FÍSICA 2º BACHILLER

Noviembre 2023

Nombre______________________________

CUESTIONES. Gravitación y ondas. **Contesta cuatro cuestiones**

1. Dos satélites artificiales S_1 y S_2 describen órbitas circulares alrededor de la Tierra de radios $r_1 = 7\,100$ km y $r_2 = 28\,400$ km, respectivamente. a) ¿Cuál es la relación v_1/v_2 entre las velocidades orbitales de los satélites; b) ¿cuál es la relación F_1/F_2 entre las fuerzas gravitatorias que la Tierra ejerce sobre cada satélite?

---

2. Consideremos un punto situado a una determinada altura sobre la superficie terrestre. ¿Qué velocidad es mayor en ese punto, la orbital o la de escape? Justifica la respuesta.

---

3. Deduce la relación entre la energía orbital de un satélite y el radio de su órbita circular alrededor de un planeta. Dos satélites A y B de igual masa siguen órbitas circulares, el A con una energía orbital de $E_A = -4 \times 10^{10}$ J y el B con energía orbital $E_B = -2 \times 10^{10}$ J. Razona cuál de los dos se encuentra más lejos del planeta.

---

4. El radio del planeta Júpiter es de 71 490 km y Calisto, el más exterior de sus satélites, se encuentra a 1 883 000 km del centro de Júpiter. El periodo orbital de Calisto es 16,7 días. Calcular con estos datos la aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter.

---

5. La luz roja tiene una frecuencia de 430 THz (terahertzios) y la luz azul de 750 THz. a) Calcula la longitud de onda correspondiente a la luz roja y a la luz azul en nm (nanómetros); b) Escribe la ecuación de onda de la luz azul suponiendo que su amplitud es $A = 1$ mm, la fase inicial es cero y se propaga en el sentido positivo del eje X.
   Datos: 1 THz $= 10^{12}$ Hz. 1 nm $= 10^{-9}$ m. Velocidad de la luz $c = 3 \times 10^8$ m/s.

PROBLEMAS. **Haz dos problemas**

1. Un exoplaneta tiene dos lunas, L_1 y L_2, cuyos periodos orbitales son, $T_1 = 4{,}52$ días y $T_2 = 15{,}9$ días terrestres, respectivamente.

   (a) Si el radio de la órbita de la luna L_1 es de 527 000 km, calcula la masa del planeta

   (b) Calcula el radio de la órbita de la luna L_2

   (c) Si un meteorito cae libremente sin velocidad inicial hacia el planeta desde la órbita de L_2, ¿qué velocidad llevará cuando pase por la órbita de L_1?

   Dato: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2

2. Un satélite artificial de 400 kg describe una órbita circular a una altura h sobre la superficie de la Tierra. El valor de la aceleración de la gravedad a dicha altura es $\frac{g_0}{3}$.

   (a) Calcula a qué altura se encuentra el satélite

   (b) Determina la energía orbital del satélite.

   Datos: $g_0 = 9{,}8$ m/s^2, $R_T = 6370$ km.

3. La ecuación de una onda es

$$y(x,t) = 10 \sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{5}{2}x + \varphi\right)$$

   donde t y x están en segundos y metros respectivamente. Calcula razonadamente:

   (a) El periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de las ondas.

   (b) El valor de la fase φ si para $t = 0$ s y $x = 0$ m la elongación es $y = 5$ m.

   (c) La elongación de un punto del medio situado $x = 2$ m del foco emisor y en el instante $t = 10$ s. **Calculadora en modo radianes**.

Soluciones

Cuestiones

---

1. (a) La relación entre las velocidades la obtenemos a partir de la fórmula de la velocidad orbital

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\frac{GM}{r_1}}}{\sqrt{\frac{GM}{r_2}}} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}} = \sqrt{\frac{28400}{7100}} = \sqrt{4} = 2 \qquad \boxed{\frac{v_1}{v_2} = 2}$$

   (b) Aplicamos ahora la ley de la gravitación universal

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{GMm}{r_1^2}}{\frac{GMm}{r_2^2}} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{28400^2}{7100^2} = 16 \qquad \boxed{\frac{F_1}{F_2} = 16}$$

   Como son relaciones entre distancias pueden estar en km, no es necesario pasarlas a metros.

