

|                                |                                 |
|--------------------------------|---------------------------------|
| <b>CONVOCATÒRIA: JUNY 2025</b> | <b>CONVOCATORIA: JUNIO 2025</b> |
| <b>ASSIGNATURA: FÍSICA</b>     | <b>ASIGNATURA: FÍSICA</b>       |

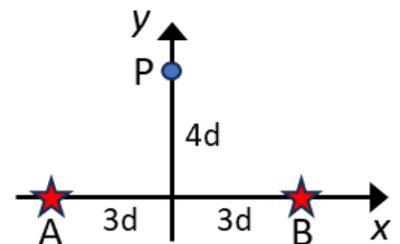
**BAREMO DEL EXAMEN:** el alumnado realizará 6 preguntas: *el ejercicio etiquetado como obligatorio más una de las opciones de cada una de las otras cinco preguntas propuestas*. La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos y la de cada cuestión de 1,5 puntos. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar datos o fórmulas en memoria. Los resultados deberán estar siempre debidamente justificados. Realiza primero el cálculo simbólico y después obtén el resultado numérico. **TACHA CLARAMENTE** todo aquello que no deba ser evaluado.

**PREGUNTA 1 – PROBLEMA – Campo gravitatorio (elige una de las dos opciones)**

**OPCIÓN A**

Dos estrellas, A y B, del sistema IK Pegasi se encuentran en la posición indicada en la figura, separadas entre sí una distancia  $6d$ . Calcula razonadamente:

- El vector campo gravitatorio total en el punto P (0, 4d). (1 punto)
- La energía potencial de un cuerpo de masa 1 kg situado en el punto P. ¿Qué velocidad mínima deberá tener dicho cuerpo para alejarse indefinidamente del sistema estelar, partiendo del punto P? (1 punto)



Datos:  $d = 5 \cdot 10^9$  m; constante de gravitación universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>; masa de la estrella A,  $M_A = 3,3 \cdot 10^{30}$  kg; masa de la estrella B,  $M_B = 2,3 \cdot 10^{30}$  kg

**OPCIÓN B**

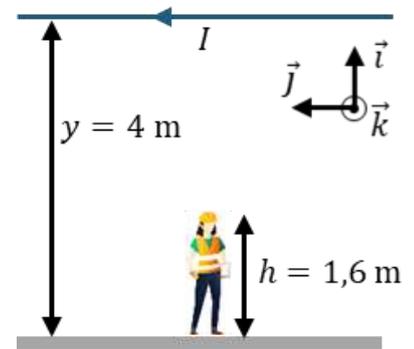
Una estación espacial gira alrededor de un planeta describiendo una órbita circular con una velocidad  $v = 6,7$  km/s. Deduce razonadamente:

- La expresión simbólica de la altura  $h$ , a la que se encontrará la estación espacial respecto a la superficie del planeta, en función de las magnitudes proporcionadas ( $v, g_0$  y  $R$ ). Calcula su valor numérico. (1 punto)
- La expresión simbólica de la aceleración de la gravedad,  $g$ , en función de la altura,  $h$ , y de la aceleración en la superficie del planeta,  $g_0$ . Calcula su valor numérico para la posición en la que se encuentra la estación espacial. (1 punto)

Datos: aceleración de la gravedad en la superficie del planeta,  $g_0 = 9$  m s<sup>-2</sup>; radio del planeta,  $R = 5500$  km

**PREGUNTA 2 – CUESTIÓN – Campo electromagnético (OBLIGATORIA)**

Una trabajadora de una planta de electrolisis para la producción de cloro, realiza tareas de mantenimiento debajo de un cable conductor, por el que circula una corriente de 18 kA que se puede considerar rectilínea e indefinida. El cable se encuentra a 4 m sobre el suelo, como muestra la figura. Calcula el vector campo magnético sobre la cabeza de la trabajadora (a una altura de 1,6 m) y representa dicho vector conjuntamente con la corriente que circula por el cable. Justifica la respuesta, indicando la ley física en que se fundamenta y el significado de cada una de las magnitudes que intervienen. El Real Decreto 299/2016, contra los riesgos relacionados con la exposición a campos electromagnéticos, establece que la exposición a un campo magnético estático no debe superar los 2 T ¿está protegida la trabajadora en base a esta normativa?



