VI Encuentro de Análisis Funcional

Salobreña, 15-17 de Abril de 2010

Diferenciabilidad y funciones analíticas en espacios de Banach

Resumen de la actividad realizada

Pablo Galindo

Universidad de Valencia

Miembros del proyecto:

P. G., M. Lindström, J.F. Martínez, A. Miralles y A. Moltó.

Operadores de composición

Operadores de composición

La investigación en operadores de composición definidos en espacios de funciones analíticas puede considerarse iniciada en el trabajo de E. Nordgren de mediados de los sesenta.

Operadores de composición

La investigación en operadores de composición definidos en espacios de funciones analíticas puede considerarse iniciada en el trabajo de E. Nordgren de mediados de los sesenta.
La teoría espectral de operadores es una de las ramas principales del Análisis Funcional .

Operadores de composición

La investigación en operadores de composición definidos en espacios de funciones analíticas puede considerarse iniciada en el trabajo de E. Nordgren de mediados de los sesenta.
La teoría espectral de operadores es una de las ramas principales del Análisis Funcional .
Hoy nos centramos en dos aspectos de tal teoría para operadores de composición:

La descripción de su espectro y ser de Fredholm .

Operadores de composición

La investigación en operadores de composición definidos en espacios de funciones analíticas puede considerarse iniciada en el trabajo de E. Nordgren de mediados de los sesenta.
La teoría espectral de operadores es una de las ramas principales del Análisis Funcional .
Hoy nos centramos en dos aspectos de tal teoría para operadores de composición:

La descripción de su espectro y ser de Fredholm .

El primer (al parecer) artículo en que se trata la cuestión de si un operador de composición es de Fredholm es *On some properties of composition operators* de J. Cima, J. Thomson y W. Wogen, (1975).

Operadores de composición

La investigación en operadores de composición definidos en espacios de funciones analíticas puede considerarse iniciada en el trabajo de E. Nordgren de mediados de los sesenta.
La teoría espectral de operadores es una de las ramas principales del Análisis Funcional .
Hoy nos centramos en dos aspectos de tal teoría para operadores de composición:

La descripción de su espectro y ser de Fredholm .

El primer (al parecer) artículo en que se trata la cuestión de si un operador de composición es de Fredholm es *On some properties of composition operators* de J. Cima, J. Thomson y W. Wogen, (1975).
También parece que el primer autor interesado en el estudio del espectro de operadores de composición fue H. Kamowitz en su artículo *The spectra of endomorphisms of the disc algebra* (1973).

Conceptos básicos

Conceptos básicos

Definición (Espectro)

Si $T : X \to X$ *es un operador lineal, el espectro de* T, *es* $\sigma(T) = \{\lambda \in \mathbb{K}$ *tal que* $T - \lambda Id$ *no es invertible en* $L(X)\}$.

Conceptos básicos

Definición (Espectro)

Si $T : X \to X$ *es un operador lineal, el espectro de* T*, es* $\sigma(T) = \{\lambda \in \mathbb{K}$ *tal que* $T - \lambda Id$ *no es invertible en* $L(X)\}$.

Definición (Fredholm)

Un operador lineal $T : X \to X$ *se dice de Fredholm si tanto la dimensión de su núcleo, como la codimensión de su imagen son finitas.*

Conceptos básicos

Definición (Espectro)

Si $T : X \to X$ es un operador lineal, el espectro de T, es $\sigma(T) = \{\lambda \in \mathbb{K}$ tal que $T - \lambda Id$ no es invertible en $L(X)\}$.

Definición (Fredholm)

Un operador lineal $T : X \to X$ se dice de Fredholm si tanto la dimensión de su núcleo, como la codimensión de su imagen son finitas.

Esto ocurre, si y sólo si, T es invertible módulo el ideal $K(X)$ de operadores compactos,

Conceptos básicos

Definición (Espectro)

Si $T : X \to X$ *es un operador lineal, el espectro de* T, *es* $\sigma(T) = \{\lambda \in \mathbb{K}$ *tal que* $T - \lambda Id$ *no es invertible en* $L(X)\}$.

Definición (Fredholm)

Un operador lineal $T : X \to X$ *se dice de Fredholm si tanto la dimensión de su núcleo, como la codimensión de su imagen son finitas.*

Esto ocurre, si y sólo si, T es invertible módulo el ideal $K(X)$ de operadores compactos, o sea, existe un operador lineal $S \in L(X)$ tal que tanto $TS - Id$ como $ST - Id$ son compactos.

Definición (El espacio)

Definición (El espacio)

Sean E, F espacios de Banach complejos. Una aplicación $f : U \to F$ definida en un abierto $U \subset E$ es analítica (o holomorfa) si es Fréchet diferenciable en cada punto de U.

Definición (El espacio)

Sean E, F espacios de Banach complejos. Una aplicación $f : U \to F$ definida en un abierto $U \subset E$ es analítica (o holomorfa) si es Fréchet diferenciable en cada punto de U. $H^\infty(B_E)$ es el algebra de las funciones (escalares) analíticas y acotadas definidas en la bola abierta unidad B_E de E.

Definición (El espacio)

Sean E, F *espacios de Banach complejos. Una aplicación* $f : U \to F$ *definida en un abierto* $U \subset E$ *es analítica (o holomorfa) si es Fréchet diferenciable en cada punto de* U*.* $H^\infty(B_E)$ *es el algebra de las funciones (escalares) analíticas y acotadas definidas en la bola abierta unidad* B_E *de* E*. En lo sucesivo, suponemos que* $H^\infty(B_E)$ *está dotado de la norma supremo,* $\|f\| = \sup_{x \in B_E} |f(x)|$*. De este modo es un álgebra uniforme.*

Definición (El espacio)

Sean E, F espacios de Banach complejos. Una aplicación $f : U \to F$ definida en un abierto $U \subset E$ es analítica (o holomorfa) si es Fréchet diferenciable en cada punto de U. $H^\infty(B_E)$ es el algebra de las funciones (escalares) analíticas y acotadas definidas en la bola abierta unidad B_E de E. En lo sucesivo, suponemos que $H^\infty(B_E)$ está dotado de la norma supremo, $\|f\| = \sup_{x \in B_E} |f(x)|$. De este modo es un álgebra uniforme.

Definición (Los operadores)

Definición (El espacio)

Sean E, F espacios de Banach complejos. Una aplicación $f : U \to F$ definida en un abierto $U \subset E$ es analítica (o holomorfa) si es Fréchet diferenciable en cada punto de U. $H^\infty(B_E)$ es el algebra de las funciones (escalares) analíticas y acotadas definidas en la bola abierta unidad B_E de E. En lo sucesivo, suponemos que $H^\infty(B_E)$ está dotado de la norma supremo, $\|f\| = \sup_{x\in B_E} |f(x)|$. De este modo es un álgebra uniforme.