---

2. Aquí solo basta comparar o relacionar la velocidad de escape con la velocidad orbital

$$\frac{v_e}{v_0} = \frac{\sqrt{\frac{2GM}{R+h}}}{\sqrt{\frac{GM}{R+h}}} = \sqrt{2} \rightarrow v_e = \sqrt{2} \cdot v_0 \quad \text{y como } \sqrt{2} = 1{,}412 > 1 \qquad \boxed{v_e > v_0}$$

---

3. Para demostrar la fórmula de la energía orbital hemos de hallar la energía mecánica de un satélite en órbita circular alrededor de un planeta. La energía mecánica es la suma de la energía cinética más la energía potencial

$$E_0 = E_C + E_P$$

   A una distancia r del centro del planeta tendremos pues

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GMm}{r}$$

   donde en este caso v_0 es la velocidad orbital cuyo valor sabemos que es

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Si sustituimos todo en la fórmula de la energía orbital

$$E_0 = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{\frac{GM}{r}}\right)^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r} - \frac{GMm}{r} = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r}$$

Por lo tanto la expresión de la energía orbital de un planeta en función de su radio es

$$\boxed{E_0 = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r}}$$

Para razonar ahora cuál de los dos satélites está más lejos del planeta hemos de usar la fórmula anterior. Como la energía es negativa ocurre que $-4 \times 10^{10} < -2 \times 10^{10}$, es decir

$$E_A < E_B$$

y sustituyendo el valor de las energías orbitales

$$-\frac{1}{2}\frac{GMm}{r_A} < -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r_B} \rightarrow -\frac{1}{r_A} < -\frac{1}{r_B} \rightarrow \frac{1}{r_A} > \frac{1}{r_B} \rightarrow r_A < r_B \quad \boxed{r_A < r_B}$$

Por lo tanto el satélite B es el que se encuentra más lejos del planeta.

---

4. Podemos usar la tercera ley de Kepler expresándola de la forma

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_J}$$

Como no sabemos la G ni la M_J y sí el radio de Júpiter (R_J), y nos piden hallar la gravedad en la superficie, g_J, sabemos que

$$g_J = \frac{GM_J}{R_J^2} \rightarrow GM_J = g_J R_J^2$$

y sustituyendo en la tercera ley de Kepler

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{g_J R_J^2}$$

De la ecuación anterior podemos despejar g_J

$$g_J = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2 R_J^2}$$

En la fórmula anterior podemos sustituirlo todo pues lo sabemos. El periodo hay que expresarlo en segundos y los radios en metros.

$$g_J = \frac{4\pi^2(1883 \times 10^6)^3}{(16{,}7 \cdot 86400)^2 \cdot (71490 \times 10^3)^2} \simeq 24{,}77 \qquad \boxed{g_J = 24{,}77 \text{ m/s}^2}$$

5. (a) La longitud de onda se calcula fácilmente a partir de la relación $c = \lambda f$

$$\lambda_R = \frac{c}{f_R} = \frac{3 \times 10^8}{430 \times 10^{12}} = 6{,}9767 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Para pasar de metros a nanómetros hemos de dividir por 10^{-9}, por tanto

$$\boxed{\lambda_R = 697{,}67 \text{ nm}}$$

Para la luz azul procedemos de la misma manera

$$\lambda_A = \frac{c}{f_A} = \frac{3 \times 10^8}{750 \times 10^{12}} = 4 \times 10^{-7} \text{ m}$$

luego

$$\boxed{\lambda_A = 400 \text{ nm}}$$

(b) Usando la ecuación general del movimiento ondulatorio

$$y(x,t) = A \sin(\omega t - kx)$$

y como $\omega = 2\pi f$ y $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

$$\boxed{y(x,t) = 0{,}001 \sin\left(2\pi \cdot 750 \times 10^{12}\, t - \frac{2\pi}{400 \times 10^{-9}}\, x\right)}$$

