

Una intervención docente basada en la detección de errores del alumnado

Carmen Melchor Borja¹

¹ Departament de Didàctica de la Matemàtica-Facultat de Formació del Professorat, Universitat de València, Av. Tarongers 4, 46022 València, Spain, carmen.melchor-borja@uv.es

A teaching intervention based on the detection of student errors

RESUMEN

Esta contribución presenta una intervención docente en la asignatura Didáctica de la Geometría, la Medida y la Probabilidad y la Estadística del Grado en Maestro/a en Educación Primaria, centrada en el análisis de errores por parte del alumnado mediante autoevaluación, evaluación entre pares y retroalimentación docente. La propuesta se aplica a los cuatro bloques temáticos de la materia y se articula a partir de pruebas iniciales en cada uno de ellos. En este trabajo se ejemplifica su implementación en los dos primeros temas, correspondientes al área de geometría. Los resultados evidencian mejoras en la comprensión conceptual, la capacidad de argumentación y el rendimiento académico, y ponen de relieve el potencial de esta estrategia como herramienta didáctica eficaz, replicable y adaptable a otros contenidos.

Palabras clave: Análisis de errores, Autoevaluación, Evaluación por pares, Retroalimentación docente.

ABSTRACT

This contribution presents a teaching intervention in the subject Didactics of Geometry, Measurement, Probability and Statistics in the Primary Education Teacher Training Degree, focused on the analysis of errors made by students through self-assessment, peer assessment and teacher feedback. The proposal is applied to the four thematic blocks of the subject and is structured around initial tests in each of them. This paper illustrates its implementation in the first two topics, corresponding to the area of geometry. The results show improvements in conceptual understanding, argumentation skills and academic performance, and highlight the potential of this strategy as an effective teaching tool that can be replicated and adapted to other content.

Translated with DeepL.com (free version)

Keywords: Error analysis, Self-assessment, Peer assessment, Teacher feedback.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria se enfrentan a retos particulares debido a la naturaleza abstracta y progresiva de los contenidos. La geometría, la medida, la probabilidad y la estadística requieren no solo la memorización de definiciones o la aplicación de algoritmos, sino también el desarrollo de capacidades cognitivas como la visualización, la clasificación, la argumentación lógica y la interpretación crítica de representaciones. En este contexto, los errores cometidos por el estudiantado constituyen una fuente de información de gran valor. Lejos de considerarlos únicamente como fallos que deben evitarse, los errores ofrecen información sobre cómo se están construyendo los conceptos y qué obstáculos dificultan su comprensión. Radatz (1980) señalaba ya hace décadas que los errores constituyen indicadores valiosos del proceso de aprendizaje, mientras que Borasi (1987) los concebía como oportunidades pedagógicas para profundizar en la comprensión. Esta perspectiva, ampliamente respaldada por investigaciones posteriores como las de McLaren et al. (2012) y Rushton (2018), subraya la necesidad de integrar el análisis de errores en las metodologías de enseñanza de las matemáticas.

En el marco de la LOMLOE y del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES), la formación inicial del profesorado requiere estrategias pedagógicas que fomenten no solo el conocimiento disciplinar, sino también el desarrollo de competencias evaluativas. En particular, conocer las dificultades y los errores en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de la educación primaria y los procesos cognitivos es una de las competencias específicas propia de las Didáctica de las Matemáticas sobre las que se organiza el grado. Por tanto, en este contexto resulta clave introducir herramientas metodológicas que no sólo transmitan conocimiento, sino que desarrollen la capacidad crítica del futuro docente para interpretar y responder a los errores de su alumnado. Esta estrategia, además, conecta con modelos educativos actuales que apuestan por metodologías activas, autorregulación del aprendizaje y evaluación formativa.

Este trabajo se sitúa en el marco de la asignatura Didáctica de la Geometría, la Medida y la Probabilidad y la Estadística, que forma parte del cuarto curso del Grado en Maestro/a en Educación Primaria. Dicha asignatura se organiza en cuatro grandes bloques temáticos que abarcan la enseñanza y el aprendizaje de formas planas y cuerpos tridimensionales, la orientación, la visualización y las transformaciones geométricas, la medida y, finalmente, la probabilidad y la estadística. En cada uno de estos bloques se trabajan contenidos específicos, se analizan las dificultades habituales y se proponen recursos didácticos para la enseñanza de la matemática escolar.

