

Nombre _____

Cuestiones. Gravitación universal

1. La Tierra se halla a una distancia del Sol igual a 1 unidad astronómica (UA) y el periodo orbital respecto al Sol es de 1 año. Demuestra que si la distancia de la Tierra al Sol se multiplica por **4**, entonces el periodo orbital de la Tierra sería exactamente de **8 años**.

-
2. (a) Demuestra que si se deja caer un cuerpo desde una altura h respecto de la superficie terrestre, cuando llega al suelo su velocidad es

$$v = \sqrt{\frac{2g_o R_T h}{R_T + h}}$$

donde g_o es la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra y R_T es el radio de la Tierra.

- (b) Supongamos que debido a un cataclismo cósmico la Luna se detuviera por completo y empezara a caer sobre la Tierra. Sabiendo que la Luna se halla a una altura de 380 000 km, calcula con qué velocidad colisionaría la Luna sobre la Tierra. (**Datos:** $g_o = 9,8 \text{ m/s}^2$, $R_T = 6370 \text{ km}$)

-
3. Considera un punto situado a una determinada altura sobre la superficie terrestre. ¿Qué velocidad es mayor en ese punto, la orbital o la de escape? Justifica la respuesta.

-
4. El planeta Marte tiene dos lunas, denominadas Deimos y Fobos. Deimos se halla a 23 460 km del centro de Marte y tarda 30,35 h en dar la vuelta al planeta. Calcular: (a) La masa del planeta Marte, (b) Fobos se encuentra a 9 377 km de Marte, calcula su periodo orbital. (**Dato:** $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$)
-

5. (a) Demuestra que debido al hecho de que la fuerza de la gravedad es una fuerza central, el momento angular es una magnitud que se conserva.
- (b) A partir de lo demostrado en (a) demuestra donde es mayor la velocidad de un cometa, si en el afelio o en el perihelio.
-

Problemas. Gravitación universal

1. Una estación espacial describe una órbita circular alrededor de la Luna, en 2 horas y 20 minutos. Calcular:
- (a) La altura a la que se encuentra la estación de la superficie lunar
- (b) La velocidad orbital de la estación
- (c) La energía cinética que habría que comunicar a una nave de 500 kg que partiera de la Luna para que se pudiera incorporar a la estación en órbita

Datos: $R_L = 1737$ km, $M_L = 7,35 \times 10^{22}$ kg, $G = 6,67 \times 10^{-11}$ Nm²/kg²

2. Tres masas iguales de 5 kg cada una están situadas en los vértices de un triángulo isósceles cuyas coordenadas son (3,0), (-3,0) y (0,4) respectivamente (las coordenadas están en metros). Hallar
- (a) El campo gravitatorio en el punto $A = (0, 2)$. Representa gráficamente
- (b) La fuerza que actúa sobre una masa de 1 kg situada en A , vector y módulo

Datos: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ Nm²/kg²

3. Sobre el cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko (de masa $M = 1 \times 10^{13}$ kg y 25 km³ de volumen) se posó el módulo espacial Philae (de masa $m = 100$ kg), transportado por la sonda espacial Rosetta. Debido a que el módulo Philae no dispone de propulsión propia, la sonda Rosetta se aproximó hasta 22,5 km de la superficie del cometa y allí abandonó al módulo Philae en caída libre con una velocidad inicial nula respecto al cometa, que supondremos esférico. Calcula:
- (a) La velocidad con la que Philae impactó sobre el cometa
- (b) El peso del módulo Philae sobre la superficie del cometa

Datos: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, $G = 6,67 \times 10^{-11}$ Nm²/kg²

Soluciones del examen. Noviembre 2016.

Cuestiones

1. Si aplicamos la tercera ley de Kepler

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}$$

Sabemos que $T_1 = 1$ y $a_2 = 4 a_1$. Sustituyendo todo

$$\frac{1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{(4 a_1)^3} \rightarrow T_2 = \sqrt{64} = 8 \text{ años}$$

2. a) Hay que igualar las energías mecánicas en los dos puntos, por lo tanto

$$-\frac{GMm}{R_T + h} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R_T} \quad \text{y despejando } v, \quad v = \sqrt{\frac{2g_0 R_T h}{R_T + h}}$$

$$\text{donde se ha usado que } g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2}$$

- b) Aplicando la fórmula anterior y sustituyendo todos los datos,
 $v = 11081,2 \text{ m/s}$

3. La velocidad de escape. Recordemos que $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$ y $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r}}$. Dividiendo una por otra $\frac{v_e}{v_0} = \sqrt{2} > 1$, por lo tanto, $v_e > v_0$.

4. a) Usamos la tercera ley de Kepler

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{Marte}}$$

Lo sabemos todo, hay que sustituir y despejar M , poniendo T en segundos y a en metros, $M_{Marte} = 6,4017 \times 10^{23} \text{ kg}$

- b) Aplicando de nuevo la tercera ley de Kepler, pero ahora en la forma

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} \rightarrow \frac{30,35^2}{23460^3} = \frac{T_{Fobos}^2}{9377^3} \rightarrow T_{Fobos} = 7,669 \text{ horas.}$$

5. (a) Al ser fuerza central el momento de la fuerza es nulo, $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = 0$. Como el momento de la fuerza se puede poner como la derivada del momento angular respecto del tiempo, eso significa que el momento angular debe ser constante, por lo tanto se conserva. (b) Aplicando la fórmula del momento angular $r_a v_a = r_p v_p$, al aumentar r disminuye v , por lo tanto la velocidad en el perihelio es más alta. Razonando con la segunda ley de Kepler se puede deducir igualmente.

Problemas

1. a) Aplicando la tercera ley de Kepler,

$$\frac{T^2}{(R_L + h)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_L} \quad \text{y sustituyendo todo se despeja } h, \quad h = 324598 \text{ m} = 324,6 \text{ km}$$

b) Con la fórmula de la velocidad orbital $v = \sqrt{\frac{GM_L}{R_L + h}} = 1542,07 \text{ m/s}$

- c) Es la la energía de satelización, y sustituyendo

$$E_S = GM_L m \left(\frac{1}{R_L} - \frac{1}{2(R_L + h)} \right) = 8,16687 \times 10^8 \text{ J}$$

2. Hay que aplicar la fórmula del campo gravitatorio en cada punto y sumarlos.

a) $\vec{g} = (0, 5,49146 \times 10^{-11}) \text{ N/kg}$

b) $\vec{F} = m\vec{g} = (0, 5,49146 \times 10^{-11}) \text{ N}$

3. Hay que calcular el radio del cometa. Sabiendo su volumen y con la fórmula del volumen de la esfera, $R = 1813,92 \text{ m}$.

- a) Usando la fórmula de la cuestión 2

$$-\frac{GMm}{R+h} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} \quad \text{y despejando } v, \quad v = \sqrt{2GM \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right)}$$

Poniendo todos los valores, $v = 0,824959 \text{ m/s}$

- b) El peso no es más que la fuerza de la gravedad,

$$P = \frac{GMm}{R^2} = 0,0202717 \text{ N}$$

Nombre _____

Cuestiones. Gravitación universal

1. Un asteroide está situado en una órbita circular alrededor de una estrella y tiene una energía total de -1×10^{10} J. Determina:

- (a) La relación que existe entre las energías potencial y cinética del asteroide
 - (b) Los valores de ambas energías, la potencial y la cinética
-

2. Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- (a) El valor de la velocidad de escape de un cohete lanzado desde la superficie de la Tierra depende del valor de la masa del cohete.
 - (b) En una órbita elíptica de un planeta en torno al Sol la velocidad del planeta en el perihelio es mayor que la velocidad en el afelio
-

3. Un satélite de masa \mathbf{m} está situado en una órbita circular de radio \mathbf{r}_1 alrededor de un planeta de masa \mathbf{M} y queremos que pase a otra órbita superior de radio \mathbf{r}_2 . ¿Qué energía hay que comunicarle? Expresar en función de \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2 , \mathbf{m} , \mathbf{M} y \mathbf{G} , siendo esta última la constante de gravitación universal.

4. Un planeta esférico sin atmósfera tiene masa $M = 1,2 \times 10^{23}$ kg y radio $R = 1,3 \times 10^6$ m. Desde su superficie se lanza verticalmente un proyectil que llega a alcanzar una altura máxima $h = R/2$ antes de volver a caer hacia la superficie. ¿Con qué velocidad inicial se ha lanzado el proyectil? (Deduce la expresión algebraica y después haz la sustitución numérica)

5. El Apolo 11 fue la primera misión espacial tripulada que aterrizó en la Luna. Calcula el campo gravitatorio en el que se encontraba el vehículo espacial cuando había recorrido $\frac{2}{3}$ de la distancia desde la Tierra a la Luna (considera solo el campo gravitatorio originado por la Tierra y la Luna). Datos: Distancia Tierra-Luna = $3,84 \times 10^5$ km, $M_T = 5,9 \times 10^{24}$ kg, $M_L = 7,4 \times 10^{22}$ kg, $G = 6,67 \times 10^{-11}$ Nm²/kg².

Problemas. Gravitación universal

1. Un satélite artificial de 400 kg describe una órbita circular de radio $\frac{5}{2}R_T$ alrededor de la Tierra. Calcular:
 - (a) La velocidad y el periodo del satélite en esta órbita
 - (b) La energía necesaria para ponerlo en órbita
 - (c) ¿Qué velocidad mínima hay que comunicarle al satélite en la órbita de radio $\frac{5}{2}R_T$ para que pase a una órbita abierta?

Datos: $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$, $R_T = 6380 \text{ km}$.

2. El satélite Meteosat gira alrededor de la Tierra en una órbita geoestacionaria. Determinar:
 - (a) El radio de la órbita
 - (b) El valor de la gravedad en los puntos de la órbita
 - (c) Energía necesaria para ponerlo en órbita

Datos: $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$, $R_T = 6380 \text{ km}$

3. Cuatro masas puntuales idénticas de 6 kg cada una están situadas en los vértices de un cuadrado de lado igual a 2 m. Hallar:
 - (a) El campo gravitatorio que crean las cuatro masas en el centro de un lado del cuadrado. Representa gráficamente.
 - (b) Si en ese punto se sitúa una masa de 2 kg, ¿qué fuerza actúa sobre ella?
 - (c) ¿Qué trabajo se realizaría para trasladar dicha masa desde el centro del lado hasta el centro del cuadrado?

Datos: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

Nombre _____

Cuestiones

1. Un cuerpo de $m = 500$ g dotado de un movimiento armónico simple de 10 cm de amplitud, tarda 0,2 s en describir una oscilación completa. Si en el instante $t = 0$ s su velocidad es nula y la elongación es positiva, determina:

- (a) La ecuación del movimiento
 - (b) La energía cinética en $t = 0,25$ s.
-

2. Una onda armónica plana que se propaga en el sentido positivo del eje OX , tiene un periodo de 0,2 s. En un instante dado, la diferencia de fase entre dos puntos separados una distancia de 60 cm es igual a π radianes. Determina:

- (a) La longitud de onda y la velocidad de propagación de las ondas
 - (b) La diferencia de fase entre dos estados de perturbación de un mismo punto que se producen en dos instantes separados por un intervalo de tiempo de 0,2 s.
-

3. Una onda transversal se propaga en un medio material según la ecuación

$$\Psi(x, t) = 0,2 \sin \left[2\pi(50t - 10x) \right]$$

- (a) Determina la amplitud, la frecuencia y la longitud de onda
 - (b) Halla la velocidad de propagación de las ondas y la diferencia de fase entre dos puntos que distan entre sí 2,5 m.
-

4. La ecuación de una onda en una cuerda es

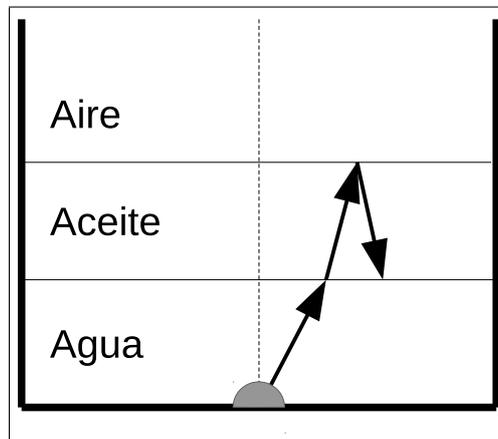
$$Y(x, t) = 0,4 \cdot \sin(12\pi x) \cdot \cos(40\pi t)$$

- (a) Explica las características de la onda y calcula su periodo, longitud de onda y velocidad de propagación. *Apartado (b) detrás*

(b) Determina las posiciones de los nodos.

5. Un foco luminoso puntual está situado en el fondo de un recipiente lleno de agua cubierta por una capa de aceite y por encima está el aire, como indica la figura. Determina:

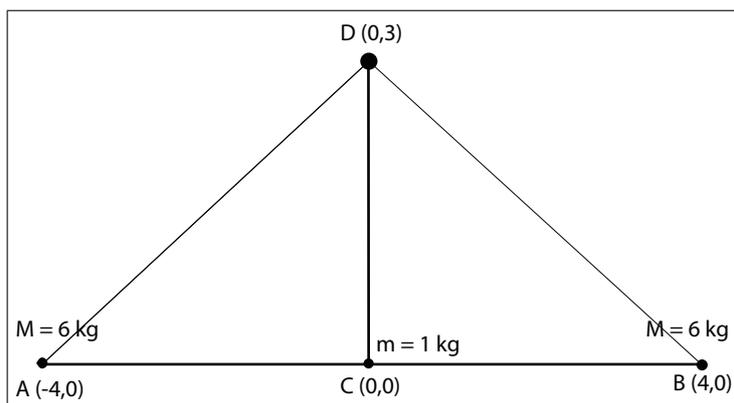
- (a) El valor del ángulo límite entre los medios aceite y aire
- (b) El valor del ángulo mínimo, con respecto a la normal al fondo del recipiente, de un rayo de luz procedente del foco luminoso para que se produzca el fenómeno de reflexión total en la superficie de separación entre el aceite y el aire. Datos: $n_{\text{aire}} = 1$, $n_{\text{aceite}} = 1,48$, $n_{\text{agua}} = 1,33$.



Trayectoria de los rayos cuando se produce la reflexión total en el aceite

Problemas

1. Dos masas puntuales idénticas de valor $M = 6$ kg cada una están situadas sobre el eje OX en los puntos $A = (-4, 0)$ y $B = (4, 0)$, como muestra la figura. Calcula:
- (a) El potencial gravitatorio creado por las dos masas M en el punto $C = (0, 0)$
- (b) El trabajo realizado por la fuerza de la gravedad para llevar una masa de valor $m = 1$ kg desde el punto $C = (0, 0)$ al punto $D = (0, 3)$. $G = 6,67 \times 10^{-11}$ (SI)



Posiciones de las masas M y m

-
2. (a) Un oyente que se encuentra a 20 m de un coro formado por 15 personas percibe el sonido con una sensación sonora de 54 dB. Calcula la sensación sonora con que escucharía a los cantantes si se hallara a 10 m del coro.
($I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$)
- (b) El coro y los oyentes se hallan en un auditorio con paredes insonorizadas con un corcho especial. Calcula cuál debe ser el espesor de estas paredes para que una persona fuera del auditorio **no perciba** el sonido. (El coeficiente de absorción del corcho es $\beta = 24 \text{ m}^{-1}$)
-
3. Dos ondas coherentes, una de amplitud $A_1 = 3$ y otra de amplitud $A_2 = 4$ y de longitud de onda, $\lambda = 2$ m, producen interferencias en un punto que se encuentra a 10 m de la primera fuente y a 8 m de la segunda. Las amplitudes tienen dimensiones arbitrarias. Determinar:
- (a) La amplitud de la onda resultante
- (b) ¿A qué distancia mínima deberían hallarse entre sí las dos fuentes para que la amplitud resultante fuera $A = 1$?
-

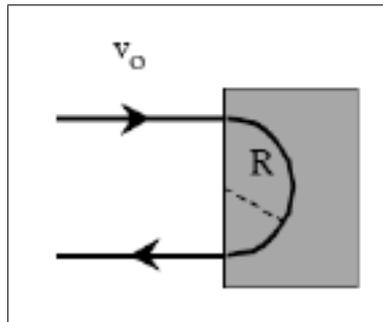
IMPORTANTE: Recuerda que en las cuestiones y problemas del MAS y en los de movimiento ondulatorio, la calculadora ha de estar en RADIANES (Cuestiones 1, 2, 3 y 4 y Problema 3). Para las cuestiones de la ley de la refracción la calculadora ha de estar en GRADOS (Cuestión 5).

Nombre _____

Cuestiones

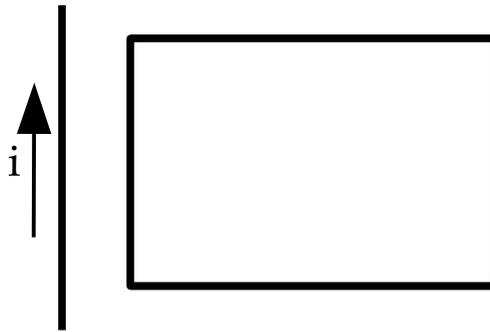
1. Una persona utiliza como lupa una lente convergente de +10 dioptrías para ver insectos. Calcula a qué distancia de la lente debe situar una mariposa para observarla con un aumento $A = 2,5$. ¿Cuál es la posición de la imagen observada?

2. Un electrón que viaja con una velocidad $v_o = 10^7$ m/s penetra en la región sombreada de la figura, donde existe un campo magnético uniforme. Se observa que el electrón realiza una trayectoria semicircular de radio $R = 5$ cm dentro de dicha región, de forma que sale de ella moviéndose en dirección paralela a la de incidencia, pero con sentido opuesto. **Dato:** Relación carga/masa del electrón, $\frac{e}{m} = 1,76 \times 10^{11}$ C/kg.



3. El trabajo de extracción de electrones del potasio por efecto fotoeléctrico es 2,26 eV. Calcular el voltaje necesario para impedir la emisión de electrones cuando el metal es irradiado con luz de longitud de onda $\lambda = 350$ nm. **Datos:** $h = 6,62 \times 10^{-34}$ J·s, $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C, $c = 3 \times 10^8$ m/s.

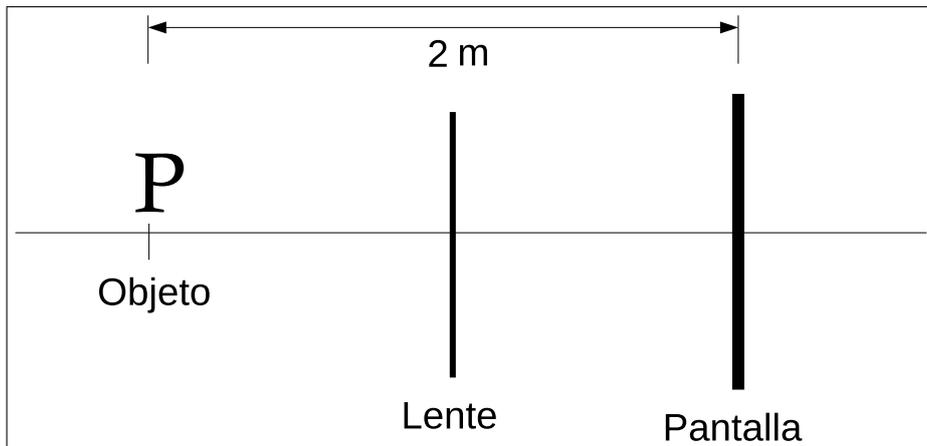
4. La figura muestra un hilo conductor rectilíneo y una espira cuadrada conductora. Por el hilo, infinitamente largo, circula una corriente continua, en la dirección de la flecha. **Justifica** si se inducirá corriente en la espira en los siguientes casos e indica el sentido de la corriente:
- (a) La espira se mueve hacia la derecha.
 - (b) La espira se mueve hacia arriba paralelamente al hilo.
 - (c) La espira se encuentra en reposo.