Dato: permeabilidad magnética en el vacío,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  T m/A

**PREGUNTA 3 – CUESTIÓN – Campo electromagnético (elige una de las dos opciones)**

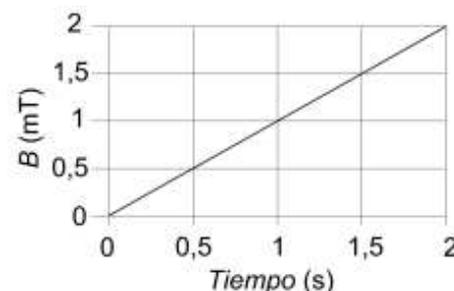
**OPCIÓN A**

Se tiene una carga positiva,  $q$ , en el origen de coordenadas y otra  $-q$  en el punto  $(a, 0)$  con  $a > 0$ . Obtén razonadamente, con ayuda de una representación vectorial, el sentido del campo eléctrico total producido por

ambas cargas, a la izquierda de la carga positiva ( $x < 0$ ), a la derecha de la carga negativa ( $x > a$ ) y en el tramo comprendido entre las dos cargas ( $0 < x < a$ ).

### OPCIÓN B

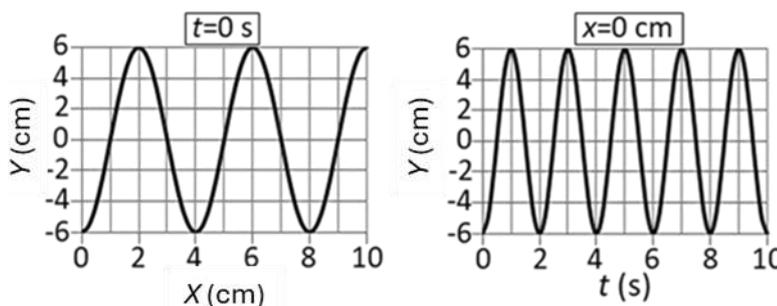
Una espira cuadrada de 20 cm de lado se sitúa en el seno de un campo magnético uniforme. El módulo del campo magnético varía en función del tiempo, como se indica en la figura adjunta, y su dirección es perpendicular al plano de la espira. Calcula razonadamente el valor de la fuerza electromotriz inducida en la espira. Dibuja el campo magnético y la corriente inducida sobre la espira, razonando su sentido.



### PREGUNTA 4 – CUESTIÓN – Vibraciones y ondas (elige una de las dos opciones)

#### OPCIÓN A

Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje X. Las gráficas muestran la elongación de la onda en el instante  $t = 0$  s y en la posición  $x = 0$  m. Determina la amplitud de la onda, el periodo, la pulsación o frecuencia angular, la longitud de onda y la velocidad de propagación.



#### OPCIÓN B

Dos compresores de aire acondicionado están separados una distancia de 100 m. El primero emite ruido con una potencia sonora de  $4 \mu\text{W}$ . El nivel sonoro en el punto equidistante entre ellos es de 25 dB. Calcula en ese punto el nivel sonoro debido a cada uno de los compresores. Calcula la potencia sonora emitida por el segundo compresor. Desprecia la absorción del aire y el efecto de los objetos situados en el entorno. Considera que las ondas sonoras son esféricas.

Dato: intensidad sonora umbral,  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

### PREGUNTA 5 – PROBLEMA – Vibraciones y ondas (elige una de las dos opciones)

#### OPCIÓN A

La posición de un cuerpo, de masa  $m = 1,5$  g, que oscila respecto a su posición de equilibrio, está descrita por la función  $x(t) = 0,10 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  en unidades del Sistema Internacional.