Definición (Los operadores)

Cada aplicación analítica φ of B_E en sí mismo da lugar a un operador de composición

Definición (El espacio)

Sean E, F espacios de Banach complejos. Una aplicación $f : U \to F$ definida en un abierto $U \subset E$ es analítica (o holomorfa) si es Fréchet diferenciable en cada punto de U. $H^\infty(B_E)$ es el algebra de las funciones (escalares) analíticas y acotadas definidas en la bola abierta unidad B_E de E. En lo sucesivo, suponemos que $H^\infty(B_E)$ está dotado de la norma supremo, $\|f\| = \sup_{x \in B_E} |f(x)|$. De este modo es un álgebra uniforme.

Definición (Los operadores)

Cada aplicación analítica φ of B_E en sí mismo da lugar a un operador de composición

$$C_\varphi : f \in H^\infty(B_E) \rightsquigarrow f \circ \varphi \in H^\infty(B_E).$$

El espectro de C_φ

El espectro de C_φ

Para estudiar el espectro de C_φ resulta central conocer las iteradas de C_φ, C_φ^n

El espectro de C_φ

Para estudiar el espectro de C_φ resulta central conocer las iteradas de C_φ, $C_\varphi^n = C_{\varphi_n}$ donde $\varphi_n = \varphi \circ \overset{n}{\ldots} \circ \varphi$ es la énesima composición de φ.

El espectro de C_φ

Para estudiar el espectro de C_φ resulta central conocer las iteradas de C_φ, $C_\varphi^n = C_{\varphi_n}$ donde $\varphi_n = \varphi \circ \overset{n}{\ldots} \circ \varphi$ es la énesima composición de φ. El comportamiento de la sucesión (φ_n) se describe según dos opciones:

El espectro de C_φ

Para estudiar el espectro de C_φ resulta central conocer las iteradas de C_φ, $C_\varphi^n = C_{\varphi_n}$ donde $\varphi_n = \varphi \circ \overset{n}{\cdots} \circ \varphi$ es la énesima composición de φ. El comportamiento de la sucesión (φ_n) se describe según dos opciones:

1) La imagen de alguna iterada φ_m está *dentro* de B_E, es decir, $\varphi_m(B_E) \subset rB_E$ for algún $0 < r < 1$,

El espectro de C_φ

Para estudiar el espectro de C_φ resulta central conocer las iteradas de C_φ, $C_\varphi^n = C_{\varphi_n}$ donde $\varphi_n = \varphi \circ \overset{n}{\cdots} \circ \varphi$ es la énesima composición de φ. El comportamiento de la sucesión (φ_n) se describe según dos opciones:

1) La imagen de alguna iterada φ_m está *dentro* de B_E, es decir, $\varphi_m(B_E) \subset rB_E$ for algún $0 < r < 1$, ó
2) para todo $n \in \mathbb{N}$ la clausura de $\varphi_n(B_E)$ en E corta a la esfera unidad; a esta segunda condición nos referiremos como condición *aproximante*.

El espectro de C_φ

Para estudiar el espectro de C_φ resulta central conocer las iteradas de C_φ, $C_\varphi^n = C_{\varphi_n}$ donde $\varphi_n = \varphi \circ \overset{n}{\cdots} \circ \varphi$ es la énesima composición de φ. El comportamiento de la sucesión (φ_n) se describe según dos opciones:

1) La imagen de alguna iterada φ_m está *dentro* de B_E, es decir, $\varphi_m(B_E) \subset rB_E$ for algún $0 < r < 1$, ó
2) para todo $n \in \mathbb{N}$ la clausura de $\varphi_n(B_E)$ en E corta a la esfera unidad; a esta segunda condición nos referiremos como condición *aproximante*.

Notése que en el caso de que E tenga dimensión finita, la primera opción significa que C_φ tiene una potencia compacta.

El espectro de C_φ

Para estudiar el espectro de C_φ resulta central conocer las iteradas de C_φ, $C_\varphi^n = C_{\varphi_n}$ donde $\varphi_n = \varphi \circ \overset{n}{\ldots} \circ \varphi$ es la énesima composición de φ. El comportamiento de la sucesión (φ_n) se describe según dos opciones:

1) La imagen de alguna iterada φ_m está *dentro* de B_E, es decir, $\varphi_m(B_E) \subset rB_E$ for algún $0 < r < 1$, ó
2) para todo $n \in \mathbb{N}$ la clausura de $\varphi_n(B_E)$ en E corta a la esfera unidad; a esta segunda condición nos referiremos como condición *aproximante*.

Notése que en el caso de que E tenga dimensión finita, la primera opción significa que C_φ tiene una potencia compacta.
Esto, desde luego, no sucede en el caso infinito dimensional: Simplemente consideremos $\varphi(x) = \frac{x}{2}$ para la cual $\varphi_n(x) = \frac{x}{2^n}$ cuyo operador asociado C_φ^n no es compacto.

Teorema (P. G., T. Gamelin y M. Lindström)

Supongamos que C_φ *tiene una potencia compacta, o más generalmente,* $r_e(C_\varphi) = 0$. *Entonces* φ *tiene un punto fijo* $z_0 \in B_E$ *tal que* $\|\varphi'(z_0)\| < 1$ *y el espectro de* C_φ *está compuesto por* $\lambda = 0$ *y* $\lambda = 1$, *junto con todos los posibles productos* $\lambda = \lambda_1 \cdots \lambda_k$, *de los autovalores* λ_j *de* $\varphi'(z_0)$.

Teorema (P. G., T. Gamelin y M. Lindström)

Supongamos que C_φ tiene una potencia compacta, o más generalmente, $r_e(C_\varphi) = 0$. Entonces φ tiene un punto fijo $z_0 \in B_E$ tal que $\|\varphi'(z_0)\| < 1$ y el espectro de C_φ está compuesto por $\lambda = 0$ y $\lambda = 1$, junto con todos los posibles productos $\lambda = \lambda_1 \cdots \lambda_k$, de los autovalores λ_j de $\varphi'(z_0)$.

Teorema (P. G., T. Gamelin, M. Lindström y A. Miralles)

Sea $\varphi : B_E \to B_E$ satisfaciendo la propiedad aproximante.

Teorema (P. G., T. Gamelin y M. Lindström)

Supongamos que C_φ tiene una potencia compacta, o más generalmente, $r_e(C_\varphi) = 0$. Entonces φ tiene un punto fijo $z_0 \in B_E$ tal que $\|\varphi'(z_0)\| < 1$ y el espectro de C_φ está compuesto por $\lambda = 0$ y $\lambda = 1$, junto con todos los posibles productos $\lambda = \lambda_1 \cdots \lambda_k$, de los autovalores λ_j de $\varphi'(z_0)$.