-
5. Calcula a qué velocidad se mueve un protón si su energía cinética es de 1 000 MeV. **Datos:** $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$, $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$, $m_o^p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$. (El protón a esa energía es relativista).
-

Problemas

1. Un objeto se encuentra situado a 2 m de una pantalla, según se ve en la figura. Mediante una lente delgada se desea proyectar sobre la pantalla una imagen de tamaño **9** veces mayor que el objeto. Determina:
 - (a) El tipo de lente que hay que utilizar y por qué.
 - (b) La posición del objeto respecto de la lente.
 - (c) La distancia focal y la potencia de la lente. Dibuja el trazado de rayos.



-
2. Dos cargas eléctricas, $q_1 = 2 \times 10^{-9} \text{ C}$ y $q_2 = -2 \times 10^{-9} \text{ C}$ están separadas una distancia de 10 m. Los ejes de coordenadas puedes situarlos como quieras. Calcula:
 - (a) El campo eléctrico total, en módulo, en el punto medio entre las dos cargas.
 - (b) El potencial creado por las dos cargas en ese punto.
 - (c) La carga q_1 se queda fija y ahora nos llevamos la carga q_2 hasta el infinito. Calcula el trabajo que hemos de realizar en este caso.

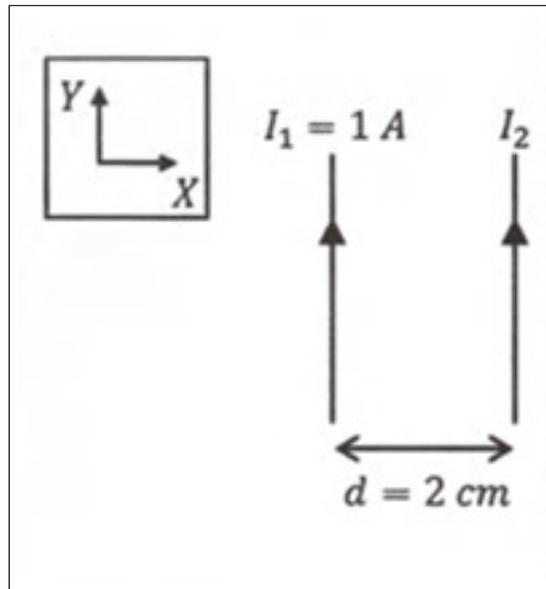
Datos: $K = 9 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$

3. Por dos conductores rectilíneos, indefinidos y paralelos entre sí, circulan corrientes continuas de intensidades I_1 e I_2 , respectivamente, como muestra la figura. La distancia de separación entre ambos hilos conductores es $d = 2$ cm.

(a) Sabiendo que $I_1 = 1$ A, calcula el valor de I_2 para que, en un punto equidistante a ambos conductores, el campo magnético total sea $\vec{B} = -10^{-5} \vec{k}$ T.

(b) Calcula la fuerza \vec{F} y su módulo sobre una carga $q = 1\mu\text{C}$, que pasa por dicho punto, con una velocidad $\vec{v} = 10^6 \vec{j}$ m/s. Dibuja los vectores \vec{v} , \vec{B} y \vec{F}

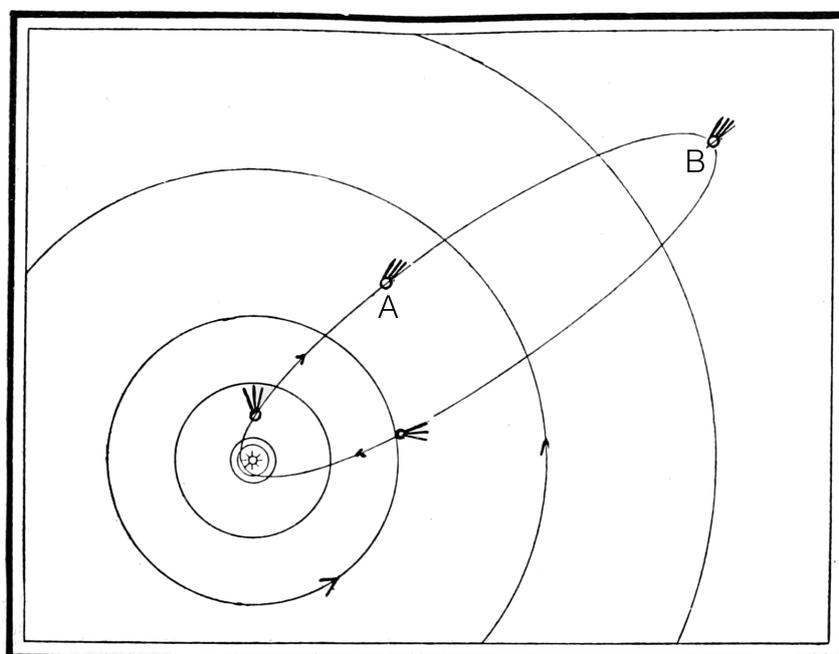
Datos: Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m/A



Nombre _____

Cuestiones. Gravitación y ondas

1. La trayectoria de un cometa alrededor del Sol suele ser en la mayoría de los casos una órbita elíptica, como muestra la figura. Discute en qué punto, el A o el B de la trayectoria, es menor o mayor: (a) la velocidad, (b) la energía potencial, (c) la energía mecánica y (d) la fuerza gravitatoria. Justifica razonadamente cada respuesta.



2. La nave espacial *Discovery* describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una velocidad de 7,62 km/s. Calcula: (a) a qué altura se encuentra sobre la Tierra; (b) el periodo de la órbita. (Datos: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$, $R_T = 6370 \text{ km}$.)

3. Nos encontramos en la superficie de la Luna. Ponemos una piedra sobre una báscula en reposo y ésta indica que la piedra pesa 1,85 N. Determina razonadamente: (a) la intensidad del campo gravitatorio en la superficie lunar, (b) la masa de la piedra sabiendo que el radio de la Luna es $\frac{1}{4}$ veces el radio de la Tierra y que la masa de la Luna es $\frac{1}{81}$ la masa de la Tierra. (**Dato:** aceleración de la gravedad en la superficie terrestre, $g_{Tierra} = 9,8 \text{ m/s}^2$.)
-

4. Las ondas de radio son ondas electromagnéticas que se propagan a la velocidad de la luz. El rango de frecuencias de la FM (frecuencia modulada), está comprendido entre 88 MHz y 108 MHz. ¿Cuál es el rango en longitudes de onda? ¿Qué frecuencia es la que tiene mayor energía y por qué? (**Datos:** velocidad de la luz, $v = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $1 \text{ MHz} = 1 \times 10^6 \text{ Hz}$)
-

5. Un altavoz produce una sensación sonora de 50 dB a 1 metro de distancia. ¿A qué distancia tendremos que situarnos para que la sensación sonora sea de 40 dB? ¿Nos hemos de acercar o alejar? Justifica la respuesta.
-

Problemas. Gravitación y ondas

1. Queremos poner en **órbita** sobre el planeta Mercurio una nave espacial a una altura de 1 000 km sobre su superficie.
- (a) Determina a qué velocidad hemos de lanzarla desde la superficie del planeta para que quede en órbita.
- (b) Calcula el periodo orbital de la nave alrededor de Mercurio.
- (**Datos:** $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, $M_{Mer} = 3,3 \times 10^{23} \text{ kg}$, $R_{Mer} = 2\,440 \text{ km}$.)
-

2. La ecuación que representa una onda sísmica es:

$$y(x, t) = 2 \sin \left(\frac{\pi}{5} t - \frac{11}{2} x \right)$$

donde x e y están expresadas en metros y t en segundos. Calcula razonadamente:

- (a) La amplitud, el periodo, la frecuencia y la longitud de onda.
- (b) La velocidad de un punto situado a 2 m del foco emisor para $t = 10 \text{ s}$. Calcula un instante t cualquiera para el que dicho punto tenga velocidad nula.

La calculadora ha de estar en modo radianes para este apartado

Soluciones del examen

Cuestiones

- (a) Por la segunda ley de Kepler, al ser la velocidad "aerolar" constante, el cometa ha de barrer áreas iguales en tiempos iguales. Por lo tanto al estar más cerca del Sol tiene que moverse a mayor velocidad para cubrir la misma área en el mismo tiempo.

(b) La energía potencial es $E_p = -\frac{GMm}{r}$, por lo tanto al aumentar r la energía potencial aumenta, pues es menos negativa, acercándose a cero, luego $E_{pA} < E_{pB}$. Hay que fijarse bien en este detalle porque se suele confundir.

(c) Como el campo gravitatorio es conservativo la energía mecánica, que es la suma de la energía cinética más la potencial es constante siempre. Así pues en A y en B vale lo mismo la energía mecánica.

(d) La fuerza de la gravedad es $F = \frac{GMm}{r^2}$, por lo tanto al dividir por un número mayor el resultado es menor, luego, $F_B < F_A$.
- (a) Aplicando la fórmula de la velocidad orbital, $v_0 = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}$, tenemos todos los datos para despejar la altura h , que resulta ser, $h = 499,37$ km.

(b) Usando la tercer ley de Kepler, $\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$, se despeja T directamente, $T = 5664,24$ s = 1h 34 min.
- (a) Usando la fórmula de la aceleración de la gravedad en la Luna $g_L = \frac{GM_L}{R_L^2}$, y sustituyendo los datos que nos dan $g_L = \frac{16}{81} \frac{GM_T}{R_T^2} = 1,935$ m/s².

(b) Como $P = mg_L$ y sabemos el peso en la Luna, despejando, $m = \frac{1,85}{1,935} = 0,955$ kg.
- (a) Sabemos que $\lambda_1 = \frac{c}{f_1} = \frac{3 \times 10^8}{88 \times 10^6} = 3,4$ m. Y $\lambda_2 = \frac{c}{f_2} = \frac{3 \times 10^8}{108 \times 10^6} = 2,7$ m

(b) La energía de las ondas depende de la frecuencia al cuadrado, $E \propto f^2$, por tanto las ondas de 108 MHz tendrán más energía.
- (a) A partir de la relación $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$, podemos calcular la intensidad que corresponde a cada sensación sonora, siendo $I_1 = 10^5 \cdot I_0$ y $I_2 = 10^4 \cdot I_0$. Sustituyendo en la expresión $\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$, hallamos r_2 , resultando, $r_2 = \sqrt{10} = 3,16$ m. Así pues hemos

de alejarnos a esa distancia para que la intensidad disminuya y por consiguiente la sensación sonora.

Problemas

1. (a) La velocidad hemos de calcularla a partir de la energía cinética. La energía total que hay que suministrar a la nave es igual a la energía de satelización. Por el principio de conservación de la energía podemos poner pues

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R_M} = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{R_M + h}$$

En la fórmula anterior m es la masa de la nave, que como vemos se puede simplificar porque está como factor común y M es la masa de Mercurio. Despejando v y sustituyendo todos los datos,

$$v = \sqrt{2GM \left(\frac{1}{R_M} - \frac{1}{2(R_M + h)} \right)} = 3412,22 \text{ m/s}$$

- (b) Por la tercer ley de Kepler, $\frac{T^2}{(R_M + h)^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$,

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2(R_M + h)^3}{GM}} = 8544,71 \text{ s} \approx 2 \text{ h } 22 \text{ min}$$

2. (a) Sin más que comparar con la ecuación general del movimiento ondulatorio tenemos que $A = 2$, $\omega = \frac{\pi}{5}$, con lo que $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}} = 10 \text{ s}$, y $f = \frac{1}{T} = 0,1 \text{ Hz}$.
 $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{11}{2}$, luego $\lambda = \frac{4\pi}{11} = 1,14 \text{ m}$.

- (b) La velocidad la obtenemos derivando $v = 2\frac{\pi}{5} \cos\left(\frac{\pi}{5}t - \frac{11}{2}x\right)$, en donde sustituyendo $t = 10$ y $x = 2$ se llega a que $v = 0,005561 \text{ m/s}$. Hemos de hallar ahora un valor de t que haga que el coseno se anule, por tanto una posible solución es

$$\frac{\pi}{5}t - \frac{11}{2}x = \frac{\pi}{2}$$

pues sabemos que $\cos \frac{\pi}{2} = 0$ y despejando, $t \approx 20 \text{ s}$.

Nombre _____

Cuestiones. Ondas, Óptica y Electricidad

1. Las ecuaciones de ondas coherentes de dos focos que interfieren en un punto son:

$$y_1 = 4 \sin(2\pi(5t - 2x_1))$$

$$y_2 = 4 \sin(2\pi(5t - 2x_2))$$

Las amplitudes están en unidades arbitrarias, el tiempo en segundos y la distancia en metros.

- (a) Calcula la ecuación de la onda resultante, $y = y_1 + y_2$
(b) ¿Qué amplitud tendrá la onda resultante en un punto situado a 4.25 m de un foco y a 4 m del otro? (Calculadora en radianes)
-

2. Explica en qué consiste el fenómeno del **ángulo límite** de la luz entre dos medios. El índice de refracción del aire se puede tomar aproximadamente como la unidad, $n_a = 1$ y el del diamante es $n_d = 2.42$. Determina el valor del ángulo límite del diamante y di si se produce al pasar la luz del aire al diamante o a la inversa. (Calculadora en grados)
-

3. Una lente delgada convergente de 10 cm de distancia focal se utiliza para obtener una imagen el doble de grande que un objeto situado frente a ella. Hallar las distancias del objeto y de la imagen si:

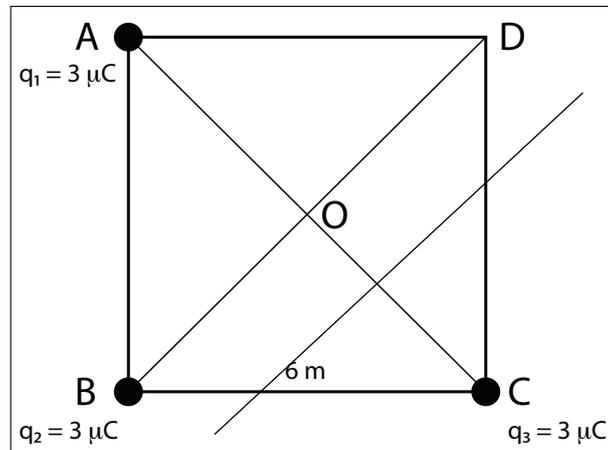
- (a) La imagen ha de estar derecha. ¿Es real o virtual?
(b) La imagen ha de estar invertida. ¿Es real o virtual?
-

4. Tenemos dos electrones cuya carga es $q_e = -1,6 \times 10^{-19}$ C, separados una distancia $R = 1$ mm. Uno de los electrones está fijo y el otro se puede mover. Calcula la velocidad que tendrá el electrón móvil si parte del reposo y es repelido por el que está fijo, cuando se hallen infinitamente lejos el uno del otro. $K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$. La masa del electrón es $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg.
-

5. Una carga Q negativa ($Q < 0$), se encuentra bajo la acción de un campo eléctrico uniforme. Si desplazamos la carga en la misma dirección y sentido que el campo eléctrico, ¿aumenta o disminuye su energía potencial eléctrica? ¿Y si movemos la carga en dirección perpendicular al campo? Justifica las respuestas. Dibuja las líneas de campo y las superficies equipotenciales.

Problemas. Óptica y Campo Eléctrico

1. Situamos un objeto de 4 cm de altura a 15 cm de una lente de +5 dioptrías.
- Realiza el trazado de rayos entre el objeto y la imagen
 - Calcula la posición de la imagen, explicando sus características
 - Halla el aumento y el tamaño de la imagen
-
2. Tenemos un cuadrado cuyos lados miden 6 m. En tres de sus vértices, **A**, **B** y **C**, se encuentran fijas tres cargas iguales de $+3\mu\text{C}$, tal como muestra la figura. Determina:
- El campo eléctrico total (vector y módulo) que las tres cargas crean en el punto central del cuadrado, punto **O**.
 - Calcula cual será el trabajo realizado por el campo eléctrico para llevar una carga $q' = -1\mu\text{C}$ desde el cuarto vértice, o sea, desde el punto **D**, hasta el infinito. Justifica el signo que se obtiene en el trabajo. ($1\mu\text{C} = 10^{-6}\text{ C}$, $K = 9 \times 10^9\text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$)



Posiciones de las cargas.

Soluciones del examen

Cuestión 1

$$(a) \quad y_R = 8 \cos(2\pi(x_2 - x_1)) \sin(2\pi(5t - (x_1 + x_2)))$$
$$(b) \quad A_R = 8 \cos(2\pi(x_2 - x_1)) = 8 \cos(2\pi(4.25 - 4)) = 0$$

Cuestión 2

El ángulo límite es aquél ángulo para el cual **no** se produce el fenómeno de la refracción. Solo tiene lugar la reflexión y la luz no se propaga por el segundo medio. Se produce cuando el índice de refracción del primer medio es mayor que el del segundo medio, por lo tanto se produce si la luz pasa del diamante al aire. $\alpha_L = 24.41^\circ$

Cuestión 3

(a) La imagen es virtual. $s = -5$ cm, $s' = -10$ cm. (b) La imagen es real. $s = -15$ cm, $s' = 30$ cm

Cuestión 4

Hay que aplicar el principio de conservación de la energía

$$E_{c_1} + U_1 = E_{c_2} + U_2 \quad (1)$$

donde E_{c_1} y E_{c_2} son las energías cinéticas inicial y final, y U_1 y U_2 las energías potenciales electrostáticas inicial y final respectivamente. La energía cinética inicial es cero porque parte del reposo y la potencial final es cero porque llega al infinito, así pues si sustituimos sus expresiones en la fórmula 1

$$K \frac{q_e q_e}{R} = \frac{1}{2} m v^2$$

y despejando v

$$v = \sqrt{\frac{2Kq_e^2}{mR}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9 \times 10^9 \cdot (-1.6 \times 10^{-19})^2}{9.1 \times 10^{-31} \cdot 0.001}} = 711.6 \text{ m/s}$$

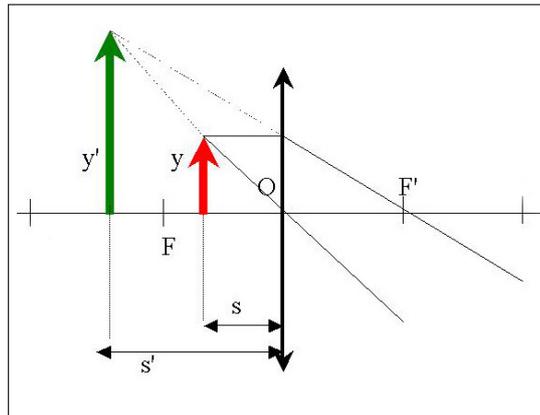
Cuestión 5

El campo eléctrico lleva la dirección de los potenciales decrecientes, por lo tanto si desplazamos la carga en sentido del campo el potencial disminuye, $V_2 < V_1$. Ahora bien lo que nos preguntan es como varía la energía potencial, y para ello hemos de recordar que ésta se calcula multiplicando el potencial por la carga, es decir $U = Q \cdot V$. La variación de energía potencial es pues $\Delta U = Q \cdot \Delta V$, luego $\Delta U = Q \cdot (V_2 - V_1)$. Por lo dicho antes, $V_2 - V_1 < 0$ y Q es también negativa y entonces al multiplicar dos signos negativos nos da positivo, $\Delta U > 0$. Así pues la energía potencial de la carga aumenta. También se podría haber hecho el razonamiento con el

signo del trabajo, aunque resulta algo más confuso. Las superficies equipotenciales son siempre perpendiculares al campo por tanto si nos movemos sobre ellas el potencial no varía, $\Delta V = 0$, luego entonces, $\Delta U = 0$

Problema 1

(a) El trazado de rayos se muestra en la siguiente figura. Al ser la potencia de 5 dioptrías su focal es $f' = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$. La posición del objeto es de 15 cm, luego se encuentra entre la lente y la focal y en tal caso las imagen es virtual y derecha, como se ve en la figura.



