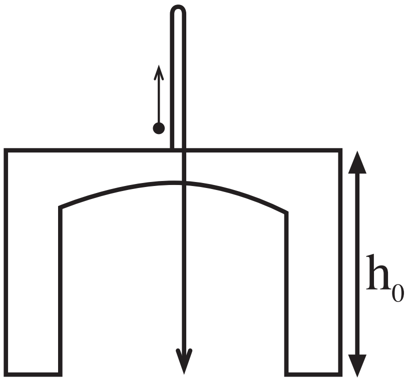
# Problemas resueltos de Cinemática

1. Un coche que circula a 180 km/h frena hasta los 108 km/h en 10 s. Calcular:
   (a) La aceleración
   (b) La distancia que recorre mientras frena
   (c) Si continua frenando con la misma aceleración, ¿cuánto tiempo le costará detenerse del todo y qué distancia total habrá recorrido?

---

2. Desde un puente se tira hacia arriba una piedra con una velocidad inicial y tarda 3 s en llegar al río, tal y como se indica en la figura. La altura del puente es $h_0 = 10$ m. Calcular:
   (a) A qué velocidad hay que lanzar la piedra
   (b) El tiempo que le cuesta volver al punto de lanzamiento
   (c) ¿Qué velocidad tiene cuando llega al río? ($g = -9{,}8$ m/s$^2$)
   (d) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada?




---

3. Desde lo alto de una mesa a 1 m del suelo realizamos un tiro horizontal que queremos que tenga un alcance de 2 m. Calcular:
   (a) El tiempo que le cuesta llegar al suelo
   (b) La velocidad con la que se ha de realizar el tiro horizontal
   (c) La velocidad que posee en el suelo

---

4. Queremos realizar un tiro parabólico con una velocidad de 45 m/s de tal forma que tenga un alcance de 200 m. Calcular:
   (a) A qué ángulo ha de realizarse el tiro
   (b) Cuál será la altura máxima alcanzada
   (c) Cuál será el tiempo de vuelo
   (d) Cuál será la velocidad al llegar de nuevo al suelo

# Resolución de los problemas

1. Se trata de un problema de movimiento rectilíneo uniforme (MRUA) cuyas fórmulas son:

$$
\begin{aligned}
v &= v_0 + a\,t \\
s &= s_0 + v_0\,t + \frac{1}{2} a\,t^2 \\
v^2 &= v_0^2 + 2\,a\,(s - s_0)
\end{aligned}
$$

   (a) Nos dan las velocidades inicial y final y el tiempo, así que podemos usar la primera fórmula. Hay que poner las velocidades en m/s. $v_0 = 180$ km/h $= 50$ m/s, $v = 108$ km/h $= 30$ m/s. Sustituyendo todo en la fórmula primera

$$30 = 50 + 10\,a$$

   y despejando

$$a = \frac{30 - 50}{10} = -\frac{20}{10} = -2 \qquad \boxed{a = -2 \text{ m/s}^2}$$

   (b) Para calcular la distancia recorrida podemos usar la segunda fórmula sustituyendo la aceleración que hemos hallado ya en la primera. Como no dice nada tomamos el espacio inicial como cero.

$$s = s_0 + v_0\,t + \frac{1}{2} a\,t^2 = 0 + 50 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot (-2) \cdot 10^2 = 400 \qquad \boxed{s = 400 \text{ m}}$$

   (c) Como continua frenando con la misma aceleración, ahora al detenerse la velocidad final será cero. Sustituyendo de nuevo en la primera fórmula

$$0 = 50 - 2\,t \to t = \frac{50}{2} = 25 \text{ s.}$$

   Y para calcular la distancia total recorrida de nuevo con la segunda fórmula

$$s = s_0 + v_0\,t + \frac{1}{2} a\,t^2 = 0 + 50 \cdot 25 + \frac{1}{2} \cdot (-2) \cdot 25^2 = 625 \qquad \boxed{s = 625 \text{ m}}$$

---

2. Se trata de un problema de caída libre siendo las fórmulas

$$
\begin{aligned}
v &= v_0 + g\,t \\
h &= h_0 + v_0\,t + \frac{1}{2} g\,t^2 \\
v^2 &= v_0^2 + 2\,g\,(h - h_0)
\end{aligned}
$$

   En estos problemas sabemos siempre la aceleración de la gravedad, $g = -9{,}8$ m/s$^2$.

(a) Si nos fijamos en el problema los datos que nos dan son el tiempo, la altura inicial, que es la altura del puente, $h_0 = 10$ m, y la altura final, $h = 0$ m, pues llega al río, que es el suelo en donde se toma el origen de alturas. Podemos sustituir todo en la segunda fórmula en donde la incógnita es la velocidad inicial de lanzamiento $v_0$,

$$0 = 10 + 3\,v_0 + \frac{1}{2} \cdot (-9{,}8) \cdot 3^2 \rightarrow 0 = 10 + 3\,v_0 - 44{,}1$$

$$-3\,v_0 = 10 - 44,1 = -34{,}1$$

$$v_0 = \frac{-34{,}1}{-3} = 11{,}36 \qquad \boxed{v_0 = 11{,}36 \text{ m/s}}$$

(b) En este caso la altura inicial y final es la misma, que es la altura del puente. Usando de nuevo la segunda fórmula y con la velocidad inicial que hemos hallado

$$10 = 10 + 11{,}36\,t + \frac{1}{2} \cdot (-9{,}8)\,t^2 \rightarrow 0 = 11{,}36\,t - 4{,}9\,t^2$$

