GENERALITAT VALENCIANA
Conselleria d'Educació, Cultura, Universitats i Ocupació

**PROVA D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

sistema universitari valencià

| **CONVOCATÒRIA: MODEL 2027** | CONVOCATORIA: **MODELO 2027** |
|---|---|
| **ASSIGNATURA: FÍSICA** | ASIGNATURA: FÍSICA |

**El alumnado realizará 4 apartados:** ***el apartado etiquetado como obligatorio más una de las opciones de cada uno de los otros tres apartados propuestos.*** **La puntuación máxima de cada apartado se indica en los enunciados. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar datos o fórmulas en memoria. Los resultados deberán estar siempre debidamente justificados. Realiza primero el cálculo simbólico y después obtén el resultado numérico. TACHA CLARAMENTE todo aquello que no deba ser evaluado.**

## APARTADO 1 – CAMPO GRAVITATORIO (2 puntos) OBLIGATORIO

Un nanosatélite artificial, de masa $1\ \text{kg}$, gira alrededor de la Tierra describiendo una órbita elíptica. Sabiendo que la Tierra está situada en uno de los focos de la elipse y que en el punto de la órbita más lejano (apogeo) el módulo del momento angular del nanosatélite vale $5{,}6 \cdot 10^{10}\ \text{kg m}^2/s$:

a) Calcula razonadamente el módulo de su velocidad en dicho punto. En el punto de la órbita más cercano a la Tierra (perigeo), ¿la velocidad es mayor o menor que en el apogeo? Justifica la respuesta. (1 punto)

b) Determina la energía cinética y potencial gravitatoria del satélite en el apogeo, así como la energía mecánica del satélite. Supón que el nanosatélite solo se ve afectado por el campo gravitatorio terrestre. (1 punto)

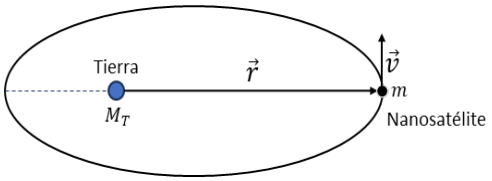
Datos: distancia del apogeo al centro de la Tierra, $r_a = 7{,}0 \cdot 10^3\ \text{km}$; constante de gravitación universal, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$; masa de la Tierra, $M_T = 6{,}0 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$

**Solución**

a) En el punto más alejado de su trayectoria (apogeo) el módulo del momento angular vale

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m\,(\vec{r} \times \vec{v}) \rightarrow L = mrv$$

Donde se ha tenido en cuenta que el ángulo entre el vector posición, $\vec{r}$, del satélite respecto al centro de la Tierra y su velocidad $\vec{v}$ forman $90^o$.




Luego la velocidad en el apogeo, situado a $7100\ \text{km}$ del centro de la Tierra es:

$$v = \frac{L}{mr} = \frac{5{,}6 \cdot 10^{10}}{1 \cdot 7 \cdot 10^6} = 8{,}0 \cdot 10^3\ \text{m/s}$$

El momento angular del nanosatélite se conserva, es constante (en módulo, dirección y sentido) en toda su trayectoria al estar sometido a una fuerza de tipo central. Por tanto, su valor en el perigeo es igual que en el apogeo.
Es decir:

$$mr_p v_p = mr_a v_a \rightarrow v_p = \frac{r_a}{r_p} v_a \ \rightarrow\ \text{Como } r_a > r_p, \text{se deduce que } v_p > v_a$$

O bien: como el producto $rv$ es constante, si $r$ disminuye (en el perigeo), $v$ aumenta.

b)

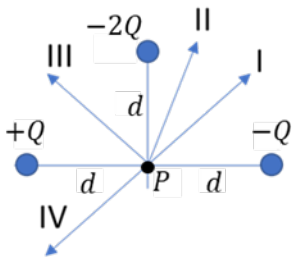
$$\left.\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2} m v_a^2 = \frac{1}{2}(8{,}0 \cdot 10^3)^2 = 3{,}2 \cdot 10^7\ \text{J} \\ E_p &= -G\frac{M_T m}{r_a} = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{6 \cdot 10^{24}}{7 \cdot 10^6} = -5{,}7 \cdot 10^7\ \text{J} \end{aligned}\right\}$$

$E_m = E_c + E_p = -2{,}5 \cdot 10^7\ \text{J}$ que se conserva y tiene el mismo valor en cualquier punto de la trayectoria.