- ¿Qué tipo de movimiento realiza el cuerpo? Calcula el período de oscilación, así como la posición y la velocidad del cuerpo para  $t = 1$  s. (1 punto)
- Calcula la energía mecánica total del cuerpo, su energía cinética y su energía potencial en el instante en que la posición del cuerpo se corresponde con la mitad de la amplitud del movimiento. (1 punto).

#### OPCIÓN B

Un objeto de 12 cm de altura se sitúa a 15 cm, a la izquierda, de una lente de 4 dioptrías.

- Dibuja un esquema de rayos con la posición del objeto, de la lente y de la imagen. Calcula la posición de la imagen y su tamaño. Indica las características de la imagen que se forma. (1 punto)
- ¿Qué distancia habrá que mover el objeto y en qué sentido, para que la imagen que se forme sea invertida y de tamaño 4 cm? (1 punto)

### PREGUNTA 6 – CUESTIÓN – Física relativista, nuclear, cuántica y de partículas (elige una de las dos opciones)

#### OPCIÓN A

El  ${}_{84}^{218}\text{Po}$  se desintegra con un periodo de semidesintegración de 183 s, emitiendo partículas alfa y se transforma en un isótopo del plomo,  ${}_{82}^b\text{Pb}$ . Determina razonadamente los números másico y atómico del isótopo del plomo. En un cierto instante, en una muestra se determina que hay 1,0 mg de polonio-218, calcula la masa de polonio-218 que había diez minutos antes.

#### OPCIÓN B

Una nave espacial viaja con velocidad  $v = 2,1 \cdot 10^8$  m/s desde la Tierra hasta la estrella de Barnard, situada a una distancia  $d = 5,98$  años luz. Se mide la duración del viaje en la Tierra y en la nave, ¿en cuál de estos dos sistemas de referencia inerciales se mide el tiempo propio? ¿Qué duración tiene el viaje en cada uno de estos dos sistemas? Razona las respuestas.

Dato: velocidad de la luz en el vacío,  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s

# EBAU FÍSICA JUNIO 2025

Dentro de cada sección están resueltas las dos opciones

## 1 Problema

- A. (a) La ley de la gravitación universal de Newton nos permite calcular los campos gravitatorios de cada una de las masas en el punto  $P$ , siendo el campo total la suma de ambos, por lo tanto

$$\vec{g} = \vec{g}_A + \vec{g}_B = -\frac{GM_A}{r_A^3}\vec{r}_A - \frac{GM_B}{r_B^3}\vec{r}_B \quad (1)$$

Del problema se deduce fácilmente que

$$\vec{r}_A = (0, 4d) - (-3d, 0) = (3d, 4d)$$

$$\vec{r}_B = (0, 4d) - (3d, 0) = (-3d, 4d)$$

y también que

$$|\vec{r}_A| = |\vec{r}_B| = r = \sqrt{(3d)^2 + (4d)^2} = 5d$$

Aplicando la fórmula (1) tenemos

$$\vec{g} = -\frac{G}{r^3}(M_A\vec{r}_A + M_B\vec{r}_B) = -\frac{G}{5^3 d^2}(M_A(3, 4) + M_B(-3, 4)) \quad (2)$$

fórmula en la que podemos sustituir todos los valores numéricos que nos dan en el problema, dando como resultado final

$$\boxed{\vec{g} = (-0.0640, -0.4781) \text{ N/kg}} \quad (3)$$

- (b) La energía potencial de un cuerpo de masa  $m$  situado en  $P$  es simplemente la suma de las energías potenciales debidas a las masas  $M_A$  y  $M_B$ ,

$$E_P = -\frac{GM_A m}{r_A} - \frac{GM_B m}{r_B} = -\frac{Gm}{r}(M_A + M_B) = -1,49408 \times 10^{10} \text{ J}$$

