

# Evaluación de conceptos clave de Matemáticas en Ciencia de Materiales

A. Pruna<sup>a,1</sup>, E.M. Sánchez-Orgaz<sup>b,2</sup>, Estívaliz Lozano-Mínguez<sup>c,3</sup>

<sup>a,b</sup> Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales. ETSID. Universitat Politècnica de València (UPV) (SPAIN)

<sup>c</sup> Departamento de Ingeniería de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras. ETSCCP. Universitat Politècnica de València (UPV) (SPAIN)

<sup>1</sup>apruna@itm.upv.es; <sup>2</sup>evsncor@upvnet.upv.es; <sup>3</sup>eslomin@upv.es

## Assessment of Threshold Mathematical Concepts in Materials Science

### RESUMEN

Las Matemáticas son fundamentales en todas las ramas de la ingeniería, al facilitar la comprensión de fenómenos físicos y el abordaje de problemas técnicos complejos. Por ello, el presente trabajo describe el diseño e implementación de una herramienta didáctica para evaluar conceptos umbral de matemáticas en la asignatura de Ciencia de Materiales. La propuesta se ha desarrollado para estudiantes internacionales de intercambio en la Universitat Politècnica de València (UPV), durante los cursos 2023-2024 y 2024-2025. El objetivo es analizar la relación entre los conocimientos previos y la evolución del aprendizaje durante el curso. Para ello, se ha aplicado un test diagnóstico inicial cuyos resultados se comparan con los del examen final. Este enfoque permite identificar tanto el grado de consolidación de los conceptos clave como la persistencia de errores conceptuales. Los resultados muestran debilidades en el aprendizaje y evidencian la utilidad de la herramienta como apoyo docente en entornos multiculturales.

**Palabras clave:** Matemáticas; Ciencia de Materiales; Conceptos umbral; Multiculturalidad en el aula

### ABSTRACT

It is a fact that prior understanding eases the acquisition of a new concept. The aim of this study is to observe the evolution of threshold concepts within a Material Science subject and identify whether there is a deficient transfer of knowledge impeding the acquisition of discipline concepts. Given the importance of Mathematics background in the discipline of Materials Science, a voluntary multiple-choice quiz was designed for Mathematics concept checks and applied in class, during the first course session. The quiz consisted of 2 concepts, namely measuring units and formulas which were assessed in 2 dimensions: factual recalls and applications. The work group refers to International Exchange students incoming to Universitat Politècnica de València during the academic year 2024-2025. During the course, the mentioned Mathematics

concepts were revisited together with the discipline's ones in varying examples, to reinforce them and the transfer of prior knowledge. The evolution of threshold concepts was observed from the frequency of faulty / absent concepts and deficient transfer of knowledge in the initial quiz and in the midterm and final official examinations. The satisfaction survey results on the reinforcing instrument were contrasted with the evolution of concept frequency. The results of this study allow the identification of faulty or absent threshold concepts, as well as deficient transfer of Mathematics knowledge and the effect on the learning process within the discipline of Materials Science.

**Keywords:** Mathematics; threshold concept; quiz; international exchange; Materials Science

## INTRODUCCIÓN

Los logros académicos se ven claramente afectados por los antecedentes del estudiantado, así como por otros factores como el género o la edad. Los factores que más afectan al proceso de aprendizaje son la ausencia o la deficiencia en los conocimientos previamente adquiridos. Estas carencias suponen un peor desempeño del estudiantado y un decremento en la calidad del aprendizaje [1, 2].

La importancia de los conceptos matemáticos dentro de las asignaturas de ingeniería es muy elevada, constituyendo la base para muchas de ellas. De hecho, en los planes de estudios de las asignaturas de Ciencia de Materiales se indica que los conceptos matemáticos son conocimientos umbral para poder aprobar la asignatura. Teniendo en cuenta estas circunstancias, se requiere la evaluación de conocimientos previos de Matemáticas como apoyo al proceso de aprendizaje [3]. La elección de conceptos a evaluar y el cronograma de evaluación son los factores más relevantes en relación a la realización de un test de conocimientos previos [4]. En este sentido, la realización del test de conocimientos previos a principio de curso sería lo más apropiado [5]. Por otra parte, los test de respuesta múltiple pueden contribuir a reactivar aquellos conocimientos menos consolidados [6].

