Una explicación "lógica" de la regla de los signos en la multiplicación de números

Cuando los estudiantes se enfrentan por primera vez a multiplicar números positivos y negativos les resulta bastante chocante y de una lógica algo oscura la regla de los signos. Para todo el mundo parece evidente que $2 \times 5 = 10$, pero ya no está tan claro que $(-2) \times 5 = -10$ y no digamos ya $(-2) \times (-5) = 10$.

La regla de multiplicación de los signos se reduce a los cuatro casos que todos conocemos:

$$+ \cdot + = +$$
 $+ \cdot - = - \cdot + = - \cdot - = +$

Vamos a intentar dar una explicación lógica y razonada del por qué es así la regla del producto de signos. Existe una demostración absolutamente rigurosa, pero para estudiantes de los primeros cursos de secundaria resulta tan abstracta como inútil. Es mejor en estos casos proceder con un razonamiento lógico a la altura de lo que ellos puedan comprender. Y para ello partimos de que estos estudiantes sí entienden el significado de los números positivos y negativos.

Vamos a razonar pues de dos maneras. Si una persona gana, pongamos por caso $5 \in$, diremos que ese 5 tiene signo positivo, es decir +5. Si se pierde dinero sería equivalente a decir que tenemos $-5 \in$, es decir -5. Esto es algo que los estudiantes comprenden con facilidad. Vamos a razonar también con la medida del tiempo. Dentro de 2 días el tiempo será de +2 días y hace 2 días es lógico pensar que el tiempo era -2 días. Razonar con los signos se reduce a tomar signo + cuando se gana y signo - cuando se pierde. Pues bien, esta lógica nos puede servir para justificar la regla de los signos.

1 ¿Por qué $+\cdot +=+?$

Tomando el ejemplo de antes, si una persona gana $5 \in$ al día, dentro de 2 días, como se gana en ambos casos dinero y días, tendremos lógicamente

$$(+5) \cdot (+2) = +10$$

Dentro de 2 días la persona habrá ganado $10 \in$, luego $+ \cdot + = +$.

2 ¿Por qué $+\cdot - = -?$

Usando el mismo razonamiento anterior vamos a justificar el signo del producto $+\cdot -$. Si alguien gana $5 \in$ al día, hace 2 días, es decir un tiempo de -2 días, tenía $10 \in$ menos, por lo tanto ahora tenemos

$$(+5) \cdot (-2) = -10$$

Por lo tanto es muy razonable que $+\cdot - = -$

3 ¿Por qué $-\cdot + = -?$

De igual manera supongamos que una persona pierde 5€ al día, dentro de 2 días tendrá lógicamente 10€ menos, luego

$$(-5) \cdot (+2) = -10$$

Por lo tanto se ve que $-\cdot + = -$

4 ¿Por qué $-\cdot - = +$?

Ahora se *pierde* en los dos casos. Luego si una persona pierde 5€ al día, hace 2 días tenía lógicamente 10€ más, entonces

$$(-5) \cdot (-2) = +10$$

Con estos sencillos razonamientos hemos podido comprender la regla del producto de los signos. Obviamente no es una demostración rigurosa, pero los estudiantes comprenden de manera lógica e intuitiva un resultado matemático importante. La intuición siempre precede al rigor matemático.