$$\boxed{E_P = -1,49408 \times 10^{10} \text{ J}} \quad (4)$$

Para calcular la velocidad de escape hemos de usar el principio de conservación de la energía mecánica (suma de la cinética y la potencial) y suponer que la masa  $m$  se va al infinito donde la energía potencial es nula al igual que la velocidad, es decir

$$\frac{1}{2}mv^2 - Gm\left(\frac{M_A}{r_A} + \frac{M_B}{r_B}\right) = 0 \quad (5)$$

se cancelan las masas  $m$  y despejando  $v$  y sustituyendo

$$v = \sqrt{2G \left( \frac{M_A}{r_A} + \frac{M_B}{r_B} \right)} = \sqrt{\frac{2G(M_A + M_B)}{r}} = 1,7286 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$v = 1,7286 \times 10^5 \text{ m/s}$

(6)

B. (a) Hemos de partir de la fórmula de la velocidad orbital

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

y despejar  $r$

$$r = \frac{GM}{v^2}$$
(7)

Hemos de tener en cuenta ahora que  $r = R + h$  y como nos dan  $g_0$  hay que expresar el producto  $GM$  en función de  $g_0$  y  $R$ ,

$$g_0 = \frac{GM}{R^2}$$

La ecuación (7) nos queda pues

$$R + h = \frac{g_0 R^2}{v^2}$$

por lo tanto

$h = \frac{g_0 R^2}{v^2} - R$

(8)

Sustituyendo todos los valores

$$h = \frac{9 \cdot (5500 \times 10^3)^2}{6700^2} - 5500 \times 10^3 = 5,6482 \times 10^5 \text{ m} = 564,82 \text{ km}$$
(9)

$h = 564,82 \text{ km}$

(10)

(b) A partir de la fuerza de la gravedad se sabe que la aceleración de la gravedad de un planeta a una distancia  $r$  de su centro es

$$g = \frac{GM}{r^2}$$
(11)

por lo dicho anteriormente,  $r = R + h$  y  $GM = g_0 R^2$ , de donde sustituyendo en (11)

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R + h)^2}$$
(12)

Si en (12) sustituimos el valor de  $h$  dado en (8)

$$g = g_0 \frac{R^2}{\left(R + \frac{g_0 R^2}{v^2} - R\right)^2} = g_0 \frac{R^2 v^4}{g_0^2 R^4} = \frac{v^4}{g_0 R^2} \quad (13)$$

Sustituyendo todos los valores

$$g = \frac{6700^4}{9 \cdot (5500 \times 10^3)^2} = 7,4016 \text{ m/s}^2$$

$g = 7,4016 \text{ m/s}^2$

 (14)

## 2 Cuestión. Obligatoria

Hay que aplicar la ley de Biot-Savart para calcular el valor del campo magnético creado por una corriente rectilínea a una distancia  $r$  de un hilo conductor,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (15)$$

Sustituyendo los datos del problema y teniendo en cuenta que  $r = 4 - 1,6 = 2,4 \text{ m}$ ,

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 18\,000}{2\pi \cdot 2,4} = 0,0015 \text{ T}$$

Ese es el módulo del campo eléctrico. Para saber la dirección del campo hemos de aplicar la regla de la mano derecha. Si nos fijamos en el dibujo vemos que la dirección de la corriente es en la dirección del vector  $\vec{j}$ , por lo tanto el campo magnético llevará la dirección del vector  $\vec{k}$ , entonces,

$\vec{B} = 0,0015\vec{k} \text{ T}$

 (16)

Como este campo magnético es inferior al valor marcado por la legislación podemos asegurar que la trabajadora está protegida.