En un estudio previo, se diseñó un test de respuesta múltiple para evaluar los conocimientos previos de Matemáticas considerando conceptos como unidades de medida y fórmulas [7]. Esta herramienta se testó desde el curso académico 2022-2023 con estudiantes de ingeniería de la Universitat Politècnica de València (UPV). El cuestionario sobre conceptos umbral estaba compuesto por un 20% de preguntas de recuerdo factual y un 80% de preguntas de aplicación de conceptos. La encuesta de satisfacción acerca de la utilidad del test de conocimientos previos al inicio del curso para la mejora del proceso de aprendizaje indicó que el 82% del estudiantado que la cumplió estaba satisfecho [7]. Los resultados previos indicaron que todos los estudiantes presentaban dificultades con los conocimientos aprendidos de memoria y con la aplicación de conocimientos complejos. El desempeño de los estudiantes en las preguntas que requerían de la utilización de la memoria mecánica y de fórmulas mejoró a final de curso, a pesar del hecho de que el número de conceptos estudiados y su complejidad había aumentado a lo largo del curso. Las calificaciones finales mejoraron debido a la motivación del estudiantado antes del examen final, debido a que adoptaron una actitud más consciente acerca de sus capacidades que ayudó a determinar su puntuación final [8].

Hay evidencias científicas que demuestran que evaluar el conocimiento puede ayudar a mejorar el proceso de aprendizaje [9], ya que permite utilizar preguntas sencillas que requieran únicamente de la utilización de la memoria mecánica [10] y de la transferencia de conocimiento [11]. Así pues, se llevó a cabo una experiencia donde el estudiantado podía realizar test de práctica online como una herramienta útil para la mejora de conocimientos previos de Matemáticas en los planes de estudios de ingeniería [12]. La motivación y el proceso de aprendizaje del estudiantado mejoró con la utilización de las pruebas prácticas, gracias al apoyo que brindan en la transferencia de conocimiento.

En la literatura se pueden encontrar un elevado número de investigaciones acerca de las herramientas de evaluación, sin embargo, en la información disponible acerca de la evaluación de conocimientos previos de Matemáticas en estudiantes de ingeniería es limitada. Además, el caso de estudiantes de intercambio es más complejo debido a los diferentes sistemas educativos e idiomas, sumados al hecho de vivir en el extranjero. Se ha observado que es relevante investigar la evolución de los conceptos matemáticos a lo largo del curso. Con este propósito, se realizó una prueba acerca de los conceptos iniciales de Matemáticas. Los test de prácticas se pusieron a disposición del estudiantado con el objetivo de mejorar su conocimiento acerca de los conocimientos previos y testar su aprendizaje antes de los exámenes oficiales. El tipo de error de concepto se identificó con la ayuda del test inicial, y los exámenes de mitad y final de curso. La frecuencia con la que aparecieron estos errores de concepto se comparó entre diferentes semestres para evaluar la mejora de los conocimientos previos. Se empleó un escenario sin riesgo (es decir, sin consecuencias académicas) como enfoque para permitir que el testeо de conocimientos de conceptos umbral fuera considerado por los estudiantes como un evento de aprendizaje, sin elementos que inhibieran su desempeño o rendimiento [13].

## METODOLOGÍA

Los instrumentos propuestos se testaron en un pequeño grupo de individuos que incluía a 10 estudiantes de ingeniería extranjeros matriculados en diferentes semestres durante los años académicos 2023-2025 en la UPV (los estudiantes involucrados en cada semestre eran diferentes). Los instrumentos propuestos consistieron en una prueba voluntaria online acerca de conocimientos básicos de Matemáticas que son necesarios para cualquier estudiante de ingeniería matriculado en el curso de Ciencia de Materiales. La prueba se llevó a cabo durante la primera semana de curso. La estructura del test incluyó dos conceptos, nombrados como unidades de medida y fórmulas, con un peso del 20% y del 80% respectivamente. La prueba contenía preguntas de respuesta múltiple con una única respuesta correcta. Los resultados correctos se contabilizaban con 1 punto y con 0 los incorrectos o no respondidos. Las puntuaciones obtenidas no se incluyeron en la calificación de la asignatura. Dado que los test eran voluntarios, el número de cuestiones fue restringido a 10 con el objetivo de mejorar el ratio de respuestas. Los conceptos erróneos se identificaron en la prueba inicial, además de en el examen de mitad y de final de semestre. Las pruebas voluntarias se pusieron a disposición del estudiantado para que pudiesen estudiar y mejorar su conocimiento.