Posiciones del objeto y la imagen virtual en una lente convergente

(b) Aplicando las fórmulas conocidas $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$ se obtiene fácilmente $s' = -60 \text{ cm}$. La imagen es virtual y derecha. (c) $A = \frac{s'}{s} = \frac{-60}{-15} = 4$. El tamaño de la imagen será entonces $A = \frac{y'}{y} = \frac{y'}{4} = 4$, por lo tanto $y' = 16 \text{ cm}$.

Problema 2

(a) $\vec{E} = (1060.66, 1060.66) \text{ N/C}$, $|\vec{E}| = 1500 \text{ N/C}$. (b) $W = -0.01218 \text{ J}$. El trabajo es negativo porque el proceso va en contra del campo. Al ser $q' < 0$ tiende a acercarse a las demás cargas que son positivas y como queremos alejarla hemos de hacer un trabajo en contra de las fuerzas del campo, por eso el signo es negativo.

Nombre _____

Cuestiones. Ondas, Óptica y Electricidad

- Una onda armónica plana que se propaga en el sentido positivo del eje OX , tiene un periodo de 1 s. En un instante dado, la diferencia de fase entre dos puntos separados una distancia de 100 cm es igual a $\frac{\pi}{2}$ radianes. Determina:
 - La longitud de onda y la velocidad de propagación de las ondas
 - Si la amplitud de las ondas es de 5 cm y en $t = 0$ s y $x = 0$ la elongación es nula, escribe la ecuación del movimiento ondulatorio.

-
- Explica qué es el **ángulo límite** entre dos medios con índices de refracción n_1 y n_2 . Deduce la fórmula para calcular el valor del ángulo límite.

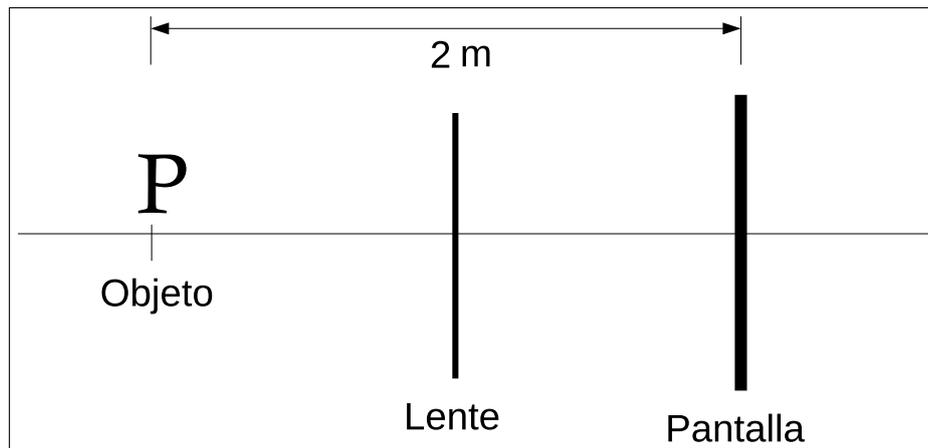
-
- Una persona utiliza como lupa una lente convergente de +10 dioptrías para ver insectos. Calcula a qué distancia de la lente debe situar una mariposa para observarla con un aumento $A = 2,5$. ¿Cuál es la posición de la imagen observada?

-
- La diferencia de potencial entre dos puntos A y B es $V_A - V_B = 800$ V. Un protón parte del punto A con velocidad cero. Calcula con qué velocidad llega al punto B. **Datos:** $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg, $q_p = 1.6 \times 10^{-19}$ C.

-
- Explica la forma que tienen las superficies **equipotenciales** creadas por:
 - Una carga puntual
 - Un condensador plano
-

Problemas. Óptica y Campo Eléctrico

1. Un objeto se encuentra situado a 2 m de una pantalla, según se ve en la figura. Mediante una lente delgada se desea proyectar sobre la pantalla una imagen de tamaño **9** veces mayor que el objeto. Determina:
- El tipo de lente que hay que utilizar y por qué.
 - La posición del objeto respecto de la lente.
 - La distancia focal y la potencia de la lente. Dibuja el trazado de rayos.



-
2. Dos cargas eléctricas, $q_1 = 2 \times 10^{-9} \text{ C}$ y $q_2 = -2 \times 10^{-9} \text{ C}$ están separadas una distancia de 10 m. Los ejes de coordenadas puedes situarlos como quieras. Calcula:
- El campo eléctrico total, en módulo, en el punto medio entre las dos cargas.
 - El potencial creado por las dos cargas en ese punto.
 - La carga q_1 se queda fija y ahora nos llevamos la carga q_2 hasta el infinito. Calcula el trabajo que hemos de realizar en este caso.

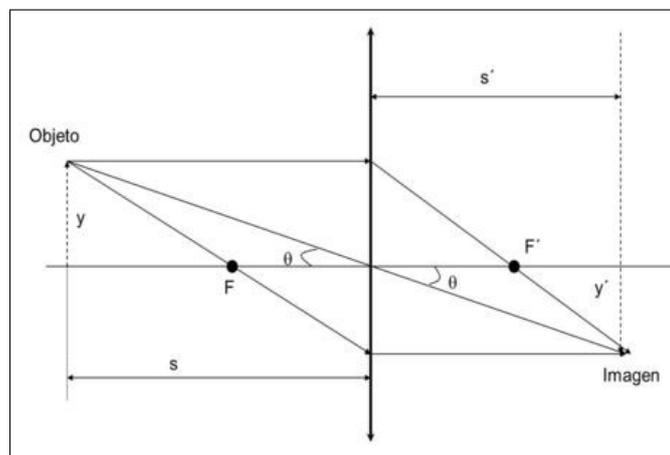
Datos: $K = 9 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$

Solución a las cuestiones

- (a) $\lambda = 4 \text{ m}$; $v = 4 \text{ m/s}$. (b) $y = 0.05 \sin(2\pi t - \frac{\pi}{2}x) = 0.05 \sin(2\pi(t - \frac{x}{4}))$
- El ángulo límite es aquel ángulo para el cual el ángulo de refracción es de 90° . Para que se cumpla el índice de refracción del primer medio ha de ser mayor que el segundo. La fórmula es $\alpha_L = \sin^{-1}(\frac{n_2}{n_1})$
- Es una lente convergente porque la potencia es positiva. $s = -0.06 \text{ m}$ y $s' = -0.15 \text{ m}$
- $v_B = 3.91 \times 10^5 \text{ m/s}$
- (a) De la fórmula del potencial de una carga puntual, $V = K \frac{Q}{R}$, la V será constante cuando $R = \text{constante}$, porque la K y la Q lo son. Las superficies con $R = \text{constante}$ son **esferas** centradas en la carga de radio R .
(b) El potencial de un condensador plano es $V = E \cdot d$ y como el campo es constante y V ha de serlo también, las distancias al condensador han de serlo igualmente. Por tanto las superficies equipotenciales en un condensador son planos paralelos a las placas.

Solución a los problemas

- (a) Hemos de usar una lente **convergente** ya que son éstas las que dan imágenes reales. Esta es la situación que buscamos ya que deseamos proyectar la imagen sobre una pantalla.
(b) $s = -0.2 \text{ m}$
(c) $f' = 0.18 \text{ m}$; $P = \frac{1}{f'} = 5.55 \text{ dioptrías}$.

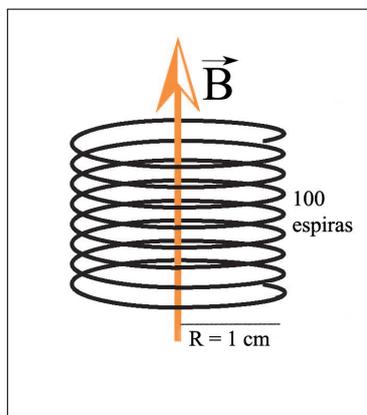


Trazado de rayos.

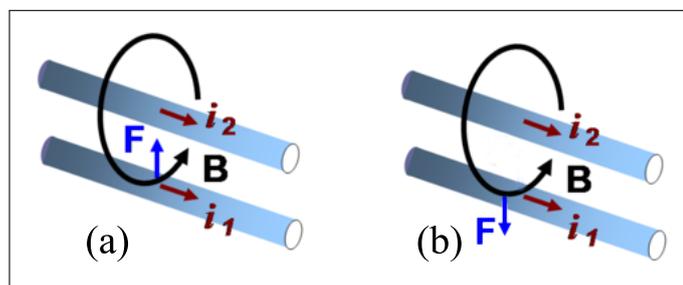
2. (a) $E_{TOTAL} = 1.44 \text{ N/C}$
(b) $V_{TOTAL} = 0$
(c) $W = \Delta U = 3.6 \times 10^{-9} \text{ J}$, si es trabajo externo. Con signo negativo si lo consideramos desde el punto de vista del campo, $W = -\Delta U$

Nombre _____

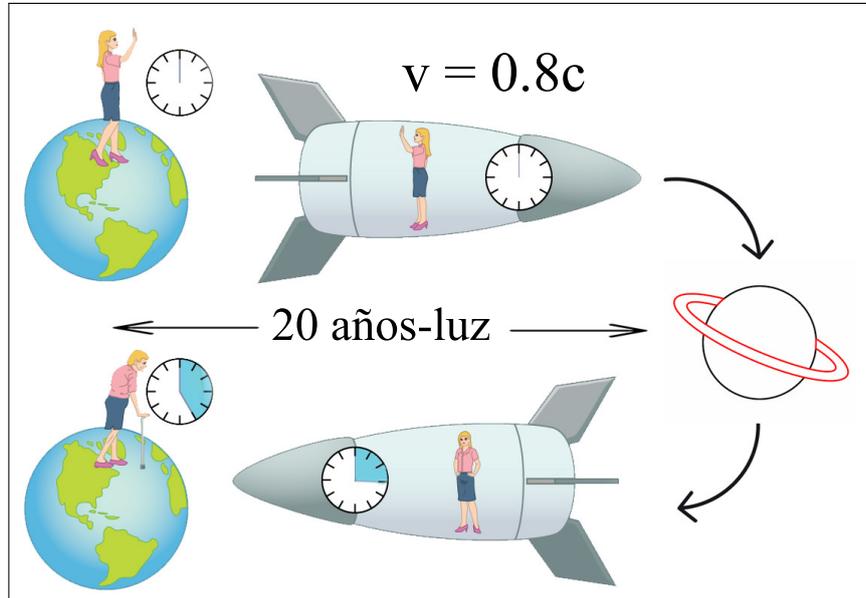
- Una bobina de 100 espiras circulares de 1 cm de radio se encuentra sometida a un campo magnético variable con el tiempo, pero de dirección constante, $|\vec{B}| = 0.5(t^2 + 1)$ en unidades del SI (Teslas), de manera que el plano de las espiras es perpendicular al campo, tal y como muestra la figura.
 - Determina el flujo magnético en la bobina en $t = 2$ s.
 - Encuentra el valor de la fuerza electromotriz inducida (**fem**), en $t = 2$ s.



- La siguiente figura representa a dos conductores por los que circulan dos corrientes eléctricas paralelas. La \mathbf{F} representa el vector fuerza que ejerce la corriente \mathbf{i}_2 sobre la \mathbf{i}_1 . Di cuál de las dos situaciones es la correcta, la (a) o la (b) y justifica el por qué. Si las intensidades son iguales, $i_1 = i_2 = 2$ A, y los hilos están separados 25 cm, halla la fuerza \mathbf{F} por unidad de longitud. **Dato:** Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A²



3. Una nave parte hacia un planeta situado a 20 años-luz de la Tierra, viajando a una velocidad de $v = 0.8c$. Suponiendo despreciables los tiempos empleados en las aceleraciones y cambio de sentido, calcula el tiempo invertido en el viaje de ida y vuelta para un observador en la Tierra y para el observador que viaja en la nave. **Datos:** $c = 3 \times 10^8$ m/s. 1 año-luz = 9.46×10^{15} m.

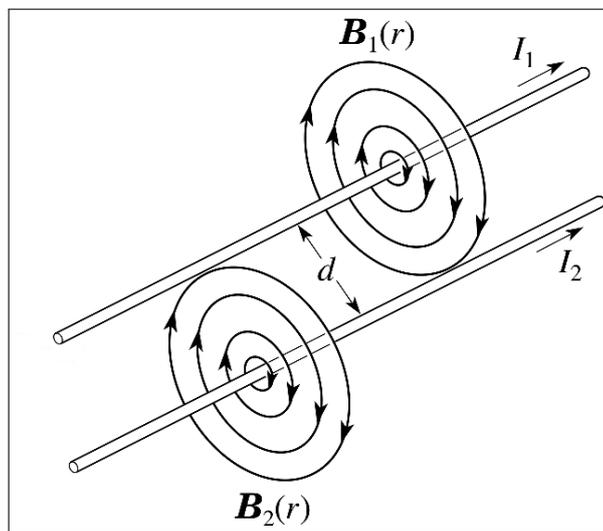


4. Hoy en día es posible producir impulsos láser de 1 femtosegundo (fs), $1 \text{ fs} = 10^{-15}$ s, de duración. Estos pulsos láser se emplean para medir intervalos de tiempo muy cortos asociados a desexcitaciones de sólidos. Calcula la **incertidumbre** que afectará a la medida de la energía de un sistema durante este intervalo de tiempo. Expresa el valor en eV. **Datos:** $h = 6,62 \times 10^{-34}$ J·s, $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19}$ J.
5. El periodo de semidesintegración de una muestra de Iodo-131 es de 8.02 días. Si inicialmente se dispone de 2 g de Iodo-131:
- ¿Cuánto tiempo ha de transcurrir para que queden 0.5 g?
 - ¿Cuál será la actividad de la muestra al cabo de ese tiempo? Datos: $N_A = 6.02 \times 10^{23}$

Problemas

1. Por dos conductores rectilíneos, indefinidos y paralelos entre sí, circulan corrientes continuas de intensidades $I_1 = 3 \text{ A}$ e $I_2 = 1 \text{ A}$, respectivamente, y en la misma dirección, como muestra la figura. La distancia de separación entre ambos hilos conductores es $d = 2 \text{ cm}$. (El eje Z es perpendicular al plano de los dos hilos).
- (a) Calcula el campo magnético total en un punto equidistante entre ambos conductores, vector y módulo.
- (b) Calcula la fuerza \vec{F} y su módulo sobre una carga $q = 1\mu\text{C}$, que pasa por dicho punto, con una velocidad $\vec{v} = 10^6 \vec{j} \text{ m/s}$. Dibuja los vectores \vec{v} , \vec{B} y \vec{F}

Dato: Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$



-
2. El oro es un metal que presenta el efecto fotoeléctrico. Su función de trabajo o trabajo de extracción de los electrones es de 5.3 eV (electronvoltios).
- (a) Calcula la longitud de onda mínima o umbral con la que hay que iluminar una lámina de este metal para que se produzca el efecto fotoeléctrico (en nanómetros).
- (b) Determina la energía cinética de los electrones emitidos por una célula fotoeléctrica de oro cuando se ilumina con luz de longitud de onda $\lambda = 150 \text{ nm}$.
- (c) Halla qué potencial de frenado hay que aplicar en el apartado anterior para que **no se produzca** el efecto fotoeléctrico.

Datos: $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, $|e| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

Soluciones de las cuestiones

- (a) $\Phi_M = 0.078539$ Wb
(b) $\varepsilon = -0.06283$ V
- La opción correcta es la (a) porque es la que cumple la regla de la mano izquierda para calcular la fuerza magnética que actúa sobre una corriente. $\frac{F_M}{L} = 3.2 \times 10^{-6}$ N.
- $t_{Tierra} = 50$ años (tiempo impropio). $t_{Nave} = 30$ años (tiempo propio).
- Hay que aplicar el principio de incertidumbre de Heisenberg. $\Delta E \geq 0.329$ eV
- (a) $t = 16.04$ días
(b) $A = 2.29 \times 10^{15}$ Bq

Soluciones de los problemas

- (a) $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = -4 \times 10^{-5} \vec{k}$ T
(b) $\vec{F}_M = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) = -4 \times 10^{-5} \vec{i}$ N
- (a) $\lambda_0 = 234.1$ nm
(b) $E_C = 4.756 \times 10^{-19}$ J
(c) $V_f = 2.97$ V

Nombre _____

Cuestiones. Gravitación y ondas

1. Se eleva un objeto de masa $m = 20$ kg desde la superficie de la Luna hasta una altura de 100 km.

- (a) ¿Cuál es el peso del objeto a esa altura?
(b) ¿Cuál ha sido el incremento de energía potencial?

(Datos: $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm²/kg², $M_L = 7.35 \times 10^{22}$ kg, $R_L = 1737$ km.)

2. Galileo Galilei descubrió cuatro lunas en el planeta Júpiter, cuyos nombres son: Ío, Europa, Ganímedes y Calisto. Ío, la más cercana, con un radio orbital de 421800 km tiene un periodo orbital de 1.77 días. Determina el periodo orbital de Europa si el radio de su órbita es de 671100 km. Calcula la masa del planeta Júpiter.

(Dato: $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm²/kg²)

3. El peso de una nave espacial en el punto A del campo gravitatorio terrestre es **10** veces mayor que en otro punto B . ¿Qué relación hay entre las dos distancias a la Tierra?
-

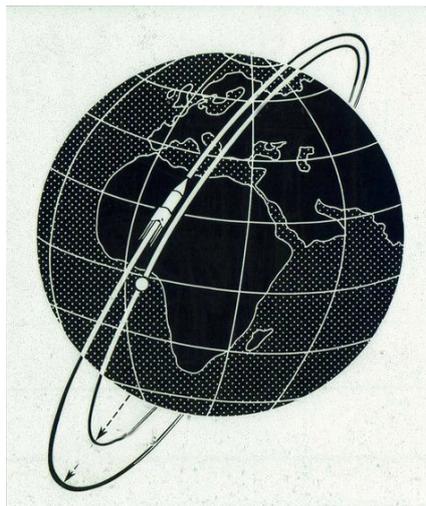
4. Escribe la ecuación de una onda armónica que tiene 2 m de amplitud, 600 Hz de frecuencia y que se propaga de izquierda a derecha con una velocidad de 200 m/s. Supóngase que la fase inicial es nula.
-

5. Un miembro de un equipo de mantenimiento de aviones lleva unos cascos insonorizados con un material de 3 cm de espesor cuyo coeficiente de absorción es $\alpha = 169$ m⁻¹. Un avión al despegar produce una sensación sonora de 108 dB. ¿Qué sensación sonora se percibirá con los cascos puestos?
-

Problemas. Gravitación y ondas

1. Un satélite artificial de 800 kg de masa describe una órbita elíptica alrededor de la Tierra. Cuando se halla a 630 km de altura sobre la superficie su velocidad es de 9240 m/s. Calcula qué velocidad tendrá cuando se encuentre en un punto a 17 630 km de la superficie terrestre.

(Datos: $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, $M_T = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$, $R_T = 6\,370 \text{ km}$.)



-
2. La ecuación de una onda transversal es:

$$y(x, t) = 0.12 \sin \left[4\pi t + \frac{\pi}{8} x \right]$$

donde x e y están expresadas en metros y t en segundos. Calcula razonadamente:

- (a) La amplitud, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación de las ondas.
- (b) Nos encontramos a 4 m del foco emisor. Calcula en qué instante la velocidad de oscilación del medio será cero.

