GEOMETRÍA DE LAS CURVAS SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE TIPO GRADIENTE CONVEXO

ESTIBALITZ DURAND CARTAGENA
(UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA)

Dada una función $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, un sistema de tipo gradiente es un sistema dinámico de la forma $x'(t) = -\nabla(f(x(t)))$ con $t > 0$. Las soluciones de estos sistemas son curvas $x : I \to \mathbb{R}^n$ y una pregunta que surge de manera natural es saber si dichas curvas tienen longitud finita.

El objetivo del taller será estudiar el problema cuando la función f es convexa. En este caso, las curvas solución son auto-contractivas, una propiedad geométrica muy interesante que puede ser estudiada de manera independiente en contextos mucho más generales (espacios normados finito-dimensionales, variedades Riemannianas, espacios métricos,...). Además, el hecho de que este tipo de curvas tengan longitud finita tiene diversas aplicaciones en convergencia de algoritmos centrales en análisis convexo o en teoría de grafos.

Referencias

[D] Manselli, C. Pucci.: Maximum length of steepest descent curves for quasi-convex functions, Geom. Dedicata 38 (1991), 211-227.

A. Daniilidis, O. Ley, S. Sabourau: Asymptotic behaviour of self-contracted planar curves and gradient orbits of convex functions, J. Math. Pures Appl. 94 (2010), 183-199.

[LR] A. Daniilidis, G. David, E. Durand-Cartagena, A. Lemenant: Rectifiability of Self-contracted curves in the euclidean space and applications. Journal of Geometric Analysis 25 (2015), 1211-1239.

[LP] J. Lindenstrauss, and A. Pełczyński, *Absolutely summing operators in $\mathcal{L}_p$-spaces and their applications*, Studia Mathematica 23, n. 3 (1968), 275–326.