## RESULTADOS

Los conceptos matemáticos se evaluaron en el test inicial con el propósito de identificar los conceptos erróneos, sin que estos resultados influyesen en la calificación final de la asignatura. La Tabla 1 muestra la frecuencia con la que los estudiantes fallaron en alguno de los conceptos previos a evaluar. Como se puede observar, se registraron menos fallos en los conceptos matemáticos aprendidos de memoria que en aquellos que requerían pensar sobre cómo aplicarlos a una tarea concreta.

**Tabla 1:** Frecuencia de errores en conceptos de conocimientos previos de Matemáticas

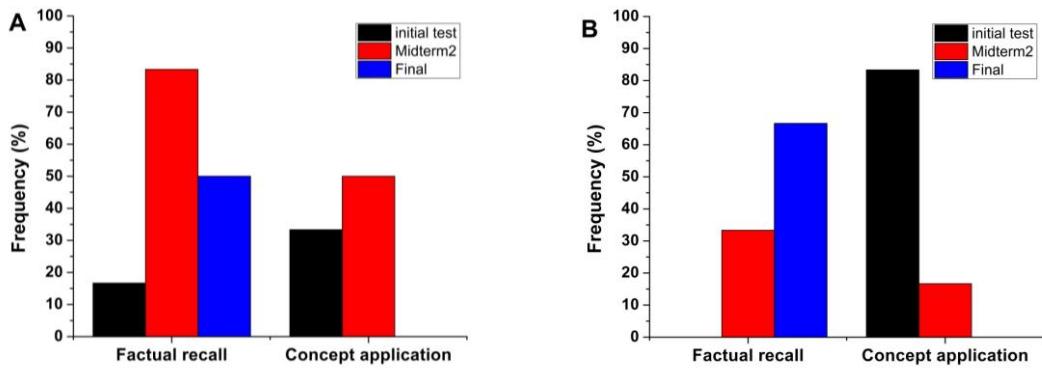
<b>Concepto</b>	<b>Tipo</b>	<b>Frecuencia Otoño24 (%)</b>	<b>Frecuencia Primavera24 (%)</b>	<b>Frecuencia Otoño23 (%)</b>
Unidades de medida	Memoria	25.00	0.00	16.67
Unidades de medida	Aplicación de conceptos	75.00	66.67	33.33
Fórmulas	Memoria	50.00	33.33	0.00
Fórmulas	Aplicación de conceptos	75.00	100.00	83.33

Fuente: Elaboración propia.

En cuanto a las unidades de medida, el estudiantado que cometió menos fallos, tanto en unidades de medida como en aplicación de fórmulas, fue el matriculado el semestre de Otoño23. Las preguntas acerca de las fórmulas matemáticas permitieron observar una mayor frecuencia de fallos en términos de memoria que las unidades de medida, lo que parece querer indicar que hay una transferencia de conocimiento defectuosa. La menor frecuencia de fallos en lo que a aplicación de fórmulas se refiere ha demostrado ser la de los estudiantes matriculados en el semestre de Otoño23. La frecuencia más elevada de errores en términos de recordar fórmulas se registró en los estudiantes del semestre de Otoño24.

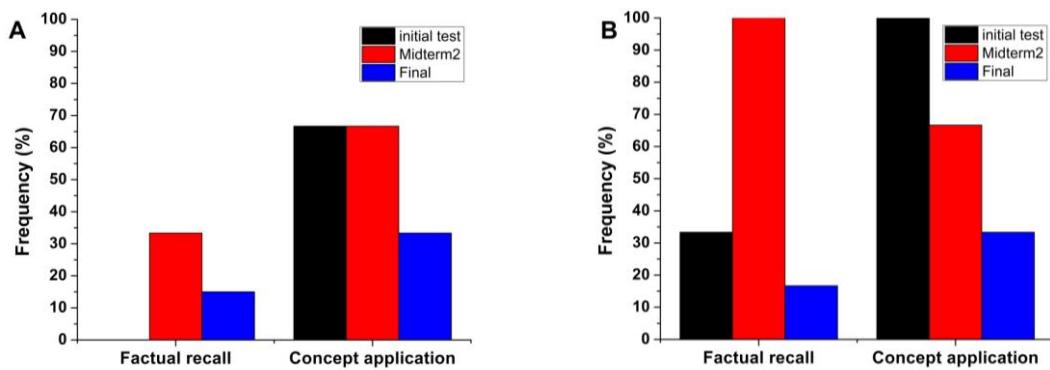
A medida que los estudiantes tenían la oportunidad de mejorar su proceso de aprendizaje a través del acceso a los test voluntarios de prácticas, se pudo evaluar la evolución de los fallos en conceptos previos de Matemáticas en el examen de mitad de semestre. En este punto cabe destacar que los errores del mismo tipo solamente se contabilizaron la primera vez que aparecían en el examen. Además, la ausencia de un concepto también se contabilizó como un error en la evaluación. El examen de mitad de semestre tenía menos conceptos nuevos que el de fin de curso, por lo que en este último también se analizaron los resultados.