La calculadora ha de estar en modo radianes para este apartado

Soluciones del examen

Cuestiones

1. (a) El peso de un objeto no es más que la fuerza de la gravedad. Por lo tanto

$$P = F = \frac{GM_L m}{r^2} \quad (1)$$

donde r es la distancia desde el centro de la Luna hasta donde se halla el objeto, $r = R_L + h$. Las distancias hay que ponerlas en unidades del sistema internacional, en metros. El peso será pues

$$P = \frac{6.67 \times 10^{-11} \cdot 7.35 \times 10^{22} \cdot 20}{(100 \times 10^3 + 1737 \times 10^3)^2} \simeq 29.06 \text{ N} \quad (2)$$

- (b) La energía potencial gravitatoria entre dos cuerpos viene dada por la expresión $E_P = -\frac{GMm}{r}$. Si tomamos como posición final la del cuerpo a 100 km de altura, el incremento de energía será entonces

$$\Delta E_P = E_{P_2} - E_{P_1} = -\frac{GM_L m}{r_2} - \left(-\frac{GM_L m}{r_1} \right) \quad (3)$$

donde $r_2 = R_L + h$ y $r_1 = R_L$

$$\Delta E_P = -\frac{GM_L m}{R_L + h} + \frac{GM_L m}{R_L} = GM_L m \left(\frac{1}{R_L} - \frac{1}{R_L + h} \right) \quad (4)$$

y sustituyéndolo todo

$$\Delta E_P = 6.67 \times 10^{-11} \cdot 7.35 \times 10^{22} \cdot 20 \cdot \left(\frac{1}{1737 \times 10^3} - \frac{1}{1737 \times 10^3 + 100 \times 10^3} \right)$$
$$\Delta E_P \simeq 3.0728 \times 10^6 \text{ J}$$

2. Al darnos los periodos orbitales y los radios hemos de aplicar la tercera ley de Kepler para Ío y Europa

$$\frac{T_{Io}^2}{r_{Io}^3} = \frac{T_{Europa}^2}{r_{Europa}^3} \quad (5)$$

Como la tercera ley de Kepler puesta de esta manera no es más que una relación no es necesario que las unidades sean en el sistema internacional. O sea podemos poner los periodos en días y los radios orbitales en km.

$$\frac{1.77^2}{421800^3} = \frac{T_{Europa}^2}{671100^3}$$

y despejando el periodo

$$T_{Europa} = \sqrt{\frac{671100^3 \cdot 1.77^2}{421800^3}} \simeq 3.55 \text{ días}$$

Para calcular la masa de Júpiter hemos de usar ahora la otra forma de la tercera ley de Kepler que es

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_J} \quad (6)$$

donde G es la constante de la gravitación universal y M_J la masa de Júpiter. Aquí sí hay que fijarse, pues al usar G , todas las unidades han de ir en el sistema internacional. Los periodos hay que ponerlos en segundos (hay que multiplicar los días por 86400, que son los segundos de un día), los radios en metros y las masas saldrán en kg. Usaremos los datos de Ío que son los que nos dan en el problema. Por lo tanto

$$M_J = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (421800 \times 1000)^3}{6.67 \times 10^{-11} \cdot (1.77 \times 86400)^2} \simeq 1.90 \times 10^{27} \text{ kg}$$

3. En la cuestión nos dicen que

$$\frac{P_A}{P_B} = 10$$

y el peso es la fuerza de la gravedad, entonces

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\frac{GMm}{r_A^2}}{\frac{GMm}{r_B^2}} = \frac{r_B^2}{r_A^2} = 10 \quad (7)$$

y hallando la raíz cuadrada

$$\frac{r_B}{r_A} = \sqrt{10} \quad (8)$$

4. La ecuación de una onda con las características que nos piden en la cuestión es sencillamente

$$y = A \sin(\omega t - kx) \quad (9)$$

Con los datos del problema hallamos ω y k

$$\omega = 2\pi f \rightarrow \omega = 2\pi \cdot 600 = 1200\pi \text{ Hz} \quad v = \frac{\omega}{k} \rightarrow k = \frac{\omega}{v} = \frac{1200\pi}{200} = 6\pi \text{ m}^{-1}$$

Y la ecuación 9 queda (con $A = 2$, según leemos del enunciado)

$$y = 2 \sin(1200\pi t - 6\pi x) \quad (10)$$

5. Los cascos producen absorción de la intensidad sonora, que sigue la ley

$$I = I_1 e^{-\alpha x} \quad (11)$$

La I_1 será la intensidad que se percibe en el exterior, la correspondiente a una sensación sonora de 108 dB y la I la que se escucha en el interior de los cascos. La sensación sonora se calcula a partir de

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad (12)$$

donde $I_0 = 1 \times 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ es la intensidad umbral. Despejando I de la fórmula 12 y sabiendo que $\beta = 108 \text{ dB}$, según nos dice el problema

$$108 = 10 \log \frac{I_1}{1 \times 10^{-12}} \rightarrow \frac{I_1}{1 \times 10^{-12}} = 10^{10.8} \rightarrow I_1 = 10^{-1.2} \simeq 0.0631 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$$

Esta intensidad es pues la I_1 . La I será (poniendo la x en metros) y usando la expresión 11

$$I = 0.0631 \cdot e^{-169 \times 0.03} = 3.964 \times 10^{-4} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$$

Ahora hemos de hallar la sensación sonora que corresponde a esta intensidad. Aplicando de nuevo la fórmula 12

$$\beta = 10 \log \frac{3.964 \times 10^{-4}}{1 \times 10^{-12}} \simeq 85.98 \text{ dB} \quad (13)$$

Problemas

1. Hay que darse cuenta que se trata de una órbita elíptica en la que cambia la distancia a la Tierra. Así pues la forma de obtener la velocidad en otro punto es a partir del principio de conservación de la energía mecánica, que es la suma de la energía cinética y la potencial

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GM_T m}{r_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GM_T m}{r_2} \quad (14)$$

Tanto en los radios r_1 y r_2 hay que considerar el radio terrestre, ya que nos dan la altura sobre la superficie. Recordemos que las distancias han de ir en metros en el sistema internacional. En la fórmula 14 se cancela la masa m del satélite, quedando

$$\frac{v_1^2}{2} - \frac{GM_T}{R_T + h_1} = \frac{v_2^2}{2} - \frac{GM_T}{R_T + h_2} \quad (15)$$

En la expresión anterior lo sabemos todo. La incógnita es la velocidad v_2

$$\frac{9240^2}{2} - \frac{6.67 \times 10^{-11} \cdot 5.98 \times 10^{24}}{(6370 + 630) \times 1000} = \frac{v_2^2}{2} - \frac{6.67 \times 10^{-11} \cdot 5.98 \times 10^{24}}{(6370 + 17630) \times 1000}$$

haciendo operaciones

$$-1.42921 \times 10^7 = \frac{v_2^2}{2} - 1.66194 \times 10^7$$

La velocidad final es entonces

$$v_2 = 2157.48 \text{ m/s}$$

2. La resolución de este problema es muy fácil. Solo basta comparar con la ecuación general del movimiento ondulatorio.

$$y(x, t) = 0.12 \sin \left[4\pi t + \frac{\pi}{8} x \right] \quad (16)$$

(a) $A = 0.12$, $\omega = 4\pi = 2\pi f \rightarrow f = 2 \text{ Hz}$. $k = \frac{\pi}{8} = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = 16 \text{ m}$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{4\pi}{\frac{\pi}{8}} = 32 \text{ m/s. O también } v = \lambda f = 16 \cdot 2 = 32 \text{ m/s.}$$

- (b) La velocidad de oscilación viene de hacer la derivada de la expresión 16 respecto del tiempo,

$$v = \frac{dy}{dt} = 0.12 \cdot 4\pi \cos \left[4\pi t + \frac{\pi}{8} x \right] \quad (17)$$

que en $x = 4 \text{ m}$ se reduce a

$$v = \frac{dy}{dt} = 0.12 \cdot 4\pi \cos \left[4\pi t + \frac{\pi}{2} \right]$$

Para que la velocidad sea nula el coseno en la fórmula anterior ha de ser cero. Hay infinitos valores pero vamos a tomar solamente dos, que corresponden a $4\pi t_1 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$ y $4\pi t_2 + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$, ya que $\cos \frac{\pi}{2} = \cos \frac{3\pi}{2} = 0$. Despejando los tiempos t_1 y t_2 tenemos, $t_1 = 0 \text{ s}$ y $t_2 = \frac{1}{4} \text{ s}$.

Nombre _____

Cuestiones. Ondas, Óptica y Electromagnetismo

1. Las ecuaciones de ondas coherentes de dos focos que interfieren en un punto son:

$$y_1 = 4 \sin(2\pi(5t - 2x_1))$$

$$y_2 = 4 \sin(2\pi(5t - 2x_2))$$

Las amplitudes están en unidades arbitrarias, el tiempo en segundos y la distancia en metros.

- (a) Calcula la ecuación de la onda resultante, $y = y_1 + y_2$
(b) Demuestra qué tipo de interferencia se producirá en un punto situado a 4.25 m de un foco y a 4 m del otro (Calculadora en radianes)
-

2. Explica en qué consiste el fenómeno del **ángulo límite** de la luz entre dos medios. El índice de refracción del aire se puede tomar aproximadamente como la unidad, $n_a = 1$ y el del diamante es $n_d = 2.42$. Determina el valor del ángulo límite del diamante y di si se produce al pasar la luz del aire al diamante o a la inversa. (Calculadora en grados)
-

3. Una lente delgada convergente de 10 cm de distancia focal se utiliza para obtener una imagen el doble de grande que un objeto situado frente a ella. Hallar las distancias del objeto y de la imagen si:

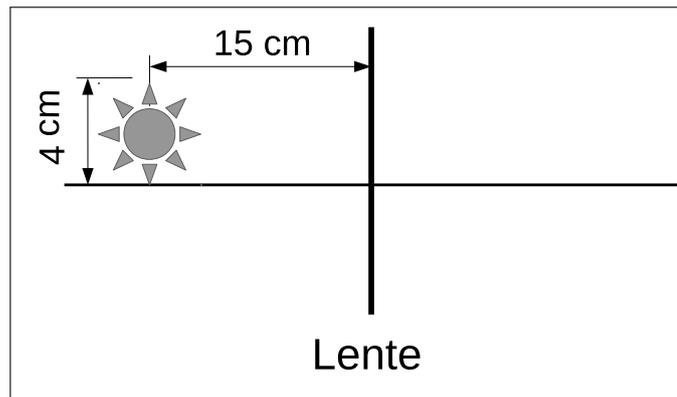
- (a) La imagen ha de estar derecha. ¿Es real o virtual?
(b) La imagen ha de estar invertida. ¿Es real o virtual?
-

4. Una carga Q negativa ($Q < 0$), se encuentra bajo la acción de un campo eléctrico uniforme creado por un condensador. Si desplazamos la carga en la misma dirección y sentido que el campo eléctrico, ¿aumenta o disminuye su energía potencial eléctrica? ¿Y si movemos la carga en dirección perpendicular al campo? Justifica las respuestas. Dibuja las líneas de campo y las superficies equipotenciales.
-

5. Un electrón se mueve con una velocidad $\vec{v} = (10^3, 0, 0)$ m/s en una región donde existen un campo eléctrico $\vec{E} = (0, 0, 500)$ V/m y un campo magnético $\vec{B} = (0, 2, 0)$ T. Calcula la fuerza total que actúa sobre el electrón (vector y módulo), si la carga del electrón es $q_e = -1.6 \times 10^{-19}$ C.
-

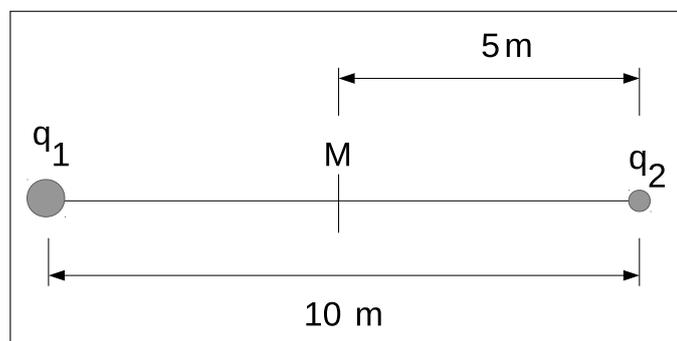
Problemas. Óptica y Campo Eléctrico

1. Situamos un objeto de 4 cm de altura a 15 cm de una lente de +5 dioptrías, tal y como se muestra en la figura.
 - (a) Realiza el trazado de rayos entre el objeto y la imagen
 - (b) Calcula la posición de la imagen, explicando sus características
 - (c) Halla el aumento y el tamaño de la imagen



-
2. Dos cargas $q_1 = 2\mu\text{C}$ y $q_2 = -2\text{nC}$, están separadas una distancia de 10 m, según se ve en la figura. Calcular:
 - (a) El campo eléctrico creado por ambas cargas en el punto medio M.
 - (b) Si ahora la carga q_1 está fija y la q_2 se mueve atraída por la q_1 , calcula qué velocidad tendrá la carga q_2 cuando se halle en el punto M, a 5 m de la carga q_1 si parte del reposo. Masa de la carga q_2 , $m = 9 \times 10^{-31}$ kg.

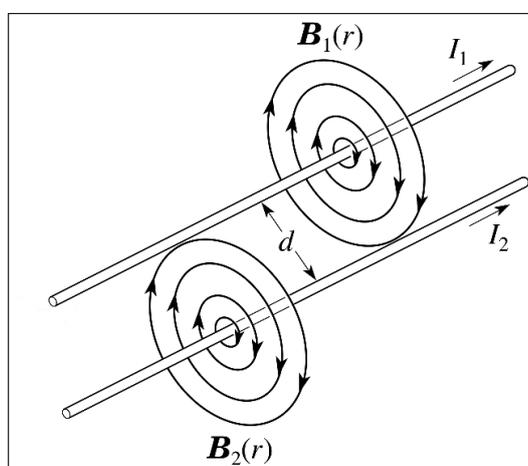
Datos: $1\mu\text{C} = 10^{-6}$ C, $1\text{nC} = 10^{-9}$ C, $K = 9 \times 10^9$ Nm²C⁻²



Nombre _____

Cuestiones

1. Dos conductores rectilíneos conducen corrientes paralelas de $I_1 = 50$ mA y $I_2 = 30$ mA, según muestra la figura. La distancia entre ambos conductores es $d = 16$ cm. Determina a qué distancia del conductor de 50 mA se encuentra un punto en el que el campo magnético total es cero, si las corrientes en ambos conductores tienen el mismo sentido. **Dato:** $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A².



2. Una bobina circular consta de 30 espiras circulares de 5 cm de radio y se encuentra situada en un plano perpendicular a un campo magnético variable con el tiempo cuyo módulo es

$$B = 1 - 3t + t^2 \quad \text{T}$$

- (a) Determina el flujo magnético de la bobina en función del tiempo
(b) Calcula la *fem* inducida en la bobina en los instantes $t = 0.5$ s y $t = 1.0$ s.

3. Calcula a qué velocidad ha de moverse un cuerpo para que su energía cinética relativista sea igual a su energía en reposo. ($c = 3 \times 10^8$ m/s.)

4. La diferencia de energías de la transición del primer estado excitado al estado fundamental de un sólido es de 0.002 eV. Calcula cuál es la incertidumbre temporal de dicha transición. **Datos:** $h = 6.62 \times 10^{-34}$ Js. $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19}$ J.
-
5. Tenemos un elemento radiactivo y en 20 horas se ha reducido su cantidad al 90% de la cantidad inicial. Halla su periodo de semidesintegración en horas.
-

Problemas

1. Cuando una superficie de potasio en el vacío se ilumina con luz de 589 nm, se liberan electrones que para ser detenidos necesitan un potencial de frenado de 0.35 V. Si se ilumina con luz de 254 nm, el potencial de frenado pasa a ser de 3.14 V.

- (a) Calcula el trabajo de extracción del potasio (en eV)
(b) Determina el valor de la constante de Planck

Datos: $c = 3 \times 10^8$ m/s, (valor absoluto de la carga electrónica) $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C.
 $1 \text{ nm} = 10^{-9}$ m

2. El ^{24}Na es un isótopo radiactivo del sodio con un periodo de semidesintegración de 15 horas y que se emplea en análisis hematológicos. Dada una muestra de este isótopo, calcula el **porcentaje** que quedará al cabo de:
- (a) 24 horas
(b) 1 mes
-

Nombre _____

Cuestiones. Gravitación y ondas

1. Un objeto de masa m_1 se encuentra situado en el origen de coordenadas, mientras que un objeto de masa m_2 se encuentra en un punto de coordenadas $(8, 0)$. Considerando únicamente la interacción gravitatoria y suponiendo que las masas son puntuales, calcula la relación entre las masas si el campo gravitatorio total en el punto $(2, 0)$ es nulo. Las distancias están en metros.

-
2. Se lanza verticalmente hacia arriba desde la superficie terrestre un cohete de masa m con una velocidad de 10 km/s . Si prescindimos del rozamiento con la atmósfera, calcula la altura máxima que alcanza.
(**Datos:** $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, $M_T = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$, $R_T = 6370 \text{ km}$.)

-
3. El Sputnik 1 fue el primer satélite artificial lanzado al espacio en 1957. Su órbita se hallaba a una altura de 570 km sobre la superficie terrestre. Calcula: a) su periodo orbital en horas; b) su energía potencial gravitatoria. La masa del satélite es de 84 kg . (**Datos:** $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, $M_T = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$, $R_T = 6370 \text{ km}$.)

-
4. Dada la ecuación de onda en el sistema internacional:

$$y(x, t) = 10 \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{2} - \frac{x}{0,1} \right) \right]$$

Calcula la amplitud, la velocidad de propagación, la frecuencia y la longitud de onda. Determina la velocidad máxima de oscilación de las partículas del medio.

-
5. Nos hallamos situados a 1 m de unos altavoces y la sensación sonora es de 70 dB . ¿A qué distancia nos tendríamos que situar para percibir 40 dB ? ¿Hemos de acercarnos o alejarnos?

Dato: $I_0 = 1 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$

Problemas. Gravitación y ondas

1. *Arkas* es el nombre de un exoplaneta en órbita alrededor de la estrella 41 Lyncis y fue descubierto en 2008. Tiene una masa que es 859 veces la masa de la Tierra y su diámetro es 12 veces el diámetro de la Tierra. Calcula:
 - (a) El valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de Arkas.
 - (b) El peso en Arkas de un astronauta que en la Tierra pesa 700 N.
 - (c) Calcula la relación entre las energías potenciales gravitatorias de dicho astronauta en la superficie de Arkas y en la superficie de la Tierra, $\left(\frac{E_A^P}{E_T^P}\right)$

(Dato: $g_0 = 9.8 \text{ m/s}^2$.)

2. Una onda armónica transversal se propaga en la dirección positiva del eje X con una velocidad de 3 m/s . Su amplitud es de 2 cm y su longitud de onda de 1 m. En el instante inicial, un punto de la perturbación situado en $x = 0$ tiene una elongación de $y = 2 \text{ cm}$. Determinar:
 - (a) El periodo y la frecuencia angular.
 - (b) La ecuación de onda.
 - (c) La velocidad de perturbación del medio en el punto $x = 0,75 \text{ m}$ en el instante $t = 2 \text{ s}$.

La calculadora ha de estar en modo radianes para este problema

Soluciones del examen

Cuestiones

1. Como nos dice que el campo gravitatorio total es nulo, podemos plantear el problema de dos maneras, primero vectorialmente y otra con los módulos de los vectores. De la segunda manera es más sencillo. Como el campo total es nulo significa que el módulo de ambos vectores ha de ser el mismo ya que solo tenemos dos, por lo tanto podemos escribir que

$$g_1 = g_2 \rightarrow \frac{Gm_1}{r_1^2} = \frac{Gm_2}{r_2^2} \quad (1)$$

y de la lectura de los datos se deduce que $r_1 = 2$ y $r_2 = 6$, por lo tanto sustituyendo en la ecuación 1,

$$\frac{Gm_1}{r_1^2} = \frac{Gm_2}{r_2^2} \rightarrow \frac{Gm_1}{2^2} = \frac{Gm_2}{6^2} \rightarrow \frac{m_1}{4} = \frac{m_2}{36} \rightarrow 36m_1 = 4m_2 \quad (2)$$

y simplificando

$$\frac{m_2}{m_1} = 9 \quad (3)$$

Por lo tanto la segunda masa ha de ser 9 veces el valor de la primera masa.