**Criterio de corrección.** Hasta 2 puntos. a) Hasta 1 punto (0,2 la expresión el momento angular en el apogeo, 0,3 calcular la velocidad en el apogeo y 0,5 razonar la velocidad en el perigeo). b) Hasta 1 punto (0,3 el cálculo de la energía cinética, 0,3 el cálculo de la energía potencial gravitatoria, 0,4 el cálculo de la energía mecánica).

**APARTADO 2 – CAMPO ELECTROMAGNÉTICO. Contesta solo a una de las dos opciones 2A o 2B**

## OPCIÓN 2A (3 puntos)



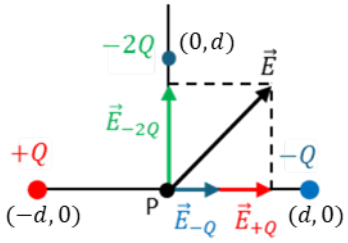

a) Representa razonadamente los vectores campo eléctrico que generan en el punto $P$ cada una de las tres cargas indicadas en la figura. Razona qué vector de la figura representa el campo eléctrico total en dicho punto $P$. (1 punto)

b) Si se conoce que el potencial eléctrico que produce la carga positiva $+Q$ en el punto $P$ es de $90\ \text{V}$, ¿cuál es el potencial eléctrico en $P$? (1 punto)

c) Si $Q = 1\ \text{nC}$, determina la distancia $d$ y la fuerza eléctrica que recibe la carga $-2Q$. (1 punto)

Dato: constante de Coulomb en el vacío, $k = 9{,}0 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

**Solución**




a) El vector campo eléctrico generado por una carga puntual viene dado por $\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$

Los campos $\vec{E}_{-Q}$ y $\vec{E}_{-2Q}$ de las cargas negativas en $P$ se dibujan en la línea que une el punto $P$ con las cargas ($-Q$ y $-2Q$) y con sentido desde $P$ hacia las cargas, teniendo en cuenta el signo de cada carga y las distancias desde ellas hasta el punto $P$. El campo eléctrico de la carga positiva en $P$ ($\vec{E}_{+Q}$) se dibuja en la línea que une el punto $P$ con la carga ($+Q$) y con sentido desde la carga hacia $P$.

Además, como la distancia de todas las cargas hasta el punto $P$ son iguales, $|\vec{E}_{-2Q}| = 2|\vec{E}_{-Q}| = 2|\vec{E}_{+Q}|$. Como se observa en la figura la opción I es la que representa el vector campo eléctrico total.

b) El potencial eléctrico en el punto $P$ será la suma de los potenciales de cada una de las cargas

$$V = V_{+Q} + V_{-Q} + V_{-2Q} = k\frac{Q}{d} + k\frac{-Q}{d} + k\frac{-2Q}{d} = -k\frac{2Q}{d}$$

Como el enunciado indica que $V_{+Q} = k\frac{Q}{d} = 90\ \text{V}$, entonces $V = -2V_{+Q} = -180\ \text{V}$

c) Como $V_{+Q} = k\frac{Q}{d} = 90\ \text{V}$, la distancia $d$ vendrá dada por $d = \frac{kQ}{V_{+Q}} = \frac{9{,}0\cdot 10^9 \cdot 10^{-9}}{90} = 0{,}10\ \text{m}$

