

CÁLCULO DE LÍMITES

1. Calcula los siguientes límites

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3+x}{x^2} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+x+1}{2x^2-x+8} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x^2-x-2}$$

2. Estudia la continuidad de las siguientes funciones

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1 & \text{si } x < -2 \\ 0 & \text{si } x = -2 \\ -3x + 1 & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

3. Estudia la continuidad de las siguientes funciones

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x+1} & \text{si } x \leq 0 \\ x^4 - 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-2} & \text{si } x \leq 1 \\ -x^2 + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

4. Haciendo uso de la definición de derivada,

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

calcula las derivadas de las funciones

(a) $f(x) = -4x$

(b) $f(x) = x^2$

(c) $f(x) = \frac{1}{x}$

(d) $f(x) = -x^2 + x - 1$

(e) $f(x) = \frac{2}{x^2}$

Soluciones

1. a) 0, b) $\frac{1}{2}$, c) 4

2. $f(x)$ es discontinua en $x = -1$ y continua en $x = 1$. $g(x)$ tiene discontinuidad evitable en $x = -2$.

3. $f(x)$ es continua en $x = 0$. $g(x)$ es discontinua en $x = 1$.

4. (a) $f'(x) = -4$

(b) $f'(x) = 2x$

(c) $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

(d) $f'(x) = -2x + 1$

(e) $f'(x) = -\frac{4}{x^3}$
