

TEOREMA DE MARKOV-KAKUTANI Y ALGUNAS APLICACIONES

MARIA ANGELES JAPÓN PINEDA

Ciertos teoremas de punto fijo pueden ser generalizados para familias de aplicaciones que conmutan, obteniendo así un punto fijo común a todas ellas. Sin embargo, este no es el caso del teorema de punto fijo de Brouwer: Se puede dar un par de funciones $f, g : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ continuas, con $f \circ g = g \circ f$ y tales que no existe ningún punto fijo común para f y g . Si añadimos la hipótesis de que las aplicaciones sean afines, el Teorema de Markov-Kakutani afirma que, en el marco de un espacio vectorial topológico, toda familia conmutativa de aplicaciones afines y continuas que dejen invariante a un subconjunto convexo y compacto, tiene un punto fijo común.

Dicho teorema tiene múltiples aplicaciones en diferentes áreas del Análisis Funcional. Por ejemplo, permite encontrar medidas invariantes en semigrupos (generalización de límites de Banach). La medida de Haar puede ser encontrada como punto fijo común en el caso de un grupo topológico compacto conmutativo. Además, puede darse una prueba alternativa del Teorema de extensión de Hahn-Banach y otros teoremas clásicos del Análisis Funcional usando el Teorema de Markov-Kakutani.

El objetivo de la charla será exponer el Teorema de Markov-Kakutani y alguna de las aplicaciones anteriores.