

## PROBLEMAS Y CUESTIONES PAU CAMPO GRAVITATORIO

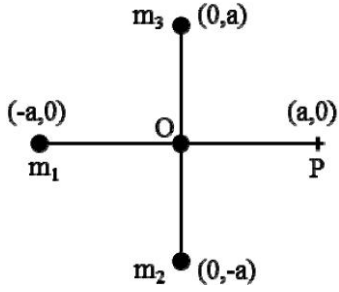
- 1) (P Jun94) Se lanza verticalmente un satélite de masa  $m = 2000 \text{ kg}$  desde la superficie de la Tierra, y se pide: a) Energía total necesaria para situarlo en una órbita (supuesta circular) de radio  $R_1 = 2R_T$ , donde  $R_T$  es el radio de la Tierra. b) Energía mínima necesaria para trasladarlo hasta la Luna.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$ ; Distancia Tierra - Luna =  $60 R_T$ ; Masa de la Tierra =  $5,96 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ; Radio de la Tierra =  $6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ ; Masa de la Luna =  $7,3 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ ; Radio de la Luna =  $1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$   
Sol: a)  $v = 5586 \text{ m/s}$ ;  $E_0 = 9,36 \cdot 10^{10} \text{ J}$ . b)  $E_0 = 1,17 \cdot 10^{11} \text{ J}$
- 2) (C Jun94) Un planeta se mueve alrededor del Sol en una órbita circular con velocidad de  $50 \text{ km/s}$ , respecto aun sistema de referencia heliocéntrico. Hallar el periodo de este planeta alrededor del Sol.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$   $M_{\text{sol}} = 1,97 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ . Sol:  $T = 76,4 \text{ días}$
- 3) (P Sept94) El periodo de rotación de Venus alrededor del Sol es 0,6 veces el período correspondiente a la Tierra. Considerando circulares las órbitas de ambos planetas, determinar: a) Distancia desde Venus hasta el Sol. b) Velocidad y aceleración de Venus respecto al sistema de referencia heliocéntrico. Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ; Masa del Sol =  $1,97 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ , Distancia de la Tierra al Sol =  $149,5 \cdot 10^9 \text{ m}$ . Sol: a)  $r = 1,06 \cdot 10^{11} \text{ m/s}$ ; b)  $v = 35150 \text{ m/s}$ ;  $a_N = 0,012 \text{ m/s}^2$
- 4) (P Jun95) Calcular la altura,  $h$ , medida desde la superficie de la Tierra a la que habría que situar un satélite para que fuese geoestacionario, es decir, que mantuviese la misma posición relativa respecto de la Tierra. Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$ ; Masa Tierra =  $5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$ ; Radio Tierra  $6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$   
Sol:  $h = 3,59 \cdot 10^7 \text{ m}$ .
- 5) (C Jun95) Explicar el fenómeno de las mareas en base a la ley de gravitación newtoniana.
- 6) (C Jun95) Si sobre una partícula material actúa una fuerza conservativa aumentando su energía cinética en  $100 \text{ J}$ : a) ¿Cuál es la variación de la energía total de la partícula? b) ¿Cuál es la variación de la energía potencial de la partícula? Razonar las respuestas. Sol: a)  $\Delta E_T = 0$ ; b)  $\Delta E_P = -100 \text{ J}$
- 7) (C Sept95) Concepto de velocidad de escape en el campo gravitatorio terrestre.
- 8) (P Sept95) La distancia entre los centros  $O_1$  y  $O_2$  de dos masas esféricas homogéneas de radios  $R_1$  y  $R_2$ , respectivamente, es de  $30R_2$ . Determinar la relación entre las densidades de ambas esferas si se sabe que el punto sobre el que ejercen la misma fuerza gravitatoria sobre la recta  $O_1O_2$  se encuentra a  $20R_2$  de  $O_1$ . Dato:  $R_1 = 10R_2$  Sol:  $d_2 = 250d_1$
- 9) (P Jun96) Suponiendo a la Tierra como una esfera homogénea de radio  $R$  y despreciando efectos que sobre la fuerza de atracción entre masas ejerce la rotación de la Tierra alrededor de su eje, determinar la altura  $h$  a la que hay que elevar sobre la superficie terrestre una masa de  $1 \text{ Kg}$  para que su peso se reduzca a la mitad. Discutir los resultados. Sol:  $h = (\sqrt{2} - 1)R = 0,41R$