2. El problema se hace por conservación de la energía ya que nos preguntan a qué altura es a la que llega, no dicen nada de que se quede en órbita. Igualando las energías totales (cinética más potencial) en el instante inicial (en la superficie de la Tierra) y en el final (el punto más alto alcanzado), podemos escribir

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GMm}{R} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GMm}{R+h} \quad (4)$$

En la fórmula anterior las masas m podemos cancelarlas ya que son factor común, además $v_1 = 10000$ m/s, $v_2 = 0$, y sabemos M , R y G , solo hay que despejar h o resolver la ecuación. Si hacemos lo primero la fórmula para la altura es

$$h = \frac{2GMR}{2GM - Rv^2} - R \simeq 25245000 \text{ m} = 25245 \text{ km} \quad (5)$$

3. (a) Podemos aplicar la tercera ley de Kepler

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \simeq 5751,82 \text{ s} = 1,59 \text{ h} \quad (6)$$

En la ecuación 6 hemos puesto que r es la suma de el radio de la Tierra más altura a la que está el satélite en órbita, $r = R + h$

(b) Solo basta ahora con aplicar la fórmula para la energía potencial gravitatoria,

$$E_P = -\frac{GMm}{R+h} \simeq -4,8277 \times 10^9 \text{ J} \quad (7)$$

4. Si comparamos con la ecuación general del movimiento ondulatorio, $A = 10 \text{ m}$, $T = 2 \text{ s}$, $\lambda = 0,1 \text{ m}$, con lo que

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,1}{2} = 0,05 \text{ m/s}, \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} \text{ Hz} \quad \omega = 2\pi f \rightarrow \omega = 2\pi \frac{1}{2} = \pi \quad (8)$$

La velocidad máxima es sencillamente

$$v_{max} = A\omega = 10\pi \text{ m/s} \quad (9)$$

5. Como la energía se reparte por superficies esféricas mayores existe una relación entre las intensidades y las distancias dada por la fórmula

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad (10)$$

Y las intensidades las hallamos a partir de las sensaciones sonoras en cada caso,

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \text{ y } \beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \quad (11)$$

Despejando de las ecuaciones 11, $I_1 = 10^7 I_0$ e $I_2 = 10^4 I_0$ y sustituyendo en 10

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \rightarrow \frac{10^7 I_0}{10^4 I_0} = \frac{r_2^2}{1^2} \rightarrow r_2 = \sqrt{1000} \simeq 31,62 \text{ m} \quad (12)$$

Problemas

1. La relación entre radios es la misma que entre los diámetros

(a)

$$g_A = \frac{GM_A}{R_A^2} = \frac{G \cdot 859M_T}{12^2 R_T^2} = \frac{859}{144} g_0 \simeq 58,45 \text{ m/s}^2 \quad (13)$$

(b) Para calcular el peso antes hemos de saber la masa,

$$m = \frac{P}{g_0} = \frac{700}{9,8} \simeq 71,43 \text{ kg} \quad (14)$$

Y el peso en el planeta será la masa del cuerpo por la gravedad en el planeta. Sustituyendo todo lo que hemos hallado antes

$$P_A = mg_A \simeq 71,43 \cdot 58,45 \simeq 4175,69 \text{ N} \quad (15)$$

(c) La relación entre las energías potenciales es simplemente

$$\frac{E_A^P}{E_T^P} = \frac{-\frac{GM_A m}{R_A}}{-\frac{GM_T m}{R_T}} = \frac{M_A}{M_T} \cdot \frac{R_T}{R_A} = \frac{859M_T}{M_T} \frac{R_T}{12R_T} = \frac{859}{12} \simeq 71,583 \quad (16)$$

2. (a)

$$v = \frac{\omega}{k} \rightarrow \omega = vk = v \frac{2\pi}{\lambda} = 3 \cdot \frac{2\pi}{1} = 6\pi \rightarrow \omega = 6\pi \text{ rad/s} \quad (17)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{6\pi} = \frac{1}{3} \text{ s} \quad (18)$$

(b) La ecuación general del movimiento ondulatorio es

$$y = A \sin(\omega t - kx + \phi) \quad (19)$$

y en el problema nos dicen que en $x = 0$ y $t = 0$ $y = A$ de donde de la ecuación 19 se deduce que $1 = \sin \phi$, por lo que $\phi = \frac{\pi}{2}$. Sustituyendo todo en la ecuación de onda llegamos a

$$y = 0,02 \sin\left(6\pi t - 2\pi x + \frac{\pi}{2}\right) \quad (20)$$

(c) La velocidad de oscilación de las partículas del medio se obtiene haciendo la derivada respecto del tiempo de la ecuación 19 y sustituyendo todos los valores que nos dan, $x = 0,75$ y $t = 2$ (con la calculadora en radianes),

$$v = \frac{dy}{dt} = A\omega \cos(\omega t - kx + \phi) \quad (21)$$

$$v = 0,02 \cdot 6\pi \cos\left(6\pi \cdot 2 - 2\pi \cdot 0,75 + \frac{\pi}{2}\right) = -0,12\pi \simeq -0,3769 \text{ m/s} \quad (22)$$

Nombre _____

Cuestiones. Ondas, Óptica y Electricidad

1. Situados cerca de la vía del tren vemos como éste se acerca a gran velocidad. El tren hace sonar su silbato y los pasajeros del tren oyen el sonido con una frecuencia f . Al acercarse el tren a nosotros percibimos una frecuencia diferente f' . Razona si esta frecuencia f' es mayor o menor que f . ¿Qué ocurre con la frecuencia percibida f' cuando el tren se aleja? ¿En qué te basas para explicarlo?
-

2. Un rayo incide sobre la superficie de separación de dos medios. El primer medio tiene un índice de refracción n_1 y el segundo medio un índice de refracción n_2 , de tal forma que $n_1 < n_2$. ¿Se puede producir el fenómeno de la refracción total? Y si ocurriese que $n_1 = 1,6$ y $n_2 = 1,3$, ¿cuál sería el ángulo límite? Razona las respuestas.
-

3. Una persona acude a una óptica porque tiene un problema de visión. Dice que los objetos lejanos no los aprecia bien y los ve borrosos. ¿Qué tipo de defecto visual tiene esa persona? ¿Con qué tipo de lente se corrige y por qué? Haz un trazado de rayos esquemático de como ve esta persona sin gafas y con gafas correctoras.
-

4. La diferencia de potencial entre dos puntos A y B es $V_A - V_B = 800$ V. Un protón parte del punto A con velocidad cero. Calcula con qué velocidad llega al punto B. **Datos:** $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg, $q_p = +1.6 \times 10^{-19}$ C, $K = 9 \times 10^9$ N·m²/C².
-

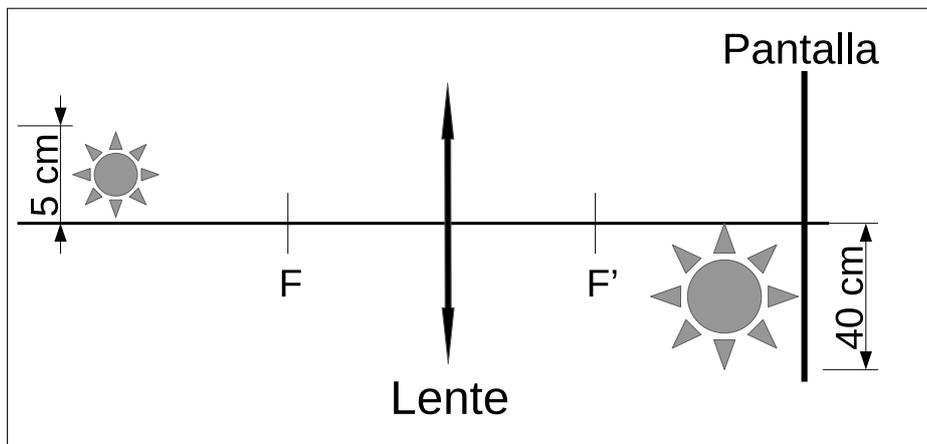
5. ¿Qué son las superficies equipotenciales? ¿Cuál es el valor del trabajo realizado por el campo eléctrico al moverse una carga por una superficie equipotencial? Explica la forma que tienen las superficies **equipotenciales** creadas por:

- (a) Una carga puntual
- (b) Un condensador plano

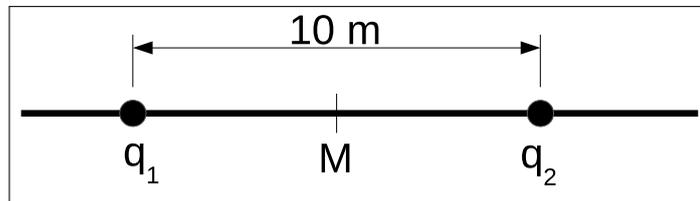
Dibuja las líneas de campo en cada caso. Justifica las respuestas

Problemas. Óptica y Campo Eléctrico

1. Una lente delgada convergente de 50 cm de distancia focal, proyecta sobre una pantalla la imagen de un objeto de 5 cm de altura. Dicha imagen es invertida y de 40 cm de altura, tal como muestra la siguiente figura, (no está a escala).
- Calcula la potencia y el aumento de la lente
 - ¿A qué distancia de la lente está colocado el objeto? ¿A qué distancia de la lente está colocada la pantalla?
 - Si ahora el objeto se coloca entre la focal **F** y la lente, ¿cuáles serán las características de la imagen? Justifica la respuesta haciendo el trazado de rayos.



2. Dos cargas eléctricas, $q_1 = 2 \times 10^{-9} \text{ C}$ y $q_2 = -2 \times 10^{-9} \text{ C}$ están separadas una distancia de 10 m, según se muestra en la figura. Los ejes de coordenadas se pueden situar como se quiera. Calcula:
- El campo eléctrico total, en módulo, en el punto medio **M** entre las dos cargas.
 - El potencial electrostático total creado por las dos cargas en ese punto **M**.
 - La carga q_1 se queda fija y ahora nos llevamos la carga q_2 hasta el infinito. Calcula el trabajo realizado por el campo eléctrico. **Datos:** $K = 9 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$



Soluciones al examen de campo eléctrico y óptica

Cuestiones

1. La variación de la frecuencia de las ondas, ya sea debido al movimiento del observador o de la fuente emisora de ondas, se denomina *Efecto Doppler*. Cuando el tren se acerca a nosotros, los frentes de onda que emite se hallan más próximos los unos de los otros porque en el intervalo entre dos máximos el tren se ha desplazado en dirección hacia nosotros. Esto causa que la longitud de onda del sonido sea más corta *por delante* del tren, y en consecuencia la frecuencia mayor ($v = \lambda f$). Hay que tener en cuenta que el movimiento no afecta a la velocidad de las ondas, la cual siempre es constante. Por tanto cuando se acerca el tren tenemos que $f' > f$. Cuando el tren se aleja tenemos la situación contraria. Los frentes de onda que oímos tienen una longitud de onda mayor porque los máximos tardan más en llegar, pues el tren se está alejando. Ahora por lo tanto la frecuencia disminuirá, $f' < f$. La siguiente figura ilustra de manera simple lo que queremos decir.

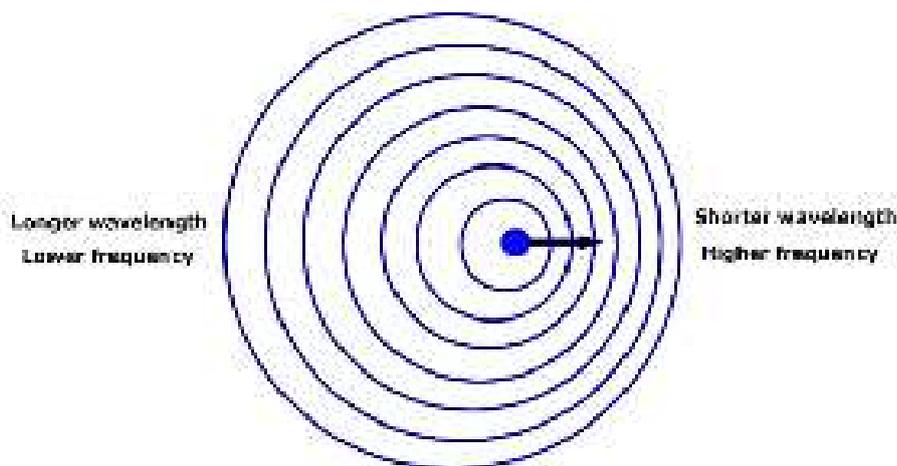


Figura 1: Ilustración del efecto Doppler

2. El fenómeno de la reflexión total ocurre cuando el ángulo de refracción de la luz es igual o mayor a 90° . Cuando un haz de luz incide en la superficie de separación de dos medios, cada uno con un índice de refracción diferente, se produce reflexión y refracción de la luz. La refracción de la luz es el cambio de dirección de la luz cuando pasa de un medio a otro. Este cambio de dirección se describe mediante la ley de la refracción, también conocida como ley de Snell.

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \quad (1)$$

donde n_1 y n_2 son los índices de refracción del medio 1 y 2 respectivamente, ($n=c/v$). i es el ángulo de incidencia y r el de refracción y siempre se miden respecto de la normal a la superficie que separa los dos medios. Véase la siguiente figura.

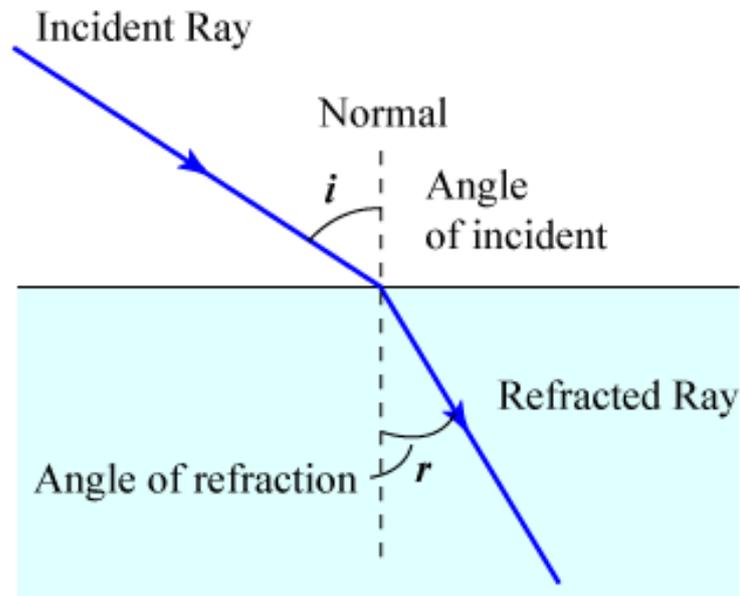


Figura 2: La ley de la refracción de Snell

Nos dicen que $n_1 < n_2$, es decir $\frac{n_1}{n_2} < 1$, por lo tanto aplicando la ley de Snell tenemos que

$$\sin r = \frac{n_1}{n_2} \sin i \rightarrow \sin r < \sin i \rightarrow r < i \quad (2)$$

Por lo tanto el ángulo de refracción *siempre* será menor que el de incidencia y no se producirá el fenómeno de la reflexión total. Aunque el ángulo de incidencia sea de 90° , el de refracción nunca llegará a ese valor por lo que acabamos de argumentar.

La situación es completamente diferente si ahora $n_1 > n_2$. En la ecuación (2) ahora $\frac{n_1}{n_2} > 1$ y puede existir un ángulo, llamado ángulo límite ($i = \alpha_L$) para el cual $r = 90^\circ$. Si sustituimos en (2)

$$\sin 90^\circ = 1 = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha_L \rightarrow \sin \alpha_L = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \alpha_L = \sin^{-1} \frac{n_2}{n_1} \quad (3)$$

En nuestro caso particular

$$\alpha_L = \sin^{-1} \frac{1,3}{1,6} = 54,3409^\circ \quad (4)$$

- Las personas que no ven bien los objetos lejanos padecen de *miopía*. Este defecto óptico se caracteriza porque el cristalino del ojo tiene una longitud focal muy corta (o es un ojo muy potente es sentido óptico). Como los rayos continúan propagándose, sobre la retina no se forma un punto, sino una mancha borrosa y por eso ven mal

los miopes. La solución al problema es colocar unas gafas para hacer que la focal sea más larga. Esto se consigue mediante lentes divergentes (focal negativa), que hacen diverger los rayos antes de que éstos penetren en el cristalino. La divergencia de los rayos debe ser la adecuada para que cuando entren en el ojo el cristalino los focalice sobre la retina. Véase la siguiente figura.

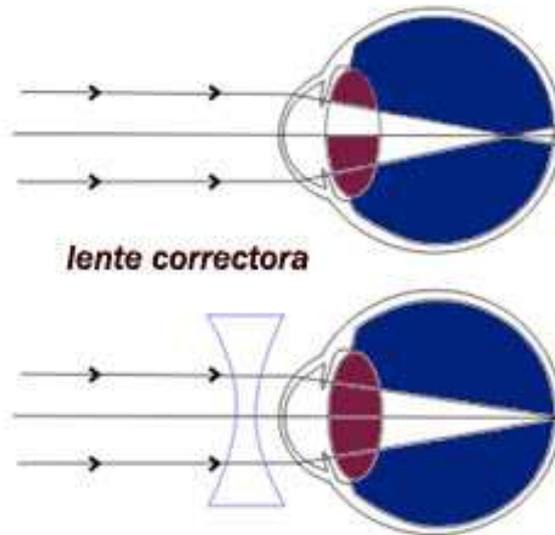


Figura 3: Arriba, ojo miope. Abajo, corrección de la miopía con una lente divergente.

- Para calcular la velocidad se puede aplicar el principio de conservación de la energía ya que el campo eléctrico es conservativo. La suma de la energía cinética y potencial es constante siempre en cualquier punto

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + U_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + U_B \quad (5)$$

La velocidad inicial es nula, $v_A = 0$. La energía potencial se puede expresar como la carga por el potencial, $U = qV$, por lo tanto la ecuación (5) queda

$$U_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + U_B \rightarrow qV_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + qV_B \quad (6)$$

y despejando v_B de la ecuación anterior

$$v_B = \sqrt{\frac{2q'(V_a - V_B)}{m}} = 391527,02 \text{ m/s} \quad (7)$$

en donde hemos sustituido todos los datos que nos dan en el problema.

- Las superficies equipotenciales se definen como aquellas en las que el potencial electrostático es siempre constante y con un valor numérico fijo. El trabajo realizado por

una carga que se mueve por una línea equipotencial podemos obtenerlo fácilmente por la fórmula del trabajo electrostático

$$W = -q'(V_2 - V_1) \quad (8)$$

Como el potencial es constante, $V_1 = V_2$ por lo tanto $V_2 - V_1 = 0$, y entonces $W = 0$. Al movernos por una superficie o línea equipotencial el trabajo electrostático es *siempre* nulo.

Para saber la forma que tienen las superficies equipotenciales debemos saber cuál es la fórmula del potencial para una carga y un condensador. En (a), al tratarse de una carga puntual sabemos que el potencial viene dado en este caso por

$$V = K \frac{q}{R} \quad (9)$$

y si queremos que sea constante, como K y q ya lo son, solo ocurrirá cuando $1/R$ sea constante, que es lo mismo que decir que R es constante. Las superficies tri-dimensionales con R constante son esferas. Así pues las superficies equipotenciales creadas por una carga puntual son esferas de radio R centradas en la carga q .

En (b) hemos de recordar que el potencial creado por un condensador plano es simplemente

$$V = E \cdot x \quad (10)$$

donde E es el campo eléctrico constante del condensador y x la distancia perpendicular al plano. Así pues el potencial será constante cuando x sea constante, lo que equivale a decir que las superficies equipotenciales son ahora planos paralelos a las placas del condensador. Las líneas de campo son por definición perpendiculares a las superficies equipotenciales y van dirigidas en el sentido de los potenciales decrecientes. Las líneas de campo se representan en la siguiente figura.