La fuerza que recibe la carga $-2Q$ será la suma de las fuerzas que realizan sobre ella las otras dos cargas,

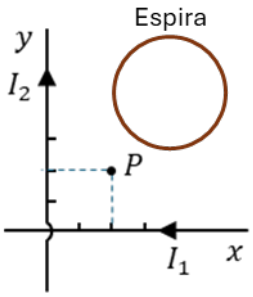
$$\vec{F} = k\frac{(-2Q)Q}{r_1^2}\vec{u}_{r_1} + k\frac{(-2Q)(-Q)}{r_2^2}\vec{u}_{r_2} = 2kQ^2\left(\frac{\vec{u}_{r_2}}{r_2^2} - \frac{\vec{u}_{r_1}}{r_1^2}\right) = \frac{kQ^2}{d^2}(\vec{u}_{r_2} - \vec{u}_{r_1})$$

siendo, $\vec{r}_1 = (d,d)$, $r_1 = \sqrt{2}d$, $\vec{u}_{r_1} = \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\vec{r}_2 = (-d,d)$, $r_2 = \sqrt{2}d$, $\vec{u}_{r_2} = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = \left(\frac{-1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$$\vec{F} = \frac{9{,}0 \cdot 10^9 \cdot 10^{-18}}{10^{-2}}\left[\left(\frac{-1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right] = 9{,}0 \cdot 10^{-7}\left(-\sqrt{2},0\right) \cong -1{,}3 \cdot 10^{-6}\,\vec{\imath}\ \text{N}$$

**Criterio de corrección.** Hasta 3 puntos. a) Hasta 1 punto (0,4 la representación razonada de los vectores campo eléctrico en $P$ y 0,6 elegir razonadamente el vector que representa el campo eléctrico total en $P$). b) Hasta 1 punto (0,5 plantear el potencial eléctrico en $P$ y 0,5 calcular el potencial eléctrico en $P$). c) Hasta 1 punto (0,2 calcular la distancia $d$, 0,4 plantear la fuerza total sobre la carga y 0,4 calcular el valor de la fuerza).

## OPCIÓN 2B (3 puntos)




Dos conductores largos y rectilíneos situados en los ejes $x$ e $y$, trasportan las corrientes $I_1 = 15\ \text{A}$ e $I_2 = 10\ \text{A}$ respectivamente, como se muestra en la figura. Calcula:

a) El campo magnético en el punto $P$ $(2{,}2{,}0)$ cm. (1 punto)

b) La fuerza magnética (módulo, dirección y sentido) sobre un protón, que en el punto $P$, se mueve con una velocidad de $5{,}0 \cdot 10^6\ \text{m/s}$ paralela y del mismo sentido que la corriente eléctrica $I_2$. (1 punto)

c) Supongamos que la corriente $I_1$ va progresivamente disminuyendo su valor hasta hacerse nula. Explica por qué en la espira metálica que se observa en la figura se induce una corriente eléctrica. Dibuja e indica razonadamente el sentido de dicha corriente eléctrica inducida. (1 punto)

Datos: permeabilidad magnética en el vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{T m/A}$; carga eléctrica del protón, $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$.

**Solución**

a) El campo magnético en el punto $P$ se obtiene a partir de la suma de los campos magnéticos creados por cada una de las corrientes.

El campo creado por el conductor horizontal, $\vec{B}_1 = (0,0,-B_1) = -B_1\vec{k}$ donde

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 15}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 1{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{T}$$

Igualmente, el campo creado por el conductor vertical en $P$ será, $\vec{B}_2 = (0{,}0, -B_2) = -B_2\vec{k}$, donde

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 10^{-4}\ \text{T}$$

El campo magnético en el punto $P$ será,

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = (-B_1 - B_2)\vec{k} = -2{,}5 \cdot 10^{-4}\ \vec{k}\ \text{T}$$