Teorema (P. G., T. Gamelin, M. Lindström y A. Miralles)

Sea $\varphi : B_E \to B_E$ satisfaciendo la propiedad aproximante.

- *Si E es un espacio de Hilbert, en particular $\mathbb{C}^n$, y φ satisface que $\varphi(0) = 0$ y $\|\varphi'(0)\| < 1$, y además, $\varphi(B_E)$ es relativamente compacto en E, entonces $\sigma(C_\varphi) = \overline{\mathbb{D}}$*

Teorema (P. G., T. Gamelin y M. Lindström)

Supongamos que C_φ *tiene una potencia compacta, o más generalmente,* $r_e(C_\varphi) = 0$. *Entonces* φ *tiene un punto fijo* $z_0 \in B_E$ *tal que* $\|\varphi'(z_0)\| < 1$ *y el espectro de* C_φ *está compuesto por* $\lambda = 0$ *y* $\lambda = 1$, *junto con todos los posibles productos* $\lambda = \lambda_1 \cdots \lambda_k$, *de los autovalores* λ_j *de* $\varphi'(z_0)$.

Teorema (P. G., T. Gamelin, M. Lindström y A. Miralles)

Sea $\varphi : B_E \to B_E$ *satisfaciendo la propiedad aproximante.*

- *Si* E *es un espacio de Hilbert, en particular* $\mathbb{C}^n$, *y* φ *satisface que* $\varphi(0) = 0$ *y* $\|\varphi'(0)\| < 1$, *y además,* $\varphi(B_E)$ *es relativamente compacto en* E, *entonces* $\sigma(C_\varphi) = \overline{\mathbb{D}}$
- *Lo mismo sucede para* E *un espacio* $C(K)$. *Así que el resultado es válido para el polidisco y la bola de* c_0.

General (P. G. y A. Miralles)

Sea $\varphi : B_E \to B_E$ analítica tal que $\varphi(0) = 0$, $\|\varphi'(0)\| < 1$ con $\varphi(B_E)$ relativamente compacto en E. Si φ satisface la condición aproximante y además para algún $0 < \delta < 1$ existe $0 < c < 1$ tal que

$$(*) \qquad \frac{1 - \|z\|}{1 - \|\varphi(z)\|} \leq c, \quad \text{si} \quad \|z\| > \delta,$$

entonces $\sigma(C_\varphi)$ coincide con el disco unidad cerrado.

General (P. G. y A. Miralles)

Sea $\varphi : B_E \to B_E$ analítica tal que $\varphi(0) = 0$, $\|\varphi'(0)\| < 1$ con $\varphi(B_E)$ relativamente compacto en E. Si φ satisface la condición aproximante y además para algún $0 < \delta < 1$ existe $0 < c < 1$ tal que

$$(*) \qquad \frac{1 - \|z\|}{1 - \|\varphi(z)\|} \leq c, \quad \text{si} \quad \|z\| > \delta,$$

entonces $\sigma(C_\varphi)$ coincide con el disco unidad cerrado.

La prueba de este teorema es una evolución de la prueba de un Teorema de Kamowitz, posteriormente mejorada por C. Cowen y B. MacCluer y entonces usada por L. Zheng para probar el resultado en el caso del disco del plano.

Algunas ideas sobre la prueba

Una idea crucial que ya aparece en el trabajo de Kamowitz es la de las

Algunas ideas sobre la prueba

Una idea crucial que ya aparece en el trabajo de Kamowitz es la de las sucesiones reiteradas interpolantes.

Algunas ideas sobre la prueba

Una idea crucial que ya aparece en el trabajo de KAMOWITZ es la de las sucesiones reiteradas interpolantes.

Definición

Una sucesión $\{z_k\}_{k\geq 0} \subset B_E$ *es una sucesión reiterada para* φ *si* $\varphi(z_k) = z_{k+1}$ *para* $k \geq 0$.

Algunas ideas sobre la prueba

Una idea crucial que ya aparece en el trabajo de KAMOWITZ es la de las sucesiones reiteradas interpolantes.

Definición

Una sucesión $\{z_k\}_{k\geq 0} \subset B_E$ *es una sucesión reiterada para* φ *si* $\varphi(z_k) = z_{k+1}$ *para* $k \geq 0$.

Definición

Una sucesión $\{z_k\}_{k\geq 0} \subset B_E$ *es interpolante si para cualquier sucesión acotada* $(\alpha_k) \subset \mathbb{C}$, *existe una* $f \in H^\infty(B_E)$ *tal que* $f(z_k) = \alpha_k$.

Algunas ideas sobre la prueba

Una idea crucial que ya aparece en el trabajo de KAMOWITZ es la de las sucesiones reiteradas interpolantes.

Definición

Una sucesión $\{z_k\}_{k\geq 0} \subset B_E$ *es una sucesión reiterada para* φ *si* $\varphi(z_k) = z_{k+1}$ *para* $k \geq 0$.

Definición

Una sucesión $\{z_k\}_{k\geq 0} \subset B_E$ *es interpolante si para cualquier sucesión acotada* $(\alpha_k) \subset \mathbb{C}$, *existe una* $f \in H^\infty(B_E)$ *tal que* $f(z_k) = \alpha_k$.

Existe una constante $M > 0$ tal que $\|f\| \leq M \sup_k |\alpha_k|$ para todo $(\alpha_k) \in \ell_\infty$. Tales constantes son llamadas de *interpolación*.

Algunas ideas sobre la prueba

Algunas ideas sobre la prueba

La clave para obtener sucesiones interpolantes convenientes, es decir, finitas pero arbitrariamente largas y con la misma constante de interpolación, M, es usar

$$\frac{1-\|z\|}{1-\|\varphi(z)\|} \leq c < 1, \quad \text{si} \quad \|z\| > \delta.$$

Algunas ideas sobre la prueba

La clave para obtener sucesiones interpolantes convenientes, es decir, finitas pero arbitrariamente largas y con la misma constante de interpolación, M, es usar

$$\frac{1-\|z\|}{1-\|\varphi(z)\|} \leq c < 1, \quad \text{si} \quad \|z\| > \delta.$$

Teorema (P. G. y A. Miralles)

La sucesión $(x_n) \subset B_E$ *es interpolante para* $H^\infty(B_E)$ *si existe* $0 < c < 1$ *tal que*

$$\frac{1-\|x_{k+1}\|}{1-\|x_k\|} < c \quad \forall k.$$

La constante de interpolación depende sólo de c.

¿Cuándo es C_φ un operador de Fredholm?

¿Cuándo es C_φ un operador de Fredholm?

Teorema (P. G., T. Gamelin y M. Lindström)

Sea E un espacio de Banach con la propiedad de aproximación. Si $C_\varphi : H^\infty(B_E) \to H^\infty(B_E)$ es un operador de Fredholm, entonces C_φ es invertible, y φ es un automorfismo analítico de B_E.