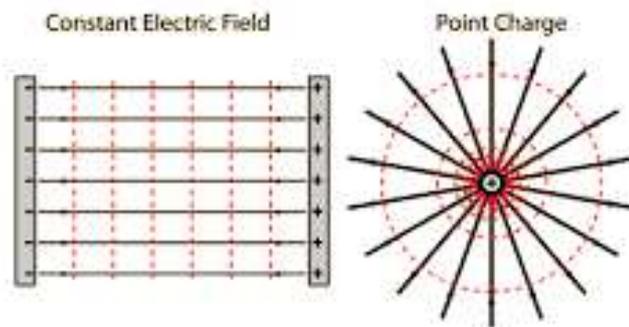


Figura 4: A la izquierda superficies equipotenciales de un condensador y a la derecha las de una carga puntual.

Problemas

1. a) Por definición la potencia se define como la inversa de la distancia focal en metros

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ dioptrías} \quad (11)$$

Y el aumento es sencillamente

$$\frac{s'}{s} = \frac{-40}{5} = -8 \quad (12)$$

- b) Las posiciones del objeto y la imagen las obtenemos de la ecuación de la óptica geométrica

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad (13)$$

De la ecuación (12) sabemos que $s' = -8s$ y sustituyéndolo en (13)

$$-\frac{1}{8s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{50} \quad (14)$$

Las distancias las hemos expresado en cm. De la ecuación anterior se deduce

$$s = -\frac{450}{8} = -56,25 \text{ cm} \quad (15)$$

y por lo tanto

$$s' = -8s = -8 \cdot -56,25 = 450 \text{ cm} \quad (16)$$

- c) Por la construcción gráfica de los rayos, cuando en una lente convergente se sitúa el objeto entre la focal y la lente, la imagen obtenida es virtual y derecha. Véase la siguiente figura.

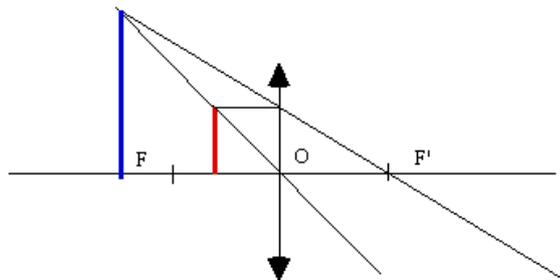


Figura 5: Imagen (en azul), dada por un objeto (en rojo) cuando se sitúa entre la focal y una lente convergente.

2. a) A partir de la figura y por la posición de las cargas, sus signos y la ubicación del punto M, se puede razonar que el campo total va del punto M a la carga q_2 , y como van en la misma dirección en este caso los módulos se suman. Recordemos que solo nos piden el módulo no el vector. Así pues en este caso particular sí es cierto que

$$E = E_1 + E_2 = K \frac{q_1}{r_1^2} + K \frac{q_2}{r_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \cdot 2 \times 10^{-9}}{5^2} + \frac{9 \times 10^9 \cdot 2 \times 10^{-9}}{5^2} = 1,44 \text{ N/C} \quad (17)$$

- b) El potencial total no es más que la suma de los creados por ambas cargas

$$V = V_1 + V_2 = \frac{9 \times 10^9 \cdot 2 \times 10^{-9}}{5} + \frac{9 \times 10^9 \cdot -2 \times 10^{-9}}{5} = 0 \text{ V} \quad (18)$$

El potencial total es nulo porque las cargas son iguales, de signo contrario y están a la misma distancia del punto. También lo podríamos haber razonado así.

- c) El trabajo electrostático se calcula mediante la fórmula

$$W = -q'(V_2 - V_1) \quad (19)$$

Como nos llevamos q_2 al infinito, $V_2 = 0$ y la q' es ahora la q_2 . Sustituyéndolo todo

$$W = -(-2 \times 10^{-9}) \cdot \left(0 - \frac{9 \times 10^9 \cdot 2 \times 10^{-9}}{10} \right) = -3,6 \times 10^{-9} \text{ J} \quad (20)$$

Hay que hacer 4 cuestiones y 2 problemas. Especificadlo bien en el examen

Nombre _____

Cuestiones. Electromagnetismo. Física moderna

1. Un electrón entra con una velocidad constante $\vec{v} = 10\vec{j}$ m/s en una región del espacio en la que existe un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = 20\vec{k}$ N/C y un campo magnético uniforme $\vec{B} = B_0\vec{i}$ T. Se pide:
 - (a) Dibujar las fuerzas que actúan sobre el electrón (dirección y sentido), en el instante en que entra en la región en que existen los campos eléctrico y magnético.
 - (b) Calcular el valor de B_0 para que el movimiento del electrón sea rectilíneo y uniforme.

2. Por un cable eléctrico conductor de 25 cm de longitud circula una corriente de 10 mA. Este cable está sometido a un campo magnético externo de 1,6 T de tal forma que la fuerza magnética que experimenta el conductor es de 0,002 N. Calcula qué ángulo forman las líneas de campo magnético con el hilo conductor.

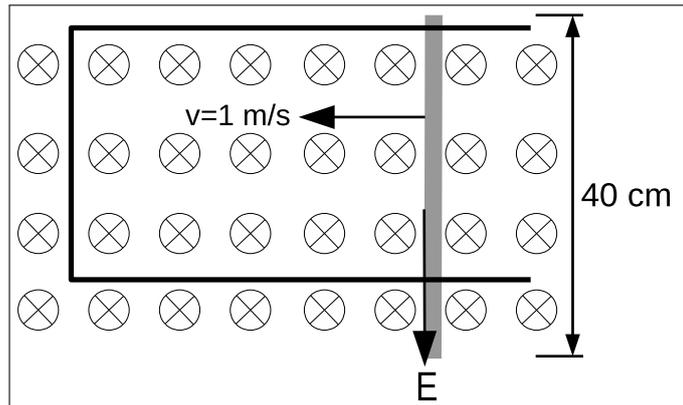
3. Una superficie metálica emite electrones por efecto fotoeléctrico cuando sobre ella incide luz verde ($\lambda = 500$ nm), pero no lo hace cuando la luz es amarilla ($\lambda = 610$ nm). ¿Emitirá electrones cuando sobre ella incida luz azul ($\lambda = 420$ nm)? ¿Y si es roja ($\lambda = 750$ nm)? Razona las respuestas.

4. ¿A qué velocidad ha de moverse un cuerpo de masa en reposo m_0 para que su energía cinética sea $\frac{1}{2}m_0c^2$? Dato: $c = 3 \times 10^8$ m/s.

5. En una excavación arqueológica se ha encontrado un esqueleto cuyos huesos tienen un contenido de ^{14}C del 58% en comparación al que poseen los huesos de un ser vivo de hoy en día. Sabiendo que el periodo de semidesintegración del ^{14}C es de 5730 años, determina la antigüedad del esqueleto.

Problemas. Electromagnetismo. Física moderna

1. La barra de metal de la figura se desplaza hacia la izquierda sobre el circuito rectangular con una velocidad de 1 m/s. El campo magnético va dirigido hacia dentro del papel y tiene un valor constante de 2 T. La barra mide 40 cm. Dato: $e = -1,6 \times 10^{-19}$ C. Hallar:
- La fuerza magnética sobre un electrón de la barra en módulo. Di que dirección lleva.
 - La fuerza electromotriz inducida
 - El campo eléctrico en el interior de la barra metálica



-
2. Se preparan 250 g de $^{124}_{55}\text{Cs}$ y al cabo de 24 horas queda el 85% de la cantidad inicial. Determinar:

- La masa que quedará sin desintegrar al cabo de 10 días
- La actividad inicial de la muestra

Dato: Número de Avogadro $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

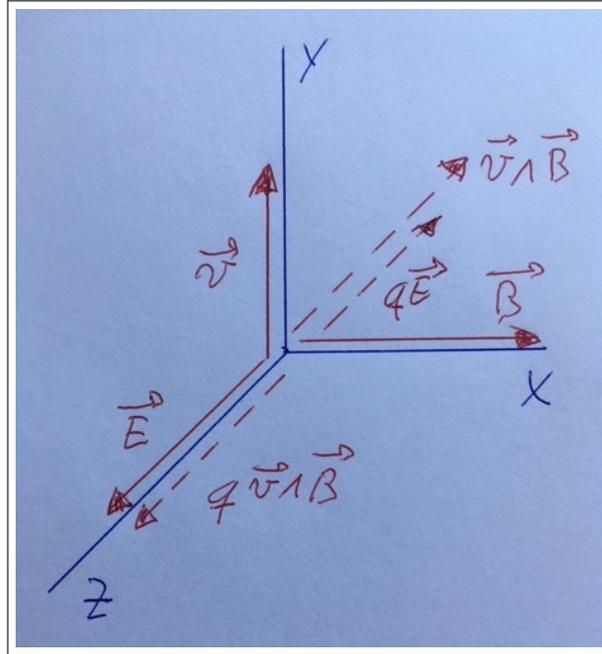
-
3. Una célula fotoeléctrica tiene una lámina fotosensible de calcio. El trabajo de extracción (o función de trabajo) de los electrones para el calcio es de 2,9 eV. Hallar:

- La longitud de onda máxima con la que hemos de iluminar la lámina de calcio para que se produzca el efecto fotoeléctrico
- La energía cinética máxima de los electrones si iluminamos con luz ultravioleta de 315 nm de longitud de onda
- El potencial de frenado de los electrones en el caso anterior

Datos: $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ Js}$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $|e| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

Solución a las cuestiones

1. (a) El dibujo es el siguiente



El producto vectorial de $\vec{v} \wedge \vec{B}$ va dirigido hacia el eje Z negativo, como marca la línea de puntos. Como la carga del electrón es negativa la fuerza magnética sale hacia fuera, en el sentido positivo del eje Z, que también se indica. Por otra parte la fuerza eléctrica es $q\vec{E}$ y como \vec{E} va en el eje Z positivo al multiplicar por la carga negativa del electrón va hacia el eje Z negativo, que también se indica. La fuerza de Lorentz total sobre la partícula viene de hacer la suma de $q\vec{v} \wedge \vec{B}$ y $q\vec{E}$.

- (b) Si queremos que el electrón tenga un movimiento rectilíneo y uniforme la fuerza total ha de ser cero.

$$\vec{F} = 0 = e(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (1)$$

Como nos piden B_0 que es un escalar basta con hacer el módulo del vector anterior

$$0 = e(E + vB \sin \varphi) = e(20 + 10B_0) \rightarrow 20 + 10B_0 = 0/e = 0 \quad (2)$$

$$B_0 = \frac{-20}{10} = -2 \text{ T} \quad (3)$$

Lo cual quiere decir que en realidad el campo lleva el sentido del eje X negativo. Si se pone $B_0 = 2 \text{ T}$, está bien.

2. Hay que aplicar la fórmula de la fuerza magnética sobre un conductor

$$\vec{F} = I\vec{L} \wedge \vec{B} \quad (4)$$

Calculando los módulos ya que me dan el módulo de la fuerza

$$F = ILB \sin \varphi \rightarrow 0,002 = 0,01 \cdot 0,25 \cdot 1,6 \cdot \sin \varphi \quad (5)$$
$$\sin \varphi = \frac{0,002}{0,004} = \frac{1}{2} \rightarrow \varphi = 30^\circ$$

3. El efecto fotoeléctrico se produce cuando la luz incide sobre un metal. Existe una frecuencia umbral ν_0 por debajo de la cual el efecto no se produce, es una frecuencia mínima. Como la longitud de onda es inversa a la frecuencia un mínimo de frecuencia supone un *máximo* de longitud de onda. Es decir habrá efecto fotoeléctrico *por debajo* de la longitud de onda umbral λ_0 y nunca lo habrá si $\lambda > \lambda_0$. Por lo tanto para la luz azul de baja longitud de onda sí se producirá el efecto fotoeléctrico porque ya se produce con la verde. Con la roja no se producirá ya que su longitud de onda es mayor que la amarilla, para la cual no se produce.
-

4. Basta usar la fórmula relativista de la energía cinética y despejar v

$$E_C = \frac{1}{2}m_0c^2 = mc^2 - m_0c^2 \quad (6)$$

$$\frac{1}{2}m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0c^2$$

Se va m_0c^2 en todos los sitios

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (7)$$

y elevando al cuadrado

$$\frac{9}{4} = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{4}{9} = \frac{4}{9} \quad (8)$$

y sacando la raíz cuadrada

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \rightarrow v = \frac{\sqrt{5}}{3}c \simeq 0,745c \quad (9)$$

5. Usando la ley de desintegración radiactiva, según el problema, $N/N_0 = 0,58$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (10)$$

$$0,58 = e^{-\lambda t} \rightarrow \ln 0,58 = -\lambda t \quad (11)$$

de donde despejando t

$$t = \frac{\ln 0,58}{-\lambda} = \frac{\ln 0,58}{-\frac{\ln 2}{T}} = \frac{\ln 0,58}{-\frac{\ln 2}{5730}} \simeq 4503 \quad (12)$$

tiempo en años lógicamente.

Solución a los problemas

1. (a) El módulo de la fuerza magnética se calcula sin más como

$$F = evB \sin \varphi = 1,6 \times 10^{-19} \cdot 1 \cdot 2 \sin 90 = 3,2 \times 10^{-19} \text{ N} \quad (13)$$

(b) Aplicando la ley de Faraday-Lenz

$$\varepsilon = -\frac{\Delta \Phi_M}{\Delta t} = -\frac{B \Delta S \cos 0}{\Delta t} = -\frac{BL \Delta x}{\Delta t} = -BLv = -2 \cdot 0,4 \cdot 1 = -0,8 \text{ V} \quad (14)$$

Nos quedaremos con el valor absoluto $|\varepsilon| = 0,8 \text{ V}$.

(c) El campo eléctrico en valor absoluto no es más que el potencial dividido por la distancia

$$E = \frac{\varepsilon}{L} = \frac{0,8}{0,4} = 2 \text{ N/C} \quad (15)$$

Se podía haber usado la fuerza de Lorentz e igualarla a 0, ya que los electrones los desplaza el campo magnético y crean un campo eléctrico,

$$F = q(E + vB) = 0 \rightarrow 0 = E + 1 \cdot 2 \rightarrow |E| = 2 \text{ N/C} \quad (16)$$

2. (a) Usamos la ley de desintegración radiactiva

$$m = m_0 e^{-\lambda t} \quad (17)$$

para hallar la constante de desintegración radiactiva

$$\frac{m}{m_0} = 0,85 = e^{-24\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{\ln 0,85}{-24} = 0,00677 \text{ horas}^{-1} \quad (18)$$

la constante tiene pues unidades de horas^{-1} . Como me piden al cabo de 10 días hay que poner 10 días en horas $10 \cdot 24 = 240$ horas y entonces usando la fórmula (17)

$$m = 250e^{-0,00677 \cdot 240} \simeq 49,23 \text{ g} \quad (19)$$

- (b) La actividad inicial es $A_0 = \lambda N_0$, con la salvedad de que λ habrá que ponerla en segundos. N_0 lo hallamos con el número de Avogadro

$$A_0 = \frac{\ln 0,85}{-24 \cdot 3600} \cdot N_0 = \frac{\ln 0,85}{-24 \cdot 3600} \cdot \frac{250}{124} \cdot 6,02 \times 10^{23} \simeq 2,283 \times 10^{18} \text{ Bq} \quad (20)$$

3. (a) La longitud de onda máxima es la que corresponde a la frecuencia umbral. Hay que poner ese trabajo en joules.

$$W_{ext} = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_{ext}} = \frac{6,6 \times 10^{-34} \cdot 3 \times 10^8}{2,9 \times 1,6 \times 10^{-19}} = 4,26 \times 10^{-7} \text{ m} = 426 \text{ nm} \quad (21)$$

- (b) Despejando de la fórmula del efecto fotoeléctrico

$$h\nu = W_{ext} + E_C^{max} \rightarrow E_C^{max} = h\nu - W_{ext} \quad (22)$$

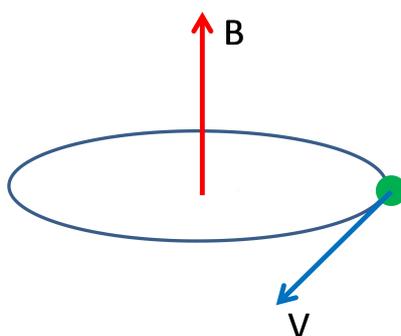
$$E_C^{max} = \frac{hc}{\lambda} - W_{ext} = \frac{6,6 \times 10^{-34} \cdot 3 \times 10^8}{315 \times 10^{-9}} - 2,9 \times 1,6 \times 10^{-19} = 1,645 \times 10^{-19} \text{ J}$$

- (c) Para calcular el potencial de frenado hay que igualar la energía cinética máxima al valor de eV_F

$$E_C^{max} = eV_F \rightarrow V_F = \frac{E_C^{max}}{e} = \frac{1,645 \times 10^{-19}}{1,6 \times 10^{-19}} \simeq 1,03 \text{ V} \quad (23)$$

Nombre _____

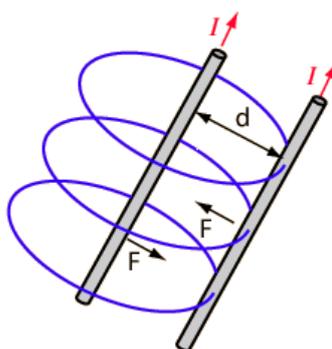
1. En la figura vemos que la trayectoria de una partícula cargada cuyo vector velocidad es perpendicular al campo magnético es una circunferencia.



- (a) Según el dibujo determina qué signo tiene la carga y demuéstralo.
 (b) Supongamos que la partícula es un protón con velocidad $v = 3 \times 10^5$ m/s y que el radio de la órbita es de 3 mm. Calcula cuál es el valor del campo magnético.

Datos: $m_P = 1,67 \times 10^{-27}$ kg, $q_P = +1,6 \times 10^{-19}$ C.

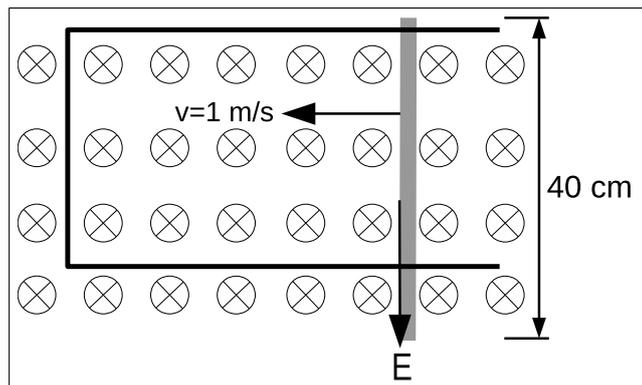
2. La figura muestra dos conductores paralelos de 5 m de longitud por los que circulan corrientes idénticas de valor 4 A. Calcula a qué distancia han de situarse los conductores para que la fuerza que se ejerzan entre ellos sea de 2×10^{-4} N. ¿El sentido de la fuerza está bien dibujado en la figura? Justifícalo. **Dato:** $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A².



3. Escribe la fórmula de la energía cinética relativista. Calcula la energía cinética clásica y la relativista de un coche de 900 kg que se mueve a 360 km/h. Compara los valores de ambas y justifica el resultado. **Dato:** $c = 3 \times 10^8$ m/s.
-
4. Calcula el periodo de semidesintegración de un núcleo radiactivo cuya actividad disminuye a la octava parte al cabo de 48 horas.
-

PROBLEMAS. Electromagnetismo. Física moderna

1. La barra de metal de la figura se desplaza hacia la izquierda sobre el circuito rectangular con una velocidad de 1 m/s. El campo magnético va dirigido hacia dentro del papel. La barra mide 40 cm y se observa que en sus extremos aparece una diferencia de potencial de 0,2 V. Hallar:
- El valor del campo magnético y explica en qué ley te basas.
 - La variación de flujo magnético al cabo de 5 s.
 - El sentido de la corriente eléctrica inducida y por qué.