Esta intervención tiene alcance sobre los cuatro temas en su implementación completa, pero este trabajo se centra únicamente en ejemplificar la propuesta en los dos primeros, los dedicados a las formas planas y los cuerpos tridimensionales y a la orientación, la visualización y las transformaciones geométricas. Estos dos bloques resultan especialmente adecuados para mostrar

cómo el análisis de errores contribuye al aprendizaje, ya que se caracterizan por la fuerte influencia de los prototipos, la confusión entre definiciones e imágenes conceptuales y las dificultades derivadas de la visualización espacial.

METODOLOGÍA

La propuesta metodológica se diseñó siguiendo una secuencia común en todos los temas de la asignatura, aunque en este trabajo se presentan únicamente las experiencias correspondientes a los dos primeros bloques. En primer lugar, se aplicó una prueba diagnóstica inicial destinada a identificar los errores más comunes del estudiantado antes de la enseñanza formal del tema. Esta prueba incluyó actividades seleccionadas de acuerdo con la literatura previa sobre dificultades en geometría y visualización del alumnado de la etapa de Educación Primaria (Barrantes-López y Zapata-Esteves, 2008; Battista, 2007). A continuación, se desarrollaron los contenidos mediante sesiones en las que se combinaron explicaciones sobre los marcos teóricos que fundamentan la didáctica subyacente en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Se ejemplificaron errores y dificultades cometidos por alumnado de la etapa de Educación Primaria y se propusieron recursos didácticos para la enseñanza.

A continuación, se realizó una sesión de autoevaluación de la prueba inicial, en la que cada persona debía detectar y clasificar sus propios errores sin disponer de un modelo de solución. Se habían trabajado ejemplos de errores similares en sesiones anteriores, pero no se proporcionó la solución a la prueba. Después se realizó la coevaluación, en la que cada estudiante revisó la prueba de un compañero o una compañera, nuevamente sin ejemplos resueltos. Finalmente y en otra sesión, se produjo la corrección de la prueba por parte de la docente, que proporcionó las soluciones correctas, comentó los errores más frecuentes y valoró especialmente la calidad del razonamiento manifestado durante la autoevaluación y la coevaluación.

El fundamento teórico de la propuesta en el primer tema se apoyó en el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele (1986), que distingue entre distintos niveles de progresión desde el reconocimiento visual hasta el rigor formal, y en las aportaciones de Vinner (1991), quien diferenció entre la imagen conceptual y la definición conceptual, mostrando cómo muchos errores se derivan de la influencia excesiva de los prototipos visuales frente a las propiedades formales. En el segundo tema, centrado en orientación, visualización y transformaciones geométricas, se retomaron las investigaciones de Piaget e Inhelder (1956) sobre el desarrollo de las nociones espaciales, así como los estudios de Bishop (1989) y Presmeg (1986) sobre imágenes mentales y visualización. También se consideraron las aportaciones de Del Grande (1990) acerca de las habilidades de visualización y los trabajos de Jaime y Gutiérrez (1996) y Gualdrón y Gutiérrez (2006) sobre errores frecuentes en la comprensión de isometrías y semejanzas.

Las tareas seleccionadas en ambas pruebas respondieron a la necesidad de hacer aflorar errores documentados en la literatura. En el primer tema, se incluyeron figuras en posiciones no prototípicas, cuerpos tridimensionales

representados en proyección plana y clasificaciones que exigían un uso preciso de la terminología. En el segundo tema, las actividades se centraron en la rotación, la simetría, la traslación, el plegado y desplegado de figuras y el trazado de trayectorias en planos y mapas. La autoevaluación y la coevaluación se apoyaron en guías que pedían identificar el error, clasificarlo, explicar su origen y proponer una corrección fundamentada en propiedades matemáticas.

