

PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS FÍSICA

El examen constará de 5 cuestiones de las cuales se deberá contestar sólo a 4.

Cada cuestión se calificará sobre 2.5 puntos. Se valorará prioritariamente la aplicación razonada de los principios y las leyes de la Física, el planteamiento, el desarrollo y la discusión de los resultados obtenidos. Los errores numéricos tendrán una importancia secundaria.

El estudio de los contenidos propuestos debe estar dirigido, fundamentalmente, hacia la comprensión de los conceptos físicos y su aplicación en casos sencillos.

Temario

Tema 1. Magnitudes Físicas

Magnitudes físicas. Sistema internacional de unidades. La medida en Física: órdenes de magnitud y estimación de errores. Magnitudes escalares y vectoriales. Operaciones con vectores.

Tema 2. Cinemática

Sistemas de referencia. Vector de posición, velocidad y aceleración. Movimientos: uniforme, uniformemente acelerado y circular.

Tema 3. Dinámica

Fuerzas en la Naturaleza: interacciones fundamentales. Leyes de Newton. Cantidad de movimiento. Fuerzas elásticas y de rozamiento.

Tema 4. Energía

Trabajo y energía. Energía cinética. Energía potencial. Conservación de la energía mecánica. Potencia.

Tema 5. Gravitación

Concepto de campo gravitatorio. Ley de gravitación universal. Potencial gravitatorio. Energía potencial gravitatoria. Aplicaciones al estudio del movimiento de planetas y satélites.

Tema 6. Vibraciones y ondas

Movimiento oscilatorio: el oscilador armónico. Fenómenos ondulatorios: velocidad de propagación. Ondas longitudinales y transversales. Ondas armónicas unidimensionales: ecuación de ondas.

Tema 7. Electrostática

Carga eléctrica. Ley de Coulomb. Campo y potencial electrostático en el vacío. Campo y potencial creados por una o diversas cargas puntuales.



Tema 8. Corriente Eléctrica

Intensidad de corriente. Ley de Ohm: resistencia eléctrica. Ley de Joule. Fuerza electromotriz: generadores eléctricos.

A continuación, se proporciona un **modelo de examen** y una serie de **problemas resueltos**, organizados por temas, que cubren los conceptos y cálculos básicos del temario.

Bibliografía: Libros de texto de Física de Bachillerato.

MODELO DE EXAMEN

Proves d'Accés per a Majors de 25 i 45 anys Pruebas de Acceso para mayores de 25 y 45 años	Convocatòria: Convocatoria: 2021	 SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO
Assignatura: Física Asignatura: Física		 GENERALITAT VALENCIANA Conselleria d'Innovació, Universitat, Ciència i Societat Digital
El tiempo para realizar la prueba es de una hora. Se ha de resolver un máximo de 4 cuestiones. Cada cuestión se calificará sobre 2.5 puntos.		
<ol style="list-style-type: none">1. Una persona que conduce un vehículo ve, de repente, a una distancia determinada, un coche parado, y frena con una desaceleración constante de 5 m/s^2 hasta detenerse.<ol style="list-style-type: none">a) ¿Cuánto tiempo tarda el coche en detenerse si circula con una velocidad de 30 m/s en el instante en que empieza a frenar?b) ¿Cuál es la distancia de frenado del vehículo? 2. En el instante $t = 0$ se deja caer una piedra desde un acantilado sobre un estanque; $1,6 \text{ s}$ más tarde se lanza una segunda piedra hacia abajo desde el mismo punto con una velocidad inicial de 32 m/s. Las dos piedras chocan contra la superficie del agua en el mismo instante.<ol style="list-style-type: none">a) ¿Cuánto tiempo tarda la primera piedra en chocar contra el agua?b) Calcúlese la altura del acantilado con respecto a la superficie del agua del estanque. Dato: $g = 10 \text{ m/s}^2$ 3. La sonda espacial Hope se acerca a Marte con una masa de 550 kg, después de haber consumido todo el combustible inicial.<ol style="list-style-type: none">a) Suponiendo que va a describir una órbita circular, de unos 30000 km de radio, ¿cuál es la fuerza gravitatoria que experimenta la sonda?b) ¿Cuál es el valor del campo gravitatorio para esa órbita? Datos: Constante de gravitación universal: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$ Masa de Marte: $6,4 \times 10^{23} \text{ kg}$ 4. Un movimiento armónico simple está descrito por la ecuación $x = 2 \cos(10t + 2\pi)$, donde x viene expresada en metros y t en segundos. De este movimiento, obténgase:<ol style="list-style-type: none">a) La amplitud de las oscilaciones.b) El período de las oscilaciones. 5. El campo eléctrico, en el vacío, debido a dos cargas puntuales $q_1 = 18 \mu\text{C}$ y $q_2 = 2 \mu\text{C}$, se anula en un punto situado sobre la línea virtual que las une y a una distancia $d = 10 \text{ cm}$ medida respecto de q_2.<ol style="list-style-type: none">a) ¿A qué distancia se encuentra una carga respecto de la otra?b) ¿Cuál es el valor del potencial en el punto donde se anula el campo? Dato: Constante de la Ley de Coulomb en el vacío: $K = 9 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$		

PROBLEMAS RESUELTOS

Tema 1.- Magnitudes Físicas.

