

ESTIMACIÓN BAYESIANA DE LA VARIABLE ESTATUS EN UN CONJUNTO LONGITUDINAL DE CAMPOS VISUALES

M. V. Ibáñez y A. Simó

Departament de Matemàtiques. Universitat Jaume I de Castellón.

Antecedentes y objetivos

En este trabajo mostramos el uso de modelos de series temporales multivariantes, campos aleatorios de Markov y métodos bayesianos para resolver un problema que se presenta en oftalmología relacionado con el estudio del glaucoma.

El glaucoma es una enfermedad ocular muy extendida caracterizada por un decrecimiento en la intensidad de visión del paciente. Debido a esta enfermedad la intensidad de visión decrece en la retina gradualmente y sin dolor, de forma no homogénea. Este decrecimiento empieza en unas determinadas posiciones y se va extendiendo siguiendo las direcciones del nervio óptico. Si el glaucoma no se diagnostica a tiempo puede llegar a dañar seriamente la función visual, de hecho es actualmente una de las principales causas de ceguera en todo el mundo. Una de las más decisivas pruebas en el diagnóstico de la enfermedad es la llamada campimetría, esta prueba mide el umbral de visión en 52 puntos de la retina prefijados. El resultado es un mapa numérico denominado campo visual. El objetivo final de la prueba es poder clasificar cada una de las posiciones como sana o enferma.

Como antecedente de este trabajo debemos mencionar el trabajo de Olsson y Rootzen (1994). En este trabajo se propone una modelización espacial para los campos visuales de pacientes afectados por el glaucoma, aunque ellos partían de información distinta a la nuestra y perseguían objetivos también diferentes, utilizaremos algunas de sus conclusiones e intentaremos generalizar algunos de sus modelos para incluir la componente temporal en ellos.

Metodología

Además de la variable intensidad de visión, consideramos otra variable asociada a cada posición, esta variable será binaria e indicará si la posición es sana o enferma. Usando metodología bayesiana, esta variable puede considerarse como un parámetro de la distribución de probabilidad de los umbrales y su estimador vendrá dado, de la forma habitual, por el valor que minimice la esperanza a a de una cierta función de pérdida. Por ejemplo la media a posteriori, si consideramos la función de pérdida cuadrática la moda a posteriori, si consideramos la función de pérdida 0-1.

Para la variable umbral, condicionada a los estatus, asumimos un modelo multiva-

riante autoregresivo e integrado de primer orden en el tiempo (VARI(1,1)) (Hamilton, 1994) y con una correlación espacial homogénea de primer orden. Se considera un modelo integrado porque el umbral de visión disminuye con la edad. Trabajando con diferencias de primer orden conseguimos que los datos sean estacionarios. Si dibujamos además la función de autocorrelación empírica de los datos diferenciados, en una posición del campo visual observamos un decaimiento exponencial que es típico de los modelos autoregresivos.

Como distribuciones a priori para los parámetros de esta distribución hemos elegido distribuciones conjugadas siempre que ha sido posible. En los dos casos en que no se ha podido hemos utilizado distribuciones no informativas y el algoritmo de Metrópolis-Hasting para obtener simulaciones.

La variable estatus se modeliza utilizando un modelo autologístico espacio-temporal (Hainsworth y Mardia, 1991) con una dependencia espacial no homogénea. Esta dependencia asume que la propagación de las lesiones sigue las direcciones de las fibras nerviosas. También se asume dependencia temporal de primer orden, asumiendo que en la probabilidad de que una posición sea clasificada como enferma en t , interviene el valor del estatus en $t-1$, en las posiciones vecinas. También se penaliza el hecho de que una posición clasificada como enferma en el instante $t-1$, sea clasificada como sana en el instante t . Esto es fisiológicamente imposible, pero en la práctica puede ocurrir debido a errores en la medida, como por ejemplo, falta de fijación o pequeños movimientos.

Es necesario el uso de métodos MCMC para estimar conjuntamente los valores de los estatus y los parámetros e hiperparámetros del modelo. Usamos el Gibbs sampling para simular de la distribución conjunta a posteriori de la variable estatus y los parámetros del modelo VARI(1,1). Los hiperparámetros de la distribución de los estatus se consideran fijos y son estimados por máxima verosimilitud usando el algoritmo de Younes. Hay que tener en cuenta que estos parámetros aparecen en la constante normalizadora de la distribución del modelo autologístico espacio-temporal asumido para el estatus. Esta constante normalizadora es desconocida y debe ser aproximada usando métodos MCMC. Por este mismo motivo, una aproximación completamente Bayesiana para la estimación de estos parámetros resultaría computacionalmente impracticable.

Resultados

Esta metodología fue aplicada a un conjunto de campos visuales tomados sobre 10 pacientes. El número de campos visuales observados en cada paciente oscila de 4 a 9. Las observaciones son anuales. La distribución a posteriori es resumida usando los diferentes parámetros habituales y las clasificaciones obtenidas en cada caso son comparadas.

Para comprobar la bondad de la metodología utilizada en la clasificación de las posiciones como sanas o enfermas, comparamos los resultados obtenidos con la clasificación que proporciona el campímetro la cual está basada en percentiles empíricos en cada observación. Se calcularon razones de falsos positivos y falsos negativos resultando en la mayoría de casos porcentajes bastante aceptables. Como era natural en la clasificación con nuestra metodología aparecen más clusters tanto espaciales como temporales.

Conclusiones

Nuestro objetivo en este trabajo ha sido mostrar cómo los procesos estocásticos y la metodología bayesiana pueden ser usados para resolver un problema médico muy interesante. En nuestra opinión, nuestra metodología mejora la clasificación hecha hasta ahora por el campímetro ya que incorpora información espacial y temporal que no tiene en cuenta éste último y por tanto podría ser muy útil su uso en la práctica clínica. Sin embargo, los resultados de este trabajo no deben ser considerados concluyentes desde el punto de vista clínico pues para ello un estudio a partir de una base de datos mucho más completa debería realizarse.

Referencias

- Hainsworth, T. y Mardia, K. (1991). A markov random field restoration of image sequences. R. Chellappa y A. Jain (eds.), *Markov random fields. Theory and application*, 409–446. Oxford Academic Press Inc.
- Hamilton, J. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press. Princeton, New Jersey.
- Olsson, J. y Rootzen, H. (1994). An image model for quantal response analysis in perimetry. *Scandinavian Journal of Statistics* 21:375–387.