Para el análisis de resultados se establecieron categorías de errores inspiradas en la investigación previa: errores de orientación, de estructuración, terminológicos, de definición y clasificación, de visualización espacial y de transformaciones geométricas. Esta clasificación permitió sistematizar las producciones del estudiantado y sus análisis de los errores.

RESULTADOS

El análisis de las pruebas iniciales mostró que en el primer tema se repetían con frecuencia errores derivados de la dependencia de prototipos y de la confusión entre imagen y definición conceptual. Era habitual que figuras con orientaciones atípicas no fueran reconocidas como ejemplos válidos de una categoría geométrica, o que se confundieran rombos con cuadrados debido a su semejanza visual. También se observaron errores terminológicos, como denominar trapezoide a cualquier cuadrilátero convexo, y dificultades para interpretar cuerpos tridimensionales representados en dos dimensiones. Estas dificultades coinciden con lo señalado por Barrantes-López y Zapata-Esteves (2008), quienes identifican los distractores de orientación y estructuración como obstáculos frecuentes en la enseñanza de las figuras geométricas.

En el segundo tema, los errores más comunes se relacionaron con la anticipación de resultados de transformaciones geométricas. Muchas personas confundían giros con traslaciones, no lograban identificar correctamente el centro de giro o el eje de simetría y producían representaciones gráficas incoherentes con la descripción verbal. Este tipo de dificultades ya habían sido documentadas por Alberti (2004), así como por Jaime y Gutiérrez (1996) en sus estudios sobre el aprendizaje de las isometrías. En la Tabla 1 se sintetizan ejemplos de los errores detectados en las pruebas, así como la explicación de cómo se corrigieron.

Tabla 1: Errores detectados en las pruebas correspondientes a los dos primeros temas.

Tipo de error	Ejemplo concreto detectado	Corrección durante el proceso
Orientación	Confusión causada por la posición o rotación de figuras. Por ejemplo, no reconocen cuadrados girados	Se trabaja la definición formal y propiedades independientes de la posición

Tipo de error	Ejemplo concreto detectado	Corrección durante el proceso
Estructuración	Dificultad para distinguir propiedades formales. Por ejemplo, confunden rombos con cuadrados	Se discuten diferencias usando atributos formales (lados y ángulos)
Terminológico	Uso incorrecto de vocabulario geométrico. Por ejemplo, llaman trapezoide a todo cuadrilátero convexo	Se clarifica la terminología y se realizan ejercicios de clasificación
Definición/conceptualización	Confusión entre prototipo visual y definición conceptual. Por ejemplo, solo identifican rectángulos en posición horizontal	Se proponen ejemplos variados para reconocer la categoría más allá del prototipo visual
Visualización espacial	Problemas en interpretar objetos tridimensionales en plano. Por ejemplo, dificultades al identificar cubos en proyección plana	Se emplean manipulativos y representaciones gráficas múltiples
Transformaciones geométricas	Confunden giros con traslaciones, errores en centro de giro	Se plantean actividades de simulación y trayectorias claras

Fuente: Elaboración propia.

Tras la secuencia de intervención basada en autoevaluación, coevaluación y evaluación a partir de la resolución de la docente se pudo observar una mejora en la ejecución del examen final de la asignatura en comparación con los resultados de los cursos previos a la implementación de esta propuesta. Se redujo la dependencia de los prototipos visuales y se aumentó la proporción de explicaciones basadas en propiedades matemáticas. Las justificaciones escritas fueron más rigurosas y también se redujeron los errores terminológicos y se fortaleció la capacidad de clasificación. En el segundo tema, se constató un avance en la identificación de centros de giro, ejes de simetría y amplitudes de rotación, así como una mayor coherencia entre descripciones y representaciones.