1. La densidad del agua del mar resulta ser 1.07 g/cm^3 . Exprésese dicho valor en el Sistema Internacional de unidades.

$$\text{Sol.: } \rho = 1.07 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1.07 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{10^{-3} \text{ kg} / \text{g}}{10^{-6} \text{ m}^3 / \text{cm}^3} = 1.07 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

2. La densidad de un objeto es igual a su masa dividida por su volumen. La masa de la Tierra es $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ y su radio 6378 km . La masa del Sol es $2 \times 10^{33} \text{ g}$ y su radio $7 \times 10^5 \text{ km}$. Calcúlese el cociente entre la densidad de la Tierra dividida por la del Sol.

Sol.:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 ; \rho = \frac{M}{V}$$

$$r = \frac{\rho_T}{\rho_S} = \frac{M_T/V_T}{M_S/V_S} = \frac{M_T}{M_S} \times \frac{R_S^3}{R_T^3} = \frac{6 \times 10^{24} \text{ kg}}{2 \times 10^{30} \text{ kg}} \times \frac{(7 \times 10^5)^3 \text{ km}^3}{(6378)^3 \text{ km}^3} = 3 \times 10^{-6} \times \frac{343 \times 10^{15}}{25.9 \times 10^{10}} = 3.97 \approx 4$$

3. La luz se propaga a una velocidad de $3 \times 10^8 \text{ m/s}$. El tiempo que invierte la luz en propagarse desde el Sol a la Tierra es de 8 min . Basándose en estos datos, obténgase el orden de magnitud de la distancia existente entre el Sol y la Tierra.

$$\text{Sol.: } d = v \cdot t = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 8 \times 60 \text{ s} = 1.44 \times 10^{11} \text{ m} \Rightarrow \text{ del orden de } 10^{11} \text{ m}$$

4. El tamaño de un protón es del orden de 10^{-15} m y el tamaño del Universo visible es del orden de 10^{26} m . Obténgase el orden de magnitud entre el tamaño del Universo y del protón.

$$\text{Sol.: } r = \frac{10^{26} \text{ (tamaño Universo)}}{10^{-15} \text{ (tamaño protón)}} = 10^{41} \rightarrow \text{ El Universo es 41 órdenes de magnitud mayor que el protón.}$$

Tema 2.- Cinemática.

1. Un automovilista conduce su coche durante 30 min a una velocidad de 100 km/h y se detiene durante 15 min. Posteriormente conduce durante 45 min a 80 km/h. ¿Cuál ha sido su velocidad media durante todo su viaje?

Sol.: Calcularemos el recorrido total efectuado en los dos períodos.

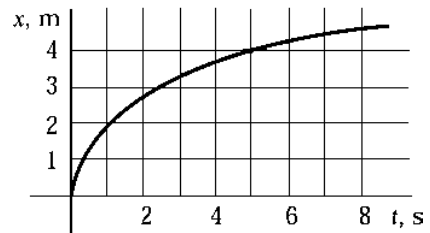
En el primer tramo el espacio recorrido es: $e_1 = v_1 \cdot t_1 = 100 \text{ (km/h)} \times \frac{1}{2} \text{ (h)} = 50 \text{ km}$

En el segundo tramo el espacio recorrido es: $e_2 = v_2 \cdot t_2 = 80 \text{ (km/h)} \times \frac{3}{4} \text{ (h)} = 60 \text{ km}$

El tiempo total invertido en el viaje es: $t = 30 + 15 + 45 = 90 \text{ min}$

Por tanto su velocidad media: $v = \frac{e_1 + e_2}{t} = \frac{110}{90/60} = 73.3 \text{ km/h}$

2. El gráfico adjunto muestra la dependencia de la posición de un móvil con el tiempo. Obténgase la velocidad media de dicho móvil en el intervalo entre 0 y 6 s.



Sol.: En $t_0 = 0$ el móvil se encuentra en $x_0 = 0$. En $t = 6 \text{ s}$ el móvil se encuentra en $x \approx 4.25 \text{ m}$. Por tanto la velocidad media será:

$$v = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{4.25}{6} \text{ m/s} = 0.71 \text{ m/s}$$

3. Supóngase que la velocidad de una partícula A es el doble que la velocidad de una partícula B. ¿Qué distancia recorre la partícula B, durante un determinado intervalo de tiempo, en comparación con la distancia recorrida por la A en el mismo tiempo?