En la Figura 1 se muestra que los estudiantes matriculados durante el semestre de Otoño23 cometieron más errores de unidades de medida durante el examen de mitad de semestre que en el examen final. En cuanto a las fórmulas, los errores en preguntas de memoria aumentaron durante los exámenes de mitad de semestre y final, pero la aplicación de los conceptos fue buena.



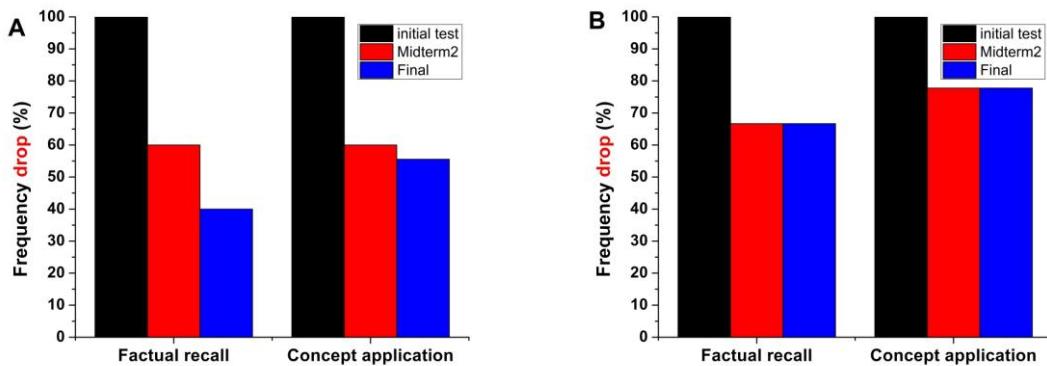
**Figura 1:** Frecuencia de fallos de conceptos previos de Matemáticas a lo largo del semestre:  
a) unidades de medida; b) fórmulas durante el semestre Otoño23.  
(Fuente: Elaboración propia)

Con respecto a los estudiantes matriculados durante el semestre de Primavera24, la Figura 2 muestra la evolución de la frecuencia de errores en los conceptos previos de Matemáticas. Se observó la misma tendencia, es decir, que los estudiantes generalmente mostraron una frecuencia de errores más elevada durante el de mitad de semestre, pero esta disminuyó en el examen final, lo que apunta a un aumento de la procrastinación a lo largo del semestre, con un aumento de la conciencia de los estudiantes solo al final.



**Figura 2:** Frecuencia de fallos de conceptos previos de Matemáticas a lo largo del semestre:  
a) unidades de medida; b) fórmulas durante el semestre Primavera24.  
(Fuente: Elaboración propia)

Los estudiantes matriculados durante el semestre Otoño24, en cambio, mostraron una tendencia continuada de disminución en la frecuencia de fallos. Así, la caída en la frecuencia de fallos presentada en la Figura 3 indica una mejora en los conceptos de aproximadamente el 50% con respecto a la prueba inicial para medir el concepto de unidades y mejoras de alrededor del 30-35% en el concepto de fórmulas. Estos resultados apuntan a una actitud más despreocupada inicialmente hacia la prueba de conocimientos previos, y la constante evolución de los estudiantes durante los exámenes oficiales muestra una buena transferencia de conocimientos de los conceptos de Matemáticas para esta generación de estudiantes.