## 3 Cuestión

- A. Dada la distribución de las cargas solo hay que fijarse en el sentido que llevan los campos eléctricos. La fórmula para calcular el vector campo eléctrico viene dada a partir de la ley de Coulomb por

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \vec{u}_r \quad (17)$$

El criterio de signos de las cargas nos indica que en las que tienen signo positivo las líneas de campo *salen* de la carga, es decir, son fuentes de campo. Las cargas negativas son sumideros de campo y en ellas *entran* las líneas de campo. El dibujo del sentido de los campos eléctricos estaría dado pues por la siguiente figura,

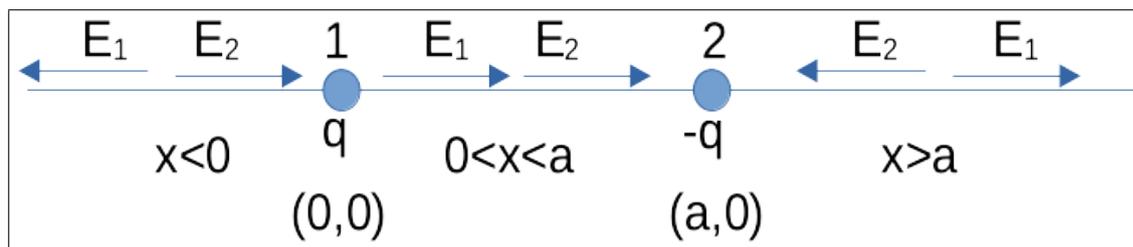


Figure 1: Direcciones de los vectores campo eléctrico para los casos indicados.

- B. Para calcular el valor de la fuerza electromotriz inducida en la espira hemos de aplicar la ley de Faraday-Lenz

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_M}{dt} \quad (18)$$

donde  $\Phi_M$  es el flujo magnético y se calcula con la fórmula  $\Phi_M = \vec{B} \cdot \vec{S}$ . Como el campo es perpendicular a la espira el campo magnético y la superficie forman un ángulo de  $0^\circ$  por lo que el producto escalar nos da un flujo de  $\Phi_M = B \cdot S$ . Aplicando (18)

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_M}{dt} = -\frac{d(B \cdot S)}{dt} = -S \frac{dB}{dt} \quad (19)$$

La superficie de la espira no varía con el tiempo, y como es cuadrada su superficie es sencillamente  $S = 0,2^2 = 0,04 \text{ m}^2$ . A partir de la gráfica sí que se ve que el campo magnético varía con el tiempo, y además de manera lineal, pues la pendiente de la recta es constante. De la gráfica se ve simplemente que la variación del campo magnético en función del tiempo es

$$B = 0,001 t$$

Sustituyendo en (19)

$$\varepsilon = -S \frac{dB}{dt} = -0,04 \frac{d}{dt}(0,001 t) = -0,04 \cdot 0,001 = -4 \times 10^{-5} \text{ V}$$

Así pues el valor absoluto de la fuerza electromotriz es

$$|\varepsilon| = 4 \times 10^{-5} \text{ V} \quad (20)$$

El signo negativo que aparece en la ley de inducción es la ley de Lenz que establece cuál es el sentido de la corriente inducida. Lo que significa es que el sentido de la corriente

eléctrica ha de ser tal que su efecto magnético compense la variación de flujo que se está produciendo en el circuito. Si tomamos el vector campo magnético perpendicular al papel, al igual que el vector superficie, el flujo magnético está aumentando porque aumenta el campo magnético con el tiempo. La dirección de la corriente ha de ser pues en **el sentido de las agujas del reloj** ya que el campo magnético que produce esta corriente va dirigido en sentido contrario al campo magnético aplicado (regla de la mano derecha) y así, por la ley de Lenz, se compensa la variación de flujo.