Sol.: $v_A = 2v_B$; $e_B = v_B \cdot t$; $e_A = v_A \cdot t = 2v_B \cdot t = 2e_B \Rightarrow e_B = e_A / 2 \rightarrow$ La mitad.

4. Un objeto es lanzado hacia arriba con una velocidad de 10 m/s desde un globo aerostático que se encuentra a una altura de 15 m. Despreciando la resistencia con el aire, obténgase el tiempo que tarda el objeto en llegar al suelo. Considérese el valor de la gravedad $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Sol.: Calcularemos en primer lugar el espacio y el tiempo que el objeto se desplaza hacia arriba antes de empezar el descenso, instante en el cual su velocidad es cero.

$$v_{\text{final}} = 0 = v_0 - gt \Rightarrow t = \frac{v_0 - 0}{g} = \frac{10 \text{ m/s}}{10 \text{ m/s}^2} = 1 \text{ s}$$

$$e_1 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = 10 \times 1 - \frac{10}{2} \times 1^2 = 5 \text{ m}$$

Ahora, desde una altura de 20 m el objeto inicia el descenso con velocidad inicial cero. Calcularemos el tiempo que tarda en recorrer los 20 m.

$$e = 20 \text{ m} = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{2 \times 20 \text{ m}}{10 \text{ m/s}^2} = 4 \text{ s}^2 \Rightarrow t = \sqrt{4} = 2 \text{ s} \Rightarrow t_{\text{total}} = 3 \text{ s}$$

Tema 3.- Dinámica.

1. Una fuerza neta de 64 N actúa sobre una masa de 16 kg. Obténgase la aceleración resultante.

$$\text{Sol.: } F = m.a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{64 \text{ N}}{16 \text{ kg}} = 4 \text{ m/s}^2$$

2. Una masa de 25 kg se encuentra sometida a dos fuerzas: $\vec{F}_1 = 15 \text{ N}$ en dirección este y $\vec{F}_2 = 12 \text{ N}$ en dirección norte.

- a) Obténgase el vector fuerza total y su módulo.
b) Obténgase el vector aceleración y su módulo.

Sol.: a)

$$\vec{F}_1 = 15\vec{i} \text{ N} ; \vec{F}_2 = 12\vec{j} \text{ N} \Rightarrow \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (15\vec{i} + 12\vec{j}) \text{ N}$$

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{15^2 + 12^2} = \sqrt{369} = 19.2 \text{ N}$$

b)

$$\vec{F} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m} = \frac{\vec{F}_1}{m} + \frac{\vec{F}_2}{m} = \frac{15}{25}\vec{i} + \frac{12}{25}\vec{j} = (0.6\vec{i} + 0.48\vec{j}) \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{0.6^2 + 0.48^2} = \sqrt{0.59} = 0.77 \text{ m/s}^2$$

3. Una masa m se desplaza con una velocidad inicial $v_0 = 25 \text{ m/s}$ y es llevada al reposo ($v = 0$) en una distancia de 62.5 m mediante una fuerza de 15 N.

- a) Obténgase el valor de la aceleración de frenado.
b) Obténgase el valor de la masa m .

Sol.: a) Calcularemos en primer lugar la aceleración necesaria para parar la masa en 62.5 m.

$$\left. \begin{aligned} v = 0 &= v_0 - at \\ e = v_0 t - \frac{1}{2} at^2 \end{aligned} \right\} t = \frac{v_0}{a} \Rightarrow e = \frac{v_0^2}{a} - \frac{1}{2} a \left(\frac{v_0}{a} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a} \Rightarrow a = \frac{v_0^2}{2e} = \frac{(25 \text{ m/s})^2}{2 \times (62.5 \text{ m})} = 5 \text{ m/s}^2$$

b) Calcularemos ahora la masa conociendo la fuerza y la aceleración.

$$F = m.a \Rightarrow m = \frac{F}{a} = \frac{15 \text{ N}}{5 \text{ m/s}^2} = 3 \text{ kg}$$

4. Supongamos que se aplica la misma fuerza F a dos objetos de masas $m_1 = M$ y $m_2 = 4M$. ¿Cuál es la aceleración de la masa m_1 con respecto a la m_2 ?

$$\text{Sol.: } F = m_1.a_1 = m_2.a_2 \Rightarrow M.a_1 = 4M.a_2 \Rightarrow a_1 = 4a_2$$

5. Una persona pesa 50 kg en la Tierra ¿Cuál será su peso en la Luna?

Datos: Considérese $g_T = 10 \text{ m/s}^2$ en la Tierra y $g_L = 1.6 \text{ m/s}^2$ en la Luna.

Sol.: En ambos lugares $P = m.g$. Si su masa es de 50 kg, su peso en la Luna será:

$$P_L = m.g_L = 50 \text{ kg} \times 1.6 \text{ m/s}^2 = 80 \text{ N}$$

Tema 4.- Energía.