**Figura 3:** Frecuencia de fallos de conceptos previos de Matemáticas a lo largo del semestre:  
a) unidades de medida; b) fórmulas durante el semestre Otoño24.  
(Fuente: Elaboración propia)

El concepto de fórmulas registró una frecuencia de errores más alta que las unidades de medida, lo que se puede atribuir a una mayor complejidad de comprensión. La frecuencia de errores más alta se pudo observar en la aplicación del concepto de la fórmula. Por otro lado, el examen de mitad de semestre indicó que la frecuencia de errores en las unidades de medida aumentó, lo que se puede atribuir a los nuevos conocimientos del tema explicados durante el curso. El concepto de fórmula no mostró errores, lo que podría atribuirse a una mejora en el aprendizaje a lo largo del curso y a una mayor conciencia por parte de los estudiantes.

Con el objetivo de comprender mejor la evolución de los conceptos anteriores a lo largo del curso, se compararon las calificaciones promedio de los exámenes parciales oficiales para cada generación de estudiantes y su correlación con la frecuencia de errores en la prueba de conocimiento previo inicial. La Tabla 2 también presenta las calificaciones promedio en los exámenes parciales junto con las puntuaciones de autoevaluación de los estudiantes en una encuesta de percepción, respecto a su comprensión sobre la materia y su entusiasmo por adquirir nuevos conceptos. Como regla general, se observó que las calificaciones en el examen de mitad de curso están fuertemente correlacionadas con la comprensión del estudiante; es decir, los estudiantes que se autoevaluaron con baja comprensión de la materia mostraron una menor frecuencia de errores y tuvieron un mejor desempeño en el examen de mitad de curso, mientras que la generación de estudiantes que se autoevaluó con la mayor comprensión registró las calificaciones más bajas en el examen de mitad de curso. Estos resultados apuntan a una procrastinación cuando los estudiantes se sienten más seguros de su conocimiento y a un mayor esfuerzo por hacer frente a nuevos conceptos cuando se sienten menos seguros. Como todas las generaciones se autoevaluaron con más entusiasmo que la media hacia la materia, y por lo tanto hacia la adquisición de nuevos conceptos y el aumento de la transferencia de conocimiento, sus calificaciones mejoraron en el examen final, como lo indica la menor frecuencia de fallos presentada arriba. En general, se encontró que el aumento de calificaciones hacia el examen final estaba correlacionado con el entusiasmo inicial mostrado por el estudiantado, así que un mayor entusiasmo resultó en el mayor aumento de calificaciones de aproximadamente un 22%. La generación de estudiantes que mostró menos frecuencia de fallos también registró la calificación más alta en el examen final. Los resultados pueden atribuirse a una combinación de factores sociales e

individuales. Asimismo, el elevado nivel de satisfacción manifestado por el estudiantado al finalizar el curso, tanto con la enseñanza como con su propio aprendizaje, sugiere que las mejoras en el rendimiento académico se reflejan en un mayor entusiasmo y en una mayor autoconfianza al término de la asignatura. Además, el alumnado también ha mostrado un alto grado de satisfacción con la aplicación del cuestionario inicial sobre conceptos clave, al considerarlo una herramienta útil para motivar y concienciar sobre sus conocimientos de partida. En cualquier caso, el entusiasmo del estudiantado constituye un fenómeno complejo y de gran interés, por lo que se plantea profundizar en su análisis en estudios futuros.

**Tabla 2:** Puntuación acerca de entusiasmo y comprensión hacia la materia de Ciencia de Materiales en la encuesta de percepción en una escala de Likert del 1 al 5 (1 – ninguno; 5 – sobresaliente) y las calificaciones obtenidas.

<i><b>Curso</b></i>	<i><b>Comprensión</b></i>	<i><b>Entusiasmo</b></i>	<i><b>Calificación mitad de semestre</b></i>	<i><b>Calificación final</b></i>
Primavera24	3.7	4.0	5.9	7.2
Otoño24	2.7	3.6	6.33	7.16
Otoño23	2.3	3.3	7.4	8.8

Fuente: Elaboración propia.

