MATEMÁTICAS II   Grupo GF   T1 a

APELLIDOS: ____ NOMBRE______________________

1. Considera el problema siguiente:

$$\begin{array}{rl} \text{Max.} & 200x + z + 5xy - 2x^2 - y^2 \\ \text{s.a} & 5x - y^2 - z^2 \ \boxed{}\ 3 \\ & x^2 + y^2 + z^2 \ \boxed{}\ 10 \\ & x,\ y,\ z \geq 0 \end{array}$$

   (a) **(*)** Pon las desigualdades necesarias en los recuadros para que el conjunto de oportunidades sea convexo. (Razona tu respuesta.)

   (b) **(*)** Razona si el teorema local-global es aplicable al problema.

   (c) **(*)** Razona si las soluciones siguientes son factibles o infactibles y, si son factibles, si son interiores o de frontera:
   $$(3, 0, 1), \quad (1, 1, 0), \quad (5, 0, 0).$$

   (d) **(0.5 ptos.)** Aceptando que una de las tres soluciones anteriores es óptima, razona cuál es.

2. Considera el problema siguiente:

$$\begin{array}{rl} \text{Max.} & 2x + 3y + 4z \\ \text{s.a} & x^3 + y^2 \leq 126 \\ & y^2 + 2z^2 \leq 100 \\ & x - y - z \leq 3 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

   (a) **(*)** Razona si se le puede aplicar el teorema de Weierstrass.

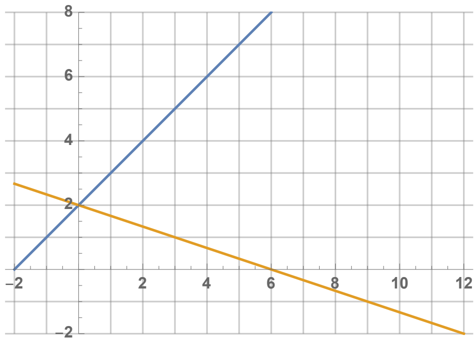
   (b) **(1 pto.)** Razona si el problema anterior tiene óptimo, es infactible o no acotado. ¿Y si añadimos la restricción $x \geq 10$?

   (c) **(0.5 ptos.)** ¿Es un problema de programación no lineal? ¿Y de programación lineal? Modifica el problema lo menos posible para asegurar que ya no es de programación no lineal.

3. **(0.5 ptos.)** En esta pregunta no tienes que hacer nada. Estos puntos los tendrás si tus respuestas a las preguntas con (*) están expresadas y razonadas con precisión.

4. **(2 ptos.)** Resuelve gráficamente los problemas:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & 2x + 4y \\ \text{s.a} & xy \leq 8 \\ & y - x \leq 2 \\ & x + 3y \geq 6 \\ & x,\ y \geq 0 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} \text{Opt.} & 2x + 4y \\ \text{s.a} & xy \geq 8 \\ & y - x \leq 2 \\ & x + 3y \leq 6 \\ & x,\ y \geq 0 \end{array}$$



   Indica claramente cuál es la solución óptima del problema de maximizar y cuál la del problema de minimizar. Representa en la figura todo lo necesario para llegar a la solución, incluyendo las curvas de nivel óptimas.

5. **(0.5 ptos.)** Di qué es un problema no acotado. Pon un ejemplo de problema de optimización con conjunto de oportunidades no acotado, pero que tenga solución óptima. Puedes usar alguno de los que aparecen en este examen.

MATEMÁTICAS II   Grupo GF   T1 b

APELLIDOS: ________________________________ NOMBRE____________________

1. Considera el problema siguiente:

$$\begin{array}{rl} \text{Min.} & x + yz \\ \text{s.a} & x^3 + y^3 \leq 1001 \\ & x + y - z \leq 5 \\ & z^2 \leq 50 \\ & x,\, y \geq 0 \end{array}$$

   (a) **(*)** Razona si cumple las hipótesis del teorema de Weierstrass.
   (b) **(1 pto.)** Razona si el problema tiene solución óptima, es infactible o no acotado. ¿Y si eliminamos las restricciones $x,\, y \geq 0$?
   (c) **(*)** Razona si la solución $(1, 1, -2)$ es factible o infactible y, si es factible, si es interior o de frontera. Calcula el valor de la función objetivo en esa solución.
   (d) **(0.5 ptos.)** Razona si el valor óptimo de la función objetivo es positivo, negativo o cero.

2. Considera el problema siguiente:

$$\begin{array}{rl} \text{Min.} & 100 - x^2 - 3y^2 - 5z^2 \\ \text{s.a} & 3x - y + z \geq 0 \\ & 10x + 2yz + xz - xy - x^2 - 2y^2 - z^2 \;\boxed{}\; 5 \end{array}$$

   (a) **(*)** Completa el recuadro para que el conjunto de oportunidades sea convexo.
   (b) **(*)** ¿Cumple el teorema local-global? ¿Y si el objetivo fuera maximizar?

3. **(0.5 ptos.)** En esta pregunta no tienes que hacer nada. Estos puntos los tendrás si tus respuestas a las preguntas con (*) están expresadas y razonadas con precisión.