Problemas

1. (a) Por la tercera ley de Kepler sabemos que

$$\frac{GM}{4\pi^2} = \frac{r^3}{T^2} \rightarrow M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

$$M = \frac{4\pi^2 (5{,}27 \times 10^8)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \cdot (4{,}52 \cdot 86400)^2} = 5{,}68 \times 10^{26} \qquad \boxed{M = 5{,}68 \times 10^{26} \text{ kg}}$$

(b) Aplicando de nuevo la tercera ley de Kepler pero en la que se relacionan las distancias y los periodos

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3} \rightarrow r_2 = r_1 \sqrt[3]{\frac{T_2^2}{T_1^2}}$$

$$r_2 = 5{,}27 \times 10^8 \sqrt[3]{\frac{15{,}9^2}{4{,}52^2}} = 1{,}22 \times 10^9 \qquad \boxed{r_2 = 1{,}22 \times 10^9 \text{ m}}$$

(c) El meteorito conserva la energía mecánica

$$E_{C1} + E_{P1} = E_{C2} + E_{P2}$$

Usando las fórmulas de la energía cinética y potencial

$$-\frac{GMm}{r_2} = -\frac{GMm}{r_1} + \frac{1}{2}mv^2$$

En la expresión anterior se van todas las m y despejando v

$$v = \sqrt{2GM\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

Sustituyendo todos los valores

$$v = \sqrt{2 \cdot 6{,}67 \times 10^{-11} \cdot 5{,}68 \times 10^{26}\left(\frac{1}{5{,}27 \times 10^8} - \frac{1}{1{,}22 \times 10^9}\right)} = 9037{,}19$$

$$\boxed{v = 9037{,}19 \text{ m/s}}$$

---

2. (a) Hemos de usar la fórmula que nos da cómo varía la aceleración de la gravedad con la altura

$$g = \frac{GM_T}{(R_t + h)^2}$$

Como en el problema no me dan ni G ni M_T usamos que $g_0 = \dfrac{GM_T}{R_T^2}$, luego

$$g = \frac{g_0 R_T^2}{(R_t + h)^2}$$

Nos dicen en el problema que $g = \dfrac{g_0}{3}$ y sustituyendo en la fórmula de antes

$$\frac{g_0}{3} = \frac{g_0 R_T^2}{(R_t + h)^2}$$

y simplificando

$$(R_t + h)^2 = 3R_T^2 \rightarrow R_T + h = \sqrt{3}R_T \rightarrow h = \sqrt{3}R_T - R_T = R_T(\sqrt{3} - 1)$$

Sustituyendo todos los valores

$$h = 6{,}37 \times 10^6 \cdot (\sqrt{3} - 1) = 4{,}66 \times 10^6 \qquad \boxed{h = 4{,}66 \times 10^6 \text{ m}}$$

(b) Para la energía orbital basta con usar la fórmula

$$E = -\frac{1}{2}\frac{GM_T m}{R_T + h}$$

en donde usando de nuevo que $g_0 = \dfrac{GM_T}{R_T^2}$ tenemos para la energía orbital

$$E = -\frac{1}{2}\frac{g_0 R_T^2 m}{R_T + h}$$

y sustituyendo todos los valores

$$E = -\frac{1}{2}\cdot\frac{9{,}8\cdot(6{,}37\times10^6)^2\cdot 400}{(6{,}37\times10^6 + 4{,}66\times10^6)} = -7{,}21\times10^9 \qquad \boxed{E = -7{,}21\times10^9\ \text{J}}$$

---

3. (a) Comparando con la ecuación del movimiento ondulatorio

$$\omega = \frac{\pi}{2} = 2\pi f \to f = \frac{1}{4} = \frac{1}{T} \to T = 4 \qquad \boxed{f = \frac{1}{4}\ \text{Hz} \quad T = 4\ \text{s}}$$

La longitud de onda la determinamos a partir de k

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{5}{2} \to \lambda = \frac{4\pi}{5} \qquad \boxed{\lambda = \frac{4\pi}{5}\ \text{m}}$$