1. Una vagoneta de masa 500 kg se encuentra parada en una vía recta, horizontal, con rozamiento despreciable. Se empuja, durante 10 s, en la dirección de la vía, con una fuerza de 500 N.
- Calcúlese la aceleración de la vagoneta.
 - Calcúlese el trabajo realizado.
 - Calcúlese la potencia media desarrollada en ese tiempo.

Sol.:

- a) Al ser la fuerza constante, la aceleración también lo será y el movimiento será uniformemente acelerado.

$$F = m.a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{500 \text{ N}}{500 \text{ kg}} = 1 \text{ m/s}^2$$

- b) $W = F.s$

El espacio recorrido en 10 s será:

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(1 \text{ m/s}^2)(10 \text{ s})^2 = 50 \text{ m} \Rightarrow W = F.s = (500 \text{ N})(50 \text{ m}) = 25.000 \text{ J}$$

- c) $P = \frac{W}{t} = \frac{25000 \text{ J}}{10 \text{ s}} = 2500 \text{ W}$

2.

- Calcúlese la energía cinética de un automóvil cuya masa es 1 T, moviéndose a una velocidad de 108 km/h.
- Calcúlese a que altura tendríamos que elevarlo sobre el plano horizontal en que se encuentra para que tuviera una energía potencial igual a la cinética del apartado a). Considérese $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Sol.: a)

$$m = 1T = 1000 \text{ kg} ; v = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}1000 \times (30)^2 = 450.000 \text{ J} = 4,5 \times 10^5 \text{ J}$$

- b) $E_p = mgh \Rightarrow h = \frac{E_p}{mg} = \frac{450.000 \text{ J}}{(1000 \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2)} = 50 \text{ m}$

3. Un montacargas eleva un peso de 2000 N al piso 20 de un edificio, siendo 3 m la altura de cada piso.

- Calcúlese la energía potencial de dicho peso a esa altura.
- Debido a una mala manipulación el peso cae a la calle. Calcúlese la velocidad de llegada al suelo, considerando despreciable el rozamiento con el aire. Considérese $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Sol.: a) $E_p = m.g.h = P.h = 2000 \times 20 \times 3 = 120.000 \text{ J}$

- b) $E_p = E_c \quad mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,8 \times 60} = 34,3 \text{ m/s}$

4. Un automóvil cuya masa son 600 kg se encuentra parado y sin batería. Entre tres personas lo empujan, consiguiendo una fuerza total de 1000 N, de este modo recorren 10 m y consiguen alcanzar una velocidad final de 3 m/s.

a) Calcúlese el trabajo realizado.

b) Obténgase la energía cinética final.

c) ¿Qué cantidad de energía se ha transformado en calor a causa de los rozamientos?

Sol.: a) $W = F \cdot s = 1000 \text{ N} \times 10 \text{ m} = 10.000 \text{ J}$

b) $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}600 \text{ kg} \times (3 \text{ m/s})^2 = 2.700 \text{ J}$

c) La diferencia entre el trabajo realizado y la E_c será la energía transformada en calor: $W_{perdido} = 10.000 - 2.700 = 7.300 \text{ J}$

Tema 5.- Gravitación.

1. Considérese un objeto de masa $m = 10 \text{ kg}$ que se encuentra a la altura de la órbita de un trasbordador espacial, unos 400 km por encima de la superficie terrestre.

- Calcúlese la fuerza gravitatoria a la que está sometido dicho objeto.
- Calcúlese la aceleración que adquiere si se le deja caer libremente.

Datos: Radio de la Tierra, $R_T = 6370 \text{ km}$. Masa de la Tierra, $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$,
Constante de gravitación universal, $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2 / \text{kg}^2$

Sol.: a) \vec{F} viene dada por la ley de la gravitación de Newton $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

$$\text{En nuestro caso: } m_1 = M_T \text{ y } m_2 = m \Rightarrow F = G \frac{M_T m}{r^2}$$

La distancia r será: $r = R_T + h = 6370 + 400 = 6770 \text{ km} = 6770 \times 10^3 \text{ m}$,
por tanto

$$F = G \frac{M_T m}{r^2} = (6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2 / \text{kg}^2) \frac{(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})(10 \text{ kg})}{(6770 \times 10^3 \text{ m})^2} = 87 \text{ N}$$

- $F = m.a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{87 \text{ N}}{10 \text{ kg}} = 8,7 \text{ m/s}^2$ lo que corresponde al valor de la gravedad a dicha altura.

2. Un proyectil se dispara hacia arriba desde la superficie de la Tierra con una velocidad inicial $v_i = 8 \text{ km/s}$. Considerando despreciable la resistencia del aire:

- Plantear la ley de conservación de la energía mecánica para los puntos correspondientes al disparo del proyectil (superficie de la Tierra) y el correspondiente a la altura máxima que éste alcanza.
- Determinar la altura máxima que alcanza el proyectil.