## 4 Cuestión

- A. Hay que entender el significado de las magnitudes que nos preguntan y lo que aparece representado en cada gráfica. La  $Y$  es la elongación y en ambas gráficas se ve que la elongación máxima, que por definición es la amplitud es 6 cm, por tanto

$$\boxed{A = 6 \text{ cm}} \quad (21)$$

El periodo es el tiempo empleado por la oscilación en volver a la misma fase que tenía al principio. En la gráfica de  $Y$  en función del tiempo vemos claramente que esto ocurre para  $t = 2$  s, por tanto,

$$\boxed{T = 2 \text{ s}} \quad (22)$$

La pulsación se calcula con la fórmula

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ s}$$

por lo tanto

$$\boxed{\omega = \pi \simeq 3,1415 \text{ s}} \quad (23)$$

La longitud de onda se obtiene a partir de la primera gráfica, la de  $Y$  en función de  $x$  y viendo para qué valor la fase es la misma, siendo 4 cm en este caso, luego entonces

$$\boxed{\lambda = 4 \text{ cm}} \quad (24)$$

La velocidad de propagación es

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\boxed{v = 2 \text{ cm/s}} \quad (25)$$

- B. En esta cuestión hemos de hallar el nivel sonoro. Recordemos que se mide en una escala logarítmica por lo que las sensaciones sonoras, o lo que es lo mismo, los decibelios, no

se suman. Lo que sí se suma es la energía y la intensidad. Como nos dan el nivel sonoro total podemos calcular la intensidad total debida a los dos compresores,

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 25 \rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{2,5} \rightarrow I = 10^{2,5} \cdot 1 \times 10^{-12} = 3,1622 \times 10^{-10} \text{ W/m}^2$$

Por lo dicho antes

$$I = I_1 + I_2 \quad (26)$$

y como

$$I_1 = \frac{P_1}{4\pi R^2}$$

de la ecuación (26) hallamos  $I_2$

$$I_2 = I - I_1 = I - \frac{P_1}{4\pi R^2} = 3,1622 \times 10^{-10} - \frac{4 \times 10^{-6}}{4\pi \cdot 50^2} = 1,889 \times 10^{-10} \text{ W/m}^2$$

A partir de la intensidad  $I_2$  del segundo compresor determinamos su potencia,

$$P_2 = I_2 \cdot 4\pi R^2 = 1,889 \times 10^{-10} \cdot 4\pi \cdot 50^2 = 5,93 \times 10^{-6} \text{ W} = 5,93 \mu\text{W}$$

$$\boxed{P_2 = 5,93 \mu\text{W}}$$

El nivel sonoro de cada compresor a partir de su definición

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{\frac{P_1}{4\pi R^2}}{I_0} = 10 \log \frac{\frac{4 \times 10^{-6}}{4\pi \cdot 50^2}}{1 \times 10^{-12}} = 21,04$$

$$\beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} = 10 \log \frac{\frac{P_2}{4\pi R^2}}{I_0} = 10 \log \frac{\frac{5,93 \times 10^{-6}}{4\pi \cdot 50^2}}{1 \times 10^{-12}} = 22,76$$

Por lo tanto el nivel sonoro de cada compresor es

$$\boxed{\beta_1 = 21,04 \text{ dB}} \quad (27)$$

$$\boxed{\beta_2 = 22,76 \text{ dB}} \quad (28)$$

## 5 Problema

- A. (a) La ecuación que nos dan es la de un Movimiento Armónico Simple (MAS). Comparando con su ecuación, lo que multiplica al tiempo es la pulsación, es decir  $\omega = 10\pi$ , el periodo será por lo tanto

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$\boxed{T = 0,2 \text{ s}} \quad (29)$$

Para calcular la posición solo hay que sustituir el tiempo ( $t = 1 \text{ s}$ ) en en la fórmula del MAS (recordemos que la calculadora ha de estar en modo radianes)

$$x = 0,10 \cos \left( 10\pi t + \frac{\pi}{2} \right) = 0,10 \cos \left( 10\pi + \frac{\pi}{2} \right) = 0$$