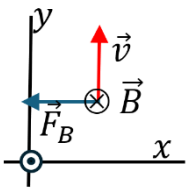
b) La fuerza sobre un electrón que se mueve con una cierta velocidad en un campo magnético es

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

La velocidad del protón es $\vec{v} = 5{,}0 \cdot 10^6\ \vec{j}\ \text{m/s}$, luego

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = qvB\left(\vec{j} \times (-\vec{k})\right) = -qv|B|\,\vec{\imath} = -2 \cdot 10^{-16}\,\vec{\imath}\ \text{N}$$

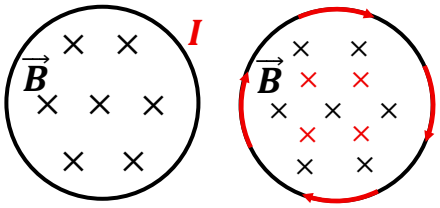
Alternativa: representación de vectores y explicitar regla de mano derecha del producto vectorial.




c) La ley de Faraday-Lenz expresa que en la espira se induce una fuerza electromotriz cuyo valor se puede determinar como la variación de flujo magnético, $\phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$, respecto del tiempo cambiada de signo,

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

La f.e.m. da lugar a una corriente eléctrica cuyo sentido hace que el campo magnético generado por ella se oponga a la variación de flujo magnético (significado del signo negativo). En este caso, el valor del campo magnético disminuye con el tiempo y en consecuencia el flujo magnético también. Luego la corriente inducida circula en sentido horario y se opone al descenso del flujo magnético, generando un campo magnético con la misma dirección y sentido que el inicial.

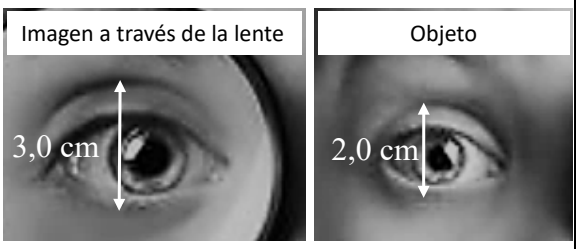



**Criterio de corrección.** Hasta 3 puntos. a) Hasta 1 punto (0,4 el módulo, dirección y sentido de cada uno de los vectores campo magnético creados por cada corriente, 0,2 el campo magnético total en el punto $P$). b) Hasta 1 punto (0,3 escribir la expresión de la fuerza magnética de Lorentz, 0,7 calcular razonadamente la fuerza magnética (módulo, dirección y sentido) sobre el protón). c) Hasta 1 punto (0,3 la expresión de la ley de Faraday-Lenz, 0,2 el significado del signo negativo, 0,3 el razonamiento del sentido de la corriente y 0,2 el dibujo).

## APARTADO 3 – VIBRACIONES Y ONDAS. Contesta solo a una de las dos opciones 3A o 3B

### OPCIÓN 3A (3 puntos)

A través de una lente delgada se observa el ojo de una persona. Sabiendo que la lente se sitúa a $4{,}0\ \text{cm}$ del ojo y teniendo en cuenta los datos de la figura, determina:




a) La posición de la imagen, la distancia focal imagen de la lente y su potencia en dioptrías. Realiza y explica razonadamente un trazado de rayos que represente la situación mostrada. (1 punto)

b) ¿La lente es convergente o divergente? ¿La imagen es real o virtual? ¿De qué tamaño se verá el ojo si alejamos la lente del ojo $1{,}5\ \text{cm}$ más? (1 punto)

c) Supongamos que el índice de refracción de la lente es $n = 1{,}52$ cuando sobre ella incide un rayo de luz que, en el vacío, tiene una longitud de onda $\lambda = 690\ \text{nm}$. ¿A qué color del espectro visible corresponde dicha longitud de onda? Determina su frecuencia, la velocidad y la longitud de onda de la luz en dicho vidrio. (1 punto)

Dato: velocidad de la luz en el vacío, $c = 3{,}00 \cdot 10^8\ \text{m/s}$

**Solución:**

a) De acuerdo con el enunciado, la posición del objeto es $s = -4\ \text{cm}$. Además, como la imagen es derecha y de mayor tamaño que el objeto, se cumple que $\beta' = \frac{s'}{s} = \frac{3}{2}$.