-
2. Al iluminar una superficie metálica con luz de dos longitudes de onda se arrancan electrones que salen con diferentes energías. En el experimento se miden los potenciales de frenado de los electrones producidos que resultan ser de 0,24 V para una longitud de onda de 579 nm y de 0,32 V para la longitud de onda de 558 nm. Se pide:
- Determina la frecuencia umbral del metal. **Dato:** $c = 3 \times 10^8$ m/s.
 - La relación h/e entre la constante de Planck y la carga del electrón.
-

SOLUCIÓN DE LAS CUESTIONES

1. Hay que usar la fórmula de la fuerza magnética

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B} \quad (1)$$

Aplicando la regla de la mano derecha en el dibujo, vemos que la fuerza va dirigida hacia el centro de la circunferencia, que es hacia donde tiene que ir, pues en el movimiento circular hay fuerza centrípeta, luego para que en la fórmula 1 dé el signo adecuado la carga ha de ser positiva.

El campo lo podemos hallar a partir de la fórmula 1 haciendo que la F sea la fuerza centrípeta. \vec{v} y \vec{B} forman un ángulo de 90° .

$$F = F_C = \frac{mv^2}{R} = qvB \quad (2)$$

y despejando B

$$B = \frac{mv}{qR} = \frac{1,67 \times 10^{-27} \cdot 3 \times 10^5}{1,6 \times 10^{-19} \cdot 0,003} = 1,043 \text{ T} \quad (3)$$

2. Hay que usar la ley de Ampere de la fuerza entre corrientes eléctricas

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi R} \quad (4)$$

pues en el problema nos dicen que las dos intensidades son las mismas $I_1 = I_2 = I$. De la fórmula 4 solo queda despejar la R .

$$R = \frac{\mu_0 I^2 L}{2\pi F} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 4^2 \cdot 5}{2\pi \cdot 2 \times 10^{-4}} = 0,08 \text{ m} \quad (5)$$

Para saber el sentido de la fuerza magnética sobre una corriente hay que aplicar la regla de la mano izquierda

$$\vec{F} = I\vec{L} \wedge \vec{B} \quad (6)$$

El campo magnético, las líneas de color violeta, van dirigidas hacia dentro por la regla de la mano derecha. El producto vectorial de la fórmula 6 va pues dirigido hacia los conductores, es decir la fuerza es atractiva, por lo tanto el dibujo de la fuerza es correcto.

3. Hay que aplicar las fórmulas de la energía cinética. (Habíamos cambiado la velocidad a $36000 \text{ km/h} = 36000/3,6 = 10000 \text{ m/s}$.)

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 900 \cdot 10000^2 = 4,5 \times 10^{10} \text{ J} \quad (7)$$

En el caso relativista

$$E_C = m_0 c^2 (\gamma - 1), \text{ con } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \text{ luego}$$

$$E_C = 900 \cdot (3 \times 10^8)^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{10000^2}{(3 \times 10^8)^2}}} - 1 \right) \simeq 4,4999 \times 10^{10} \text{ J}$$

Como vemos pues, tanto en el caso relativista como en el clásico la energía cinética prácticamente es la misma. Ello se debe a que cuando las velocidades de los cuerpos son muy inferiores a las de la luz, la fórmula clásica y relativista coinciden.

4. Nos dicen en el problema que $A = \frac{A_0}{8}$, por lo tanto de la ley de desintegración radiactiva

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \rightarrow \frac{A}{A_0} = \frac{1}{8} = e^{-\lambda t} \rightarrow -\ln 8 = -\lambda t \quad (8)$$

$$\lambda = \frac{\ln 8}{t} \rightarrow \frac{\ln 2}{T} = \frac{\ln 8}{t} \rightarrow T = t \cdot \frac{\ln 2}{\ln 8} = 48 \cdot \frac{\ln 2}{\ln 8} = 16 \text{ h} \quad (9)$$

Podríamos haber razonado a partir de lo que significa el periodo de semidesintegración. En el primer periodo queda la mitad, en el segundo la cuarta parte y en el tercero la octava parte, por lo tanto si han pasado 48 horas eso significa que el periodo de semidesintegración es simplemente

$$T = \frac{48}{3} = 16 \text{ h.} \quad (10)$$

SOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS

1. a) Hay que aplicar la ley de inducción de Faraday, que en el caso del circuito se reduce a la fórmula de la fuerza electromotriz de movimiento (en valor absoluto)

$$\varepsilon = vBL \quad (11)$$

De ahí se sabe todo, solo hay que despejar B , con L en metros

$$B = \frac{\varepsilon}{vL} = \frac{0,2}{1 \cdot 0,4} = 0,5 \text{ T} \quad (12)$$

- b) La ley de Faraday-Lenz, en valor absoluto dice que

$$\varepsilon = \frac{\Delta \Phi_m}{\Delta t} \quad (13)$$

y despejando de la fórmula de antes $\Delta \Phi_m$

$$\Delta \Phi_m = \varepsilon \Delta t = 0,2 \cdot 5 = 1 \text{ Wb o Tm}^2 \quad (14)$$

- c) Ahora hemos de usar la ley de Lenz para saber en qué sentido va la corriente. En el dibujo al moverse la barra hacia la izquierda está disminuyendo la superficie, por lo tanto está disminuyendo el flujo. La ley de Lenz nos dice que la corriente inducida ha de tener un efecto magnético que se oponga la variación de flujo. Como el flujo disminuye tiene que volver a aumentar, luego la corriente ha de girar en el sentido de las agujas del reloj para que el campo magnético que genere (regla de la mano derecha) se sume con el que va hacia el interior del papel.
2. a) Hemos de escribir la fórmula del efecto fotoeléctrico para las dos longitudes de onda, teniendo en cuenta los potenciales de frenado

$$hf_1 = hf_0 + eV_1 \quad (15)$$

$$hf_2 = hf_0 + eV_2 \quad (16)$$

que se puede reordenar pasando el hf_0 a la izquierda

$$hf_1 - hf_0 = eV_1 \rightarrow h(f_1 - f_0) = eV_1 \quad (17)$$

$$hf_2 - hf_0 = eV_2 \rightarrow h(f_2 - f_0) = eV_2 \quad (18)$$

y si dividimos la ecuación 17 por la 18 se van la h y la e

$$\frac{f_1 - f_0}{f_2 - f_0} = \frac{V_1}{V_2} \quad (19)$$

de la fórmula anterior se sabe todo menos f_0 , pues $f = \frac{c}{\lambda}$. Despejando f_0 de 19

$$f_0 = \frac{f_1 V_2 - f_2 V_1}{V_2 - V_1} = \frac{\frac{c}{\lambda_1} V_2 - \frac{c}{\lambda_2} V_1}{V_2 - V_1} = 4,5963 \times 10^{14} \text{ Hz} \quad (20)$$

- b) La ecuación 15, por ejemplo, la podemos poner como

$$hf_1 - hf_0 = eV_1 \rightarrow h(f_1 - f_0) = eV_1 \quad (21)$$

de donde la relación h/e es fácilmente

$$\frac{h}{e} = \frac{V_1}{f_1 - f_0} \quad (22)$$

Como ya hemos hallado f_0 en el apartado anterior solo hay que sustituirlo todo

$$\frac{h}{e} = \frac{V_1}{\frac{c}{\lambda_1} - f_0} = 4,1022 \times 10^{-15} \text{ Js/C} \quad (23)$$

Nombre _____

CUESTIONES. Gravitación y ondas

1. La velocidad de escape de un cohete desde la superficie de la Luna es de 2375 m/s. Calcula la velocidad de escape de dicho cohete desde la superficie de un planeta de radio 4 veces el de la Luna y masa 80 veces la de la Luna.

-
2. Suponiendo que el planeta Neptuno describe una órbita circular alrededor del Sol y que tarda 165 años terrestres en recorrerla, calcula el radio de dicha órbita.

(**Datos:** $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, $M_S = 1.98 \times 10^{30} \text{ kg}$).

-
3. Un asteroide se mueve por la acción de la gravedad entre los puntos A y B, de tal forma que el trabajo realizado por la fuerza de la gravedad para ir del punto A al punto B es $W_{AB} = 5000 \text{ J}$. ¿Cuál es la variación de energía potencial que experimenta el asteroide? ¿Cuál es la variación de energía cinética? ¿Donde será mayor la velocidad, en el punto A o en el punto B? Justifícalo.

-
4. Dada la ecuación de onda en el sistema internacional:

$$y(x, t) = 8 \sin(t - x + \delta)$$

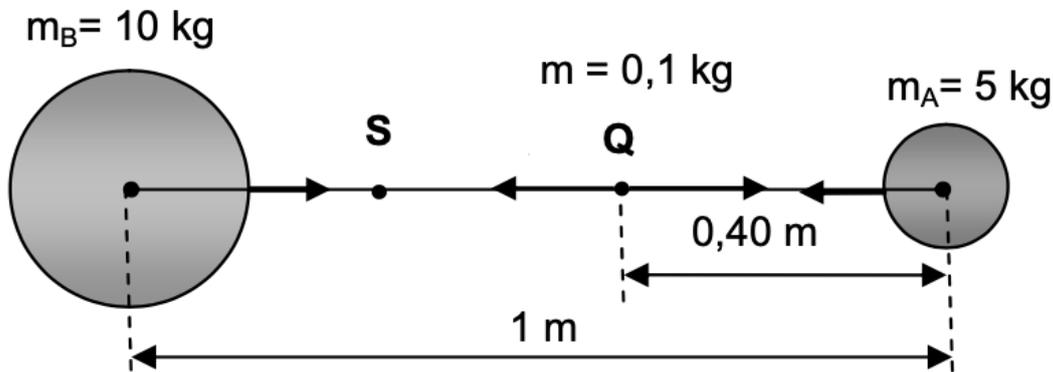
Calcula el valor del desfase δ para que la elongación en $x = 0$ y $t = 0$ sea 4. Calcula la longitud de onda, la frecuencia y la velocidad de propagación de las ondas. Calcula la velocidad de oscilación en $x = 0$ y $t = 0$. **Calculadora en radianes.**

PROBLEMAS. Gravitación y ondas

1. Dos esferas A y B, de masas $m_A = 5 \text{ kg}$ y $m_B = 10 \text{ kg}$, se encuentran en reposo a una distancia entre sus centros de 1 m . Una pequeña bola, de masa $m = 0,1 \text{ kg}$, se deja en reposo en un punto Q de la línea que une A con B y a una distancia de 40 cm del centro de A, ver la figura. Las únicas fuerzas que actúan sobre la bola de masa m son las fuerzas gravitatorias debidas a las esferas A y B. Calcular:

- (a) La intensidad de campo gravitatorio en el punto Q en el que se sitúa inicialmente la bola (en módulo).
- (b) El trabajo realizado por el campo gravitatorio cuando la bola de $0,1 \text{ kg}$ se desplaza del punto Q hasta el infinito. Justifica el signo que se obtiene.

Dato: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$



-
2. Un ingeniero tiene que diseñar unos cascos antirruído de tal forma que cuando en el exterior la sensación sonora sea de 120 dB , la persona que los lleve puestos perciba solamente 60 dB .

- (a) Calcula la intensidad del ruido correspondiente a 60 dB y a 120 dB .
- (b) Si los cascos han de construirse con un espesor de 2 cm , calcula cuál ha de ser el coeficiente de absorción (α) del material con el que se construyan los cascos.

Dato: $I_0 = 1 \times 10^{-12} \text{ Wm}^{-2}$

Soluciones del examen

Cuestiones

1. Usando la fórmula de la velocidad de escape

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2G \cdot 80M_L}{4 \cdot R_L}} = \sqrt{\frac{80}{4}} \sqrt{\frac{2GM_L}{R_L}} = \sqrt{20} \cdot 2375 \simeq 10621,32 \text{ m/s}$$

2. Por la tercera ley de Kepler

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S}$$

De la fórmula anterior despejamos el radio r de la órbita. Hay que poner el periodo T , los 165 años, en segundos, para hallar el radio orbital en metros

$$r = \sqrt[3]{\frac{GM_S T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \times 10^{-11} \cdot 1,98 \times 10^{30} \cdot (165 \cdot 365 \cdot 86400)^2}{4\pi^2}} \simeq 4,49 \times 10^{12} \text{ m}$$

3. Por la definición de energía potencial

$$W = -\Delta E_P = 5000 \rightarrow \Delta E_P = -5000 \text{ J}$$

Por la definición de energía cinética

$$W = \Delta E_C = 5000 \rightarrow \Delta E_C = 5000 = E_{C_B} - E_{C_A}$$

por lo tanto

$$E_{C_B} = E_{C_A} + 5000$$

Al ser mayor la energía cinética en B que en A, la velocidad será mayor pues en B que en A.

4. Sustituyendo en la ecuación de onda $x = 0$ y $t = 0$

$$4 = 8 \sin \delta \rightarrow \sin \delta = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \rightarrow \delta = \frac{\pi}{6}$$

De la ecuación de ondas tenemos $\omega = 1$ y $k = 1$, luego $v = \frac{\omega}{k} = 1/1 = 1$ m/s.

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \simeq 6,28 \text{ m}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \simeq 0,16 \text{ Hz}$$

La velocidad de oscilación será

$$v_{\text{osc}} = A\omega \cos(\omega t - kx + \delta) = 8 \cos\left(t - x + \frac{\pi}{6}\right)$$

sustituyendo todo y poniendo $x = 0$ y $t = 0$

$$v_{\text{osc}} = 8 \cos \frac{\pi}{6} = 8 \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \simeq 6,93 \text{ m/s}$$

Problemas

1. Como se trata de un problema en una dimensión basta solo con hallar el valor de cada uno de los campos gravitatorios y restarlos

$$\begin{aligned} g_A - g_B &= \frac{Gm_A}{r_A^2} - \frac{Gm_B}{r_B^2} = G \left(\frac{m_A}{r_A^2} - \frac{m_B}{r_B^2} \right) \\ &= 6,67 \times 10^{-11} \left(\frac{5}{0,4^2} - \frac{10}{0,6^2} \right) = 2,3159 \times 10^{-10} \text{ N/kg} \end{aligned}$$

El trabajo se calcula a partir del potencial gravitatorio

$$W = -m(V_\infty - V_Q) \tag{1}$$

y los potenciales se calculan con la fórmula

$$V = -\frac{Gm}{r} \tag{2}$$

El potencial en cada punto es la suma de los potenciales que crea cada masa en dicho punto. En el infinito será simplemente

$$V_\infty = -\frac{Gm_A}{\infty} - \frac{Gm_B}{\infty} = 0 \quad \text{J/kg} \tag{3}$$

y lo mismo para el punto Q

$$V_Q = V_{AQ} + V_{BQ} \tag{4}$$

y hay que fijarse en las distancias, $r_{AQ} = 0,4$ y $r_{BQ} = 0,6$, todas las distancia en metros. Usando la fórmula del potencial (la 2) se obtiene finalmente

$$V_Q = -\frac{Gm_A}{r_{AQ}} - \frac{Gm_B}{r_{BQ}} = -1,945 \times 10^{-5} \text{ J/kg}$$

Con la fórmula 1 calculamos el trabajo

$$W = -0,1(0 - (-1,945 \times 10^{-5})) = -1,945 \times 10^{-6} \text{ J}$$

El trabajo sale con signo negativo, lo cual significa que el trabajo va en contra el del campo gravitatorio.

2. (a) Sabemos por definición de sensación sonora

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

Para $\beta = 60$

$$60 = 10 \log \frac{I_1}{I_0}$$

$$\frac{I_1}{I_0} = 10^6 \rightarrow I_1 = 10^6 \cdot I_0 = 10^{-12} \cdot 10^6 = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

Para $\beta = 120$

$$120 = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$$

$$\frac{I_2}{I_0} = 10^{12} \rightarrow I_2 = 10^{12} \cdot I_0 = 10^{-12} \cdot 10^{12} = 1 \text{ W/m}^2$$

(b) Usando ahora la ley de la absorción

$$I_2 = I_1 e^{-\alpha x}$$

Despejando α

$$-\alpha x = \ln \frac{I_2}{I_1}$$

$$\alpha = -\frac{1}{x} \ln \frac{I_2}{I_1} = -\frac{1}{0,02} \ln \frac{1}{10^{-6}} \simeq 690,78 \text{ m}^{-1}$$

Nombre _____

CUESTIONES. Ondas. Óptica. Campo eléctrico

1. Estamos fijos en la acera de una gran avenida y vemos acercarse a gran velocidad una ambulancia que hace sonar su sirena. Cuando la ambulancia nos rebasa percibimos un cambio muy notable en la frecuencia del sonido de la sirena. ¿A qué se debe este fenómeno? Explica razonadamente, haciendo un dibujo si lo prefieres, por qué tiene lugar un cambio de frecuencia. ¿La frecuencia del sonido es mayor o menor cuando se aleja la ambulancia? ¿Por qué?

-
2. Describe en qué consiste la hipermetropía. Explica razonadamente el fenómeno con ayuda de un trazado de rayos. ¿Con qué tipo de lente se corrige y por qué?

-
3. Explica en qué consiste el fenómeno del **ángulo límite** de la luz entre dos medios. El índice de refracción del aire se puede tomar aproximadamente como la unidad, $n_a = 1$ y el del diamante es $n_d = 2.42$. Determina el valor del ángulo límite del diamante y di si se produce al pasar la luz del aire al diamante o a la inversa. (Calculadora en grados)

-
4. Una carga eléctrica $q_1 = -7\mu\text{C}$ se encuentra fija en la posición $x_1 = 0$ m, y otra $q_2 = +2\mu\text{C}$ se halla fija en $x_2 = 5$ m. Todas las cargas las podemos tomar sobre el eje x . La carga q_1 se queda fija y movemos ahora la carga q_2 desde su posición hasta el punto $x = 10$ m. Calcula el trabajo realizado por el campo eléctrico.
Dato: $K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^{-2}$.
-

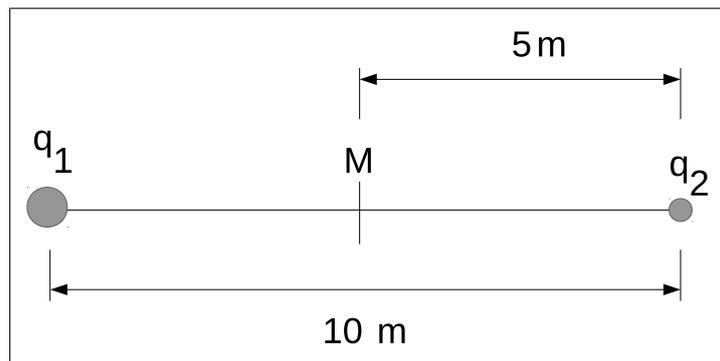
PROBLEMAS. Ondas. Óptica. Campo eléctrico

1. A través de una lente delgada se observa el ojo de una persona, según muestra la figura. Sabiendo que la lente se sitúa a 4 cm del ojo y teniendo en cuenta los datos de la figura, determina:
- La posición de la imagen, la distancia focal imagen de la lente y su potencia en dioptrías. Realiza el trazado de rayos que represente la situación mostrada.
 - ¿La lente es convergente o divergente? ¿La imagen es real o virtual? ¿De qué tamaño se verá el ojo si alejamos la lente del ojo 1,5 cm más?



-
2. Dos cargas $q_1 = 2\mu\text{C}$ y $q_2 = -2\text{nC}$, están separadas una distancia de 10 m, según se ve en la figura. Calcular:
- El campo eléctrico (módulo y vector) creado por ambas cargas en el punto medio M.
 - Si ahora la carga q_1 está fija y la q_2 nos la llevamos al infinito, calcula qué trabajo realiza el campo eléctrico.