Datos: Radio de la Tierra, $R_T = 6370 \text{ km}$. Masa de la Tierra, $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$,
Constante de gravitación universal, $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2 / \text{kg}^2$

Sol.: a) Ley de conservación de la energía mecánica: $E_T = E_p + E_c = cte$

Consideraremos como E_p la gravitatoria terrestre: $E_p = U = -G \frac{M_T m}{r}$,

donde r es la distancia del proyectil al centro de la Tierra y hemos considerado $U = 0$ en $r = \infty$.

$$\text{En el instante del disparo: } E_T = U_i + E_{c_i} = -G \frac{M_T m}{R_T} + \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$\text{Cuando se alcanza la máxima altura: } E_T = U_f + E_{c_f} = -G \frac{M_T m}{(R_T + h)} + 0$$

$$\text{Por tanto: } -G \frac{M_T m}{R_T} + \frac{1}{2} m v_i^2 = -G \frac{M_T m}{(R_T + h)}$$

- b) Llamaremos $r = R_T + h$, calcularemos r y luego despejaremos h .

Como vemos, el dato de la masa del proyectil no es necesario.

$$-G \frac{M_T m}{R_T} + \frac{1}{2} m v_i^2 = -G \frac{M_T m}{(R_T + h)} \Rightarrow G \frac{M_T}{R_T} - \frac{1}{2} v_i^2 = G \frac{M_T}{r}$$

$$G \frac{M_T}{R_T} - \frac{1}{2} v_i^2 = (6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2 / \text{kg}^2) \frac{5,98 \times 10^{24} \text{ kg}}{6370 \times 10^3 \text{ m}} - \frac{1}{2} (8000 \text{ m/s})^2 =$$

$$= (6,26 \times 10^7 - 3,20 \times 10^7) (\text{m}^2 / \text{s}^2) = 3,06 \times 10^7 (\text{m}^2 / \text{s}^2)$$

$$G M_T = (6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2 / \text{kg}^2) (5,98 \times 10^{24} \text{ kg}) = 3,99 \times 10^{14} (\text{m}^3 / \text{s}^2)$$

$$r = \frac{3,99 \times 10^{14} (\text{m}^3 / \text{s}^2)}{3,06 \times 10^7 (\text{m}^2 / \text{s}^2)} = 1,30 \times 10^7 \text{ m}$$

$$r = R_T + h \Rightarrow h = r - R_T = (13 - 6,37) \times 10^6 \text{ m} = 6,63 \times 10^6 \text{ m} = 1,04 R_T$$

3. Un proyectil se dispara hacia arriba desde la superficie de la Tierra con una velocidad inicial $v_i = 15 \text{ km/s}$. Considerando despreciable la resistencia del aire:

- a) Plantear la ley de conservación de la energía mecánica para los puntos correspondientes al disparo del proyectil (superficie de la Tierra) y el correspondiente a una altura muy lejana a la Tierra ($r = \infty$).
- b) Determinar la velocidad del proyectil cuando está muy lejos de la Tierra.

Datos: Radio de la Tierra, $R_T = 6370 \text{ km}$. Masa de la Tierra, $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$,
Constante de gravitación universal, $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2 / \text{kg}^2$

Sol.: a) Ley de conservación de la energía mecánica: $E_T = E_p + E_c = cte$

Consideraremos como E_p la gravitatoria terrestre: $E_p = U = -G \frac{M_T m}{r}$,

donde r es la distancia del proyectil al centro de la Tierra y hemos considerado $U = 0$ en $r = \infty$.

$$\text{En el instante del disparo: } E_T = U_i + E_{c_i} = -G \frac{M_T m}{R_T} + \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$\text{Cuando estamos muy lejos de la Tierra: } E_T = U_f + E_{c_f} = 0 + \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$\text{Por tanto: } -G \frac{M_T m}{R_T} + \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} m v_f^2$$

- b) Como vemos, el dato de la masa del proyectil no es necesario.

$$-G \frac{M_T m}{R_T} + \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} m v_f^2 \Rightarrow -2G \frac{M_T}{R_T} + v_i^2 = v_f^2$$

$$-2G \frac{M_T}{R_T} + v_i^2 = -2(6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2 / \text{kg}^2) \frac{5,98 \times 10^{24} \text{ kg}}{6370 \times 10^3 \text{ m}} + (15.000 \text{ m/s})^2 =$$

$$= (-1,25 \times 10^8 + 2,25 \times 10^8) (\text{m}^2 / \text{s}^2) = 1 \times 10^8 (\text{m}^2 / \text{s}^2)$$

$$v_f^2 = 1 \times 10^8 (\text{m}^2 / \text{s}^2) \Rightarrow v_f = 1 \times 10^4 (\text{m/s}) = 10.000 \text{ m/s} = 10 \text{ km/s}$$

Tema 6.- Vibraciones y ondas.