4. Considera el problema siguiente:

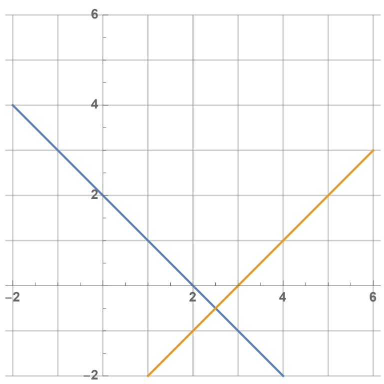
$$\begin{array}{rl} \text{Max.} & 3x + 5y + z \\ \text{s.a} & x + y + z \leq 100 \\ & x + y \geq 3 \\ & x,\, y,\, z \geq 0 \end{array}$$

   (a) **(0.2 ptos.)** ¿Es de programación lineal? ¿Y de programación no lineal? Razona las respuestas.
   (b) **(0.3 ptos.)** Modifícalo, si es necesario, para que
      i. Sea de programación no lineal, pero no de programación lineal.
      ii. No sea de programación no lineal.

5. **(2 ptos.)** Resuelve gráficamente los problemas:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & 4x + 2y \\ \text{s.a} & y \leq x^2 \\ & x - y \leq 3 \\ & x + y \geq 2 \\ & x,\, y \geq 0 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} \text{Opt.} & 4x + 2y \\ \text{s.a} & y \geq x^2 \\ & x - y \geq 3 \\ & x + y \geq 2 \\ & x,\, y \geq 0 \end{array}$$

   Indica claramente cuál es la solución óptima del problema de maximizar y cuál la del problema de minimizar. Representa en la figura todo lo necesario para llegar a la solución, incluyendo las curvas de nivel óptimas.



6. **(0.5 ptos.)** Di qué es una solución infactible y qué es un problema infactible. Pon un ejemplo de problema con soluciones infactibles que no sea infactible.

MATEMÁTICAS II Grupo GF T1 c

APELLIDOS: ______________________ NOMBRE______________________

1. Considera el problema siguiente:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & 10x + 3xz - 3x^2 - 3y^2 - z^2 \\ \text{s.a} & 2x^2 + z^2 \leq 60 \\ & x - 2y^2 + 3z \geq 1 \\ & y^2 + z^2 \leq 110 \end{array}$$

   (a) **(*)** Razona si las soluciones $(0,0,0), (1,0,0), (2,0,0)$ son factibles o infactibles y, en caso de ser factibles, si son interiores o de frontera. Calcula el valor de la función objetivo en cada una de ellas.

   (b) **(0.5 ptos.)** En caso de que el problema tenga máximo global, ¿podemos asegurar que el valor máximo de la función objetivo será al menos de 8 unidades? Razona la respuesta.

   (c) **(*)** Estudia si cumple las hipótesis del teorema local-global con objetivo de maximizar o de minimizar.

   (d) **(*)** Estudia si cumple las hipótesis del teorema de Weierstrass con objetivo de maximizar o de minimizar.

   (e) **(1 pto.)** ¿Podemos asegurar que el problema tiene una solución máxima o mínima? En caso afirmativo, ¿podemos asegurar que es un máximo o un mínimo global? Razona la respuesta.

2. **(0.5 ptos.)** En esta pregunta no tienes que hacer nada. Estos puntos los tendrás si tus respuestas a las preguntas con (*) están expresadas y razonadas con precisión.

3. Considera el problema siguiente:

$$\begin{array}{rl} \text{Max.} & 3x + y + 2z \\ \text{s.a} & x + 2y + z \leq 100 \\ & x \geq 500 \\ & x,\ y,\ z \geq 0 \end{array}$$

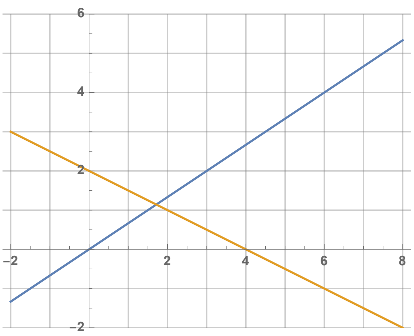
   (a) **(0.5 ptos.)** ¿Es de programación lineal? ¿Es de programación no lineal? (responde a las DOS preguntas).

   (b) **(0.5 ptos.)** Razona si el problema tiene solución óptima, es infactible o no acotado. Explica lo que significa que sea del tipo correspondiente.

4. **(2 ptos.)** Resuelve gráficamente los problemas:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & 3x + 2y \\ \text{s.a} & xy \leq 6 \\ & x + 2y \geq 4 \\ & 2x - 3y \geq 0 \\ & x,\ y \geq 0 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} \text{Opt.} & 3x + 2y \\ \text{s.a} & xy \geq 6 \\ & x + 2y \leq 4 \\ & 2x - 3y \geq 0 \\ & x,\ y \geq 0 \end{array}$$

   Indica claramente cuál es la solución óptima del problema de maximizar y cuál la del problema de minimizar. Representa en la figura todo lo necesario para llegar a la solución, incluyendo las curvas de nivel óptimas.