Por tanto, $s' = \beta' \cdot s = 3 \cdot \frac{-4}{2} = -6\ \text{cm}$.

Aplicando la ley de Gauss para lentes delgadas en aire, $-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'}$

se obtiene: $f' = \frac{s \cdot s'}{s - s'} = \frac{(-4)\cdot(-6)}{(-4)-(-6)} = 12\ \text{cm}$

La potencia de la lente es la inversa de su distancia focal imagen, esto es $P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0{,}12} \cong 8{,}3\ \text{D}$

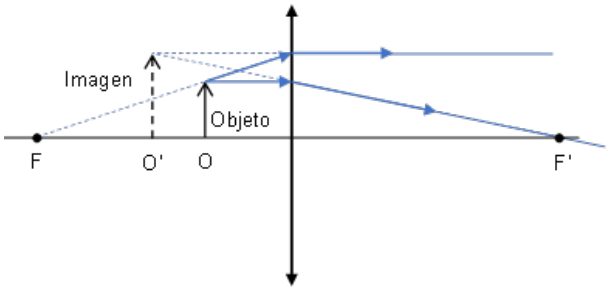
b) La lente es convergente ya que su distancia focal imagen es positiva.

La imagen es virtual ya que los rayos que provienen del objeto, al salir de la lente, se cortan virtualmente a la izquierda de la lente.
Si el objeto se aleja $1{,}5$ cm más del ojo, ahora resulta $s = -5{,}5$ cm.
Aplicando nuevamente la ley de Gauss se puede obtener:

$$s' = \frac{s \cdot f'}{s + f'} = \frac{(-5{,}5) \cdot (12)}{(-5{,}5) + (12)} \cong -10{,}2 \text{ cm}$$

De donde: $\beta' = \frac{s'}{s} = \frac{-10{,}2}{-5{,}5} = 1{,}85$

Con lo cual, el tamaño de la imagen es $y' = \beta' \cdot y = 1{,}85 \cdot 2 = 3{,}7$ cm




c) La longitud de onda dada en el vacío es 690 nm. El espectro visible para el ser humano abarca aproximadamente desde los 400 nm (violeta) hasta los 700 nm (rojo). Una longitud de onda de 690 nm se encuentra en el extremo superior de este rango, por lo tanto, corresponde al color rojo.

La frecuencia de la luz es una propiedad intrínseca de la onda (determinada por la fuente que la emitió) y no cambia cuando la luz pasa del vacío al vidrio. Para calcularla, usamos la relación $c = \lambda_0 \cdot f$

$$f = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3{,}00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{690 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 4{,}35 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

El índice de refracción, $n$, de un medio se define como el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío, $c$, y la velocidad de la luz en ese medio, $v$, $\left(n = \frac{c}{v}\right)$, por lo que

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3{,}00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1{,}52} = 1{,}97 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

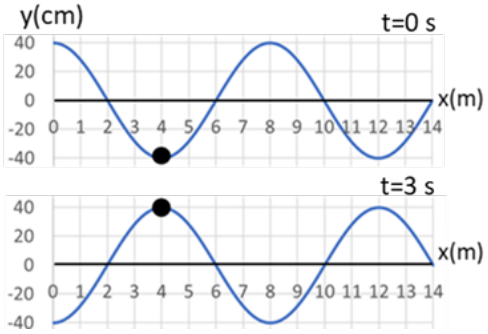
Cuando la luz entra en el vidrio, tanto su velocidad como su longitud de onda cambian, pero su frecuencia (calculada anteriormente) permanece constante, por tanto:

$$v = \lambda_v \cdot f \rightarrow \lambda_v = \frac{v}{f} = \frac{1{,}97 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4{,}35 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 4{,}53 \cdot 10^{-7} \text{m} = 453 \text{ nm}$$

