Modelización matemática para la formación de futuros maestros de Educación Primaria

Carmen Melchor[1], Marta Pla-Castells[1], Gisela Chaparro[1]

[1] ***Departament de Didàctica de la Matemàtica - Facultat de Magisteri, Universitat de València, Av. Tarongers 4, 46022 València, Spain, e-mail: carmen.melchor-borja@uv.es.***

Mathematical modeling for the training of future primary school teachers

RESUMEN

La modelización matemática es un proceso de resolución de problemas contextualizados que implica la elaboración de un modelo matemático para describir el fenómeno estudiado. En el presente trabajo se pretende contribuir a la idea de que la introducción de tareas de modelización en la formación de futuros maestros hace aflorar sus carencias en competencia matemática. En el presente estudio se llevará a cabo una comparación entre dos grupos de estudiantes de magisterio que resuelven la misma tarea de modelización. Uno de los grupos ha recibido formación en resolución de tareas de modelización y el otro no. Los resultados apuntan a que la formación en la resolución de este tipo de tareas puede ayudar a reducir el tipo de errores matemáticos conceptuales y procedimentales cometidos.

Palabras clave: modelización matemática, formación de maestros, análisis de errores

ABSTRACT

Mathematical modeling is a contextualized problem solving process that involves the development of a mathematical model to describe the phenomenon under study. The present work aims to contribute to the idea that the introduction of modeling tasks in the training of future teachers brings out their deficiencies in mathematical competence. In the present study, a comparison will be carried out between two groups of prospective teachers who solve the same modeling task. One of the groups has received training in solving modeling tasks and the other has not. Results show that training in solving this type of tasks can help to reduce conceptual and procedural mathematical errors.

Keywords: mathematical modeling, prospective teacher' training, error analysis

INTRODUCCIÓN Y MARCO TEÓRICO

La educación matemática tiene como uno de sus principales objetivos que los estudiantes obtengan las competencias necesarias para ser capaces de afrontar y darle sentido a situaciones de la vida cotidiana. Esto puede hacerse a través de las llamadas *competencias de modelización*. La competencias de modelización implican competencias adaptativas por parte de los estudiantes, más habituados a tener competencias rutinarias. Hatano [1] define la competencia adaptativa como «la habilidad de aplicar procedimientos aprendidos con significado de manera flexible y creativa» y la opone a la competencia rutinaria definida como «simplemente ser capaces de completar las tareas escolares matemáticas de forma rápida y correcta sin entenderlas de manera profunda».

La modelización matemática es un proceso de resolución de problemas contextualizados que implica la elaboración de un modelo matemático para describir el fenómeno estudiado. Estos procesos involucran la resolución de tareas «abiertas, complejas, reales y auténticas» [2]. Trabajos como los de [3] y [4] demuestran que el uso de tareas de modelización fomenta un aprendizaje significativo en los estudiantes de todos los niveles educativos. En estos trabajos se pone de manifiesto que la utilización de este tipo de actividades promueve las aptitudes necesarias para poder utilizar las matemáticas fuera del aula, así como el cambio en la percepción de los alumnos sobre la utilidad de las matemáticas para resolver situaciones de tareas significativas en la vida real [5].

El hecho de que los maestros y profesores de matemáticas en formación en la Universidad puedan obtener estas competencias de modelización mediante tareas de modelización complejas se ha investigado en varios estudios. La mayoría de ellos son informes de buenas prácticas sobre un curso de modelización junto con sus reflexiones (véase [6], [7], [8]). Sin embargo, los resultados de estos estudios muestran un cambio en la universidad de los estudiantes universitarios o de los profesores en activo sobre las matemáticas, simplemente por el hecho de enfrentarse a problemas de modelización. Ahora bien, los tres obstáculos esenciales para que los profesores de primaria y secundaria enseñen modelización son el diseño de actividades, el tiempo necesario para llevarlas a cabo y la evaluación de las mismas.

En el presente trabajo se pretende contribuir a la idea de que la introducción de tareas de modelización en la formación de futuros maestros hace aflorar sus carencias en competencia matemática y que la formación en la resolución de este tipo de tareas puede ayudar a reducir el tipo de errores conceptuales y procedimentales cometidos. Se llevará a cabo una comparación entre dos grupos de estudiantes de magisterio que resuelven la misma tarea de modelización. Uno de los grupos ha recibido formación en la resolución, diseño y puesta en práctica en el aula de tareas de modelización y el otro no.