MATEMÁTICAS II Grupo GF T2 a

APELLIDOS: ____ NOMBRE______________________

Resuelve el problema siguiente por el método de ramificación y acotación usando LINGO para resolver los problemas intermedios. Escribe el árbol correspondiente y razona por qué termina cada rama. En caso de que puedas ramificar varias variables, elige la menor en orden alfabético, y en caso de que puedas ramificar varios nodos elige el de mejor valor de la función objetivo. El valor óptimo de la función objetivo del primer problema debe darte 4277.33.

$$\begin{array}{rl} \text{Min.} & 73x + 121y + 125z \\ \text{s.a} & 13x + 4y + 6z \geq 541 \\ & z \leq 13 \\ & 3x + 3y + 7z \geq 200 \\ & x,\ y,\ z \geq 0 \text{ enteras} \end{array}$$

MATEMÁTICAS II   Grupo GF   T2 b

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE____________________

Resuelve el problema siguiente por el método de ramificación y acotación usando LINGO para resolver los problemas intermedios. Escribe el árbol correspondiente y razona por qué termina cada rama. En caso de que puedas ramificar varias variables, elige la menor en orden alfabético, y en caso de que puedas ramificar varios nodos elige el de mejor valor de la función objetivo. El valor óptimo de la función objetivo del primer problema debe darte 4168.33.

$$
\begin{array}{rl}
\text{Min.} & 120x + 70y + 125z \\
\text{s.a} & 4x + 13y + 6z \geq 511 \\
& z \leq 13 \\
& 3x + 3y + 7z \geq 200 \\
& x,\, y,\, z \geq 0 \text{ enteras}
\end{array}
$$

MATEMÁTICAS II Grupo GF T2 c

APELLIDOS: ____ NOMBRE______________________

Resuelve el problema siguiente por el método de ramificación y acotación usando LINGO para resolver los problemas intermedios. Escribe el árbol correspondiente y razona por qué termina cada rama. En caso de que puedas ramificar varias variables, elige la menor en orden alfabético, y en caso de que puedas ramificar varios nodos elige el de mejor valor de la función objetivo. El valor óptimo de la función objetivo del primer problema debe darte 913.33.

$$
\begin{array}{rl}
\text{Min.} & 7x + 13y + 14z \\
\text{s.a} & 13x + 7y + 5z \geq 510 \\
& y \leq 13 \\
& 3x + 7y + 3z \geq 410 \\
& x,\ y,\ z \geq 0 \text{ enteras}
\end{array}
$$

MATEMÁTICAS II Grupo GF Int a

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE____________________

La empresa distribuidora de muebles IAMIKÉ ha encargado a la empresa subcontratada HANDMADING que le fabrique al menos 1 000 muebles de tres modelos distintos: LÅNGSTRUMP, NILSSON y SETTERGREN. La empresa HANDMADING anda escasa de madera, así que quiere satisfacer el pedido usando la menor cantidad de madera posible, y de modo que se cumplan también las condiciones siguientes:

1. Hay que producir al menos las 1 000 unidades convenidas.
2. Debe obtener al menos 4 000 u.m. de beneficio.
3. La fabricación no debe requerir más de las 2 300 horas de mano de obra disponibles.

Para ello resuelve el problema siguiente:

$$\begin{array}{rll} \text{Min.} & 35x + 40y + 55z & \text{kg de madera empleados} \\ \text{s.a} & x + y + z \geq 1000 & \text{Producción} \\ & 3x + 7y + 11z \geq 4\,000 & \text{Beneficio} \\ & 2x + 3y + 4z \leq 2\,300 & \text{Horas} \\ & x,\, y,\, z \geq 0 & \end{array}$$

donde x, y, z son, respectivamente el número de muebles de tipo LÅNGSTRUMP, NILSSON y SETTERGREN que se producen.

Variable	Value	Reduced Cost
X	750.0000	0.000000
Y	250.0000	0.000000
Z	0.000000	10.00000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
MADERA	36250.00	-1.000000
PRODUCCION	0.000000	-31.25000
BENEFICIO	0.000000	-1.250000
HORAS	50.00000	0.000000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X	35.00000	5.000000	10.00000
Y	40.00000	5.000000	5.000000
Z	55.00000	INFINITY	10.00000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
PRODUCCION	1000.000	40.00000	428.5714
BENEFICIO	4000.000	200.0000	1000.000
HORAS	2300.000	INFINITY	50.00000

Responde a las preguntas siguientes. Excepto en la 1, indica claramente:

A) Dato o datos que usas en la respuesta y su interpretación general (sin tener en cuenta la pregunta o el contexto del problema).

B) Interpretación del dato o los datos en el contexto del problema (sin tecnicismos y sin tener en cuenta la pregunta).

C) (Si procede), respuesta razonada a la pregunta.

1. **(0.2 ptos.)** Indica brevemente qué es el miembro izquierdo y el miembro derecho de cada restricción.