La velocidad de las ondas es sencillamente

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{\pi}{5} \qquad \boxed{v = \frac{\pi}{5}\ \text{m/s}}$$

(b) Sustituyendo todo en la ecuación de onda

$$5 = 10\sin\varphi \to \varphi = \sin^{-1}\left(\frac{5}{10}\right) = \frac{\pi}{6} \qquad \boxed{\varphi = \frac{\pi}{6}}$$

(c) Solo basta con sustituir todo en la ecuación de onda

$$y = 10\sin\left(\frac{\pi}{2}\cdot 10 - \frac{5}{2}\cdot 2 + \frac{\pi}{6}\right) = -9{,}722 \qquad \boxed{y = -9{,}722\ \text{m}}$$

Física 2º Bachiller

Examen voluntario 13 marzo 2024

Nombre ______________________________

Cuestiones. Ondas. Óptica. Constesta 4 cuestiones

1. Una pared posee un coeficiente de absorción de $\alpha = 5\ \text{m}^{-1}$. Calcula el espesor que ha de tener dicha pared para que la intensidad del sonido en el exterior sea la mitad que la que hay en el interior.

---

2. Estamos fijos en la acera de una gran avenida y vemos acercarse a gran velocidad una ambulancia que hace sonar su sirena. Cuando la ambulancia nos rebasa percibimos un cambio muy notable en la frecuencia del sonido de la sirena. ¿A qué se debe este fenómeno? Explica razonadamente, haciendo un dibujo si lo prefieres, por qué tiene lugar un cambio de frecuencia. ¿La frecuencia del sonido es mayor o menor cuando se aleja la ambulancia? ¿Por qué?

---

3. Una persona cuando mira sin gafas ve los objetos cercanos borrosos, como se observa a la derecha de la imagen. Cuando se pone gafas los ve nítidos, como se observa a la izquierda. ¿Qué tipo de defecto visual presenta esa persona? ¿Cómo se corrige? Haz un trazado de rayos simple que lo explique.

---

4. Explica en qué consiste el fenómeno del **ángulo límite** de la luz entre dos medios. El índice de refracción del aire se puede tomar aproximadamente como la unidad, $\mathbf{n_a} = 1$ y el del diamante es $\mathbf{n_d} = 2.42$. Determina el valor del ángulo límite del diamante y di si se produce al pasar la luz del aire al diamante o a la inversa. (Calculadora en grados)

---

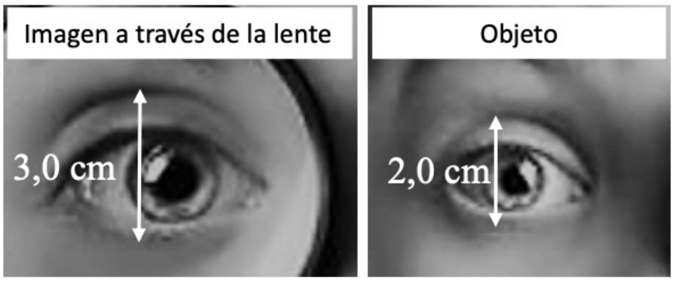
5. Un espejo cóncavo tiene un radio de 20 cm. Colocamos un objeto a 15 cm del espejo. Calcula la posición de la imagen y el aumento.

PROBLEMAS. Constesta 3 problemas

1. A través de una lente delgada se observa el ojo de una persona, según muestra la figura. Sabiendo que la lente se sitúa a 4 cm del ojo y teniendo en cuenta los datos de la figura, determina:

   (a) La posición de la imagen, la distancia focal imagen de la lente y su potencia en dioptrías. Realiza el trazado de rayos que represente la situación mostrada.

   (b) ¿La lente es convergente o divergente? ¿La imagen es real o virtual? ¿De qué tamaño se verá el ojo si alejamos la lente del ojo 1,5 cm más?



---

2. Un altavoz emite sonido con una sensación sonora de 80 dB cuando nos encontramos a 5 m de distancia.

   (a) Calcula la sensación sonora si nos alejamos a 15 m.