La anterior es una ecuación de segundo grado pero que se puede factorizar de la forma

$$0 = t\,(11{,}36 - 4{,}9\,t)$$

con lo que las soluciones son sencillamente $t = 0$, algo evidente porque para $t = 0$ está sobre el puente y la otra solución es la que nos interesa

$$0 = 11{,}36 - 4{,}9\,t \rightarrow 4{,}9\,t = 11{,}36 \rightarrow t = \frac{11{,}36}{4{,}9} = 2{,}318 \qquad \boxed{t = 2{,}318 \text{ s}}$$

(c) Para hallar la velocidad en el río podemos usar la tercera fórmula, en donde lo conocemos todos menos la velocidad final. La velocidad inicial la hemos hallado en el apartado (a)

$$v^2 = v_0^2 + 2\,g\,(h - h_0)$$

$$v = \pm\sqrt{11{,}36^2 + 2 \cdot (-9{,}8) \cdot (0 - 10)} = -18{,}029 \qquad \boxed{v = -18{,}029 \text{ m/s}}$$

Tomamos el signo negativo porque el cuerpo está bajando.

(d) Para calcular la altura máxima podemos usar de nuevo la tercera fórmula. En el punto más alto la velocidad es nula, por tanto $v = 0$ y sustituyendo

$$v^2 = v_0^2 + 2\,g\,(h - h_0)$$

$$0^2 = 11{,}36^2 + 2 \cdot (-9{,}8) \cdot (h - 10)$$

$$19{,}6 \cdot (h - 10) = 129{,}05$$

$$h - 10 = \frac{129{,}05}{19{,}6} = 6{,}58$$

$$h = 10 + 6{,}58 = 16{,}58 \qquad \boxed{h = 16{,}58 \text{ m}}$$

3. Se trata de un problema de tiro horizontal cuyas fórmulas son:

$$x = v_0\, t$$
$$y = h_0 + \frac{1}{2}\, g\, t^2$$

Sabemos el alcance y la altura, $x = 2$ m y $h_0 = 1$ m.

(a) Para calcular el tiempo que le cuesta llegar al suelo usamos la segunda ecuación en la que sustituimos el valor de $h_0$ y hallamos $t$

$$0 = 1 + \frac{1}{2} \cdot (-9{,}8) \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{1}{4{,}9}} = 0{,}451 \qquad \boxed{t = 0{,}451 \text{ s}}$$

(b) Con el tiempo calculado en el apartado anterior y sabiendo que el alcance es de 2 m nos vamos a la primera ecuación y sustituimos todo para hallar la velocidad inicial del tiro horizontal.

$$2 = v_0\, t$$

$$v_0 = \frac{x}{t} = \frac{2}{0{,}451} = 4{,}427 \qquad \boxed{v_0 = 4{,}427 \text{ m/s}}$$

(c) La velocidad final en el suelo se calcula con la expresión

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2\, t^2}$$

y sustituyendo todo

$$v = \sqrt{4{,}427^2 + (-9{,}8)^2 \cdot 0{,}451^2} \simeq 6{,}255 \qquad \boxed{v = 6{,}255 \text{ m/s}}$$

---

4. Las fórmulas del tiro parabólico son:

$$X = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \qquad H_M = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \qquad T_V = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

(a) Sabemos el alcance y la velocidad así que podemos usar la fórmula del alcance y sustituir los datos que nos dan para poder hallar el ángulo.

$$X = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \qquad 200 = \frac{45^2 \sin 2\alpha}{9{,}8}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{200 \cdot 9{,}8}{45^2} = 0{,}9679 \qquad 2\alpha = \sin^{-1} 0{,}9679 = 75{,}443$$

$$\alpha = \frac{75{,}443}{2} = 37{,}72 \qquad \boxed{\alpha = 37{,}72^{\circ}}$$

(b) Para la altura máxima aplicamos directamente la fórmula

$$H_M = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{45^2 \cdot \sin^2 37{,}72}{2 \cdot 9{,}8} = 38{,}671 \qquad \boxed{H_M = 38{,}671 \text{ m}}$$

(c) Para el tiempo de vuelo usamos la tercera fórmula

$$T_V = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2 \cdot 45 \cdot \sin 37{,}72}{9{,}8} = 5{,}618 \qquad \boxed{T_V = 5{,}618 \text{ s}}$$

(d) Para calcular la velocidad en el suelo hacemos uso de la fórmula de la velocidad

$$v = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0 \sin \alpha - g\,t)^2}$$

donde la $t$ en la fórmula anterior es el tiempo de vuelo,

$$v = \sqrt{45^2 \cdot \cos^2 37{,}72 + (45 \cdot \sin 37{,}72 - 9{,}8 \cdot 5{,}618)^2} \simeq 45 \qquad \boxed{v = 45 \text{ m/s}}$$

---