La evaluación y coevaluación desarrolladas en la intervención fueron exclusivamente de tipo cualitativo. El proceso se centró en el análisis, clasificación y argumentación de los errores detectados por el propio alumnado y por sus pares, sin que se asignaran puntuaciones numéricas en ningún momento. Se valoró principalmente la profundidad de las justificaciones y la capacidad de fundamentar las correcciones en propiedades matemáticas, lo que permitió observar mejoras tanto en la expresión de los razonamientos como en la comprensión conceptual. Al analizar los errores de sus compañeros, el

estudiantado reconocía dificultades semejantes a las propias y desarrollaba una mayor conciencia metacognitiva sobre sus procesos de razonamiento. La corrección de las pruebas por parte de la docente contribuyó a consolidar estos avances, ofreciendo modelos de corrección y enfatizando la importancia del razonamiento formal.

CONCLUSIONES

La experiencia presentada confirma que el análisis de errores puede convertirse en una estrategia didáctica de gran valor, tanto en la formación inicial del profesorado como en la enseñanza de las matemáticas en Primaria. La metodología basada en la autoevaluación y la coevaluación sin ejemplos resueltos obliga al estudiantado a generar explicaciones propias, contrastar criterios y fundamentar sus decisiones en propiedades matemáticas, lo que favorece un aprendizaje más profundo y duradero.

Aunque la propuesta metodológica se aplicó en los cuatro bloques de la asignatura, este trabajo exemplifica únicamente su aplicación en los dos primeros, centrados en formas planas y cuerpos tridimensionales y en orientación, visualización y transformaciones geométricas. En estos temas, la intervención permitió reducir la dependencia de prototipos, mejorar la precisión terminológica y fortalecer la comprensión de las transformaciones geométricas. Los resultados obtenidos se alinean con las aportaciones de Van Hiele (1986) sobre niveles de razonamiento geométrico y con las investigaciones de Vinner (1991) acerca de la tensión entre imagen y definición conceptual, al tiempo que corroboran la eficacia del análisis de errores destacada en estudios más recientes (McLaren et al., 2012; Rushton, 2018).

Persisten, sin embargo, retos importantes. La gestión de la coevaluación plantea la necesidad de garantizar la amonificación de las pruebas para reducir posibles sesgos, y algunas dificultades de visualización espacial compleja continúan presentes después de la intervención, lo que sugiere la conveniencia de explorar nuevas estrategias didácticas. Aun con estas limitaciones, la experiencia confirma que aprender de los errores es un camino efectivo hacia la construcción del conocimiento matemático. Formar docentes capaces de detectar, interpretar y aprovechar los errores como oportunidades de aprendizaje resulta fundamental para avanzar hacia una enseñanza de las matemáticas que sea inclusiva, crítica y significativa.

REFERENCIAS

- [1] Alberti, M. (2004). Errores y dificultades en la orientación y la visualización espacial. *Revista de Educación Matemática*, 16(2), 35–52.
- [2] Barrantes-López, B., & Zapata-Esteves, E. (2008). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. *Campo Abierto. Revista de Educación*, 27(1), 55–71.
- [3] Battista, M. (2007). The development of geometric and spatial thinking. En F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 843–908). IAP.

- [4] Borasi, R. (1987). Exploring mathematics through the analysis of errors. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 2–8.
- [5] Gualdrón, E., & Gutiérrez, A. (2006). Estrategias correctas y erróneas en tareas relacionadas con la semejanza. En *Actas del X Simposio de la SEIEM* (pp. 63–82).
- [6] Jaime, A., & Gutiérrez, A. (1996). *El grupo de las isometrías del plano*. Madrid: Síntesis.
- [7] McLaren, B., Adams, D., & Mayer, R. (2012). Delayed learning effects with erroneous examples. *Journal of Educational Psychology*, 104(4), 970–985.
- [8] Piaget, J., & Inhelder, B. (1956). *La representación del espacio en el niño*. Morata.
- [9] Presmeg, N. (1986). Visualisation in high school mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 6(3), 42–46.
- [10] Radatz, H. (1980). Students' errors in the mathematical learning process: A survey. *For the Learning of Mathematics*, 1(1), 16–25.
- [11] Rushton, N. (2018). Learning from mistakes: Error analysis as a tool for improvement. *Mathematics Teacher*, 111(7), 546–551.
- [12] Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Academic Press.
- [13] Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. En D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 65–81). Kluwer.