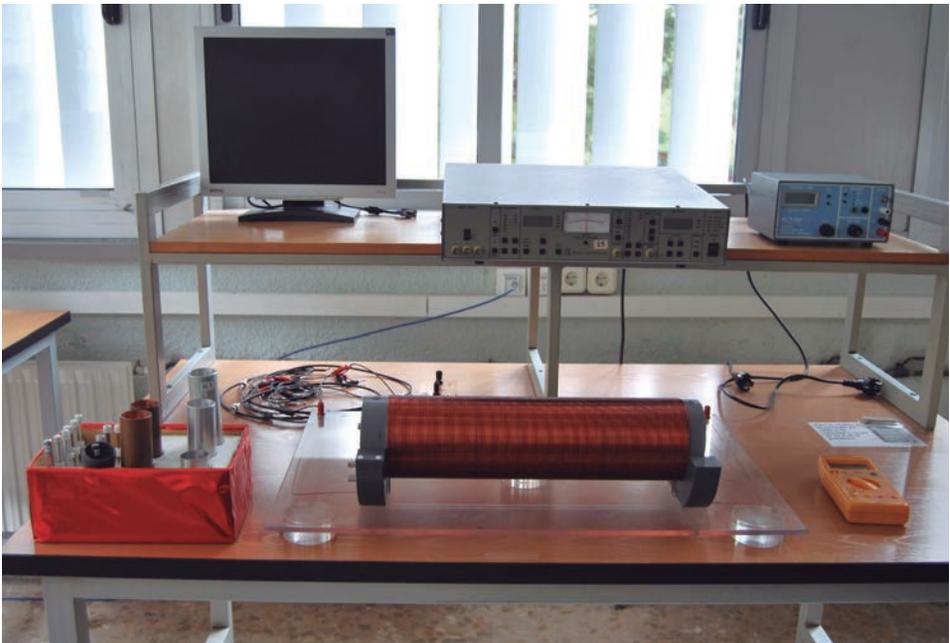
RESONANCIAS DE ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS (1991-92)



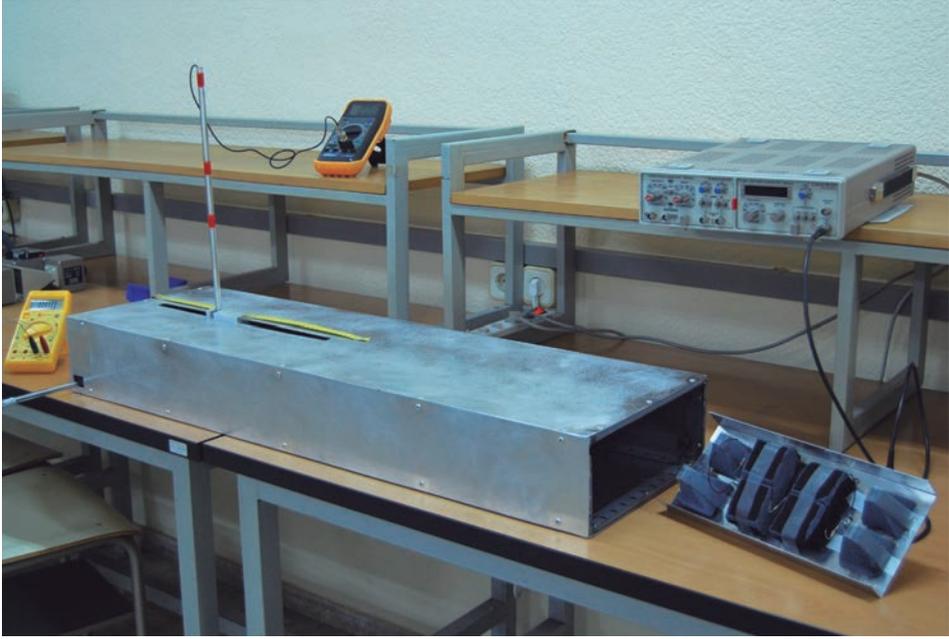
MEDIDA DE LA PERMITIVIDAD ELÉCTRICA EN LÍQUIDOS POLARES (1994-95)