   (b) Calcula a qué distancia nos tendríamos que alejar para que la sensación sonora fuera de 40 dB. Dato: $I_0 = 1 \times 10^{-12}$ W/m^2.

---

3. Una lente convergente tiene una focal $f' = 25$ cm.

   (a) Calcula a qué distancia de la lente hay que colocar un objeto para que su imagen sea virtual y de doble tamaño.

   (b) Igual que antes pero ahora queremos que la imagen sea invertida y tres veces mayor que el objeto.

   (c) Realiza un trazado de rayos aproximado de las situaciones en (a) y (b).

Solución de las cuestiones

1. $x = 13{,}86$ cm.

2. Se debe al efecto Doppler. Este efecto es la variación de la frecuencia o de la longitud de onda producida cuando la fuente de ondas o el observador poseen un movimiento relativo uno con respecto del otro.

3. Presenta hipermetropía y se corrige con lentes convergentes.

4. El ángulo límite es el ángulo de incidencia para el que el ángulo de refracción es de 90º. Por la ley de la refracción de Snell solo se puede producir cuando el índice de refracción del primer medio es mayor que el del segundo, por tanto en nuestro caso será cuando la luz pase del diamante al aire. En este caso

$$\alpha_L = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2{,}42}\right) = 24{,}4^{\circ}$$

5. Aplicando la fórmula de los espejos

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R}$$

y poniendo $s = -15$ cm y $R = -20$ cm obtenemos $s' = -30$ cm. Y el aumento será

$$A = -\frac{s'}{s} = -\frac{-30}{-15} = -2$$

Solución de los problemas

1. (a) $s' = -6$ cm; $f' = 12$ cm; $P = 8,33$ D.

   (b) Se trata de una lente convergente ya que la $f' > 0$. La imagen es virtual como se puede ver en un simple trazado de rayos. El tamaño del ojo si alejamos la lente será ahora de $y' = 3{,}69$ cm.

2. (a) La sensación sonora a 15 m es $\beta = 70{,}45$ dB.

   (b) Nos hemos de alejar a una distancia $r_2 = 500$ m.

3. (a) $s = -12{,}5$ cm

   (b) $s = -33{,}3$ cm

   (c) Son los dibujos correspondientes a las lentes que hemos dado en clase.

Física 2º Bachiller

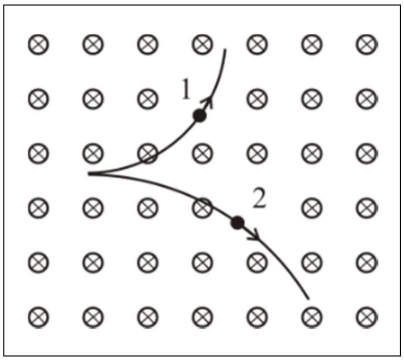
3 Mayo 2024

Nombre____

Contesta **cuatro** cuestiones

---

1. Dos partículas cargadas, 1 y 2, y con la misma velocidad, entran en una región del espacio donde existe un campo magnético perpendicular a su velocidad y dirigido hacia el interior del papel, según muestra la figura. ¿Qué signo tiene cada una de las cargas? ¿Cuál de las dos posee mayor relación $|q|/m$?



---

2. Una bobina circular consta de 30 espiras circulares de 5 cm de radio y se encuentra situada en un plano perpendicular a un campo magnético variable con el tiempo cuyo módulo es (en unidades del sistema internacional):

$$B = 1 - 3t + t^2$$

(a) Determina el flujo magnético de la bobina en función del tiempo

(b) Calcula la *fem* inducida en la bobina en el instante $t = 0{,}5$ s.

---

3. Calcula a qué velocidad ha de moverse un cuerpo para que su energía cinética relativista sea igual a su energía en reposo. ($c = 3 \times 10^8$ m/s.)

---

4. Calcula la longitud de onda asociada (onda de *De Broglie*) de un electrón que se mueve a una velocidad de 7×10^5 m/s. Exprésala en nanómetros. **Datos:** $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ Js, $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg.