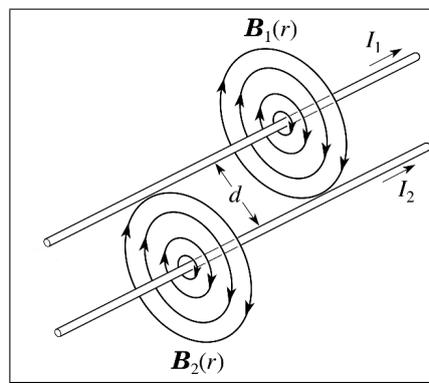
Datos: $1\mu\text{C} = 10^{-6}\text{ C}$, $1\text{nC} = 10^{-9}\text{ C}$, $K = 9 \times 10^9\text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$



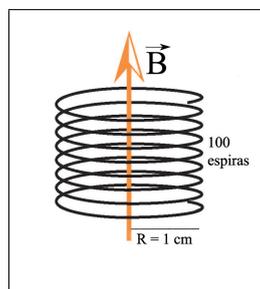
Nombre _____

CUESTIONES. Electromagnetismo. Física siglo XX

1. Dos conductores rectilíneos tienen corrientes paralelas de $I_1 = 50 \text{ mA}$ y $I_2 = 30 \text{ mA}$, según muestra la figura. La distancia entre ambos conductores es $d = 16 \text{ cm}$. Determina a qué distancia del conductor de 50 mA el campo magnético total creado por las dos corrientes es nulo. Las corrientes en ambos conductores tienen el mismo sentido. **Dato:** $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$.



2. Una bobina de 100 espiras circulares de 1 cm de radio se encuentra en el seno de un campo magnético de valor $|\vec{B}| = 0,05 \text{ T}$, de manera que el plano de las espiras es perpendicular al campo, tal y como muestra la figura.
 - (a) Determina el flujo magnético en la bobina
 - (b) La bobina gira ahora un ángulo de 45° en un tiempo de $t = 0,2 \text{ s}$. Calcula la fuerza electromotriz inducida, *fem*.



-
3. Calcula a qué velocidad ha de moverse un cuerpo para que su energía cinética relativista sea igual a su energía en reposo. ($c = 3 \times 10^8$ m/s.)
-
4. La diferencia de energías de la transición del primer estado excitado al estado fundamental de los átomos de un gas es de 0,002 eV. Calcula cuál será la incertidumbre temporal de dicha transición. **Datos:** $h = 6,62 \times 10^{-34}$ J·s. $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19}$ J.
-
5. Tenemos un elemento radiactivo y en 20 horas se ha reducido su cantidad al 90% de la cantidad inicial. Halla su periodo de semidesintegración en horas.
-

PROBLEMAS. Electromagnetismo. Física siglo XX

1. Una partícula con carga negativa entra con velocidad constante $\vec{v} = 2 \times 10^5 \vec{j}$ m/s en una región del espacio en la que hay un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = 4 \times 10^4 \vec{i}$ N/C y un campo magnético uniforme $\vec{B} = -B\vec{k}$ T, siendo $B > 0$.
- (a) El valor de B para que el movimiento de la partícula sea rectilíneo y uniforme.
- (b) En un instante dado se anula el campo eléctrico y el módulo de la fuerza que actúa sobre la partícula a partir de ese instante es $6,4 \times 10^{-15}$ N. Determina el valor de la carga de la partícula.
-

2. Cuando una superficie de potasio en el vacío se ilumina con luz de 589 nm de longitud de onda se liberan electrones que para ser detenidos necesitan un potencial de frenado de 0,35 V. Si se ilumina con luz de 254 nm, el potencial de frenado pasa a ser de 3,14 V.

- (a) Determina el valor de la constante de Planck.
- (b) Calcula el trabajo de extracción de los electrones del potasio (en eV)

Datos: $c = 3 \times 10^8$ m/s. $|e| = 1,6 \times 10^{-19}$ C. $1 \text{ nm} = 10^{-9}$ m.

3. En un descampado de Siberia se realizó hace 60 años una prueba nuclear de la que se ha recogido polvo de Cs-137, un isótopo radiactivo. La actividad de la muestra recogida es de 0,08 Bq. Determina:
- (a) El número de núcleos y la masa de Cs-137 contenida en la muestra. Expresa el resultado en picogramos ($1 \text{ pg} = 10^{-12}$ g)
- (b) La actividad de la muestra hace 60 años, justo tras la prueba nuclear.

Datos: $T_{1/2} = 30,2$ años; masa de un núcleo de Cs-137, $M = 2,27 \times 10^{-25}$ kg.

Nombre _____

CUESTIONES. Gravitación y ondas

1. Un satélite de comunicaciones se mueve del punto A al punto B, de tal forma que la variación de energía potencial entre ambos puntos es $\Delta E_P = -1\,000\,000$ J. Si en el punto A tenía una velocidad de 100 m/s, ¿qué velocidad tendrá cuando llegue al punto B?

Dato: Masa del satélite 50 kg.

2. Vesta es un asteroide con una órbita que podemos considerar aproximadamente circular y de radio 2,3 UA (Unidades Astronómicas). Calcula cuál es el periodo orbital de Vesta en años si la Tierra posee una órbita de radio 1 UA y tarda un año en dar la vuelta al Sol. Calcula la velocidad orbital de Vesta alrededor del Sol.

(**Datos:** $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm²/kg², $M_S = 1.98 \times 10^{30}$ kg). 1 UA = 1.5×10^{11} m)

3. Dos planetas A y B son tales que $\frac{m_A}{m_B} = 8$ y $\frac{R_A}{R_B} = 2$. Calcula la relación existente entre sus aceleraciones gravitatorias en la superficie, $\frac{g_A}{g_B}$ y la relación entre sus velocidades de escape, $\frac{v_{eA}}{v_{eB}}$
-

4. Explica las diferencias existentes entre las ondas longitudinales y las ondas transversales. Describe un ejemplo de cada una de ellas, razonando brevemente por qué pertenecen a un tipo u otro.
-

PROBLEMAS. Gravitación y ondas

1. Caronte es una luna del planeta enano Plutón. Tiene un radio de 606 km y la aceleración de la gravedad en su superficie es $g_0 = 0,288 \text{ m/s}^2$. Queremos situar en órbita a 50 km de la superficie de Caronte un satélite. Calcular:
 - (a) El periodo orbital del satélite
 - (b) La velocidad a que ha de lanzarse desde la superficie para que quede en órbita
 - (c) La velocidad de escape de Caronte
-

2. Dada la ecuación de onda en el sistema internacional

$$y(x, t) = 8 \sin \left(\pi t + 2\pi x - \frac{\pi}{3} \right)$$

Calcular:

- (a) La longitud de onda, la frecuencia y la velocidad de propagación de las ondas. Di en qué sentido se propaga la onda.
 - (b) La velocidad de vibración en $x = 1 \text{ m}$ y $t = 1 \text{ s}$. **Calculadora en radianes.**
 - (c) Si a 2 m del foco emisor la intensidad es de 5 W/m^2 , ¿a qué distancia hemos de situarnos para que la intensidad sea de 1 W/m^2 ? ¿Habrá que acercarse o alejarse? Justifícalo.
-

Soluciones del examen

CUESTIONES

1. $v_B = 223,606 \text{ m/s}$.
2. $T = 3,488 \text{ años}$. $v = 19\,565,27 \text{ m/s}$.
3. $\frac{g_A}{g_B} = 2$ $\frac{v_{eA}}{v_{eB}} = 2$
4. Las ondas longitudinales son aquellas en las que el movimiento de vibración de las partículas del medio (si lo hay) tiene *la misma dirección que la propagación* de las ondas. En las ondas transversales las partículas del medio (si lo hay) vibran en la *dirección perpendicular a la propagación*. Ejemplo de onda longitudinal es el sonido. Las ondas sonoras son ondas de presión que producen compresión y descompresión del aire que avanza en la misma dirección en la que se propaga el sonido. Ejemplo de ondas transversales son las olas del mar o las de una superficie de agua que oscila al golpearla. También son transversales la luz y las ondas producidas por instrumentos de cuerda.

Problemas

1. (a) $T = 10\,265,2 \text{ s}$
(b) $v = 433,394 \text{ m/s}$
(c) $v_e = 590,81 \text{ m/s}$
2. (a) $\lambda = 1 \text{ m}$. $f = 0,5 \text{ Hz}$. $v = 0,5 \text{ m/s}$. La onda se propaga de derecha a izquierda porque la k tiene signo positivo.
(b) $v = -4\pi = -12,5664 \text{ m/s}$
(c) $r = 4,47 \text{ m}$. Hay que alejarse porque la intensidad de las ondas disminuye con el cuadrado de la distancia.

Nombre _____

CUESTIONES. Ondas. Óptica. Campo eléctrico

1. Estamos fijos en la acera de una gran avenida y vemos acercarse a gran velocidad una ambulancia que hace sonar su sirena. Cuando la ambulancia nos rebasa percibimos un cambio muy notable en la frecuencia del sonido de la sirena. a) ¿A qué se debe este fenómeno? Explica razonadamente, haciendo un dibujo si lo prefieres, por qué tiene lugar un cambio de frecuencia; b) ¿La frecuencia del sonido es mayor o menor cuando se aleja la ambulancia? ¿Por qué?

2. Una persona va a la revisión óptica y le informan de que padece hipermetropía. a) Describe en qué consiste la hipermetropía; b) Explica el fenómeno con ayuda de un trazado de rayos; c) ¿Con qué tipo de lente se corrige y por qué? d) Si le dan unas gafas de 1,25 dioptrías, ¿cuál es la distancia focal de las gafas?

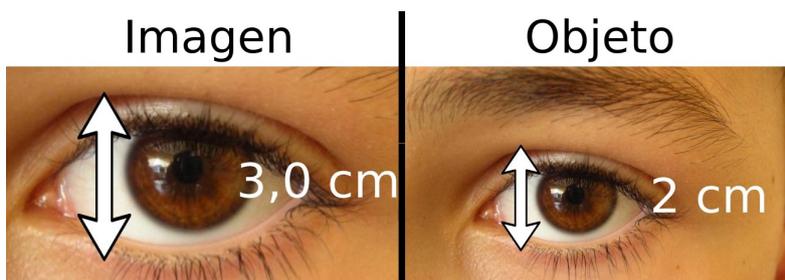
3. Una lente convergente forma una imagen de tamaño doble que un objeto. Si la imagen se forma 60 cm a la derecha de la lente, calcula: a) La distancia del objeto a la lente; b) La distancia focal de la lente.

4. Una carga eléctrica $q_1 = -7\mu\text{C}$ se encuentra fija en la posición inicial $x_1 = 0$ m, y otra $q_2 = +2\mu\text{C}$ se halla fija en $x_2 = 5$ m. Todas las cargas las podemos tomar sobre el eje x . La carga q_1 se queda fija y movemos ahora la carga q_2 desde su posición inicial hasta el infinito. Calcula el trabajo realizado por el campo eléctrico.

Dato: $1\mu\text{C} = 10^{-6}$ C, $K = 9 \times 10^9$ Nm²C⁻².

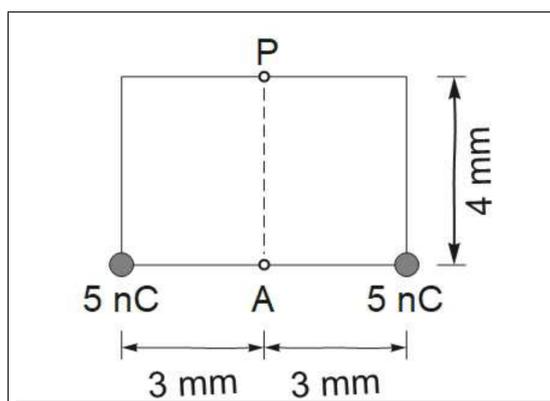
PROBLEMAS. Ondas. Óptica. Campo eléctrico

1. A través de una lente delgada se observa el ojo de una persona, según muestra la figura. Sabiendo que la lente se sitúa a 4 cm del ojo y teniendo en cuenta los datos de la figura, determina:
 - (a) La posición de la imagen, la distancia focal imagen de la lente y su potencia en dioptrías. Realiza el trazado de rayos que represente la situación mostrada.
 - (b) ¿La lente es convergente o divergente? ¿La imagen es real o virtual? ¿De qué tamaño se verá el ojo si alejamos la lente del ojo 1,5 cm más?



-
2. Dos cargas iguales $q_1 = 5\text{nC}$ y $q_2 = 5\text{nC}$, están separadas una distancia de 6 mm, según se ve en la figura.
 - (a) Calcula el módulo del campo eléctrico resultante en el punto P.
 - (b) En el punto A situamos una carga de -1nC . Calcula el trabajo realizado por el campo eléctrico al mover la carga del punto A al punto P.

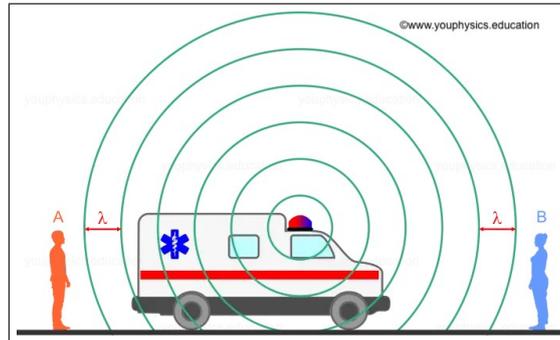
Datos: $1\text{nC} = 10^{-9}\text{ C}$, $K = 9 \times 10^9\text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$



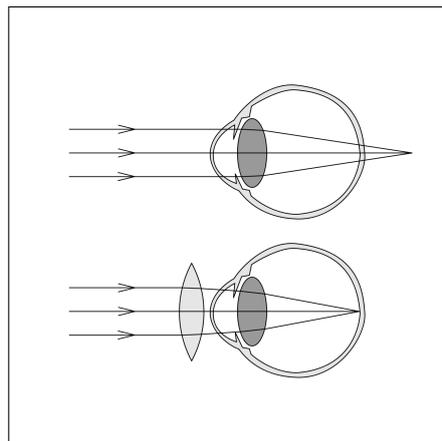
Soluciones

Cuestiones

1. a) Este fenómeno se conoce con el nombre de efecto Doppler, consistente en el cambio de frecuencia que sufren las ondas cuando el foco emisor o el observador se mueven relativamente uno respecto del otro.



- b) Cuando la ambulancia se aleja hay una disminución de la frecuencia porque aumenta la longitud de onda. Al desplazarse la fuente emisora, los máximos de emisión están cada vez más separados, lo que es equivalente a decir que la longitud de onda es más larga y la frecuencia por tanto es menor.
2. a) La hipermetropía es un defecto de la visión por el cuál las personas no pueden ver bien los objetos cercanos. Estas personas enfocan los rayos de luz que entran en los ojos en un punto que se encuentra más allá de la retina.
b)



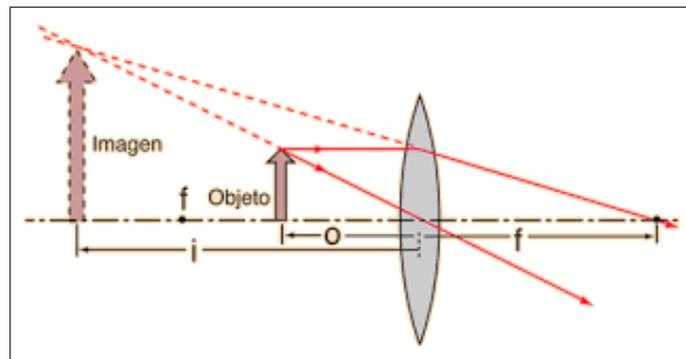
c) Se corrige este defecto con una lente convergente ya que el ojo tiene una focal muy larga o es un ojo poco potente y hay que darle más potencia con una lente de focal positiva, es decir lente convergente, como se ve en la figura. d) Si las gafas son 1,25 dioptrías la focal será $f' = \frac{1}{1,25} = 0,8$ m.

3. a) $s = -30$ cm; b) $f' = 20$ cm.

4. $W = -0,0252$ J.

Problemas

1. a) $s' = -6$ cm; $f' = 12$ cm; $P = \frac{1}{0,12} = 8,33$ dioptrías.



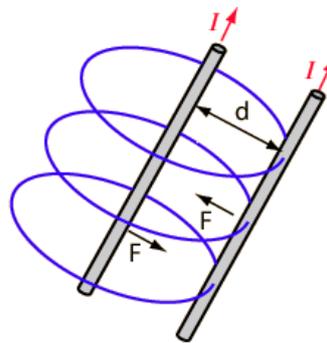
b) Como la f' tiene signo positivo se trata de una lente convergente y la imagen es virtual porque la s' es también negativa. El tamaño del ojo será $y' = 3,692$ cm.

2. a) $|\vec{E}| = 2,88 \times 10^6$ N/C. b) $W = -1,2 \times 10^{-5}$ J.

Nombre _____

CUESTIONES. Electromagnetismo. Física siglo XX. Elegir cuatro

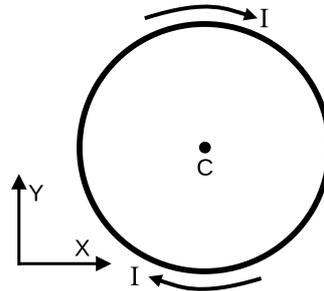
1. La figura muestra dos conductores paralelos de 4 m de longitud por los que circulan corrientes idénticas de valor 6 A. Calcula a qué distancia han de situarse los conductores para que la fuerza que se ejerzan entre ellos sea de 1×10^{-4} N. ¿El sentido de la fuerza está bien dibujado en la figura? Justifícalo. **Dato:** $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A.



-
2. Calcula la longitud de onda de un fotón en nanómetros (nm) si su energía es de 2 eV. **Datos:** $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s; $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19}$ J; $c = 3 \times 10^8$ m/s.
-
3. Si la actividad de una muestra radiactiva se reduce a un 25% en 6 días, ¿cuál es el periodo de semidesintegración?
-
4. Una bobina está formada por 500 espiras circulares de 4 cm de radio. Si la bobina se halla en una región en la que el campo magnético inicialmente es de 1 T, y en 2 segundos pasa a ser de 4 T, calcula el valor de la fuerza electromotriz inducida. El campo magnético es perpendicular al plano de las espiras.
-
5. La velocidad de una partícula es el 98% de la velocidad de la luz. ¿Qué relación hay entre su energía cinética y su energía en reposo?
-

PROBLEMAS. Electromagnetismo. Física siglo XX. Elegir dos

1. En la espira circular mostrada en la figura la corriente eléctrica gira en el sentido indicado por las flechas. El plano del papel es el XY y el Z es perpendicular. Si la intensidad de la corriente es de 15 A y el radio de la espira de 1 cm:
 - (a) Calcula el valor del campo magnético en el centro (C) de la espira. Dibuja en qué sentido va el vector campo magnético.
 - (b) Si en el punto C se encuentra un electrón que se mueve con una velocidad $\vec{v} = 10^4 \vec{i}$ m/s, ¿qué fuerza magnética actuará sobre el electrón? Dibuja la dirección del vector fuerza. **Datos:** $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A; $e = -1,6 \times 10^{-19}$ C.



-
2. El cobre es un metal que presenta el efecto fotoeléctrico cuando se ilumina con luz ultravioleta. Si el trabajo de extracción de los electrones para el cobre es de 4,6 eV:
 - (a) Determina la longitud de onda umbral del cobre.
 - (b) Si iluminamos con luz de longitud de onda $\lambda = 200$ nm, ¿cuál será el potencial de frenado para anular el efecto fotoeléctrico?
 - (c) ¿Y si iluminamos con luz de longitud de onda $\lambda = 300$ nm?

Datos: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s; $|e| = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $c = 3 \times 10^8$ m/s.

-
3. Un paciente se somete a una prueba diagnóstica en la que se le inyecta un fármaco que contiene tecnecio (Tc) radiactivo. Éste se fija en el órgano de interés y se detecta la emisión radiactiva que produce. La actividad inicial de la sustancia inyectada debe ser de 5×10^8 Bq y su periodo de semidesintegración es de 6 h. Calcula:
 - (a) La cantidad de tecnecio en nanogramos que hay que inyectarle.
 - (b) El tiempo que ha de transcurrir para que la actividad del tecnecio sea 10^6 Bq.

Datos: $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ mol⁻¹. Masa atómica del tecnecio 98 uma.