1. Una partícula, describiendo un movimiento armónico simple de frecuencia $\omega = 10 \text{ s}^{-1}$, se encuentra en el punto de máximo desplazamiento $x = +18 \text{ cm}$ en el instante $t = 0$.

- a) Obtener el valor de la fase inicial.
b) Obtener la posición de la partícula en el instante $t = 0.65 \text{ s}$.

Sol.: a) La ecuación de movimiento es: $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$; con $\omega = 2\pi f$

en $t = 0 \Rightarrow x = A = +18 \text{ cm} \Rightarrow \cos(\omega t + \varphi) = \cos(\varphi) = 1$, por tanto la fase inicial es $\varphi = 0$.

b) $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$; $\omega = 2\pi f = 20\pi \text{ s}^{-1}$
 $x = 18 \cdot \cos(20\pi \times 0.65) = 18 \cdot \cos(13\pi) = -18 \text{ cm}$

2. Una masa colgada de un muelle de masa despreciable y de constante de recuperación k , describe un movimiento armónico simple de período T .

- a) Si la misma masa se cuelga de otro muelle, también sin masa, de constante $2k$, ¿cuál será ahora el período de las oscilaciones?
b) Obtener la constante del muelle si cuando colgamos una masa de 2 kg el período es 1 s .

Sol: a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} = \frac{T}{\sqrt{2}}$ El período decrece en un factor $\sqrt{2}$.

b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k} \Rightarrow k = 4\pi^2 \frac{m}{T^2} = 4\pi^2 \frac{2 \text{ kg}}{1 \text{ s}^2} = 79 \text{ N/m}$

3. Un objeto de 2.50 kg se cuelga de un muelle, de masa despreciable, de constante de recuperación $k = 4.50 \text{ kN/m}$. El muelle se estira 10 cm de su posición de equilibrio y el sistema se deja oscilar.

- a) ¿En qué puntos es máxima la energía cinética del sistema?
b) Obtener la energía cinética máxima del sistema

Sol: a) La energía cinética será máxima cuando el muelle pase de nuevo por su posición de equilibrio, es decir cuando la velocidad es máxima.

b) Por conservación de la energía: $E_{c_{\max}} = E_{p_{\max}}$. La energía potencial máxima corresponde al punto de máximo estiramiento y vale

$$E_p = (1/2)kx^2 = 0.5 \times (4.5 \times 10^3 \text{ N/m}) \times (0.1 \text{ m})^2 = 22.5 \text{ J}$$

4. Una emisora de radio emite con una frecuencia de 6 MHz .

- a) Expresar el valor de la frecuencia en unidades del Sistema Internacional.
b) Calcular la longitud de onda si la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en el aire es 300.000 km/s .

Sol.: a) La unidad de frecuencia en el S.I. es el Hz.

$$1 \text{ Hz} \equiv 1 \text{ ciclo/s.}$$

$$\nu = 6 \text{ MHz} = 6 \times 10^6 \text{ Hz}$$

b) $c = \nu\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}}{6 \times 10^6 \text{ s}^{-1}} = 0.5 \times 10^2 \text{ m} = 50 \text{ m}$

5. Una cuerda de caucho está sujeta por un extremo y se hace vibrar el otro con una frecuencia de 20 Hz. Se propaga entonces en la cuerda un movimiento ondulatorio de 44 cm de longitud de onda. Calcular la velocidad de propagación de la onda en la cuerda.

$$\text{Sol.: } v = v\lambda \Rightarrow v = 20 \text{ Hz} \times 0,44 \text{ m} = 8,8 \text{ m/s}$$

6. Un sonido tiene una frecuencia de 1000 Hz.
- a) Calcular su longitud de onda cuando se propaga en el aire a una temperatura de 15°C.
- b) ¿Tendrá la misma longitud de onda al propagarse en una viga de acero? ¿Dónde es mayor?

$$\text{Datos: } v(\text{aire a } 15^\circ\text{C}) = 340 \text{ m/s} ; v'(\text{acero}) = 5000 \text{ m/s}$$

$$\text{Sol.: a) } v = v\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{v}{v} = \frac{340 \text{ m/s}}{1000 \text{ Hz}} = 0,34 \text{ m}$$

$$\text{b) } v' = v\lambda' \Rightarrow \lambda' = \frac{v'}{v} = \frac{5000 \text{ m/s}}{1000 \text{ Hz}} = 5 \text{ m} . \text{ Es mayor en el acero.}$$

Tema 7.- Electrostática.

1. Los protones son partículas con carga positiva, igual en valor absoluto a la del electrón ($q_e = 1.6 \times 10^{-19} C$) y una masa de $1.7 \times 10^{-27} kg$. Suponiendo dos protones colocados en el vacío a una distancia de $10^{-11} m$,

- Calcúlese la fuerza gravitatoria con que se atraen.
- Calcúlese la fuerza electrostática con que se repelen.
- Compárense ambas fuerzas.

