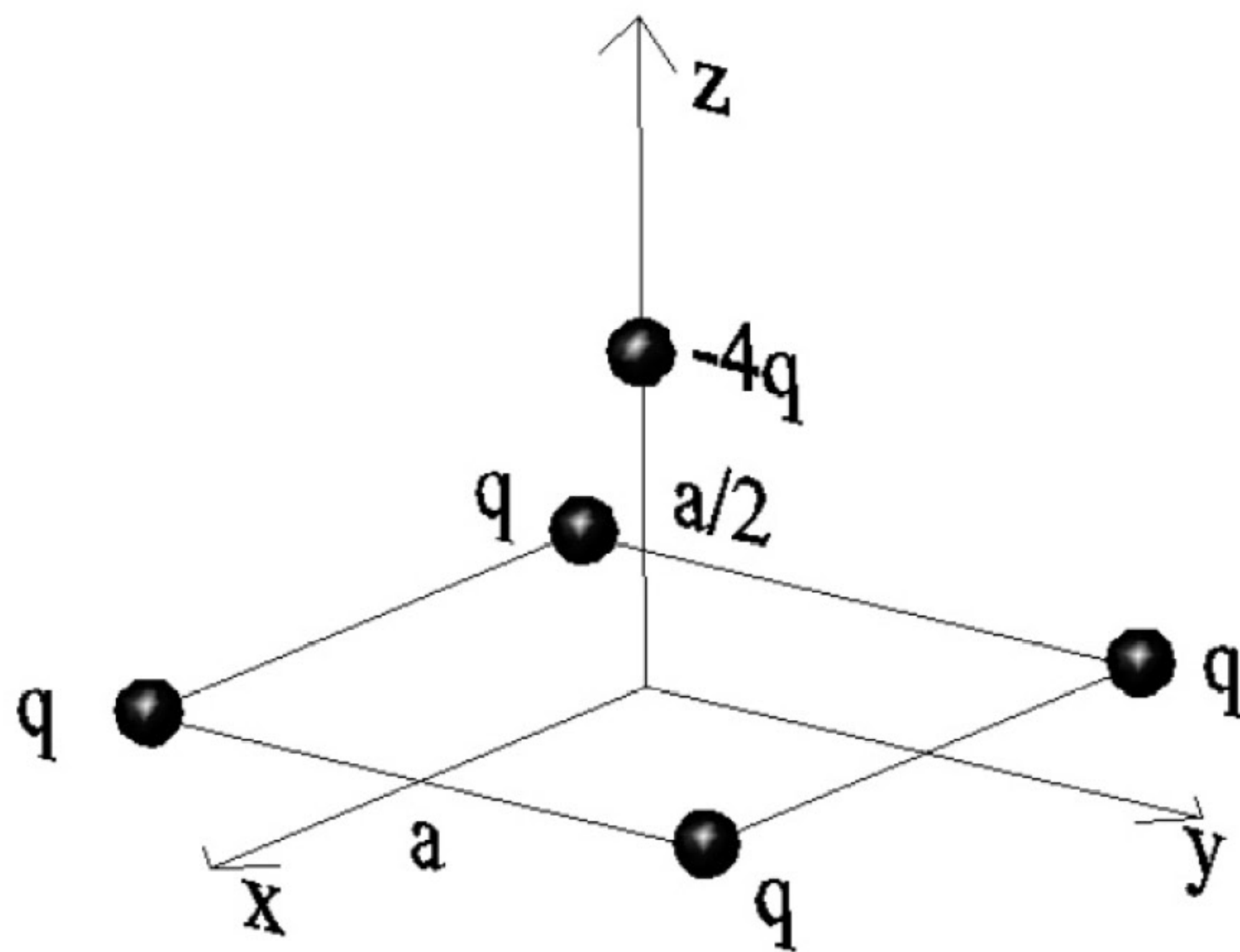
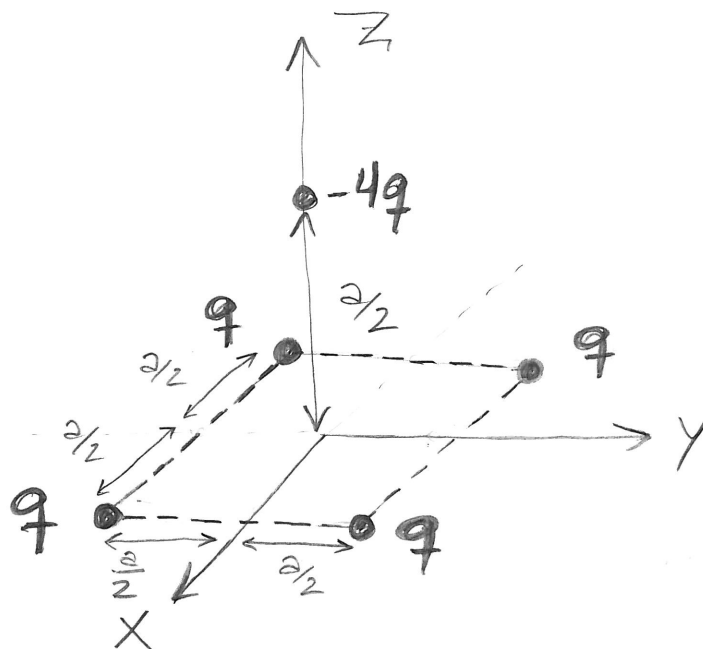