DIPOLOS MAGNÉTICOS (2003-04)



CORRIENTES DE FOUCAULT. MEDIDA DE LA CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA POR INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA (2007-08)



GUÍA DE ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS (2009-10)

# EPÍLOGO

En este libro se ha hecho una recopilación de la historia del Premio Rotary Club Valencia Centro al Fomento del Trabajo Experimental en Física en sus veinticinco años de vida. Este desarrollo histórico se ha complementado con un compendio de resúmenes de las prácticas ganadoras que pretende mostrar la excelencia académica alcanzada por el premio Rotary, así como poner en valor el trabajo realizado por todos los alumnos concursantes bajo la supervisión de sus tutores.

Puede decirse, sin ningún género de duda, que el objetivo de fomento del trabajo experimental en Física, para el cual se creó el Premio Rotary, se ha cumplido con creces. Baste con recordar solamente que en las distintas ediciones del premio han participado 95 alumnos y 24 profesores tutores, y que 11 prácticas premiadas aún están en funcionamiento, como prácticas docentes, en los laboratorios de la Facultad.

Hay que resaltar que el desarrollo y continuidad del Premio Rotary ha sido posible gracias al mecenazgo del Rotary Club Valencia Centro, al interés puesto en su organización por los sucesivos equipos decanales y por los encargados de los laboratorios docentes de la Facultad de Física, y a la ilusión y trabajo de estudiantes y tutores participantes. El éxito académico alcanzado es mérito conjunto de todos ellos. Esperemos que este éxito pueda mantenerse en los años venideros con el esfuerzo de todos.

**¡LARGA VIDA AL PREMIO ROTARY - FACULTAD DE FÍSICA!**

# AGRADECIMIENTOS

Deseo agradecer al Rotary Club Valencia Centro y a la Facultat de Física de la Universitat de València por su colaboración en la edición de este libro, a Asun Mateu por su ayuda en el escaneado de las figuras utilizadas en los resúmenes de las memorias de las prácticas ganadoras, a Ana Solá por su disposición a proporcionarme toda la información sobre los premios Rotary, archivada o no, existente en la Secretaría de la Facultat de Física, a los profesores y a los ex alumnos participantes que me han ayudado a cubrir algunas lagunas informativas, y al equipo decanal por su interés en este proyecto. Gracias a todos por su ánimo y apoyo.

**PEDRO GONZÁLEZ MARHUENDA**





En el curso académico 1987-1988 la Facultad de Física de la Universidad de Valencia y el Rotary Club Valencia Centro (RCVC) decidieron instaurar el PREMIO ROTARY CLUB VALENCIA CENTRO AL FOMENTO DEL TRABAJO EXPERIMENTAL EN FÍSICA del cual ya se han completado veinticinco ediciones.

Al concurso para la obtención del premio, dotado económicamente por el RCVC, se pueden presentar prácticas de laboratorio, diseñadas y realizadas por estudiantes de la Facultad de Física bajo la supervisión de al menos un profesor tutor, para su uso en alguno de los laboratorios docentes de la misma. Este requerimiento conlleva no sólo un incremento en la oferta docente del laboratorio correspondiente sino también un reconocimiento académico a los autores de las prácticas presentadas a concurso, pues éstas son utilizadas por alumnos de promociones posteriores. Este reconocimiento, unido a su dotación económica, que se ha ido actualizando paulatinamente, ha hecho que el Premio Rotary haya adquirido, desde sus primeras convocatorias, un merecido prestigio entre profesores y estudiantes de la Facultad, y que haya perdurado en el tiempo. Así, en el curso académico 2012-2013 se ha convocado la vigésimo quinta edición del mismo.

En este libro se ha intentado recopilar la historia del Premio Rotary a lo largo de sus primeras veinticinco convocatorias. Este desarrollo histórico se ha complementado con un compendio de resúmenes de las prácticas ganadoras que pretende mostrar la excelencia académica alcanzada por el premio Rotary, así como poner en valor el trabajo realizado por todos los alumnos concursantes bajo la supervisión de sus tutores.