---

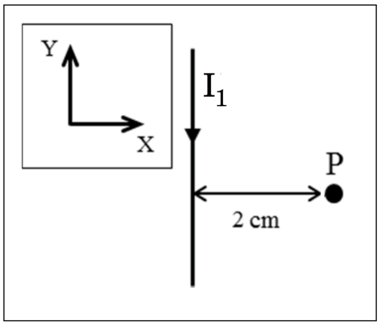
5. Tenemos un elemento radiactivo y en 20 horas se ha reducido su cantidad al 90% de la cantidad inicial. Halla su periodo de semidesintegración en horas.

Contesta **dos** problemas

1. Por un hilo conductor infinitamente largo circula una corriente eléctrica I_1 que genera en un punto P a 2 cm del conductor un campo magnético de 2×10^{-4} T, según se ve en la figura. Los ejes son como se muestran y con el eje Z perpendicular al papel. Calcula:

(a) La intensidad I_1 de la corriente eléctrica.

(b) Ahora ponemos en el punto P un conductor paralelo al primero y por el que circula una corriente $I_2 = 5$ A y de 30 cm de longitud. Calcula el módulo de la fuerza magnética que ejerce el primer conductor sobre el segundo. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2.



---

2. El litio es un metal que presenta el efecto fotoeléctrico. Las experiencias muestran que cuando se ilumina con luz de longitud de onda $\lambda = 250$ nm es necesario aplicar un potencial de frenado de 2 V para detener a los electrones arrancados del metal.

(a) Calcula qué potencial de frenado habrá que aplicar si se ilumina el litio con luz de longitud de onda $\lambda = 190$ nm.

(b) Calcula el trabajo de extracción del litio (en eV) y la longitud de onda por debajo de la cual se produce el efecto fotoeléctrico.

Datos: $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ Js, $c = 3 \times 10^8$ m/s, $|e| = 1,6 \times 10^{-19}$ C. 1 eV $= 1{,}6 \times 10^{-19}$ J.

---

3. El ^{24}Na es un isótopo radiactivo del sodio con un periodo de semidesintegración de 15 horas y que se emplea en análisis hematológicos. Dada una muestra de este isótopo:

(a) Calcula el **porcentaje** que quedará al cabo de 2 días

(b) Halla la actividad al cabo de los 2 días si la muestra es de 1 gramo de ^{24}Na.
Dato: $N_A = 6{,}023 \times 10^{23}$ átomos/mol.

Soluciones

Cuestiones

1. Hay que tener en cuenta la regla de la mano izquierda para saber cuál es el sentido de la fuerza magnética que actúa sobre las partículas. La fórmula es

$$\vec{F} = q\ \vec{v} \wedge \vec{B}$$

El vector velocidad de las partículas lleva la dirección del eje X y al ir el campo magnético hacia dentro del papel por la regla de la mano izquierda la fuerza magnética lleva la dirección del eje Y positivo, si la partícula tiene carga positiva. Por tanto la partícula 1 tiene carga positiva. Con un razonamiento igual, la partícula 2 ha de tener carga negativa que hará que el vector fuerza magnética lleve la dirección del eje Y negativo, que es como se ven las trayectorias en la figura.

Para saber cuál de las dos tiene mayor relación $|q|/m$ vamos a calcularla usando la fuerza magnética y la fuerza centrípeta

$$|q|vB = \frac{mv^2}{R}$$

pues la fuerza magnética al final lo que va a producir es un giro de la partícula. Simplificando la expresión anterior y hallando la relación $|q|/m$

$$\boxed{\frac{|q|}{m} = \frac{v}{BR}}$$

De la fórmula anterior se deduce que como la velocidad de las partículas es la misma y el campo magnético es constante, la que tenga un radio de curvatura menor (la partícula 1 según la figura) es la que tendrá la mayor relación $|q|/m$. La partícula 2 al tener un radio de curvatura mayor tendrá la menor relación $|q|/m$.