METODOLOGÍA

Para la consecución de los objetivos planteados, se ha llevado un análisis de las producciones escritas de las resoluciones de una tarea de modelización por dos grupos naturales del grado en maestro de Educación Primaria. Llamaremos a cada uno de ellos Grupo 1 y Grupo 2, respectivamente.

Los estudiantes del Grupo 1 cursaban la asignatura “Propuestas didácticas con ciencias y matemáticas” impartida en el tercer curso del grado. Esta asignatura es predominantemente práctica y junto con otras asignaturas conforma el itinerario de Ciencias y Matemáticas dentro del grado. Además, esta asignatura se orienta al análisis de los contenidos en ciencias y matemáticas de la etapa de Educación Primaria, con un enfoque curricular. En ella, se pretende estudiar, fundamentar, seleccionar, diseñar o elaborar y evaluar propuestas y actividades didácticas que sustenten y favorezcan la enseñanza y aprendizaje de las disciplinas científico-técnicas.

Los estudiantes del Grupo 2 estaban cursando la asignatura “Propuestas didácticas de matemáticas”, la cual se imparte en el tercer curso del grado y está incluida dentro del mismo itinerario de Ciencias y Matemáticas. Esta asignatura está orientada a facilitar que el alumnado sea competente en la elaboración de diferentes tipos de propuestas de enseñanza y actividades para las clases de matemáticas de Educación Primaria. Por ello, en esta asignatura, se presentan, analizan y utilizan varios tipos de recursos que pueden ayudar y facilitar el trabajo del docente en el diseño y puesta en práctica de estas propuestas. Entre los distintos tipos de propuestas que los alumnos deben conocer y dominar, están las tareas de modelización matemática.

La tarea que se propuso a ambos grupos y que es objeto de análisis en el presente trabajo fue la siguiente.

“Mi amigo Vicente decidió irse a Castellón a fiestas de Magdalena para oír un buen concierto de fiestas. Cuando llegó a la Plaza Mayor no cabía un alfiler. Discutiendo con su mejor amiga, llegaron a la conclusión de que había 3000 personas en la plaza contando las personas de pie y las que estaban sentadas en las sillas que había puesto el ayuntamiento. ¿Crees que Vicente tiene razón o ha exagerado un poquito?”

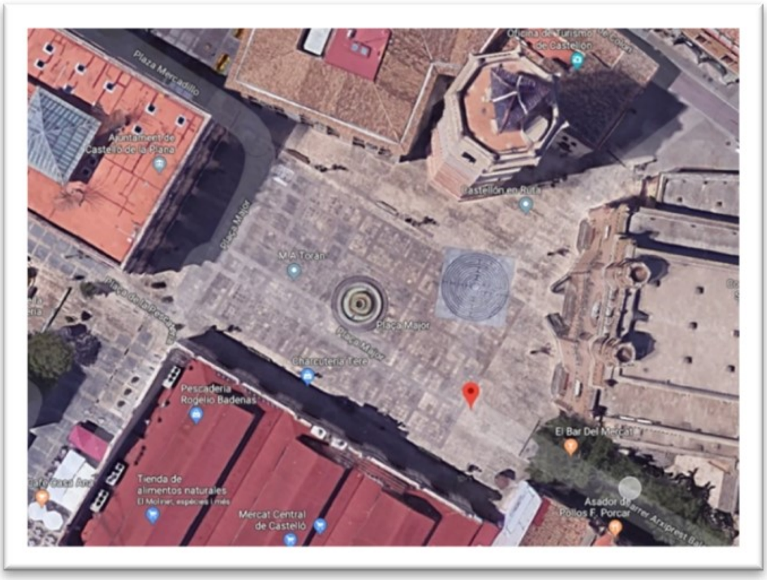


Figura 1: Imagen proporcionada en el enunciado del problema.
(Fuente: Google Maps)

La tarea, que suponía un problema de modelización relacionado con la medida de magnitudes, se resolvió de manera individual por todos los alumnos de ambos grupos.