Homomorfismos débil*-continuos de $H^\infty(B_E)$

Homomorfismos débil*-continuos de $H^\infty(B_E)$

Teorema

Si E tiene la propiedad de aproximación, entonces los únicos homomorfismos de $H^\infty(B_E)$ que son débil-continuos son las funcionales de evaluación en los puntos de B_E.*

Homomorfismos débil*-continuos de $H^\infty(B_E)$

Teorema

Si E tiene la propiedad de aproximación, entonces los únicos homomorfismos de $H^\infty(B_E)$ que son débil-continuos son las funcionales de evaluación en los puntos de B_E.*

Aquí débil* se entiende respecto a la dualidad

$$< G^\infty(B_E), H^\infty(B_E) >$$

donde $G^\infty(B_E)$ es el subespacio de Banach de $H^\infty(B_E)^*$ engendrado por las funcionales de evaluación en los puntos de B_E.

Homomorfismos débil*-continuos de $H^\infty(B_E)$

Teorema

Si E tiene la propiedad de aproximación, entonces los únicos homomorfismos de $H^\infty(B_E)$ que son débil-continuos son las funcionales de evaluación en los puntos de B_E.*

Aquí débil* se entiende respecto a la dualidad

$$< G^\infty(B_E), H^\infty(B_E) >$$

donde $G^\infty(B_E)$ es el subespacio de Banach de $H^\infty(B_E)^*$ engendrado por las funcionales de evaluación en los puntos de B_E. J. Mujica demostró que el dual de tal espacio $G^\infty(B_E)$ es $H^\infty(B_E)$.

Bicontinuidad de los símbolos de los Operadores de Composición de Fredholm

Bicontinuidad de los símbolos de los Operadores de Composición de Fredholm

Lema

Si $C_\varphi : H^\infty(B_E) \to H^\infty(B_E)$ *es de Fredholm, entonces* $\varphi^{-1}(K)$ *es compacto en* B_E *para cualquier compacto* $K \subset B_E$*, esto es,* φ *es una aplicación propia. En particular,* φ *es cerrada.*

Bicontinuidad de los símbolos de los Operadores de Composición de Fredholm

Lema

Si $C_\varphi : H^\infty(B_E) \to H^\infty(B_E)$ es de Fredholm, entonces $\varphi^{-1}(K)$ es compacto en B_E para cualquier compacto $K \subset B_E$, esto es, φ es una aplicación propia. En particular, φ es cerrada.

Teorema

Supongamos que los únicos homomorfismos de $H^\infty(B_E)$ que son débil-continuos son las funcionales evaluación en puntos de B_E. Si $C_\varphi : H^\infty(B_E) \to H^\infty(B_E)$ es Fredholm, entonces φ es una biyección bicontinua de B_E en sí mismo.*

Teorema tipo Función Inversa

Teorema tipo Función Inversa

Para deducir la bianaliticidad del símbolo de la bicontinuidad, usamos una versión del teorema de la función inversa que fue probado J. Cima y W. Wogen en *On Biholomorphy in Infinite Dimensions*, J. Geom. Anal. (2008) para espacios de Hilbert.

Teorema tipo Función Inversa

Para deducir la bianaliticidad del símbolo de la bicontinuidad, usamos una versión del teorema de la función inversa que fue probado J. Cima y W. Wogen en *On Biholomorphy in Infinite Dimensions*, J. Geom. Anal. (2008) para espacios de Hilbert.

El operador T es *superiormente semi-Fredholm* si la dimensión de su núcleo es finita y tiene rango cerrado. El operador T es *inferiormente semi-Fredholm* si su imagen tiene codimensión finita.

Teorema tipo Función Inversa

Para deducir la bianaliticidad del símbolo de la bicontinuidad, usamos una versión del teorema de la función inversa que fue probado J. Cima y W. Wogen en *On Biholomorphy in Infinite Dimensions*, J. Geom. Anal. (2008) para espacios de Hilbert.

El operador T es *superiormente semi-Fredholm* si la dimensión de su núcleo es finita y tiene rango cerrado. El operador T es *inferiormente semi-Fredholm* si su imagen tiene codimensión finita.

Para un operador semi-Fredholm (superiormente o inferiormente) T el *índice ind(T)* está definido por

Teorema tipo Función Inversa

Para deducir la bianaliticidad del símbolo de la bicontinuidad, usamos una versión del teorema de la función inversa que fue probado J. Cima y W. Wogen en *On Biholomorphy in Infinite Dimensions*, J. Geom. Anal. (2008) para espacios de Hilbert.

El operador T es *superiormente semi-Fredholm* si la dimensión de su núcleo es finita y tiene rango cerrado. El operador T es *inferiormente semi-Fredholm* si su imagen tiene codimensión finita.

Para un operador semi-Fredholm (superiormente o inferiormente) T el *índice ind(T)* está definido por

$$ind(T) = dimKer(T) - codimIm(T).$$

Teorema tipo Función Inversa

Teorema

Sea Ω un abierto de un espacio de Banach E y $\varphi : \Omega \to E$ una aplicación holomorfa.

Teorema tipo Función Inversa

Teorema

Sea Ω un abierto de un espacio de Banach E y $\varphi : \Omega \to E$ una aplicación holomorfa. Sea $a \in \Omega$ tal que $\varphi'(a) \in L(E)$ es un operador no invertible semi-Fredholm con núcleo e imagen complementados.

Teorema tipo Función Inversa

Teorema

Sea Ω *un abierto de un espacio de Banach* E *y* $\varphi : \Omega \to E$ *una aplicación holomorfa. Sea* $a \in \Omega$ *tal que* $\varphi'(a) \in L(E)$ *es un operador no invertible semi-Fredholm con núcleo e imagen complementados.*

i) Si $\operatorname{ind}(\varphi'(a)) \geq 0$, *entonces* φ *no es inyectiva en cualquier entorno de* a.

Teorema tipo Función Inversa

Teorema

Sea Ω un abierto de un espacio de Banach E y $\varphi : \Omega \to E$ una aplicación holomorfa. Sea $a \in \Omega$ tal que $\varphi'(a) \in L(E)$ es un operador no invertible semi-Fredholm con núcleo e imagen complementados.
i) Si $\operatorname{ind}(\varphi'(a)) \geq 0$, entonces φ no es inyectiva en cualquier entorno de a.
ii) Si $\operatorname{ind}(\varphi'(a)) < 0$, entonces existe un entorno abierto de a cuya imagen no es un conjunto abierto.