---

2. Por la definición de flujo magnético

$$\Phi_M = NBS\cos\alpha = 30\pi \cdot 0{,}05^2 \cdot (1 - 3t + t^2)$$

luego

$$\boxed{\Phi_M = 30\pi \cdot 0{,}05^2 \cdot (1 - 3t + t^2)}$$

La fuerza electromotriz la hallamos con la ley de Faraday

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_M}{dt} = -\frac{d}{dt}(30\pi \cdot 0{,}05^2 \cdot (1 - 3t + t^2)) = -30\pi \cdot 0{,}05^2 \cdot (-3 + 2t)$$

Para $t = 0{,}5$ s la fórmula anterior da

$$\boxed{\varepsilon = 60\pi \cdot (0{,}05)^2 = 0{,}471 \text{ V}}$$

---

3. Usando la fórmula de la energía cinética relativista e igualándola como nos dicen a m_0c^2

$$E_C = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2$$

de donde se deduce que

$$mc^2 = 2m_0c^2$$

Tachando los factores c^2 y sustituyendo la masa relativista en función de la velocidad tenemos

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 2m_0$$

en donde podemos tachar de nuevo la masa en reposo m_0 quedando la ecuación

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 2$$

en la que es sencillo hallar la velocidad que nos piden

$$\frac{1}{2} = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \rightarrow \frac{1}{4} = 1 - \frac{v^2}{c^2} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{v}{c} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

por tanto la velocidad que nos piden es

$$\boxed{v = \frac{\sqrt{3}}{2}c = 2{,}598 \times 10^8 \text{ m/s}}$$

---

4. Basta con usar la fórmula para la longitud de onda asociada de *De Broglie*

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}62 \times 10^{-34}}{9{,}1 \times 10^{-31} \cdot 7 \times 10^5} = 1{,}0392 \times 10^{-9} \text{ m} = 1{,}0392 \text{ nm}$$

Por lo tanto

$$\boxed{\lambda = 1{,}0392 \text{ nm}}$$

---

5. Vamos a aplicar la ley de la desintegración radiactiva

$$N = N_0\, e^{-\lambda t}$$

En la cuestión nos dicen que para $t = 20$ h, $N = 0{,}9\, N_0$ (el 90%) y sustituyendo en la ecuación anterior

$$0{,}9\, N_0 = N_0\, e^{-20\lambda}$$

Eliminando N_0 y despejando λ

$$\ln 0{,}9 = -20\lambda$$

y sustituyendo lo que vale λ

$$\ln 0{,}9 = -20\frac{\ln 2}{T}$$

con lo que despejando T

$$\boxed{T = -\frac{20 \ln 2}{\ln 0{,}9} = 131{,}57 \text{ h}}$$

Problemas

1. (a) Para este apartado basta con aplicar la ley de Biot-Savart que sirve para hallar la intensidad del campo magnético creado por un conductor

$$B = \frac{\mu_0\, I_1}{2\pi R}$$

De esta fórmula despejamos I_1

$$I_1 = \frac{2\pi R B}{\mu_0} = \frac{2\pi \cdot 0{,}02 \cdot 2 \times 10^{-4}}{4\pi \times 10^{-7}} = 20 \text{ A}$$

Por lo tanto

$$\boxed{I_1 = 20 \text{ A}}$$

(b) Para resolver esta parte hemos de aplicar la fórmula de la fuerza magnética sobre una corriente, en este caso la segunda, $I_2 = 5$ A.

$$\vec{F} = I_2\ \vec{L} \wedge \vec{B}$$

Ahora hay que darse cuenta en qué dirección van los vectores. El vector longitud $\vec{L}$ va en la misma dirección que la intensidad del conductor y el campo magnético sale hacia fuera del papel, con lo que $\vec{L}$ y $\vec{B}$ forman un ángulo de 90º. El módulo del vector fuerza será pues

$$F = I_2 L B \sin 90 = I_2 L B$$

sustituyéndolo todo en la fórmula usando como campo magnético B el que me dan en el problema

$$\boxed{F = 5 \cdot 0{,}3 \cdot 2 \times 10^{-4} = 3 \times 10^{-4}\ \mathrm{N}}$$