**Criterio de corrección.** Hasta 3 puntos. a) Hasta 1 punto (0,2 la posición, 0,3 la distancia focal imagen, 0,2 la potencia y 0,3 el trazado de rayos). b) Hasta 1 punto (0,2 el tipo de lente, 0,2 el tipo de imagen, 0,3 la nueva posición de la imagen y 0,3 el tamaño de la nueva imagen del ojo). c) Hasta 1 punto (0,2 el color en el vacío, 0,3 la frecuencia, 0,3 la velocidad, 0,2 la longitud de onda en el vidrio).

## OPCIÓN 3B (3 puntos)

Una onda armónica se propaga hacia la izquierda por la superficie de un estanque y provoca la oscilación de una boya, que pasa de la posición más baja a la más alta en $3$ s. La figura representa la onda y la boya (círculo negro) en los instantes $t = 0$ y $t = 3$ s.




a) Determina la amplitud, longitud de onda, periodo, frecuencia y velocidad de propagación de la onda. (1 punto)

b) Determina la fase inicial y escribe la función de onda (utilizando la función seno). ¿Cuál es la velocidad de la boya en el instante $t = 3$ s? (1 punto)

c) En un cierto punto esta onda pasa a propagarse por aceite, donde la velocidad de propagación es menor que en el agua. Razona cómo cambiarán las cuatro primeras magnitudes del apartado a). (1 punto)

**Solución:**

a) De la gráfica se obtiene la amplitud $A = 40$ cm.

La longitud de onda es la distancia entre cualquier par de puntos contiguos $x_2$ y $x_1$ de igual valor de la perturbación y fase. Por ejemplo $\lambda = x_2(y_{max,2}) - x_1(y_{max,1}) = 8 - 0 = 12 - 4 = 8$ m

Periodo: como la boya (x=4) tarda 3 segundos en pasar de la posición más baja a las más alta (medio periodo), la boya tarda un tiempo $T = 2 \cdot 3 \text{ s} = 6$ s en ir y volver a la misma posición vertical.

Luego la frecuencia es $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{6} = 0{,}17$ Hz

La velocidad de propagación de la onda $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{8}{6} = 1{,}33$ m/s

b) Según el enunciado la función de onda será del tipo $y(x,t) = A \text{ sen}(\omega t + kx + \varphi_0)$. Como $y(0,0) = 0{,}4 \text{ sen } (\varphi_0)$ m $= 0{,}4$ m, entonces $\text{sen } (\varphi_0) = 1$ y $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad

Por otro lado, $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{8} = 0{,}25\pi \text{ m}^{-1}$

La frecuencia angular o pulsación, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ rad/s

Por lo tanto, la función de la onda es, $y(x,t) = 0{,}4 \text{ sen}\left(\frac{\pi}{3}t + 0{,}25\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$

**Nota:** la fase inicial también podría determinarse ahora utilizando cualquier otro punto de las gráficas. Por ejemplo, $y(4{,}0) = -0{,}4\ \text{m} \rightarrow -0{,}4 = 0{,}4\text{sen}(\pi + \varphi_0) \rightarrow \pi + \varphi_0 = \frac{3\pi}{2} \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}\ \text{rad}$

De la figura se observa que en $x = 4\ \text{m}$ (boya) y para $t = 3\ \text{s}$ la función de onda tiene un máximo, luego la pendiente de la recta tangente en ese punto (velocidad) es nula $v(x = 4\ \text{m}, t = 3\ \text{s}) = 0$.