2. **(0.2 ptos.)** Interpreta los dos números que hay en la línea

Row	Slack or Surplus	Dual Price
HORAS	50.00000	0.000000

3. **(0.3 ptos.)** Interpreta esta línea:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
BENEFICIO	4000.000	200.0000	1000.000

4. **(0.4 ptos.)** ¿Qué requeriría menos madera, aumentar 200 u.m. el beneficio requerido o exigir que se produzcan 5 muebles más en total?

5. **(0.3 ptos.)** HANMADING se ha dado cuenta de que puede fabricar cada mueble SETTERGREN usando sólo 50 kg de madera y sin que se note la diferencia. ¿Convendría entonces fabricar menos LÅNGSTRUMP y más SETTERGREN?

6. **(0.4 ptos.)** ¿Cómo afectaría a la madera requerida que IAMIKÉ exigiera a HANDMADING la producción de al menos 50 muebles SETTERGREN?

7. **(0.2 ptos.)** La situación financiera de HANDMADING hace necesario que obtenga con esta operación un beneficio de al menos 4 100 u.m. ¿Le ayudaría a ello producir algún mueble SETTERGREN? ¿Cuántos muebles le convendrá producir en total?

MATEMÁTICAS II Grupo GF Int b

APELLIDOS: ______________________ NOMBRE______________________

La empresa distribuidora de muebles IAMIKÉ ha encargado a la empresa subcontratada HANDMADING que le fabrique al menos 1 000 muebles de tres modelos distintos: LÅNGSTRUMP, NILSSON y SETTERGREN. La empresa HANDMADING anda escasa de madera, así que quiere satisfacer el pedido usando la menor cantidad de madera posible, y de modo que se cumplan también las condiciones siguientes:

1. Hay que producir al menos las 1 000 unidades convenidas.
2. Debe obtener al menos 10 000 u.m. de beneficio.
3. La fabricación no debe requerir más de las 4 200 horas de mano de obra disponibles.

Para ello resuelve el problema siguiente:

$$\begin{array}{rll}
\text{Min.} & 35x + 40y + 55z & \text{kg de madera empleados} \\
\text{s.a} & x + y + z \geq 1000 & \text{Producción} \\
& 3x + 7y + 9z \geq 10\,000 & \text{Beneficio} \\
& 2x + 3y + 3z \leq 4\,200 & \text{Horas} \\
& x,\ y,\ z \geq 0 &
\end{array}$$

donde x, y, z son, respectivamente el número de muebles de tipo LÅNGSTRUMP, NILSSON y SETTERGREN que se producen.

Variable	Value	Reduced Cost
X	0.000000	20.83333
Y	1300.000	0.000000
Z	100.0000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
MADERA	57500.00	-1.000000
PRODUCCION	400.0000	0.000000
BENEFICIO	0.000000	-7.500000
HORAS	0.000000	4.166667

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X	35.00000	INFINITY	20.83333
Y	40.00000	2.777778	INFINITY
Z	55.00000	INFINITY	3.571429

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
PRODUCCION	1000.000	400.0000	INFINITY
BENEFICIO	10000.00	2600.000	200.0000
HORAS	4200.000	85.71429	866.6667

Responde a las preguntas siguientes. Excepto en la 1, indica claramente:

A) Dato o datos que usas en la respuesta y su interpretación general (sin tener en cuenta la pregunta o el contexto del problema).

B) Interpretación del dato o los datos en el contexto del problema (sin tecnicismos y sin tener en cuenta la pregunta).

C) (Si procede), respuesta razonada a la pregunta.

1. **(0.2 ptos.)** Indica brevemente qué es el miembro izquierdo y el miembro derecho de cada restricción.

2. **(0.2 ptos.)** Interpreta los dos números que hay en la línea

```
       Row     Slack or Surplus      Dual Price
PRODUCCION          400.0000           0.000000
```

3. **(0.3 ptos.)** Interpreta esta línea:

```
                 Current        Allowable        Allowable
   Row              RHS          Increase         Decrease
 HORAS         4200.000          85.71429         866.6667
```

4. **(0.3 ptos.)** Una avería en una máquina impide aprovechar toda la madera, de modo que cada mueble NILSSON requiere 45 kg de madera. ¿Le convendrá a HANDMADING producir igualmente las cantidades de cada mueble que ha propuesto LINGO?

5. **(0.4 ptos.)** ¿Qué sería preferible en cuanto al consumo de madera, reducir los beneficios requeridos hasta 9 900 u.m. o dedicar 100 horas más de mano de obra a atender el pedido?

6. **(0.4 ptos.)** IAMIKÉ ofrece a HANDMADING pagarle el importe de 150 kg. de madera si la remesa de muebles suministrados incluye al menos 10 de tipo LÅNGSTRUMP. ¿Le conviene a HANDMADING aceptar la oferta?

7. **(0.2 ptos.)** Si HANDMADING pudiera disponer de 60 horas adicionales para atender el pedido de IAMIKÉ, ¿le convendría emplearlas todas?¿Conseguiría con ello un mayor beneficio?

