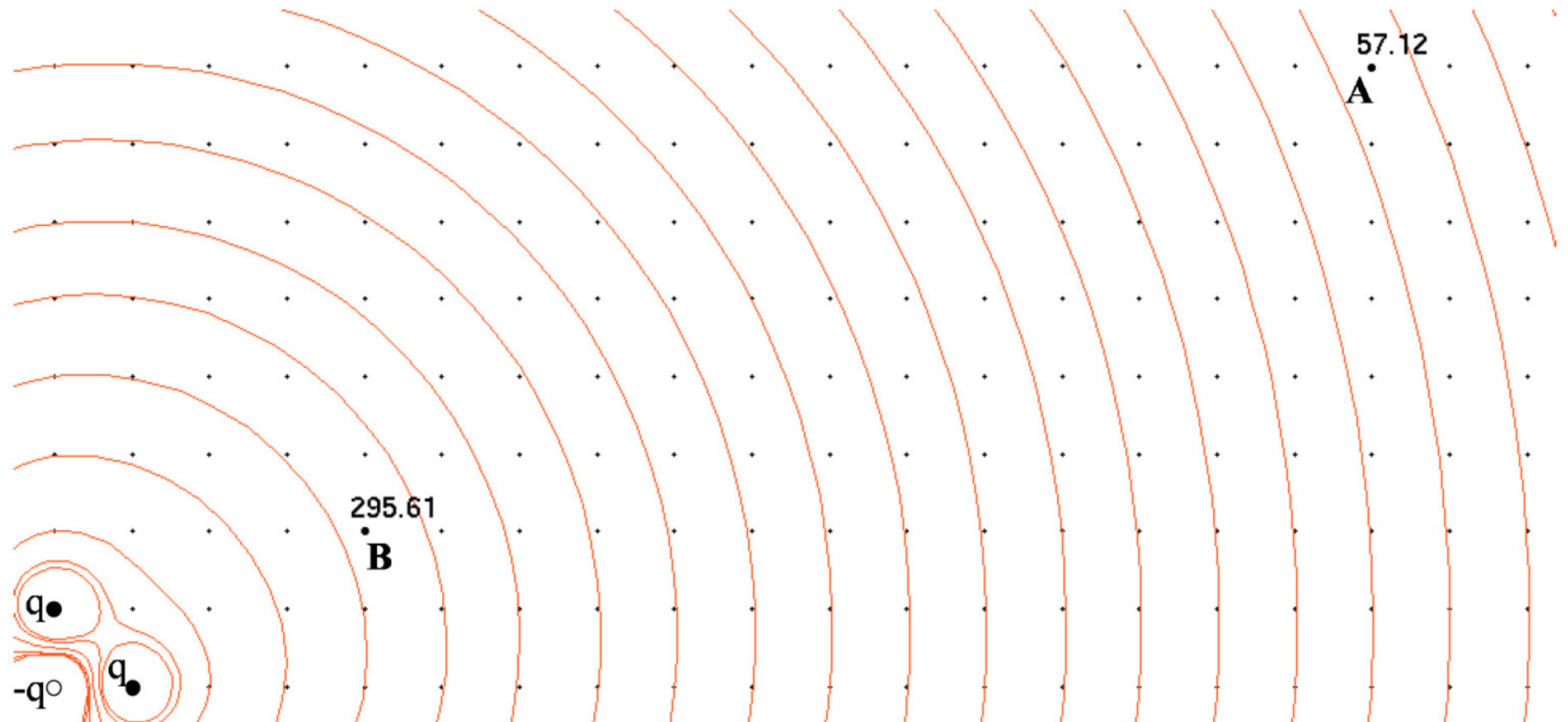


1.13. Calcula el potencial creado en los puntos A y B de la figura por la distribución de cargas puntuales que se muestra ($q = 1000$ unidades arbitrarias; el tamaño de la cuadrícula es 1×1 ; $K = 1/4\pi\epsilon_0 = 1$).

Tomando el origen en la carga negativa, halla el momento dipolar de la distribución y calcula el potencial en la aproximación dipolar.

Compara los resultados de ambos cálculos.



$$q = 1000$$

$$\vec{r}_A = (17, 8)$$

$$\vec{r}_B = (4, 2)$$

tomando el origen en la
carga negativa

$$V(\vec{r}_A) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{-q}{\sqrt{17^2 + 8^2}} + \frac{q}{\sqrt{(17-1)^2 + 8^2}} + \frac{q}{\sqrt{17^2 + (8-1)^2}} \right\}$$

$\begin{matrix} \text{carga} & & \text{carga} & & \text{carga} \\ -q & & q & & q \\ \text{en } (0,0) & & \text{en } (1,0) & & \text{en } (0,1) \end{matrix}$

$$= 1000 \left\{ \frac{-1}{\sqrt{353}} + \frac{1}{\sqrt{320}} + \frac{1}{\sqrt{338}} \right\} \approx 57.07$$

$$V(\vec{r}_B) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{-1}{\sqrt{4^2 + 2^2}} + \frac{1}{\sqrt{(4-1)^2 + 2^2}} + \frac{1}{\sqrt{4^2 + (2-1)^2}} \right\}$$

$$= 1000 \left\{ \frac{-1}{\sqrt{20}} + \frac{1}{\sqrt{13}} + \frac{1}{\sqrt{17}} \right\} \approx 296.28$$

Desarrollo multipolares del potencial
 hasta el término dipolar (aproximación dipolar)

$$V(\vec{r}) = V_Q(\vec{r}) + V_P(\vec{r})$$

$$* V_Q(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

$$Q = \sum_i q_i = -q + q + q = q$$

en este caso

$$V_Q(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \frac{1}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

1 1000

$$* V_P(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$$

$$\vec{p} = \sum_i q_i \vec{r}_i = -q(0,0) + q(1,0) + q(0,1) = q(1,1)$$

$$V_P(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(1,1,0) \cdot (x,y,z)}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \frac{x+y}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$$

1 1000

$$V_Q(\bar{r}_B) + V_P(\bar{r}_B) = 1000 \frac{1}{\sqrt{20}} + 1000 \frac{4+2}{(20)^{3/2}}$$

$\bar{r}_B = (4, 2, 0)$
223.61
67.08

$$= 290.69 \longrightarrow \text{comparar con el valor exacto:}$$

296.28

Error $\rightarrow 1.9\%$

$$V_Q(\bar{r}_A) + V_P(\bar{r}_A) = 1000 \frac{1}{\sqrt{353}} + 1000 \frac{17+8}{(353)^{3/2}}$$

$\bar{r}_A = (17, 8, 0)$
53.22
3.77

$$= 56.99 \longrightarrow \text{comparar con el valor exacto:}$$

57.07

Error $\rightarrow 0.14\%$