Prueba del Teorema

Prueba del Teorema

Lema

Si $C_\varphi : H^\infty(B_E) \to H^\infty(B_E)$ *es de Fredholm, entonces se tiene para todo* $z \in B_E$ *que* $\varphi'(z) : E \to E$ *es superiormente semi-Fredholm con imagen complementada.*

Prueba del Teorema

Lema

Si $C_\varphi : H^\infty(B_E) \to H^\infty(B_E)$ *es de Fredholm, entonces se tiene para todo* $z \in B_E$ *que* $\varphi'(z) : E \to E$ *es superiormente semi-Fredholm con imagen complementada.*

Ahora, teniendo en cuenta que φ es una aplicación bicontinua

Prueba del Teorema

Lema

Si $C_\varphi : H^\infty(B_E) \to H^\infty(B_E)$ *es de Fredholm, entonces se tiene para todo* $z \in B_E$ *que* $\varphi'(z) : E \to E$ *es superiormente semi-Fredholm con imagen complementada.*

Ahora, teniendo en cuenta que φ es una aplicación bicontinua y

Prueba del Teorema

Lema

Si $C_\varphi : H^\infty(B_E) \to H^\infty(B_E)$ *es de Fredholm, entonces se tiene para todo* $z \in B_E$ *que* $\varphi'(z) : E \to E$ *es superiormente semi-Fredholm con imagen complementada.*

Ahora, teniendo en cuenta que φ es una aplicación bicontinua y el teorema tipo función inversa, se concluye que $\varphi'(z)$ es invertible para todo $z \in B_E$.

Prueba del Teorema

Lema

Si $C_\varphi : H^\infty(B_E) \to H^\infty(B_E)$ es de Fredholm, entonces se tiene para todo $z \in B_E$ que $\varphi'(z) : E \to E$ es superiormente semi-Fredholm con imagen complementada.

Ahora, teniendo en cuenta que φ es una aplicación bicontinua y el teorema tipo función inversa, se concluye que $\varphi'(z)$ es invertible para todo $z \in B_E$. Lo que basta para probar que φ^{-1} es holomorfa.

Prueba del Teorema

Lema

Si $C_\varphi : H^\infty(B_E) \to H^\infty(B_E)$ es de Fredholm, entonces se tiene para todo $z \in B_E$ que $\varphi'(z) : E \to E$ es superiormente semi-Fredholm con imagen complementada.

Ahora, teniendo en cuenta que φ es una aplicación bicontinua y el teorema tipo función inversa, se concluye que $\varphi'(z)$ es invertible para todo $z \in B_E$. Lo que basta para probar que φ^{-1} es holomorfa.

Problema

¿Es necesaria la propiedad de aproximación para asegurar que si C_φ es de Fredholm, φ es un automorfismo?

Renormamientos local uniformemente rotundos

Renormamientos local uniformemente rotundos

Definición

*Un espacio de Banach X (o su norma) se dice que es local uniformemente rotundo (**LUR**) si* $\lim_k \| x_k - x \| = 0$ *cada vez que* $\lim_k \| (x_k + x)/2 \| = \lim_k \| x_k \| = \| x \|$.

Renormamientos local uniformemente rotundos

Definición

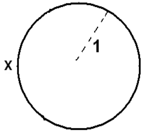
Un espacio de Banach X (o su norma) se dice que es local uniformemente rotundo (**LUR**) *si* $\lim_k \| x_k - x \| = 0$ *cada vez que* $\lim_k \| (x_k + x)/2 \| = \lim_k \| x_k \| = \| x \|$.

Algunas normas tienen esta propiedad ...

Renormamientos local uniformemente rotundos

Definición

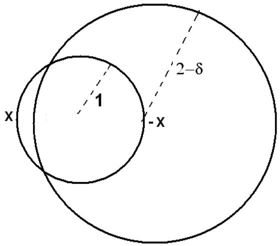
Un espacio de Banach X (o su norma) se dice que es local uniformemente rotundo (**LUR**) *si* $\lim_k \| x_k - x \| = 0$ *cada vez que* $\lim_k \| (x_k + x)/2 \| = \lim_k \| x_k \| = \| x \|$.



Renormamientos local uniformemente rotundos

Definición

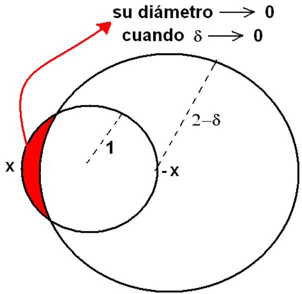
Un espacio de Banach X (o su norma) se dice que es local uniformemente rotundo (**LUR**) *si* $\lim_k \| x_k - x \| = 0$ *cada vez que* $\lim_k \| (x_k + x)/2 \| = \lim_k \| x_k \| = \| x \|$.



Renormamientos local uniformemente rotundos

Definición

Un espacio de Banach X (o su norma) se dice que es local uniformemente rotundo (**LUR**) *si* $\lim_k \| x_k - x \| = 0$ *cada vez que* $\lim_k \| (x_k + x)/2 \| = \lim_k \| x_k \| = \| x \|$.



Renormamientos local uniformemente rotundos

Definición

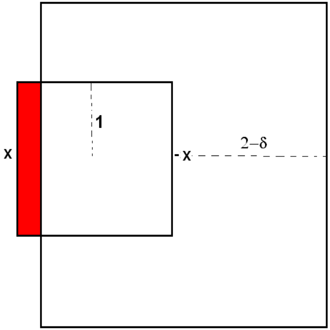
Un espacio de Banach X (o su norma) se dice que es local uniformemente rotundo (**LUR**) *si* $\lim_k \| x_k - x \| = 0$ *cada vez que* $\lim_k \| (x_k + x)/2 \| = \lim_k \| x_k \| = \| x \|$.

...mientras que otras normas no la tienen ...

Renormamientos local uniformemente rotundos

Definición

*Un espacio de Banach X (o su norma) se dice que es local uniformemente rotundo (**LUR**) si* $\lim_k \| x_k - x \| = 0$ *cada vez que* $\lim_k \| (x_k + x)/2 \| = \lim_k \| x_k \| = \| x \|$.



Renormientos y normas Fréchet diferenciables

Un resultado clásico de Šmulyan nos dice que si la norma $\|\cdot\|$ de un espacio de Banach X es tal que su norma dual $\|\cdot\|^*$ es **LUR**, entonces $\|\cdot\|$ es diferenciable Fréchet en $X \setminus \{0\}$. Talagrand demostró que ésta no es la única forma de obtener normas equivalentes Fréchet diferenciables.

Renormientos y normas Fréchet diferenciables

Un resultado clásico de Šmulyan nos dice que si la norma $\|\cdot\|$ de un espacio de Banach X es tal que su norma dual $\|\cdot\|^*$ es **LUR**, entonces $\|\cdot\|$ es diferenciable Fréchet en $X \setminus \{0\}$. Talagrand demostró que ésta no es la única forma de obtener normas equivalentes Fréchet diferenciables.