MATEMÁTICAS II   Grupo GF   M1 a

APELLIDOS: ________________________________ NOMBRE____________________

Un empresario proyecta reconvertir dos de sus fábricas para la elaboración de un nuevo producto. Teniendo en cuenta las condiciones de sus instalaciones, estima que la producción mensual de cada una vendrá dada por las funciones de producción

$$Q_1(K, L) = 35KL, \qquad Q_2(K, L) = 15KL,$$

donde K es el capital invertido en máquinas y L el número de trabajadores destinados a la fábrica correspondiente. Cada unidad producida se venderá a un precio de 0.80 €.

Cada trabajador contratado cobrará $2\,000$ € mensuales en la fábrica 1 y $1\,500$ € mensuales en la fábrica 2. Además, el gasto mensual para el mantenimiento de las instalaciones se estima en un 10% del capital invertido en cada fábrica. En cada fábrica se necesitará al menos un trabajador por cada 100 € invertidos en maquinaria.

Para la puesta en marcha de las fábricas el empresario cuenta con un capital de $8\,000$ €, en el que, además del capital invertido en maquinaria, hay que contar con que cada trabajador tiene que recibir un curso de formación cuyo coste se estima en 225 € en la fábrica 1 y 200 € en la fábrica 2. Las limitaciones de espacio no harían rentable una inversión inicial superior a los $5\,000$ € en la fábrica 1 o a los $4\,000$ € en la 2. Además, el empresario no quiere invertir en la maquinaria de ninguna fábrica más del doble de capital invertido en la otra.

Por otra parte, el empresario tiene la posibilidad de hacer reformas en sus fábricas, con un coste de $1\,000$ € en la fábrica 1 y de 900 € en la 2. Una fábrica reformada tendría el doble de capacidad de albergar trabajadores y maquinaria, por lo que la inversión inicial correspondiente podría duplicarse, pero de momento sólo se plantea reformar a lo sumo una de las dos fábricas.

Determina, para cada fábrica, qué capital conviene invertir en maquinaria y cuántos trabajadores conviene contratar, así como si conviene realizar la reforma de ampliación en alguna de ellas para maximizar los beneficios mensuales (en los que no hay que contar los gastos de puesta en marcha).

Modeliza el problema indicando claramente el significado de cada variable, de la función objetivo y de cada restricción, resuélvelo con LINGO, indica la solución óptima (con palabras, es decir, de modo que el empresario entienda lo que le conviene hacer aunque no sepa programación matemática) y comprueba que la solución que propones cumple todos los requisitos del problema.

MATEMÁTICAS II   Grupo GF   M1 b

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE______________________

La dirección de una empresa está organizando un equipo de investigación para el desarrollo de un nuevo producto. Dicho equipo debe constar de dos expertos y de un mínimo de 5 colaboradores y 10 auxiliares. Como expertos se barajan cuatro posibles candidatos. La tabla siguiente recoge la remuneración que exigiría cada uno, así como una valoración de su eficacia en función de su currículum:

	Dr. Aarón Álvarez	Dra. Berta Bono	Dr. César Cifuentes	Dra. Delia Durán
Remuneración	15 000	17 500	14 500	16 000
Eficacia	80	95	60	40

No obstante, los doctores Cifuentes y Durán llevan tiempo investigando en colaboración, por lo que si fueran elegidos ambos como expertos, ello aumentaría la eficacia del proyecto en 30 unidades adicionales.

Además, cada colaborador recibirá $6\,000$ € y aportará una eficacia de 6 unidades, mientras que cada auxiliar recibirá $3\,000$ € y aportará una eficacia de 2 unidades.

El Dr. Álvarez no está dispuesto a participar en el proyecto si no participa también la doctora Durán, y ésta a su vez ha dicho que, en caso de ser elegida, exigirá contar al menos con 10 colaboradores y 15 auxiliares.

Determina qué dos expertos conviene incorporar al proyecto y cuántos colaboradores y auxiliares para minimizar los gastos garantizando una eficacia de al menos 300 unidades.

Modeliza el problema indicando claramente el significado de cada variable, de la función objetivo y de cada restricción, resuélvelo con LINGO, indica la solución óptima (con palabras, es decir, de modo que los directores de la empresa entiendan lo que les conviene hacer aunque no sepan programación matemática) y comprueba que la solución que propones cumple todos los requisitos del problema.

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE______________________

Una empresa tiene pendiente servir cinco pedidos que le han encargado, pero sólo dispone de dos fábricas que pueden preparar dos pedidos cada una esta semana, mientras que el quinto tendrá que esperar hasta la semana próxima.

La tabla siguiente contiene los kg de producto de que consta cada pedido, y el coste de elaborarlo en cada fábrica:

	Pedido 1	Pedido 2	Pedido 3	Pedido 4	Pedido 5
kg	200	300	600	400	500
Coste F1	3 000	4 200	900	2 700	3 300
Coste F2	2 500	4 100	850	2 100	3 000

El proceso de producción requiere que una fábrica sólo pueda hacerse cargo del cuarto pedido si también se ocupa del quinto. Además, por limitaciones del servicio de transporte, la producción semanal de cada fábrica no puede exceder los 800 kg. Determina qué pedidos deben prepararse en cada fábrica esta semana y cuál debe dejarse pendiente para la semana próxima para minimizar el coste de producción de esta semana.