Datos.- Constante de gravitación universal: $G = 6,67 \times 10^{-11} N.m^2 / kg^2$.

Constante de la Ley de Coulomb en el vacío: $K = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2$

Sol.: a) $F_g = G \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} = 6,67 \times 10^{-11} (N.m^2 / kg^2) \times \frac{(1.7 \times 10^{-27} kg)^2}{(10^{-11} m)^2} = 1,9 \times 10^{-42} N$

b) $F_c = K \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2} = 9 \times 10^9 (N.m^2 / C^2) \times \frac{(1.6 \times 10^{-19} C)^2}{(10^{-11} m)^2} = 2,3 \times 10^{-6} N$

- La fuerza gravitatoria es extraordinariamente débil comparada con la electrostática.

$$\frac{2,3 \times 10^{-6}}{1,9 \times 10^{-42}} = 1,2 \times 10^{36}$$

2. Una pequeña esfera metálica, que se puede considerar puntual, adquiere una carga positiva de $10^{-9} C$. Esa carga crea en el espacio que la rodea un campo eléctrico.

- Calcúlese la intensidad del campo eléctrico en un punto situado a 30 cm de la esfera.
- Calcúlese también el potencial en el mismo punto.

Datos.- Constante de la Ley de Coulomb en el vacío: $K = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2$

Sol: a) El campo eléctrico creado por una carga puntual a una distancia d :

$$E = K \frac{q}{d^2} = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2 \frac{10^{-9} C}{(30 \times 10^{-2} m)^2} = 100 N / C$$

b) El potencial: $V = K \frac{q}{d} = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2 \frac{10^{-9} C}{30 \times 10^{-2} m} = 30 V$

3. Dos cargas puntuales positivas de $12 \times 10^{-9} C$ se encuentran, en el vacío, separadas una distancia de 10 cm.

- Calcúlese la intensidad del campo eléctrico creado por ambas cargas en el punto medio del segmento que las une.
- Calcúlese también el potencial en el mismo punto.

Datos.- Constante de la Ley de Coulomb en el vacío: $K = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2$

Sol: a) El módulo del campo eléctrico creado por cada una de las cargas a una distancia de 5 cm:

$$E_1 = E_2 = K \frac{q}{d^2} = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2 \frac{12 \times 10^{-9} C}{(5 \times 10^{-2} m)^2} = 4,32 \times 10^4 N / C$$

Por ser el campo eléctrico una magnitud vectorial, los vectores \vec{E}_1 y \vec{E}_2 son del mismo módulo y dirección pero de sentido contrario. Por tanto el vector resultante es nulo: $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$

- c) El potencial es una magnitud escalar, al ser las cargas idénticas y positivas los potenciales serán iguales y positivos, por tanto el potencial total será la suma:

$$V_1 = V_2 = K \frac{q}{d} = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2 \frac{12 \times 10^{-9} \text{ C}}{5 \times 10^{-2} \text{ m}} = 2160 \text{ V} = 2,16 \times 10^3 \text{ V}$$

$$V = V_1 + V_2 = 2 \times 2,16 \times 10^3 \text{ V} = 4,32 \times 10^3 \text{ V}$$

4. Una carga puntual, positiva y aislada en el vacío, ejerce en un punto situado a 9 cm un potencial de 100 V.
a) Calcúlese el valor de la carga.
b) Calcúlese la intensidad del campo eléctrico en ese punto.

Datos.- Constante de la Ley de Coulomb en el vacío: $K = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$

$$\text{Sol: a) } V = K \frac{q}{d} \Rightarrow q = \frac{V \cdot d}{K} \Rightarrow q = \frac{100 \text{ V} \times 9 \times 10^{-2} \text{ m}}{9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2} = 10^{-9} \text{ C}$$

- b) Conocida la carga:

$$E = K \frac{q}{d^2} = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2 \frac{10^{-9} \text{ C}}{(9 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 1111 \text{ N/C} \approx 1,1 \times 10^3 \text{ N/C}$$

Tema 8.- Corriente eléctrica.

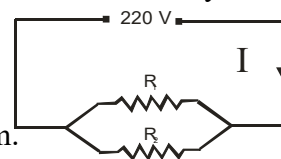
1. Se dispone de un alambre conductor de 10 m de longitud y 1 mm^2 de sección, cuya resistividad es $5 \times 10^{-7} \Omega \cdot m$.
- Calcúlese la resistencia del alambre.
 - Calcúlese la intensidad de corriente que lo atraviesa si se conectan sus extremos a una diferencia de potencial de 12 V.