O bien, derivando la función y sustituyendo para $x = 4\ \text{m}$ (boya) y para $t = 3\ \text{s}$

$$v(x,t) = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = 40\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{3}t + 0{,}25\pi x + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow v(4{,}3) = 40\frac{\pi}{3}\cos\left(\pi + \pi + \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

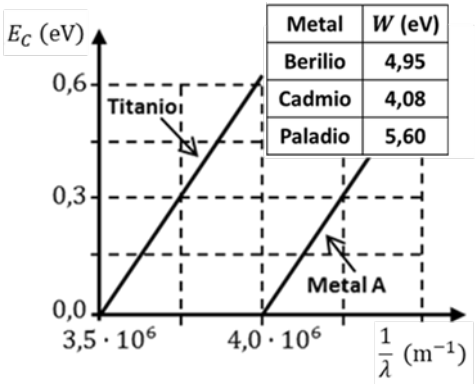
c) Si suponemos que al cambiar la onda de medio toda la onda se refracta y el aceite no absorbe energía, la amplitud de la onda no variará.
La frecuencia de la onda es una propiedad intrínseca de la onda (determinada por la fuente que la emitió) y no cambia cuando la luz pasa del agua al aceite.
Como el periodo es la inversa de la frecuencia y esta no cambia, entonces el periodo de la onda tampoco sufrirá variación.
La longitud de onda sí que cambiará ya que como $\lambda = vT$ y la velocidad es menor entonces la longitud de onda también disminuirá al pasar del agua al aceite.

**Criterio de corrección.** Hasta 2 puntos. a) Hasta 1 punto (0,2 la determinación de cada magnitud). b) Hasta 1 punto (0,2 determinar la fase inicial; 0,2 obtener $k$ y $\omega$ o términos equivalentes; 0,3 escribir la ecuación de la onda; 0,3 determinar el valor de la velocidad en el punto e instante indicados). c) 0,25 puntos explicar razonadamente la variación o no de cada una de las cuatro magnitudes.

## APARTADO 4 – FÍSICA RELATIVISTA, CUÁNTICA, NUCLEAR Y DE PARTÍCULAS. Contesta solo a una de las dos opciones 4A o 4B

### OPCIÓN 4A (2 puntos)

En una experiencia se ilumina, con diferentes longitudes de onda, una placa que tiene dos zonas con metales distintos, titanio y un metal A desconocido. Se mide la energía cinética de los fotoelectrones emitidos obteniendo la gráfica adjunta.




| Metal | $W$ (eV) |
|---|---|
| Berilio | 4,95 |
| Cadmio | 4,08 |
| Paladio | 5,60 |

a) Calcula razonadamente la frecuencia umbral para el metal $A$ y su trabajo de extracción (en eV). Identifícalo a partir de los datos de la tabla adjunta, en la que se muestran tres metales junto con su trabajo de extracción, $W$. (1 punto)

b) Determina la velocidad de los electrones emitidos por el titanio cuando se ilumina con luz de frecuencia de $1{,}13 \cdot 10^{15}$ Hz. ¿Qué sucede con los electrones del metal A si se ilumina con dicha luz? (1 punto)

Datos: velocidad de la luz en el vacío, $c = 3{,}00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, carga elemental, $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$, masa del electrón, $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}$

**Solución**

a) La longitud de onda umbral es aquella para la que los fotoelectrones tienen energía cinética nula. Luego, a partir de la gráfica:

$$\frac{1}{\lambda_{0,A}} = 4{,}0 \cdot 10^6\ \text{m}^{-1} \rightarrow \lambda_{0,A} = 0{,}250 \cdot 10^{-6}\ \text{m}$$

La función trabajo para el metal $A$ coincide con la energía del fotón para la frecuencia umbral, dada por:

$$W_A = hf_{0\,A} = \frac{hc}{\lambda_{0,A}} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2{,}50 \cdot 10^{-7}} = 7{,}92 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 4{,}95\ \text{eV}$$

Luego el metal A es berilio.