Renormientos y normas Fréchet diferenciables

Un resultado clásico de Šmulyan nos dice que si la norma $\|\cdot\|$ de un espacio de Banach X es tal que su norma dual $\|\cdot\|^*$ es **LUR**, entonces $\|\cdot\|$ es diferenciable Fréchet en $X\setminus\{0\}$. Talagrand demostró que ésta no es la única forma de obtener normas equivalentes Fréchet diferenciables.

Šmulyan, Talagrand

$(X^*,\|\cdot\|^*)$ **LUR** $\overset{\Longrightarrow}{\not\Longleftarrow}$ X la norma Fréchet diferenciable en $X\setminus\{0\}$.

Renormientos y normas Fréchet diferenciables

Un resultado clásico de Šmulyan nos dice que si la norma $\|\cdot\|$ de un espacio de Banach X es tal que su norma dual $\|\cdot\|^*$ es **LUR**, entonces $\|\cdot\|$ es diferenciable Fréchet en $X \setminus \{0\}$. Talagrand demostró que ésta no es la única forma de obtener normas equivalentes Fréchet diferenciables.

…aunque **LUR** ha pasado a ser uno de los conceptos *estándar* en la teoría y sus aplicaciones van más allá de esta dualidad …

Renormientos y normas Fréchet diferenciables

Un resultado clásico de Šmulyan nos dice que si la norma $\|\cdot\|$ de un espacio de Banach X es tal que su norma dual $\|\cdot\|^*$ es **LUR**, entonces $\|\cdot\|$ es diferenciable Fréchet en $X \setminus \{0\}$. Talagrand demostró que ésta no es la única forma de obtener normas equivalentes Fréchet diferenciables.

...recordemos por ejemplo que ...

Renormientos y normas Fréchet diferenciables

Un resultado clásico de Šmulyan nos dice que si la norma $\|\cdot\|$ de un espacio de Banach X es tal que su norma dual $\|\cdot\|^*$ es **LUR**, entonces $\|\cdot\|$ es diferenciable Fréchet en $X \setminus \{0\}$. Talagrand demostró que ésta no es la única forma de obtener normas equivalentes Fréchet diferenciables.

Haydon

Sea X un espacio de Banach tal que su dual X^*, con su norma dual, es **LUR**. Entonces X admite una partición de la unidad de clase $\mathrm{C}^{(1)}$.

La primera caracterización de los espacios con norma equivalente **LUR** se debe a

...

La primera caracterización de los espacios con norma equivalente **LUR** se debe a

...

Troyanski

Un espacio normado X admite un renormamiento **LUR** si, y sólo si, para cada $\varepsilon > 0$ podemos escribir $X = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} X_{n,\varepsilon}$ de modo que los conjuntos $X_{n,\varepsilon}$ son conos con

$$\inf_n \gamma\left(X_{n,\varepsilon}\right) > \varepsilon^{-1}.$$

La primera caracterización de los espacios con norma equivalente **LUR** se debe a

...

Una martingala de Walsh–Paley con valores en el espacio de Banach X es una sucesión de funciones de Ω en X tal que

i) Para cualquier $n \geq 0$, M_n es $\mathcal{B}_n$–medible.

ii) Para cualquier $n \geq 1$, $\mathbb{E}\left(M_n | \mathcal{B}_{n-1}\right) = M_{n-1}$.

La primera caracterización de los espacios con norma equivalente **LUR** se debe a

. . .

Si A es un subconjunto de un espacio normado X sea

$$\gamma(A) = \sup_k \gamma_k(A), \quad \gamma_k(A) = \sup_m \inf \left(\mathbb{E}\, \|M_m\|^2\right)^{1/2},$$

donde el ínfimo se toma sobre todas las martingalas de Walsh–Paley con valores en X $\{M_n\}_0^\infty$ tal que

$$\#\left\{n \in \mathbb{N} : \int_{M_n^{-1}(A)} \|M_n - M_{n-1}\|^2 \geq 1\right\} \geq k.$$

Buscando una caracterización lineal–topológica ...

Una caracterización lineal–topológica se basa en los conceptos de ...

Buscando una caracterización lineal–topológica . . .

Una caracterización lineal–topológica se basa en los conceptos de

. . .

Semi espacio

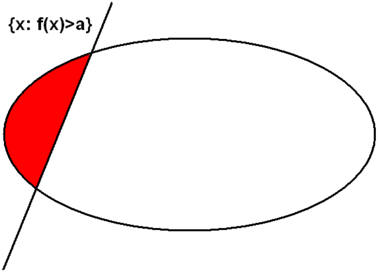
Dado un espacio normado X y un subconjunto $A \subset X$ diremos que $S \subset A$ es un semi espacio (slice) de A si existen una $f \in X^*$ y un $\lambda \in \mathbb{R}$ tales que $S = \{x \in A : \; f(x) > \sup_A f - \lambda\}$.

Buscando una caracterización lineal–topológica ...

Una caracterización lineal–topológica se basa en los conceptos de ...

Semi espacio

Dado un espacio normado X y un subconjunto $A \subset X$ diremos que $S \subset A$ es un semi espacio (slice) de A si existen una $f \in X^*$ y un $\lambda \in \mathbb{R}$ tales que $S = \{x \in A : \; f(x) > \sup_A f - \lambda\}$.



Buscando una caracterización lineal–topológica . . .

Buscando una caracterización lineal–topológica ...

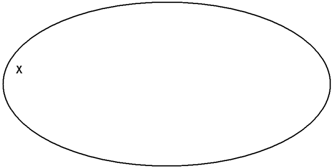
A. Moltó, J. Orihuela y S. Troyanski

Sea X un espacio normado. Diremos que X tiene recubrimiento numerable por conjuntos que son unión de semi espacios de diámetro pequeño (sJNR) si para cada $\varepsilon > 0$ existe una descomposición $X = \bigcup_n X_{n,\varepsilon}$ de modo que para cada $n \in \mathbb{N}$ y cada $x \in X_n^\varepsilon$ exista un semi espacio H tal que $x \in H \cap X_n^\varepsilon$ y diam $(H \cap X_n^\varepsilon) < \varepsilon$.

Buscando una caracterización lineal–topológica ...

A. Moltó, J. Orihuela y S. Troyanski

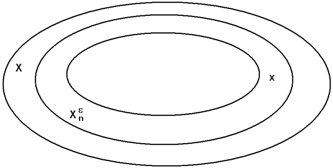
Sea X un espacio normado. Diremos que X tiene recubrimiento numerable por conjuntos que son unión de semi espacios de diámetro pequeño (sJNR) si para cada $\varepsilon > 0$ existe una descomposición $X = \bigcup_n X_{n,\varepsilon}$ de modo que para cada $n \in \mathbb{N}$ y cada $x \in X_n^\varepsilon$ exista un semi espacio H tal que $x \in H \cap X_n^\varepsilon$ y diam $(H \cap X_n^\varepsilon) < \varepsilon$.