Modeliza el problema indicando claramente el significado de cada variable, de la función objetivo y de cada restricción, resuélvelo con LINGO, indica la solución óptima (con palabras, es decir, de modo que el gerente de la empresa entienda lo que le conviene hacer aunque no sepa programación matemática) y comprueba que la solución que propones cumple todos los requisitos del problema.

APELLIDOS: ________________________ NOMBRE____________________

1. El problema siguiente determina las cantidades que conviene producir de cuatro productos para conseguir el máximo beneficio teniendo en cuenta que para la producción se dispone de unas cantidades limitadas de cuatro materias primas, y que la primera debe consumirse íntegramente porque es perecedera:

$$
\begin{array}{rll}
\text{Max.} & 5x+16y+14z+6w & \text{Beneficio} \\
\text{s.a} & x+2y+2z+w=40 & \text{Materia prima 1 empleada} = \text{disponible} \\
 & 4x+2y+\ \ z \qquad \leq 30 & \text{Materia prima 2 empleada} \leq \text{disponible} \\
 & 9x-2y+\ \ z \qquad \leq 50 & \text{Materia prima 3 empleada} \leq \text{disponible} \\
 & x+4y+\ \ z \qquad \leq 80 & \text{Materia prima 4 empleada} \leq \text{disponible} \\
 & x,\ y,\ z,\ w \geq 0 &
\end{array}
$$

   (a) **(*)** Resuelve el problema por el método símplex ¿Qué cantidad conviene producir de cada producto?

   (b) **(*)** Razona si la solución óptima es de vértice, de arista finita o de arista infinita.

   (c) **(1 pto.)** Calcula los precios duales e interpreta el de la primera restricción.

   (d) **(1 pto.)** Calcula e interpreta el intervalo de sensibilidad del beneficio que proporciona cada unidad producida del cuarto artículo.

2. Dado el problema siguiente:

$$
\begin{array}{rl}
\text{Opt.} & 2x+4y+5z \\
\text{s.a} & x+2y+2z \geq 10 \\
 & 3x+3y+\ \ z \geq 12 \\
 & x,\ y,\ z \geq 0
\end{array}
$$

   (a) **(*)** Calcula la tabla del símplex correspondiente a la solución factible básica $(0,5,0)$.

   (b) **(*)** Resuelve el problema por el método símplex, tanto con objetivo de maximizar como con objetivo de minimizar.

   (c) **(1 pto.)** Estudia si la solución $(x,y,z)=(10,0,0)$ es factible básica. ¿Cuánto vale en ella la función objetivo?

   (d) **(0.5 ptos.)** Razona a partir de las respuestas a las preguntas anteriores si la solución $(10,0,0)$ es óptima para minimizar. ¿Y para maximizar?

   (e) **(1 pto.)** Para el objetivo de minimizar, calcula el intervalo de sensibilidad del término independiente de la primera restricción.

3. **(0.5 ptos.)** ¿Puede suceder que un problema de programación lineal tenga soluciones óptimas que no sean factibles básicas? Razona la respuesta.

MATEMÁTICAS II Grupo GF T3-4-5 b

APELLIDOS: ________________________________ NOMBRE____________________

1. El problema siguiente determina las cantidades que conviene producir de cuatro productos para conseguir el máximo beneficio teniendo en cuenta que la producción requiere cuatro fases y el número de horas disponibles en cada fase está limitado.

$$\begin{array}{rll} \text{Max.} & 5x+14y+16z+6w & \text{Beneficio} \\ \text{s.a} & x+2y+2z+w=40 & \text{Horas empleadas fase } 1 = \text{disponibles} \\ & x+\ \ y+4z \qquad \leq 80 & \text{Horas empleadas fase } 2 \leq \text{disponibles} \\ & 8x+\ \ y-2z \qquad \leq 50 & \text{Horas empleadas fase } 3 \leq \text{disponibles} \\ & 6x+\ \ y+2z \qquad \leq 20 & \text{Horas empleadas fase } 4 \leq \text{disponibles} \\ & x,\ y,\ z,\ w \geq 0 & \end{array}$$

(a) **(*)** Resuelve el problema por el método símplex. ¿Qué cantidad conviene fabricar de cada producto?

(b) **(*)** Razona si la solución óptima es de vértice, de arista finita o de arista infinita.

(c) **(1 pto.)** Calcula los precios duales e interpreta el de la primera restricción.

(d) **(1 pto.)** Calcula e interpreta el intervalo de sensibilidad del beneficio que proporciona cada unidad producida del cuarto artículo.

2. Dado el problema siguiente:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & 2x+4y+5z \\ \text{s.a} & 3x+3y+\ \ z \geq 12 \\ & x+2y+2z \geq 10 \\ & x,\ y,\ z \geq 0 \end{array}$$

(a) **(*)** Calcula la tabla del símplex correspondiente a la solución factible básica $(10, 0, 0)$.