## **CONCLUSIONES**

Una prueba inicial de Matemáticas que incluye conceptos básicos sobre unidades de medida y fórmulas fue diseñada como un cuestionario voluntario de opción múltiple de 10 preguntas dentro del curso de Ciencia de Materiales. Los estudiantes también se autoevaluaron respecto a su comprensión del tema y su entusiasmo por adquirir nuevos conceptos y su transferencia. La estructura del cuestionario inicial incluía preguntas que requerían utilizar conceptos aprendidos de memoria (20%) y aplicaciones conceptuales (80%). Los resultados obtenidos confirman que los estudiantes muestran más carencias de conocimiento en relación con los conceptos de fórmula y hacia la aplicación de conceptos que en el recuerdo fáctico. La evolución de los fallos conceptuales a lo largo del semestre para diferentes generaciones indicó que los estudiantes generalmente procrastinan hasta el examen final, cuando aumenta la concienciación. Las dificultades para afrontar diferentes sistemas educativos también pueden tenerse en cuenta para la evolución al inicio de los semestres. Las calificaciones promedio en los exámenes oficiales reflejan la autoevaluación del estudiante respecto a su comprensión de la materia, donde una menor comprensión indujo más conciencia, lo que a su vez redujo los errores y aumentó las calificaciones. La mejora hacia el final del semestre, y por ende la calificación final, está fuertemente relacionada con el entusiasmo de los estudiantes hacia la adquisición de nuevos conceptos.

## **AGRADECIMIENTOS**

Las autoras agradecen a la UPV por su financiación a través del Proyecto de Innovación y Mejora Educativa, PIME/22-23/342.

## REFERENCIAS

- [1] Duff, A., Understanding academic performance and progression of first-year accounting and business economics undergraduates: The role of approaches to learning and prior academic achievement, *Accounting Education*, 13(4), 409-430 (2004).
- [2] Engerman, K., Bailey, U.J.O., "Family decision-making style, peer group affiliation and prior academic achievement as predictor of the academic achievement of African American students." *The Journal of Negro Education*, 75(3), 443-457 (2006).
- [3] Shapiro, A.M., How including prior knowledge as a subject variable may change the outcomes of learning research. *American Educational Research Journal*, 41(1), 159–189 (2004).
- [4] Ayán, M.N.R., García, M.T.C., Prediction of university students' academic achievement by linear and logistic models. *Journal of Psychology*, 11 (1), 275-288 (2008).
- [5] Martin, A.J., Wilson, R., Liem, G.A.D., Ginns, P., Academic momentum at university/college: Exploring the roles of prior learning, life experience, and ongoing performance in academic achievement across time. *The Journal of Higher Education*, 84 (5), 640-674, 2016.
- [6] Cantor, A.D., Eslick, A.N., Marsh, E.J., Bjork, R.A., Bjork, E.L., Multiple-choice tests stabilize access to marginal knowledge. *Memory Cognitive*, 43, 193–205 (2015).
- [7] Pruna, A.I., Salas, F., Vicente Escuder, A., Sánchez-Orgaz, E.M., Martínez-Sanchis, S., Experiences in designing threshold math concepts quiz for a materials science course. *EDULEARN23 Proceedings*, ISBN: 978-84-09-52151-7, 3231-3236 (2023) doi: 10.21125/edulearn.2023.0895.
- [8] Pruna, A., Vicente Escuder, A., Sánchez-Orgaz, E.M., Martínez-Sanchis, S., Experiences in Instrument designing for improving threshold concepts within a Materials science course *EDULEARN24 Proceedings*, ISBN: 978-84-09-62938-1, 5680-5685 (2024), doi: 10.21125/edulearn.2024.1373.
- [9] Brame, C.J., Biel, R., Test-enhanced learning: the potential for testing to promote greater learning in undergraduate science courses. *CBE Life Science Education*, 14(2), 14:es4 (2015).
- [10] Smith, M.A., Karpicke J.D., Retrieval practice with short-answer, multiple-choice, and hybrid tests. 22, 784–802 (2014).
- [11] Butler, A.C., Repeated testing produces superior transfer of learning relative to repeated studying. *Journal Experiments Psychology Learning Memory Cognitive*, 36, 1118–1133 (2010).
- [12] Pruna, A., Reyes-Tolosa, M.D., Sánchez-Orgaz, E.M., Martínez-Sanchis, S., Threshold concepts within a materials science course: international exchange students, *ICERI2024 Proceedings* of ISBN: ISBN: 978-84-09-63010-3, 6676 (2024).
- [13] Pulfrey, C., Buchs, C., Butera, F., Why grades engender performance-avoidance goals: the mediating role of autonomous motivation., *Journal of Educational Psychology*, 103, 683–700 (2011).