El alumnado del Grupo 1 tuvo que realizar la tarea como ejercicio introductorio a la asignatura. Fue planteado al final de la primera sesión de clase y los estudiantes no habían recibido formación en modelización matemática en ninguna asignatura del grado. Por el contrario, el estudiantado del Grupo 2 recibió, durante toda la asignatura “Propuestas didácticas en matemáticas”, contenidos relativos a la resolución, creación e implantación en aula de propuestas de modelización matemática. En las últimas sesiones de la asignatura se proporcionó al alumnado del Grupo 2 una colección de tareas de modelización sobre medida de magnitudes entre las cuáles estaba el problema cuya resolución se analiza en este trabajo.

El experimento con el Grupo 1 se llevó a cabo durante el segundo cuatrimestre del curso 2020/21. La sesión se desarrolló de manera virtual debido a las restricciones de movilidad ocasionadas por la pandemia de la COVID-19. Durante la sesión online se trataron contenidos sobre procesos de aprendizaje por investigación remarcando que la integración de contenido y procesos plantea muchos retos didácticos. No se abordó ningún contenido específico sobre modelización matemática y, al finalizar la sesión, se enunció el problema para que cada estudiante lo resolviera de manera individual. Surgieron dudas referidas a la falta de datos del enunciado, pero no se resolvieron y simplemente se indicó que podían hacer las estimaciones que consideraran pertinentes tal y como lo harían si el problema hubiese sido planteado en su vida real. Se indicó que pensaran en una situación normal sin tener en cuenta restricciones de espacio por pandemia.
La tarea con el Grupo 2 se planteó al final del segundo cuatrimestre del curso 2018/19 en condiciones normales de presencialidad. Como ya se ha mencionado anteriormente, el estudiantado del Grupo 2 recibió, durante toda la asignatura "Propuestas didácticas en matemáticas", contenidos relativos a la resolución, creación e implantación en aula de propuestas de modelización matemática con lo que ya estaban familiarizados con la resolución de tareas abiertas y complejas con ausencia casi total de datos. Ahora bien, durante el transcurso de toda la asignatura, los estudiantes estuvieron trabajando por grupos con lo que no estaban acostumbrados a resolver tareas de modelización de forma individual. Se les proporcionaron varios enunciados entre los que estaba el que es objeto de estudio en este trabajo y no se les proporcionó ninguna ayuda ni explicación adicional.

ANALISIS DE LA EXPERIENCIA Y RESULTADOS

Para el análisis de las producciones escritas de ambos grupos, se ha llevado a cabo una enumeración de los errores más frecuentes ilustrando cada uno de ellos con algunos ejemplos.

Análisis de las producciones escritas del Grupo 1

1. Omisión de elementos de complejidad y estimación de medidas incorrecta o poco realista

En este primer error, vamos a tener en cuenta la omisión de aquellos elementos necesarios para una buena estimación del número de personas a las que hace referencia el enunciado del problema. Estos elementos pueden ser, entre otros, la consideración del espacio no utilizable ocupado por un escenario y la fuente central de la plaza o la consideración de que hubiera personas de pie y sentadas para asistir al concierto. Además, se hace hincapié en la estimación del espacio que puede ocupar cada persona, ya sea de pie o sentada.
Como puede observarse en la Figura 2, en esta resolución no se consideran los elementos de complejidad que aparecen en el problema. Además, se lleva a cabo una medición errónea sobre Google Maps ya que el rectángulo de mayor superficie que se podría dibujar sobre la Plaza Mayor ocuparía aproximadamente unos 1400 m^2. Finalmente, en este mismo ejemplo, se asume que el espacio que ocupa una persona de pie es de 1 metro cuadrado y sentada 2 m^2, lo cual es un espacio demasiado grande en ambos casos si se indica que no cabe ni un alfiler.

En la Figura 3, de nuevo, no se consideran el escenario y la fuente como elementos de complejidad y se asume que en cada metro cuadrado habrá dos personas sentadas, lo cual es una estimación poco realista.

Según la fotografía que se muestra de la Plaza Mayor de Castellón, podría determinar la siguiente estimación:

Se observa que tiene forma de rectángulo, por ello a partir de Google Maps se han calculado las distancias de largo y de ancho, suponiendo su forma rectangular. Estas distancias eran 48 metros de ancho y 85 metros de largo respectivamente. Después, tras multiplicar estas dos medidas, se ha obtenido un valor aproximado de superficie total de 4.080 m^2.

