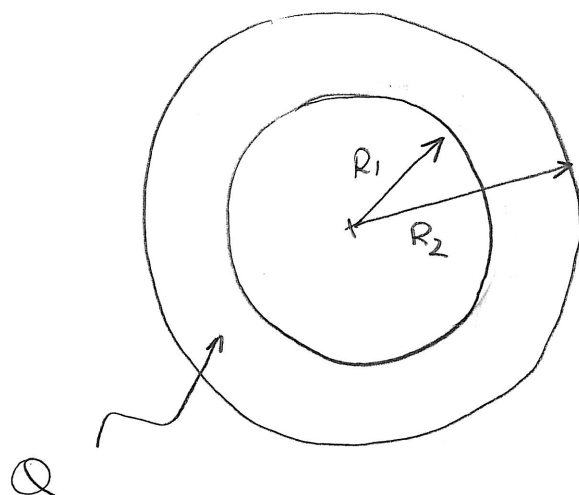


1.10. Calcula el potencial creado por una corteza esférica de radio R cargada uniformemente con una carga total Q .
Representa el resultado gráficamente.



densidad de carga uniforme en $R_1 < r < R_2$

$$\rho(r) = \begin{cases} r < R_1 & = 0 \\ R_1 < r < R_2 & = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi(R_2^3 - R_1^3)} \\ r > R_2 & = 0 \end{cases}$$



Problema con simetría esférica

Conviene $\rightarrow$ calcular el campo $\vec{E} = E(r) \vec{u}_r$
utilizando el teorema de Gauss

$\rightarrow$ después obtener el potencial a partir
del campo:

$$dV(r) = -\vec{E} \cdot d\vec{r} = -E(r) dr \rightarrow V(r) - \underbrace{V(\infty)}_0 = - \int_{\infty}^r E(r') dr'$$

$\uparrow$
 $\vec{E} = E(r) \vec{u}_r$

$$\rightarrow V(r) = - \int_{\infty}^r E(r') dr'$$

— o — o —

El campo se obtiene fácilmente utilizando el teorema de Gauss :

$$E(r) = \begin{cases} r < R_1 & = 0 \\ R_1 < r < R_2 & = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{r^3 - R_1^3}{R_2^3 - R_1^3} \\ r > R_2 & = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \end{cases}$$

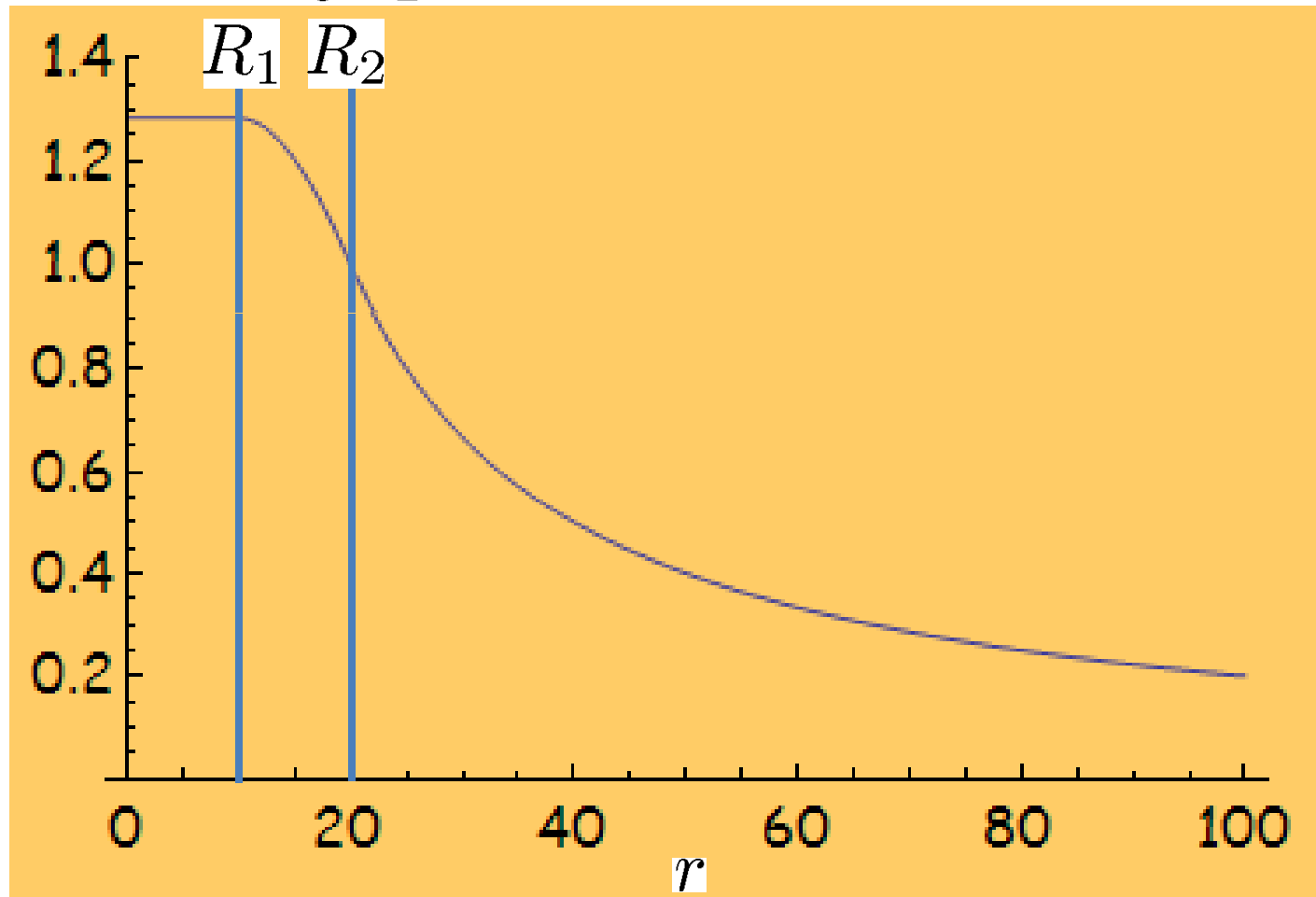
Por tanto, el potencial se podrá obtener de la siguiente forma:

$$V(r) = \begin{cases} r < R_1 & - \int_{\infty}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r'^2} dr' - \int_{R_2}^{R_1} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r'^2} \frac{r'^3 - R_1^3}{R_2^3 - R_1^3} dr' - \int_{R_1}^r 0 \cdot dr' \\ R_1 < r < R_2 & - \int_{\infty}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r'^2} dr' - \int_{R_2}^r \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r'^2} \frac{r'^3 - R_1^3}{R_2^3 - R_1^3} dr' \\ r > R_2 & - \int_{\infty}^r \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r'^2} dr' \end{cases}$$

Tras un poco de cálculo:

$$V(r) = \begin{cases} r < R_1 & \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{3}{2} \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_2^3 - R_1^3} \right] \\ R_1 < r < R_2 & \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \left[\frac{1}{2} \frac{3rR_2^2 - 2R_1^3 - r^3}{R_2^3 - R_1^3} \right] \\ r > R_2 & \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \end{cases}$$

$$V(r)/\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$



En el límite en que la corteza esférica es de espesor despreciable :

$$R_1 \rightarrow R_2 \equiv R$$



radio de la superficie esférica donde reside la carga $\rightarrow$ con densidad superficial

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

$$E(r) = \begin{cases} r < R & = 0 \\ r > R & = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \end{cases}$$

$$V(r) = \begin{cases} r < R & = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \\ r > R & = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \end{cases}$$