La velocidad la calculamos con la derivada de la posición

$$v = \frac{dx}{dt} = -0,10 \cdot 10 \pi \sin \left( 10\pi t + \frac{\pi}{2} \right)$$

y en  $t = 1 \text{ s}$

$$v = -0,10 \cdot 10 \pi \sin \left( 10\pi t + \frac{\pi}{2} \right) = -0,10 \cdot 10 \pi \sin \left( 10\pi + \frac{\pi}{2} \right) = -\pi$$

La posición y la velocidad en  $t = 1 \text{ s}$  resultan entonces

$$\boxed{x(1) = 0 \text{ m}} \quad (30)$$

$$\boxed{v(1) = -\pi = -3,14 \text{ m/s}} \quad (31)$$

(b) La energía mecánica total del oscilador armónico es

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \times 10^{-3} \cdot (10\pi)^2 \cdot 0,1^2 = 7,402 \times 10^{-3} \quad (32)$$

La energía potencial a la mitad de su amplitud de movimiento ( $x = 0,05$ ) es, por definición de energía potencial del oscilador

$$E_P = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \times 10^{-3} \cdot (10\pi)^2 \cdot 0,05^2 = 1,8505 \times 10^{-3} \quad (33)$$

Como por el principio de conservación de la energía mecánica, ésta se conserva, a partir de (32) y (33) podemos calcular la energía cinética

$$E = E_C + E_P \rightarrow E_C = E - E_P = 7,402 \times 10^{-3} - 1,8505 \times 10^{-3} = 5,5514 \times 10^{-3}$$

$$\boxed{E = 7,402 \times 10^{-3} \text{ J}} \quad (34)$$

$$\boxed{E_P = 1,8505 \times 10^{-3} \text{ J}} \quad (35)$$

$$\boxed{E_C = 5,5514 \times 10^{-3} \text{ J}} \quad (36)$$

- B. (a) Al ser la potencia de la lente positiva, la focal imagen de la lente también lo es, por lo tanto es una lente convergente. La focal es

$$f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ m} = 25 \text{ cm} \quad (37)$$

Calculamos la posición de la imagen usando la fórmula de las lentes delgadas

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad (38)$$

El objeto se encuentra a 15 cm a la izquierda de la lente, sustituyendo en (38)

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-15} = \frac{1}{25} \rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{25} - \frac{1}{15} = -\frac{2}{75} \rightarrow s' = -37,5 \quad (39)$$

$$\boxed{s' = -37,5 \text{ cm}} \quad (40)$$

El tamaño lo calculamos a partir del aumento y sustituyendo el tamaño del objeto ( $y = 12 \text{ cm}$ )

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow \frac{y'}{12} = \frac{-37,5}{-15} \rightarrow y' = 30 \quad (41)$$

$$\boxed{y' = 30 \text{ cm}} \quad (42)$$

De los resultados obtenidos deducimos los siguiente. La imagen es virtual porque su posición ha dado con signo negativo, es decir, se halla en el espacio de los objetos, no en el de las imágenes, por lo tanto es virtual. La imagen es derecha porque tanto  $y$  como  $y'$  son positivas, y también de tamaño mayor.

El trazado de rayos correspondiente sería como el de la figura.

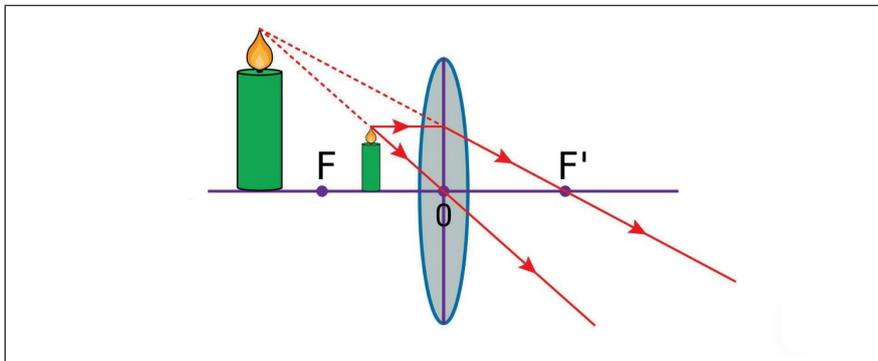


Figure 2: Trazado de rayos correspondiente a una imagen virtual dada por una lente convergente