Mirando en Internet y a partir de la información que proporciona el enunciado (“No cabía ni un alfiler”), se estima que las personas que estaban de pie ocupaban un espacio de un metro cuadrado aproximadamente y las personas que estaban sentadas (aproximadamente 1/3 del total), ocupaban 2 metros cuadrados de superficie por persona.

Por tanto, las 3.000 personas que había supuesto Vicente ocuparían un total de 4.000 m^2, que es aproximadamente el total de la superficie estimada.

En definitiva, ¡Vicente estaba en lo cierto, no cabía ni un alfiler!

Figura 2: Ejemplo en el que no se consideran elementos de complejidad, se realizan mediciones incorrectas y aparece una estimación poco realista

② La Plaza Mayor mide 2000 m^2 (medido desde internet)

4 personas / m^2 → de pie

2 personas / m^2 → sentadas

En la plaza habían 3000 personas (según Vicente)

Aproximando a 3 personas / m^2 → $\underbrace{2000 \times 3 = 6000 \text{ personas}}_{\text{(aproximadamente)}}$.

→ Vicente no ha exagerado.

Figura 3: Ejemplo en el que no se consideran elementos de complejidad y aparece una estimación poco realista

2. Sobreutilización de la regla de tres

Existen diversos estudios que analizan el uso de la regla de tres para la resolución de problemas del tipo “*missing value word-problem* (en inglés)” ya que puede darse una excesiva linealización de los problemas cuando no hay necesidad de hacerlo [9]. Se han encontrado una gran cantidad de resoluciones con este tipo de error conceptual que pasamos a ejemplificar brevemente.

En el tramo de respuesta que representa Figura 4 se observa la utilización innecesaria de la regla de tres. La alumna, en lugar de directamente multiplicar, necesita apoyarse en esta técnica para deducir cuántas personas caben en 825 m^2 si en un metro cuadrado cabe una persona. Este caso demuestra que no se entiende qué es una multiplicación y qué tipo de problemas modeliza. En este caso, en el que la proporción lleva explícita la razón de proporción (1 persona en 1 m^2) la alumna sigue usando la regla de tres ya que ha interiorizado el carácter procedimental de la proporción sin tener en cuenta los conceptos que la sustentan.

En el caso de la Figura 5 se empieza asumiendo que una persona, sin especificar si

Teniendo en cuenta que en 1m^2 caben 1,5 personas de pie y que en 1m^2 cabe 1 persona sentada, calculamos:

<u>CANTIDAD DE PERSONAS SENTADAS:</u>

$$\left.\begin{array}{l} 1\ \text{m}^2 \rightarrow 1\ \text{persona} \\ \\ 825\ \text{m}^2 \rightarrow \text{x personas} \end{array}\right\} \text{X} = (825 \cdot 1) : 1 = 825\ \text{personas}$$

<u>Resultado</u> = sentadas caben 825 personas.

Figura 4: Sobreutilización de la regla de tres

Respuesta: una persona ocupa aproximadamente 4 metros cuadrados y en el supuesto que la plaza mida unos 1400 metros cuadrados podemos descubrir si la teoría que propone el menor es cierta o no mediante una regla de tres:

¿Si dos personas ocupan 2 metros cuadrados (de manera estimada) cuántas personas caben en 1400 metros cuadrados?

2 personas → 1 metro cuadrado

x personas → 1400 metros cuadrados

(1400 × 2) / 1 = 2800 personas

Figura 5: Sobreutilización de la regla de tres y otros errores

sentada o de pie, ocupa 4 m^2. Esta suposición es, desde luego, una estimación muy poco realista. No obstante, lo relevante de este ejemplo es que esta información no se vuelve a utilizar, sino que se asume que en un metro cuadrado caben dos personas y, a continuación, se utiliza una regla de tres innecesaria donde una persona ocupa 1 m^2. Tampoco en este caso se consideran elementos de complejidad.

3. Utilización incorrecta de unidades de medida

Uno de los ejemplos más significativos de la utilización incorrecta de las unidades de medida lo encontramos en la Figura 6. En la resolución que se muestra de ejemplo, la alumna confunde las magnitudes de longitud y área, no sabiendo trabajar correctamente con las dimensiones ni con la transformación de unidades entre ellas.