(b) **(*)** Resuelve el problema por el método símplex, tanto con objetivo de maximizar como con objetivo de minimizar.

(c) **(1 pto.)** Estudia si la solución $(x, y, z) = (0, 5, 0)$ es factible básica. ¿Cuánto vale en ella la función objetivo?

(d) **(0.5 ptos.)** Razona a partir de las respuestas a las preguntas anteriores si la solución $(0, 5, 0)$ es óptima para minimizar. ¿Y para maximizar?

(e) **(1 pto.)** Para el objetivo de minimizar, calcula el intervalo de sensibilidad del término independiente de la segunda restricción.

3. **(0.5 ptos.)** ¿Puede suceder que un problema de programación lineal tenga dos soluciones óptimas distintas? ¿Podría tener sólo dos o en tal caso habría más? Razona la respuesta.

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE____________________

Los laboratorios PLASTER S.A. tienen una línea de producción de cosméticos con cuatro productos principales: dos cremas faciales (TALLOW PLUS y TALLOW SUPREME) y dos cremas solares (SAUTÉ FOR MEN y SAUTÉ FOR WOMEN), pero últimamente tiene problemas de abastecimiento de BREAM OIL, una de las materias primas comunes a los cuatro, por lo que desea determinar los hl de cada producto que le conviene elaborar diariamente empleando la menor cantidad posible de litros de este ingrediente. Esto le lleva al problema de optimización siguiente, en el que se exige alcanzar un nivel de beneficio de 5 000 € sin exceder el presupuesto de 1 800 € de la línea de cosméticos del laboratorio y garantizando una producción mínima de cremas faciales y cremas solares:

$$
\begin{array}{lll}
\text{Min.} & 200TP + 230TS + 140SM + 320SW & \text{Materia prima (BREAM OIL)} \\
\text{s.a} & 40TP + 50TS + 30SM + 80SW \geq 5000 & \text{Beneficio} \\
 & 20TP + 25TS + 10SM + 30SW \leq 1800 & \text{Presupuesto} \\
 & TP + TS \geq 10 & \text{Crema facial} \\
 & SM + SW \geq 20 & \text{Crema solar} \\
 & TP, TS, SM, SW \geq 0 &
\end{array}
$$

Variable	Value	Reduced Cost
TP	10.00000	0.000000
TS	0.000000	10.00000
SM	100.0000	0.000000
SW	20.00000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
MATERIA_PRIMA	22400.00	-1.000000
BENEFICIO	0.000000	-10.00000
PRESUPUESTO	0.000000	16.00000
CREMA_FACIAL	0.000000	-120.0000
CREMA_SOLAR	100.0000	0.000000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
TP	200.0000	10.00000	120.0000
TS	230.0000	INFINITY	10.00000
SM	140.0000	INFINITY	10.00000
SW	320.0000	20.00000	INFINITY

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
BENEFICIO	5000.000	200.0000	333.3333
PRESUPUESTO	1800.000	125.0000	66.66667
CREMA_FACIAL	10.00000	10.00000	10.00000
CREMA_SOLAR	20.00000	100.0000	INFINITY

Responde a las preguntas siguientes. Excepto en la 1, indica claramente:

A) Dato o datos que usas en la respuesta y su interpretación general (sin tener en cuenta la pregunta o el contexto del problema).

B) Interpretación del dato o los datos en el contexto del problema (sin tecnicismos y sin tener en cuenta la pregunta).

C) (Si procede), respuesta razonada a la pregunta.

1. **(0.2 ptos.)** Indica brevemente qué es el miembro izquierdo y el derecho de cada restricción:

Beneficio:	____________________	$\geq$	____________________
Presupuesto:	____________________	$\leq$	____________________
Crema facial:	____________________	$\geq$	____________________
Crema solar:	____________________	$\geq$	____________________

2. **(0.2 ptos.)** Si la solución de LINGO hubiera sido:

```
        Row    Slack or Surplus      Dual Price
PRESUPUESTO         100.0000           0.000000
```

¿Cómo se interpretarían estos valores?

3. **(0.3 ptos.)** ¿Qué sería más conveniente para hacer frente a la escasez de BREAM OIL, que los laboratorios disminuyeran su exigencia de beneficio en 100 € o que aumentaran su presupuesto en 80 €?

4. **(0.5 ptos.)** ¿Qué beneficio adicional conseguiría PLASTER S.A. si pudiera contar con 100 € más de presupuesto? Con dicho presupuesto adicional, ¿convendría producir más crema facial o solar?

5. **(0.3 ptos.)** Los laboratorios quieren producir algo de crema TALLOW SUPREME para que la crema no deje de estar disponible en el mercado. ¿Cuántos hectolitros podría fabricar sin que la producción total necesite más de 22 450 litros de BREAM OIL?

6. **(0.3 ptos.)** Un técnico de PLASTER S.A. ha comprobado que se puede producir un hectolitro de crema SAUTÉ FOR MEN empleando tan sólo 120 litros de BREAM OIL sin que el producto pierda sus características. Si se introduce esta modificación en su composición, ¿convendrá modificar las cantidades elaboradas de cada producto?

