

DETERMINANTES

1. Sea A la siguiente matriz

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

se sabe que su determinante es $|A| = -3$. Calcular razonadamente

(a) $|-2A|$

(b)

$$\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 7a_{11} & 7a_{12} & 7a_{13} \\ 2a_{31} & 2a_{32} & 2a_{33} \end{vmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} + 2a_{31} & 5a_{31} \\ a_{12} & a_{22} + 2a_{32} & 5a_{32} \\ a_{13} & a_{23} + 2a_{33} & 5a_{33} \end{vmatrix}$$

2. Dada la siguiente matriz A

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix}$$

Sabiendo que $|A| = 3$, calcular:

(a) $|A^3|$ y $|A + A^t|$

(b)

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ c & e & f \\ 2b & 2d & 2e \end{vmatrix} \quad \text{(c)} \quad \begin{vmatrix} a & b & 4a - c \\ b & d & 4b - e \\ c & e & 4c - f \end{vmatrix}$$

3. Sabiendo que el determinante de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{es} \quad |A| = 2$$

Calcular razonadamente:

(a) $|3A|$

(b)

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 3x & 2y & z \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix} \quad \text{(c)} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x+2 & y+4 & z+6 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

4. Dada la matriz A

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ p & q & r \end{pmatrix} \quad \text{con determinante} \quad |A| = 4$$

calcular

(a) $|-2A|$

(b)

$$\begin{vmatrix} a & -b & c \\ 2d & -2e & 2f \\ p & -q & r \end{vmatrix} \quad (c) \quad \begin{vmatrix} -3d & -3e & -3f \\ a & b & c \\ -p & -q & -r \end{vmatrix}$$

5. Sea M una matriz cuadrada de orden 3 tal que su determinante es $|M| = 2$. Calcula:
a) El determinante de $2M^t$ (M^t es la matriz traspuesta de M). b) El determinante de N , donde N es la matriz resultante de intercambiar la primera y segunda filas de M .

6. Tenemos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Calcular el determinante de $A \cdot B^{2023} \cdot A^t$. A^t es la matriz traspuesta de A .

7. Sean dos matrices A y B cuadradas de orden 3 y tales que $|A| = \frac{1}{2}$ y $|B| = -2$. Calcula:
a) $|A^3|$, b) $|-2A|$, c) $|A \cdot B^t|$.

8. Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

de la que se sabe que $|A| = 4$. Calcula: a) $|-3A^t|$ y

$$\begin{vmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{vmatrix}$$

b) Si B es una matriz cuadrada tal que $B^3 = I$, halla $|B|$. I es la matriz identidad.

9. Calcula el valor de m para que las filas de la siguiente matriz sean linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m+1 & 0 \\ 1 & 1 & m-1 \end{pmatrix}$$

SOLUCIONES

1. a) 24; b) $-42, -15$
2. a) $|A^3| = 27$; $|A + A^t| = 24$; b) -6 ; c) -3
3. a) 54; b) -12 ; c) -2
4. a) -32 ; b) -8 ; c) -12
5. a) 16; b) -2
6. Como $|B| = 0$, entonces $|A \cdot B^{2023} \cdot A^t| = 0$.
7. a) $\frac{1}{8}$; b) -4 ; c) -1
8. a) $|-3A| = 36$; 24; b) $|B| = 1$
9. Si $m \neq 0$ y $m \neq -1$ son linealmente independientes.