Ocupación silla 60cm, 0.6 m cuadrados ocupación personas de pie: 0.2 metros cuadrados por persona

Área de la plaza mayor: unos 1800 m cuadrados

1800/0.6 son: 3000 personas por tanto si estuvieran todos sentados si sería posible que hubiera tal cantidad, teniendo en cuenta que había además personas de pie y que estas ocupan menos aún si sería posible.

Figura 6: Utilización incorrecta de unidades de medida

En la Figura 6 se explica que una silla ocupa 60 centímetros lineales y, a continuación, esta medida se transforma, erróneamente, en metros cuadrados. En este caso vemos, por una parte, un error de confusión al elegir la unidad correcta para representar la superficie que ocupa una silla. Por otro lado, en el caso de que se tratara de una errata de escritura y el estudiante quisiera referirse a centímetros cuadrados, la conversión a metros cuadrados también sería incorrecta ya que 60 cm^2 son 0.006 m^2 (el tamaño de una tarjeta de crédito). Por otro lado, si la estudiante consideraba que la silla tenía forma cuadrada con lado 60 cm, la superficie de la silla sería 0.36 m^2 y no la cantidad que vemos en la resolución.

Considerando que las medidas de la Plaza Mayor de Castellón son 25 metros de ancho y 45 metros de largo y que por cada metro se pueden poner dos sillas, el resultado total de sillas en la plaza serían 2250.

45x25= 1125 m^2

1125x2=2250 sillas en la plaza

Figura 7: Utilización incorrecta de unidades de medida

Por otra parte, en la Figura 7, el estudiante afirma que en cada metro lineal se pueden poner dos sillas y, en realidad, se refiere a que caben dos sillas por metro cuadrado. En este ejemplo, aunque operativamente no haya errores, observamos un uso incorrecto del lenguaje matemático. En particular, del uso de la unidad de magnitud adecuada.

4. Suposiciones que no se utilizan

- En un concierto, el espacio necesario mínimo por persona es de 1m^2, por ejemplo, un concierto de 250m^2 será para 250 personas.
- Hay que tener en cuenta que las sillas ocupan 2m^2, y que hay que dejar 1,5 m de distancia entre silla y silla para la circulación de las gente. Aunque las sillas, solo ocuparan la mitad de la plaza.
- También hay que contar con el escenario para el grupo invitado, que tendrá una altura de 20 o 40 cms para que todos lo vean, y 12 metro de largo y ancho.
- Hay que tener en cuenta las salidas de emergencia.
- Y realizando cálculos a mano alzada, hallamos que la plaza mayor tiene un área de 2400m^s, y por lo tanto una capacidad de 2400 personas.

Figura 8: Suposiciones que no se utilizan

En la Figura 8 se llevan a cabo diversas suposiciones sobre el espacio que ocupan las sillas y la distancia entre ellas que, posteriormente, no se utilizan. Únicamente se emplea la hipótesis que en un metro cuadrado cabe como mínimo una persona. Por tanto, si la plaza tiene 2400 m^2 de superficie, entonces cabrán 2400 personas. Sin embargo, la conclusión es contradictoria, pues se menciona que se tiene en cuenta la gente sentada, que se asume que ocupa 2 m^2 cada una, el espacio que ocupa el escenario y las salidas de emergencia y esta información no se emplea para reducir los 2400 m^2 de la plaza. También en este caso se estiman medidas de manera poco realista.

5. Error de inversión

El error de inversión hace referencia a la elección de la operación inversa a la correcta en la resolución de un problema matemático. Como puede observarse en la Figura 9, el estudiante comente un error de inversión pues divide en lugar de multiplicar. Asume que en un metro cuadrado caben tres personas y, como la plaza dice que tiene una superficie de 5500 m^2, entonces divide esta área entre tres para obtener la estimación pedida.

> Gracias a la app de google mapas, he podido medir más o menos cuántos metros tiene la Plaza Mayor de Castellón, tiene 50m de altura y 110m de base. Por lo que el área de la plaza será de 5500m^2. Si llegamos a la conclusión de que hay aproximadamente 5500m cuadrados de plaza, y sabiendo que la cantidad de personas que caben en un metro cuadrado oscila entre 3 o 4; dividiendo 5500 entre 3, para saber la cantidad de personas que caben en la plaza, saldría que caben 1833 personas, lejos del número que había estimado Vicente.