Buscando una caracterización lineal–topológica ...

A. Moltó, J. Orihuela y S. Troyanski

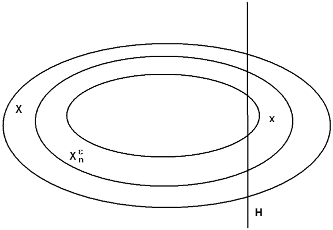
Sea X un espacio normado. Diremos que X tiene recubrimiento numerable por conjuntos que son unión de semi espacios de diámetro pequeño (sJNR) si para cada $\varepsilon > 0$ existe una descomposición $X = \bigcup_n X_{n,\varepsilon}$ de modo que para cada $n \in \mathbb{N}$ y cada $x \in X_n^\varepsilon$ exista un semi espacio H tal que $x \in H \cap X_n^\varepsilon$ y diam $(H \cap X_n^\varepsilon) < \varepsilon$.



Buscando una caracterización lineal–topológica ...

A. Moltó, J. Orihuela y S. Troyanski

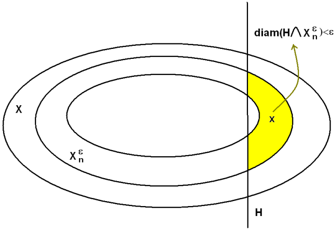
Sea X un espacio normado. Diremos que X tiene recubrimiento numerable por conjuntos que son unión de semi espacios de diámetro pequeño (sJNR) si para cada $\varepsilon > 0$ existe una descomposición $X = \bigcup_n X_{n,\varepsilon}$ de modo que para cada $n \in \mathbb{N}$ y cada $x \in X_n^\varepsilon$ exista un semi espacio H tal que $x \in H \cap X_n^\varepsilon$ y diam $(H \cap X_n^\varepsilon) < \varepsilon$.



Buscando una caracterización lineal–topológica ...

A. Moltó, J. Orihuela y S. Troyanski

Sea X un espacio normado. Diremos que X tiene recubrimiento numerable por conjuntos que son unión de semi espacios de diámetro pequeño (sJNR) si para cada $\varepsilon > 0$ existe una descomposición $X = \bigcup_n X_{n,\varepsilon}$ de modo que para cada $n \in \mathbb{N}$ y cada $x \in X_n^\varepsilon$ exista un semi espacio H tal que $x \in H \cap X_n^\varepsilon$ y diam $(H \cap X_n^\varepsilon) < \varepsilon$.



Buscando una caracterización lineal–topológica . . .

Buscando una caracterización lineal–topológica ...

A. Moltó, J. Orihuela y S. Troyanski

En un espacio de Banach X, son equivalentes:

1. X admite una norma **LUR** equivalente.

Buscando una caracterización lineal–topológica . . .

A. Moltó, J. Orihuela y S. Troyanski

En un espacio de Banach X, son equivalentes:

1. X admite una norma **LUR** equivalente.
2. X tiene la propiedad **sJNR**.

Buscando una caracterización lineal–topológica . . .

A. Moltó, J. Orihuela y S. Troyanski

En un espacio de Banach X, son equivalentes:

1. X admite una norma **LUR** equivalente.
2. X tiene la propiedad **sJNR**.

M. Raja

Si X es una espacio normado y F un subespacio normante de su dual, M. Raja extendió este resultado anterior para normas **LUR** $\sigma(X, F)$–inferiormente semicontinuas, incluyendo el caso de normas duales **LUR**.

Solución a un problema de Kadets

Mediante esta caracterización se pudo resolver un problema abierto planteado por Kadets.

Solución a un problema de Kadets

Mediante esta caracterización se pudo resolver un problema abierto planteado por Kadets.

Compacto de Helly

Recordemos que el espacio de Helly es el subespacio H de $[0,1]^{[0,1]}$ formado por todas las funciones crecientes $t : [0,1] \to [0,1]$ dotado de la topología puntual.

Solución a un problema de Kadets

Mediante esta caracterización se pudo resolver un problema abierto planteado por Kadets.

Compacto de Helly

Recordemos que el espacio de Helly es el subespacio H de $[0,1]^{[0,1]}$ formado por todas las funciones crecientes $t : [0,1] \to [0,1]$ dotado de la topología puntual.

A. Moltó, J. Orihuela, S. Troyanski, y M. Valdivia

Si H es el espacio de Helly entonces $C(H)$ admite una norma equivalente **LUR** que es puntual inferiormente semicontinua.

Un problema abierto

Un problema abierto

- El resultado anterior puede ser de utilidad para resolver el siguiente

Un problema abierto

- El resultado anterior puede ser de utilidad para resolver el siguiente

- Problema
Caracterizar los compactos K tales que $C(K)$ admite un renormamiento **LUR**.

Un problema abierto

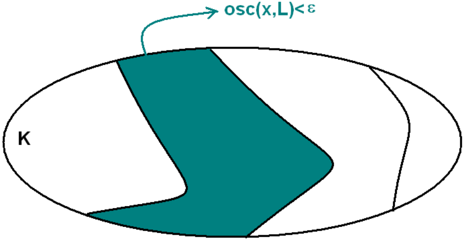
- El resultado anterior puede ser de utilidad para resolver el siguiente

- Problema
  Caracterizar los compactos K tales que $C(K)$ admite un renormamiento **LUR**.
  - Para caracterizar los espacios $C(K)$ que admiten un renormamiento **LUR** las siguientes observaciones elementales pueden ser útiles:

Compactos K para los que $C(K)$ admite un renormamiento **LUR**.

Es evidente que

Dados un compacto K, $\varepsilon > 0$ y $x \in C(K)$ existe un recubrimiento finito $\mathcal{L}$ de K tal que $osc(x, L) < \varepsilon$.



Compactos K para los que $C(K)$ admite un renormamiento **LUR**

Compactos K para los que $C(K)$ admite un renormamiento **LUR**

También es evidente que

Dados un compacto K, $x \in C(K)$, $K \subset [0,1]^\Gamma$ y $\varepsilon > 0$ existe un $\Lambda \subset \Gamma$, Λ finito tal que existe también un $\delta > 0$ tal que $|x(s) - x(t)| < \varepsilon$ cada vez que s, $t \in K$ y $\sup_{\gamma\in\Lambda} |s(\gamma) - t(\gamma)| < \delta$.

Compactos K para los que $C(K)$ admite un renormamiento **LUR**

También es evidente que

Dados un compacto K, $x \in C(K)$, $K \subset [0,1]^\Gamma$ y $\varepsilon > 0$ existe un $\Lambda \subset \Gamma$, Λ finito tal que existe también un $\delta > 0$ tal que $|x(s) - x(t)| < \varepsilon$ cada vez que s, $t \in K$ y $\sup_{\gamma \in \Lambda} |s(\gamma) - t(\gamma)| < \delta$.