- 1.16. Sea una molécula que puede representarse mediante una distribución de cargas como la que se muestra en la figura. Calcula:
- a) El momento dipolar de la distribución.
 - b) El campo eléctrico en puntos del eje Z a gran distancia de la distribución.
 - c) El potencial eléctrico en puntos del eje Z y en el plano XY , en puntos muy alejados de las cargas.





2) Momento dipolar de la distribución?

$$\begin{aligned}
 \vec{p} &= \sum_i q_i \vec{r}_i = q \left(+\frac{a}{2}, +\frac{a}{2}, 0 \right) \\
 &\quad + q \left(-\frac{a}{2}, +\frac{a}{2}, 0 \right) \\
 &\quad + q \left(-\frac{a}{2}, -\frac{a}{2}, 0 \right) \\
 &\quad + q \left(+\frac{a}{2}, -\frac{a}{2}, 0 \right) \\
 &\quad - 4q \left(0, 0, \frac{a}{2} \right)
 \end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{p} = -4q \left(0, 0, \frac{a}{2} \right) = -2qa \left(0, 0, 1 \right) = -2qa \vec{u}_z}$$

b) A grza distancia de la distribución podemos aproximar el campo por el término dominante del desarrollo multipolar.

→ la carga total de la distribución es :

$$Q_T = q + q + q + q - 4q = 0$$

→ el momento dipolo de la distribución es :

$$\vec{p} = 2qa \vec{u}_z \neq \vec{0}$$

Luego el término dominante es el término dipolo :

$$\vec{E}_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2\vec{p}}{r^5}$$

Nos piden el campo en puntos del eje z a grza distancia de la distribución :

$$\vec{E}_{\text{dip}}(0,0,z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(pz)z\vec{u}_z - z^2 p\vec{u}_z}{|z|^5}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{r} = (0,0,z) \\ r = |z| \\ \vec{p} = p \vec{u}_z \\ p = 2qa \end{array} \right\} \begin{aligned} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{|z|^3} \vec{u}_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4qa}{|z|^3} \vec{u}_z \end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{E}_{\text{dip}}(0,0,z) = \frac{qa}{\pi\epsilon_0} \frac{1}{|z|^3} \vec{u}_z}$$

c) En puntos muy alejados de las cargas, el potencial eléctrico se puede aproximar por el término dominante del desarrollo multipolar, que en este caso es el término dipolar:

$$V_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3} \quad \text{con} \quad \vec{p} = p \vec{u}_z$$

$$p = 2qa$$

en puntos del eje $z \rightarrow \vec{r} = (0, 0, z) \rightarrow r = |z|$

$$V_{\text{dip}}(0, 0, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{pz}{|z|^3}$$

$$V_{\text{dip}}(0, 0, z) = \frac{qa}{2\pi\epsilon_0} \frac{\text{sign}(z)}{z^2}$$

en el plano $xy \rightarrow \vec{r} = (x, y, 0) \rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$\hookrightarrow \vec{p} \cdot \vec{r} = 0 \rightarrow V_{\text{dip}}(x, y, 0) = 0$$