Figura 9: Error de inversión

6. Validación incoherente

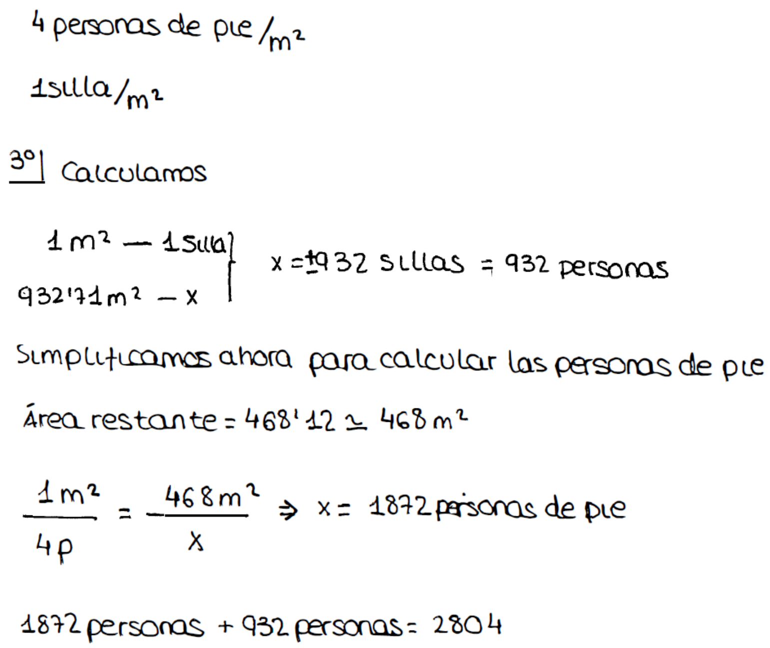
Una de las características más importantes de las tareas de modelización es la interpretación del resultado obtenido en relación con el problema dado para obtener resultados reales [10]. En el ejemplo mostrado en la Figura 10 se observa una validación incoherente para concluir el problema, pues el argumento para sostener la viabilidad de la afirmación de Vicente se basa en la población total de Castellón. Esta afirmación se presenta desligada de los cálculos realizados durante la resolución por el estudiante y del planteamiento de resolución del enunciado del problema.

> Para solucionar este presunto problema o esta curiosidad hemos empezado midiendo (de forma generosa) la Plaza Mayor de Castellón con la herramienta Google Maps. Así pues, esta medición nos dice que la plaza tiene, aproximadamente, 1.871,42m² (adjuntamos foto al final de la actividad). Siendo nosotros aún más generosos lo redondearemos a 1.900m² para trabajar con números exactos. Supongamos que destina 200m² para montar el escenario de dicho concierto. De esos 1.700m² restantes, 600 m² los destinan a poner sillas (cada metro cuadrado caben 2 sillas) y 1.100m² para la gente que está de pie. Como dicen que no cabe ni un alfiler, en el mejor de los casos, podrían haber tres personas por metro cuadrado.
>
> Esto nos da los siguientes datos:
>
> - Personas que ocupan sillas, 1.200
> - Personas que están de pie, 3.300
> - Total de personas que asisten al acto 4.500
>
> Teniendo en cuenta estos datos, además de que la población total de Castellón es de 170.244 habitantes en el año 2016 según la OMS, es probable que asistieran más de 3.000 personas en el concierto de fiestas.

Figura 10: Ejemplo en el que se valida incoherentemente

Análisis de las producciones escritas del Grupo 2

En el Grupo 2, únicamente se ha detectado un error y es del tipo sobreutilización de la regla de tres. Esta situación era de esperar pues, como se ha comentado anteriormente, este alumnado había recibido formación en modelización matemática durante todo el curso. No solamente no se han cometido errores en cuanto a la consecución del ciclo de modelización, sino que se han reducido los errores matemáticos conceptuales y procedimentales respecto al Grupo 1.