Definición

Dados $x \in C(K)$, $K \subset [0,1]^\Gamma$ $\varepsilon > 0$ y $\Lambda \subset \Gamma$ diremos que Λ ε–controla x si existe un $\delta > 0$ tal que $|x(s) - x(t)| < \varepsilon$ cada vez que s, $t \in K$ y $\sup_{\gamma \in \Lambda} |s(\gamma) - t(\gamma)| < \delta$.

Compactos K para los que $C(K)$ admite un renormamiento **LUR**

Compactos K para los que $C(K)$ admite un renormamiento **LUR**

J.F. Martínez, A. Moltó, J. Orihuela y S. Troyanski

Sea $K \subseteq [0,1]^\Gamma$ un espacio compacto y F subespacio vectorial normante de $C(K)^*$. Las siguientes afirmaciones equivalen:

- $C(K)$ admite una norma equivalente **LUR** que es $\sigma(C(K), F)-$inferiormente semicontinua.

Compactos K para los que $C(K)$ admite un renormamiento **LUR**

J.F. Martínez, A. Moltó, J. Orihuela y S. Troyanski

Sea $K \subseteq [0,1]^\Gamma$ un espacio compacto y F subespacio vectorial normante de $C(K)^*$. Las siguientes afirmaciones equivalen:

- $C(K)$ admite una norma equivalente **LUR** que es $\sigma(C(K), F)-$inferiormente semicontinua.
- Para cada $\varepsilon > 0$ podemos escribir $C(K) = \bigcup_{n=1}^{+\infty} C_n$ de modo que para cada $n \in \mathbb{N}$ y cada $x \in C_n$ existe un semi espacio H $\sigma(C(K), F)-$abierto, $x \in H$, y existe un conjunto finito $T \subseteq \Gamma$ y un $\delta > 0$ tal que T $\varepsilon-$controla cada $y \in H \cap C_n$ con δ.

Compactos K para los que $C(K)$ admite un renormamiento **LUR**

J.F. Martínez, A. Moltó, J. Orihuela y S. Troyanski

Sea $K \subseteq [0,1]^\Gamma$ un espacio compacto y F subespacio vectorial normante de $C(K)^*$. Las siguientes afirmaciones equivalen:

- $C(K)$ admite una norma equivalente **LUR** que es $\sigma(C(K), F)-$inferiormente semicontinua.
- Para cada $\varepsilon > 0$ podemos escribir $C(K) = \bigcup_{n=1}^{+\infty} C_n$ de modo que para cada $n \in \mathbb{N}$ y cada $x \in C_n$ existe un semi espacio H $\sigma(C(K), F)-$abierto, $x \in H$, y existe
- un recubrimiento finito $\mathcal{L}$ de K tal que $osc(y, L) < \varepsilon$ para cada $L \in \mathcal{L}$ y cada $y \in H \cap C_n$.

Compactos de Rosenthal

Conjetura (R. Haydon, A. Moltó y J. Orihuela)

Si K es compacto de Rosenthal separable entonces $\mathcal{C}(K)$ admite un renormamiento local uniformemente convexo.

Compactos de Rosenthal

Conjetura (R. Haydon, A. Moltó y J. Orihuela)

Si K es compacto de Rosenthal separable entonces $\mathcal{C}(K)$ admite un renormamiento local uniformemente convexo.

Recordemos que . . .

Un compacto de Rosenthal es un espacio compacto que es homeomorfo a un espacio de funciones de primera clase de Baire sobre un espacio métrico completo separable P, dotado de la topología de la convergencia puntual sobre P.
Tanto el compacto de Helly como los compactos métricos son compactos de Rosenthal. Recordemos que si $x \in H \subset [0,1]^{[0,1]}$ entonces x tiene una cantidad numerable de discontinuidades.

Compactos de Rosenthal

Conjetura (R. Haydon, A. Moltó y J. Orihuela)

Si K es compacto de Rosenthal separable entonces $\mathcal{C}(K)$ admite un renormamiento local uniformemente convexo.

Compactos de Rosenthal

Conjetura (R. Haydon, A. Moltó y J. Orihuela)

Si K es compacto de Rosenthal separable entonces $\mathcal{C}(K)$ admite un renormamiento local uniformemente convexo.

Si la conjetura es cierta entonces X^* es renormable LUR para todo espacio de Banach separable X sin subespacios isomorfos a ℓ^1.

Compactos de Rosenthal

Conjetura (R. Haydon, A. Moltó y J. Orihuela)

Si K es compacto de Rosenthal separable entonces $\mathcal{C}(K)$ admite un renormamiento local uniformemente convexo.

R. Haydon, A. Moltó, y J. Orihuela

Sea Γ un espacio polaco y K un conjunto de funciones en Γ puntualmente compacto y separable. Supongamos además que cada función en K tiene únicamente una cantidad numerable de discontinuidades. Entonces $\mathcal{C}(K)$ admite una norma local uniformemente rotunda, equivalente a la norma supremo, que es $\mathcal{T}_p$–inferiormente semicontinua.

R. Aron, P. G. y M. Lindström. *Compact homomorphisms between algebras of analytic functions* . Studia Math. **123**(3) (1997) 235-247.

P. G., T. Gamelin y M. Lindström, *Spectra of Composition Operators of Analytic Functions on Banach Spaces*, Proc. Roy. Soc. Edinburgh A 139A, (2009), 107-121.

P. G. y A. Miralles *Interpolating sequences for bounded analytic functions*, Proc. Amer. Math. Soc. **135** (2007), 3225-3231.

P. G. y A. Miralles. *Spectra of non power-compact Composition Operators on H^∞ spaces*, *Int. Eq. Op. Theory* **65** (2) (2009), 211–222.

P.G., T. Gamelin y M. Lindström. *Fredholm Composition Operators on Algebras of Analytic Functions on Banach Spaces*. *J. of Funct. Anal.* **258** (2010), 1504-1512.

P. G., M. Lindström y A. Miralles *Interpolating Sequences on Uniform Algebras. Topology* (pte. aparición).

A. Moltó, J. Orihuela y S. Troyanski. *Locally uniformly rotund renorming and fragmentability Proc. London Math. Soc.*, **75** (1997) 614–640.

R. Haydon, A. Moltó and J. Orihuela. *Spaces of functions with countably many discontinuities Israel J. Math.* **158** (2007) 19–39.

A. Moltó, J. Orihuela, S. Troyanski y M. Valdivia. *A non linear transfer technique. Lecture Notes in Mathematics, Springer*, n$^{\mathrm{o}}$ 1951 (2009).

J. F. Martínez, A. Moltó, J. Orihuela and S. Troyanski. *On locally uniformly rotund renormings in $C(K)$ spaces.* Aceptado para publicación en *Canadian Journal of Mathematics*.

MUCHAS GRACIAS POR LA ATENCIÓN