- (b) A partir de los datos que nos dan podemos obtener una relación entre  $s$  y  $s'$ . La imagen nos dice que ha de ser invertida por lo que el aumento ahora será negativo

$$A = \frac{-4}{12} = -\frac{1}{3} = \frac{s'}{s} \rightarrow s' = -\frac{s}{3} \quad (43)$$

sustituyendo en la ecuación de las lentes

$$\frac{1}{-\frac{s}{3}} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow -\frac{3}{s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow -\frac{4}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s = -4f'$$

La posición del objeto será entonces

$$s = -4 \cdot 25 = -100 \text{ cm}$$

Como el objeto ya se encontraba a 15 cm habrá que desplazarlo

$$\boxed{\Delta s = -100 - (-15) = -85 \text{ cm}} \quad (44)$$

es decir, 85 cm a la izquierda.

## 6 Cuestión

- A. Las partículas  $\alpha$  son núcleos de helio y se representan como  ${}^4_2\alpha$ . Aplicando la ley del desplazamiento radiactivo de Soddy-Fajans a la desintegración nuclear que nos dan, podemos ver claramente los valores de  $a$  y  $b$  correspondientes al plomo



es decir,  $a = 82$  y  $b = 214$ , por lo tanto el número másico del isótopo plomo es 214 y el número atómico es 82.

Para calcular la masa inicial que teníamos aplicamos la ley de desintegración radiactiva

$$m = m_0 e^{-\lambda t} \quad (46)$$

Despejando de (46)  $m_0$  tenemos

$$m_0 = m e^{\lambda t}$$

Sustituyendo los datos que nos dan en el problema llegamos a

$$m_0 = 1 \cdot e^{\frac{\ln 2}{183} \cdot 600} = 9,704$$

$$\boxed{m_0 = 9,704 \text{ mg}} \quad (47)$$

B. El *tiempo propio* es el intervalo de tiempo medido por un observador que se halla en el sistema de referencia que está en movimiento, o aquel en el que los sucesos ocurren en el mismo lugar. Así pues el tiempo propio es el registrado por los relojes de la nave espacial. El tiempo propio, representado por  $t_0$  es siempre más corto que el *tiempo impropio*, que es el registrado por los relojes fijos en la Tierra, representado por  $t$ .

La duración del viaje medido desde la tierra, el tiempo impropio, es sencillamente

$$t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{5,98}{0,7} = 8,5428 \quad (48)$$

En la ecuación (48) hemos puesto la velocidad de la nave espacial en función de la velocidad de la luz para que así el tiempo salga expresado en años,  $\frac{2,1 \times 10^8}{3 \times 10^8} = 0,7$ . Medido con los relojes de la Tierra el tiempo impropio es pues

$$\boxed{t = 8,5428 \text{ años}} \quad (49)$$

Para obtener el tiempo propio medido por un observador en la nave usamos la fórmula relativista de la dilatación temporal

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (50)$$

en la que hay que despejar el tiempo propio  $t_0$

$$t_0 = t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

y como  $\frac{v}{c} = 0,7$

$$t_0 = \frac{5,98}{0,7} \cdot \sqrt{1 - 0,7^2} = 6,1008$$

Así pues el tiempo propio registrado por un observado en la nave espacial será

$$\boxed{t_0 \simeq 6,1 \text{ años}} \quad (51)$$

Vemos pues, como habíamos dicho al principio, que el tiempo propio es menor que el tiempo impropio.