Sol: a) $R = \rho \frac{l}{S} \Rightarrow R = 5 \times 10^{-7} \Omega \cdot m \frac{10 \text{ m}}{10^{-6} \text{ m}^2} = 5 \Omega$

b) $I = \frac{V_1 - V_2}{R} = \frac{12 \text{ V}}{5 \Omega} = 2,4 \text{ A}$

2. Dos bombillas se conectan en paralelo a 220 V. Sus resistencias son $R_1 = 484 \Omega$ y $R_2 = 1936 \Omega$.

- Calcúlese la intensidad que circula por cada una de las bombillas y la intensidad total que pasa por el circuito.
- Obtégase la resistencia equivalente utilizando la ley de Ohm.
- Obtégase la resistencia equivalente a partir de los valores de R_1 y R_2 .



- Sol: a) Al estar las bombillas en paralelo la diferencia de potencial es la misma para ambas:

$$I_1 = \frac{V_A - V_B}{R_1} = \frac{220 \text{ V}}{484 \Omega} = 0,455 \text{ A} \quad I_2 = \frac{V_A - V_B}{R_2} = \frac{220 \text{ V}}{1936 \Omega} = 0,114 \text{ A}$$

$$I_{total} = I_1 + I_2 = 0,455 + 0,114 = 0,569 \text{ A}$$

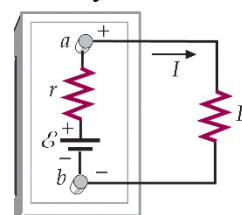
b) $V = I \cdot R \Rightarrow R_{eq} = \frac{V}{I_{total}} = \frac{220 \text{ V}}{0,569 \text{ A}} = 387 \Omega$

- c) Por estar en paralelo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{484 \Omega \times 1936 \Omega}{484 \Omega + 1936 \Omega} = 387 \Omega$$

3. Una resistencia de 11Ω se conecta a través de una batería de fem 6 V y resistencia interna 1Ω . Determinar:

- La intensidad de la corriente.
- La tensión en los bornes de la batería.
- La potencia suministrada por la fem.
- La potencia suministrada a la resistencia externa.
- La potencia disipada por la resistencia interna de la batería.



Sol:

a) $I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{6 \text{ V}}{11 \Omega + 1 \Omega} = \frac{6}{12} \text{ A} = 0,5 \text{ A}$

b) $V_a - V_b = \varepsilon - Ir = 6 \text{ V} - (0,5 \text{ A}) \times (1 \Omega) = 5,5 \text{ V}$

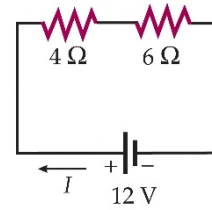
c) $P_\varepsilon = \varepsilon \cdot I = (6 \text{ V})(0,5 \text{ A}) = 3 \text{ W}$

d) $P_R = I^2 R = (0,5 \text{ A})^2 (11 \Omega) = 2,75 \text{ W}$

e) $P_r = I^2 r = (0,5 \text{ A})^2 (1 \Omega) = 0,25 \text{ W}$ como vemos $P = P_R + P_r$

4. Una resistencia de 4Ω y otra de 6Ω se conectan en serie con una batería de fem 12 V y resistencia interna despreciable. Determinar:

- La resistencia equivalente.
- La intensidad que circula por el circuito.
- La caída de potencial a través de cada resistencia.
- La potencia disipada en cada resistencia.
- La potencia total disipada.



Sol:

a) Por estar las resistencias en serie: $R_{eq} = R_1 + R_2 = (4 + 6) \Omega = 10 \Omega$

b) $V = I \times R_{eq} \Rightarrow I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12 \text{ V}}{10 \Omega} = 1,2 \text{ A}$

c) Al estar las resistencias en serie la intensidad a través de ambas es la misma
 $V_1 = I \cdot R_1 = (1,2 \text{ A}) \cdot (4 \Omega) = 4,8 \text{ V}$; $V_2 = I \cdot R_2 = (1,2 \text{ A}) \cdot (6 \Omega) = 7,2 \text{ V}$

d)

$$P = I^2 R = I \cdot V \begin{cases} P_1 = I^2 R_1 = (1,2 \text{ A})^2 \times (4 \Omega) = 5,76 \text{ W} ; IV_1 = 1,2 \times 4,8 = 5,76 \text{ W} \\ P_2 = I^2 R_2 = (1,2 \text{ A})^2 \times (6 \Omega) = 8,64 \text{ W} ; IV_2 = 1,2 \times 7,2 = 8,64 \text{ W} \end{cases}$$

e) La potencia total disipada se puede calcular de varias formas:

$$P_{Total} = I^2 R_{eq} = (1,2 \text{ A})^2 (10 \Omega) = 14,4 \text{ W} ; P_{Total} = I \cdot V = (1,2 \text{ A}) \cdot (12 \text{ V}) = 14,4 \text{ W}$$

$$P_{Total} = P_1 + P_2 = 14,4 \text{ W}$$