4 personas de pie $/m^2$

1 silla $/m^2$

3º Calculamos

$\left.\begin{array}{l} 1\,m^2 - 1\,silla \\ 932'71\,m^2 - x \end{array}\right\}$ $x = 932$ sillas $= 932$ personas

Simplificamos ahora para calcular las personas de pie

Área restante $= 468'12 \simeq 468\,m^2$

$\frac{1\,m^2}{4p} = \frac{468\,m^2}{x} \Rightarrow x = 1872$ personas de pie

1872 personas + 932 personas = 2804

Figura 11: Ejemplo de utilización innecesario de la regla de tres en el Grupo 2

Resumen de errores

En el análisis de resultados que se realizó de las producciones escritas de las resoluciones del Grupo 1 se pudo observar que, en la mayoría de resoluciones analizadas, los estudiantes cometen más de un error de los seis que se enumeran. Estos errores disminuyeron considerablemente en las producciones escritas de los estudiantes del Grupo 2. En la Tabla 1 puede observarse un resumen con la frecuencia con la que se ha cometido cada uno de los errores con la clasificación expuesta en este trabajo.

Tabla 1: Frecuencias de cada uno de los errores por grupo.

Tipo de error	*Frec. Grupo 1*	*Frec. Grupo 2*
Error 1	64 %	
Error 2	16 %	18 %
Error 3	7 %	
Error 4	9 %	
Error 5	4 %	
Error 6	23 %	
Sin errores	18 %	82 %

Fuente: Elaboración propia a partir de datos públicos.

CONCLUSIONES

El presente estudio forma parte de un estudio más amplio, donde se pretende categorizar los errores procedimentales y conceptuales que comenten los futuros maestros de Educación Primaria al resolver una tarea de modelización relacionada con la medida de magnitudes.

El estudio se está realizando con tres problemas de modelización donde se analizan las respuestas de los alumnos del grado de Maestro/a en Educación Primaria de la Universitat de Valencia. Los grupos elegidos son grupos naturales de futuros maestros y las resoluciones pueden ser individuales, de manera que sólo se recogen producciones escritas, o grupales, en donde las evidencias incluyen la grabación en audio de las discusiones del grupo durante la resolución.

En este trabajo, se ha corroborado, por una parte, que los errores matemáticos conceptuales y procedimentales cometidos por los estudiantes al resolver una tarea de medida de magnitudes compleja y abierta se asemejan a los encontrados en estudios anteriores de las autoras [11] y, por otra parte, que la introducción en las asignaturas de grado de la modelización matemática puede contribuir a la reducción de estas carencias en los futuros profesores de primaria. Ahora bien, esta investigación se encuentra en una fase muy preliminar que habrá que corroborar con estudios que involucren más resoluciones para confirmar lo que apuntan los resultados de la literatura especializada.

REFERENCIAS

[1] Hatano, G. (2003). Foreword. En A.J Baroody, y A. Dowker (ed.) *The Development of Arithmetic Concepts and Skills*, xi-xiii. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

[2] Maaß, K. (2006). What are modeling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38*(2), 113-142.

[3] Blum, W., y Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 37–68.

[4] Kaiser, G., y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 38*(3), 302–310.

[5] Palm, T. (2007). Features and impact of the authenticity of applied mathematical school tasks. En W. Blum et al. (Eds.), *Applications and modelling in mathematics education; new ICMI studies series no. 10* (pp. 201–208). New York: Springer.

[6] Blomhøj, M., y Hoff Kjeldsen, T. (2006). Teaching mathematical modelling through project work—Experiences from an in-service course for upper secondary teachers. *ZDM—Mathematics Education, 38*(2), 163–177.

[7] Schwarz, B., y Kaiser, G. (2007). Mathematical modelling in school – Experiences from a project integrating school and university. In D. Pitta-Pantazi y G. Philippou (Eds.), *CERME 5 – Proceedings of the fourth congress of the European Society for Research in mathematics education* (pp. 2180–2189).

[8] Maaß, K., y Gurlitt, J. (2011). LEMA—Professional development of teachers in relation to mathematics modelling. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri y G. Stillman (Eds.), *Trends in the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 629–639). Dordrecht: Springer.

[9] Van Dooren, W., De Bock, D., Janssens, D., y Verschaffel, L. (2008). The linear imperative: An inventory and conceptual analysis of students' overuse of linearity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 311-342.

[10] Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM Mathematics Education, 38*(2), 86-95.

[11] Pla-Castells, M., Melchor Borja, C. y Chaparro, G. (en prensa, 2021). Errores y dificultades de los futuros maestros de educación primaria al afrontar un problema de modelización asociado a la medida de magnitudes. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas.*