b) Por conservación de la energía del fotón y el electrón en el efecto fotoeléctrico se cumple que:

$$E = hf = W + E_{C,máx} = hf_0 + \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2h(f - f_0)}{m}}$$

Para el titanio la frecuencia umbral es $f_{0,Ti} = \frac{c}{\lambda_{0,Tit}} = (3 \cdot 10^8)(3{,}5 \cdot 10^6) = 1{,}05 \cdot 10^{15}$ Hz, por lo que la velocidad de los electrones emitidos será,

$$v_{Ti} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot\ (1{,}13 - 1{,}05)10^{15}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 3{,}4 \cdot 10^5\ \text{m/s}$$

En el caso del metal $A$ la frecuencia umbral viene dada por $f_{0,A} = \frac{c}{\lambda_{0,A}} = 1{,}2 \cdot 10^{15}$ Hz. Como la frecuencia de la radiación incidente es menor que la frecuencia umbral, no se emiten fotoelectrones procedentes del metal $A$ (también podría realizarse el razonamiento con la longitud de onda umbral).

**Criterio de corrección.** Hasta 2 puntos. a) Hasta 1 punto (0,4 la determinación de la longitud de onda umbral, 0,4 el trabajo de extracción y 0,2 la determinación del metal). b) Hasta 1 punto (0,3 el planteamiento de la ecuación del efecto fotoeléctrico, 0,4 el cálculo de la velocidad para el titanio y 0,3 el razonamiento de la velocidad para el metal A).

## OPCIÓN 4B (2 puntos)

En 1910, Marie Curie y André Debierne aislaron el radio en forma de metal puro, constituido por todos los isótopos de este elemento. Todos ellos son radiactivos y el más abundante, el radio-226, tiene un período de semidesintegración de 1600 años.

a) Si en 1910 se hubiera guardado una muestra de radio-226 de masa $m$, determina qué fracción, en tanto por ciento, de la actividad inicial tendría esa muestra al cabo de 116 años. (1 punto)

b) ¿En qué año la masa de radio-226 de la muestra era o será un cuarto de la masa que tenía en 1910? (1 punto)

**Solución:**

a) La actividad ($A$) de una muestra (el número de desintegraciones por segundo) es directamente proporcional a la cantidad de núcleos radiactivos ($N$) presentes y estos son proporcionales a la masa. Por lo tanto, la actividad disminuye siguiendo la misma ley de decaimiento que la masa. La expresión de la ley de desintegración radiactiva es:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t} = A_0 \cdot e^{-\frac{ln2}{T_{1/2}}t} \quad \text{donde} \quad T_{1/2} = 1600 \text{ años y } t = 116 \text{ años}$$

Calculamos:

$$\frac{A(116)}{A_0} = e^{-\frac{ln2}{1600}116} = 0{,}951 = 95{,}1\%$$

La muestra tendría, aproximadamente el $95{,}1\%$ de la actividad inicial después de $116$ años

b) Como hemos comentado arriba, la masa la masa disminuye siguiendo la misma ley de decaimiento.
Queremos encontrar el tiempo $t$ tal que:

$$\frac{m(t)}{m_0} = e^{-\frac{ln2}{T_{1/2}}t} = \frac{1}{4} \rightarrow -\frac{ln2}{T_{\frac{1}{2}}}t = ln\left(\frac{1}{4}\right) \rightarrow t = \frac{ln\left(\frac{1}{4}\right)}{ln2}1600 = 3200 \text{ años}$$

Por tanto, la masa será un cuarto de la inicial 3200 años después de 1910, es decir, en el año 5110.

**Criterio de corrección.** Hasta 2 puntos. a) Hasta 1 punto (0,4 planteamiento de la expresión de decaimiento exponencial de la actividad y 0,6 el cálculo del porcentaje). b) Hasta 1 punto (0,4 planteamiento de expresión de decaimiento exponencial de la masa, 0,4 el cálculo del tiempo y 0,2 el año).