También podríamos haber usado la fuerza magnética entre corrientes, conocida como la ley de Ampère

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0\, I_1\, I_2}{2\pi R}$$

Despejando de la anterior fórmula la F

$$F = L\,\frac{\mu_0\, I_1\, I_2}{2\pi R}$$

en donde si sustituimos todos los valores

$$\boxed{F = 0{,}3 \cdot \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 20 \cdot 5}{2\pi \cdot 0{,}02} = 3 \times 10^{-4}\ \mathrm{N}}$$

que obviamente coincide con el resultado anterior.

---

2. (a) Vamos a aplicar la fórmula del efecto fotoeléctrico para las dos longitudes de onda, $\lambda_1 = 250$ nm y $\lambda_2 = 190$, que corresponden a su vez a los potenciales de frenado $V_1 = 2$ V y el V_2 que es el que tenemos que hallar.

$$\frac{hc}{\lambda_1} = W_e + eV_1 \tag{1}$$

$$\frac{hc}{\lambda_2} = W_e + eV_2 \tag{2}$$

Restando la ecuación (2) de la (1) tenemos

$$\frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1} = e(V_2 - V_1) \tag{3}$$

En la ecuación (3) despejamos V_2

$$V_2 = V_1 + \frac{hc}{e}\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right) \tag{4}$$

y sustituyendo todos los valores

$$\boxed{V_2 = 2 + \frac{6{,}62 \times 10^{-34} \cdot 3 \times 10^{8}}{1{,}6 \times 10^{-19}}\left(\frac{1}{190 \times 10^{-9}} - \frac{1}{250 \times 10^{-9}}\right) = 3{,}56\ \mathrm{V}}$$

(b) El trabajo de extracción del litio lo podemos calcular despejando por ejemplo en la fórmula (1)

$$W_e = \frac{hc}{\lambda_1} - eV_1 = \frac{6{,}62 \times 10^{-34} \cdot 3 \times 10^8}{250 \times 10^{-9}} - 1{,}6 \times 10^{-19} \cdot 2 = 4{,}744 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Para poner ese trabajo en eV basta con dividir por $1{,}6 \times 10^{-19}$

$$\boxed{W_e = \frac{4{,}744 \times 10^{-19}}{1{,}6 \times 10^{-19}} = 2{,}965 \text{ eV}}$$

La longitud de onda correspondiente a ese trabajo de extracción será

$$\boxed{W_e = \frac{hc}{\lambda} \to \lambda = \frac{hc}{W_e} = \frac{6{,}62 \times 10^{-34} \cdot 3 \times 10^8}{4{,}744 \times 10^{-19}} = 4{,}4429 \times 10^{-7} \text{ m} = 444{,}29 \text{ nm}}$$

---

3. (a) Para calcular el porcentaje podemos tomar como cantidad inicial 100. Aplicando la fórmula de la desintegración radiactiva

$$\boxed{N = N_0\, e^{-\lambda\, t} = 100\, e^{-\frac{\ln 2}{15} \cdot 48} = 10{,}881\ \%}$$

(b) Para calcular la actividad usamos su fórmula

$$A = \lambda\, N \tag{5}$$

Hay que poner el periodo de semidesintegración (T) en segundos y el número de átomos lo hallamos a partir de la masa de sodio que queda a los dos días, la masa atómica del sodio, que es 24 y el número de Avogadro.
Para la masa de sodio usamos

$$m = m_0\, e^{-\lambda\, t} = 1\, e^{-\frac{\ln 2}{15} \cdot 48} = 0{,}10881 \text{ g}$$

El número de átomos es sencillamente

$$N = \frac{0{,}10881 \cdot 6{,}023 \times 10^{23}}{24}$$

y usando la fórmula 5

$$\boxed{A = \lambda\, N = \frac{\ln 2}{15 \cdot 3600} \cdot \frac{0{,}10881 \cdot 6{,}023 \times 10^{23}}{24} = 3{,}505 \times 10^{16} \text{ Bq}}$$