7. **(0.2 ptos.)** Razona si es verdadero o falso:

   Como el coste reducido de TP *es* 0, PLASTER S.A. *podría producir más hectolitros de* TALLOW PLUS *sin gastar más* BREAM OIL *que el que gasta con la solución propuesta por* LINGO.

MATEMÁTICAS II Grupo GF RIb

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE____________________

Un agricultor ha comprado 5 hectáreas de terreno y está planificando el modo en que le conviene explotarlas. Para ello se plantea la posibilidad de cultivar avena, berenjena, centeno, espinaca, cereal para forraje y girasol. Consciente de que cada vez hay más problemas con el suministro de agua de riego, quiere elegir cuántas hectáreas dedica a cada cultivo de modo que el agua necesaria sea la mínima posible, garantizando un beneficio mínimo de 25 u.m. Además, quiere obtener al menos 2 900 kg de cereales y tiene expectativas de que, a largo plazo, el cultivo del girasol será especialmente recomendable, por lo que quiere dedicarle al menos una hectárea. El problema siguiente determina la superficie que conviene dedicar a cada cultivo:

$$\begin{array}{rll}
\text{Min.} & 1.7A + 8B + 1.7C + 3E + 1.5F + 2G & \text{dam}^3 \text{ de agua} \\
\text{s.a} & 3A + 7B + 4C + 5E + 2F + 3.5G \geq 25 & \text{Beneficio} \\
& A + B + C + E + F + G \leq 5 & \text{Hectáreas disponibles} \\
& 1300A + 1600C + 2100F \geq 2\,900 & \text{kg de cereal} \\
& G \geq 1 & \text{Girasol} \\
& A,\, B,\, C,\, E,\, F,\, G \geq 0 &
\end{array}$$

Variable	Value	Reduced Cost
A	0.000000	2.725000
B	1.656250	0.000000
C	1.812500	0.000000
E	0.5312500	0.000000
F	0.000000	4.425000
G	1.000000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
AGUA	19.92500	-1.000000
BENEFICIO	0.000000	-2.500000
HECTAREAS	0.000000	9.500000
CEREALES	0.000000	-0.0007500
GIRASOL	0.000000	-2.750000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
A	1.700000	INFINITY	2.725000
B	8.000000	INFINITY	2.400000
C	1.700000	3.353846	1.200000
E	3.000000	0.8000000	INFINITY
F	1.500000	INFINITY	4.425000
G	2.000000	INFINITY	2.750000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
BENEFICIO	25.00000	1.062500	3.312500
HECTAREAS	5.000000	0.6625000	0.1517857
CEREALES	2900.000	566.6667	2900.000
GIRASOL	1.000000	0.3035714	1.000000

Responde a las preguntas siguientes. Excepto en la 1, indica claramente:

A) Dato o datos que usas en la respuesta y su interpretación general (sin tener en cuenta la pregunta o el contexto del problema).

B) Interpretación del dato o los datos en el contexto del problema (sin tecnicismos y sin tener en cuenta la pregunta).

C) (Si procede), respuesta razonada a la pregunta.

1. **(0.2 ptos.)** Indica brevemente qué es el miembro izquierdo y el miembro derecho de cada restricción:

Beneficio:	____________________	$\geq$	____________________
Has. disponibles:	____________________	$\leq$	____________________
kg de cereal:	____________________	$\geq$	____________________
Girasol:	____________________	$\geq$	____________________

2. **(0.2 ptos.)** Si la solución de LINGO hubiera sido:

```
       Row    Slack or Surplus      Dual Price
 HECTAREAS        0.500000            0.000000
  CEREALES        100.0000            0.000000
```

¿cómo se interpretarían el 0.5 y el 100?

3. **(0.2 ptos.)** El agricultor estaría interesado en diversificar su producción dedicando al menos media hectárea de terreno al cultivo de avena o de cereal de forraje. ¿Qué opción sería preferible?

4. **(0.3 ptos.)** Implantando un sistema de riego más eficiente se podría reducir en 1.3 dam^3 la cantidad de agua que requiere cada hectárea de centeno. ¿Convendría entonces dedicar más terreno al centeno? ¿Convendría alterar el terreno dedicado a los otros productos? ¿Si se aplicara esta técnica a otros productos las respuestas serían las mismas?

5. **(0.7 ptos.)** El agricultor tiene la posibilidad de adquirir un terreno colindante de 0.5 hectáreas. ¿Aumentarían con ello sus necesidades de agua?, ¿en cuánto? ¿Qué beneficio adicional conseguiría con ello? ¿Convendría cultivar en ellos algún producto de los que no recomienda LINGO?

6. **(0.2 ptos.)** Corrige la afirmación siguiente para que sea correcta: *El coste reducido de la variable* G *indica que el agricultor podría destinar más superficie al cultivo de girasol sin que varíe su beneficio.*

7. **(0.2 ptos.)** ¿Cuánta agua adicional haría falta para dedicar 0.1 hectáreas más al cultivo de girasol?