- 10) (C Jun96) Variación de la aceleración del campo gravitatorio sobre la superficie terrestre en función de su latitud. Dibujar un esquema en el que se pueda apreciar esta variación en el polo y el ecuador, representando las fuerzas que actúan sobre la masa puntual de prueba en cada caso.
- 11) (C Sept96) Variaciones de "g" (aceleración de la gravedad en el campo gravitatorio terrestre), con la altura.
- 12) (P Sept96) El planeta Marte tiene un satélite situado en una órbita que se encuentra a una distancia de  $9,4 \cdot 10^6 \text{ m}$  del centro de Marte. El periodo de rotación de dicho satélite es de 460 minutos. Calcular la masa de Marte. Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$  Sol:  $M_M = 6,45 \cdot 10^{23} \text{ kg}$
- 13) (P Jun97) Un satélite artificial de  $2 \text{ t}$  de masa describe una órbita circular a  $400 \text{ Km}$  de la superficie terrestre. Se pide: 1. Velocidad orbital del satélite. 2. Si se lanza desde la superficie terrestre, calcular la energía necesaria para situar el satélite en órbita. Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$   $M_{\text{Tierra}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_{\text{Tierra}} = 6370 \text{ Km}$ . Sol: a)  $v = 7675,7 \text{ m/s}$ . b)  $E_0 = 6,6 \cdot 10^{10} \text{ J}$
- 14) (P Jun97) Existe un punto sobre la línea que une el centro de la Tierra con el centro de la Luna en el que se cancelan las dos tuerzas gravitacionales. Calcular la distancia de este punto al centro de la tierra, sabiendo que la distancia entre los centros de la Tierra y la Luna es  $D = 3,8 \cdot 10^5 \text{ Km}$  y que  $M_{\text{Tierra}} = 81 M_{\text{Luna}}$  Sol:  $r = 9/10 D$
- 15) (C Jun97) La Tierra en su órbita elíptica alrededor del Sol presenta dos puntos, el afelio y el perihelio, en los que su velocidad es perpendicular a su vector de posición respecto del Sol. Si en el afelio la velocidad de la Tierra es  $30 \text{ Km/s}$  y la distancia entre los centros de la Tierra y el Sol es  $152 \cdot 10^6 \text{ Km}$ , calcular la velocidad de la Tierra en el perihelio sabiendo que en este punto la distancia entre los centros de la Tierra y del Sol es  $147 \cdot 10^6 \text{ Km}$ . Sol:  $v = 31 \text{ km/s}$
- 16) (C Sept97) Calcular a que distancia sobre la superficie terrestre se debe situar un satélite artificial para que describa órbitas circulares con un periodo de 24 horas. Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$   $M_{\text{Tierra}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_{\text{Tierra}} = 6370 \text{ Km}$ . Sol:  $h = 3,59 \cdot 10^7 \text{ m}$

- 17) (P Jun98) La distancia entre el Sol y Mercurio es de  $57,9 \times 10^6 \text{ km}$  y entre el Sol y la Tierra es de  $149,6 \times 10^6 \text{ km}$ . Suponiendo que las órbitas de ambos planetas son circulares, calcular su velocidad de rotación alrededor del Sol. **Sol:  $T_M = 87,9 \text{ días}$ ;  $v_M = 47878 \text{ m/s}$ ;  $v_T = 29786 \text{ m/s}$**
- 18) (C Jun98) Determinar el campo gravitatorio (módulo, dirección y sentido) resultante de los campos gravitatorios individuales de la Tierra y del Sol, en un punto situado en la recta que une la Tierra y el Sol, ya una distancia de  $4 \times 10^5 \text{ km}$  del centro de la Tierra. Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ Kg}^{-2}$ ;  $M_{\text{Tierra}} = 5,98 \times 10^{24} \text{ Kg}$ ;  $M_{\text{Sol}} = 1,99 \times 10^{30} \text{ Kg}$ ;  $D_{\text{Tierra-Sol}} = 15 \times 10^7 \text{ km}$  **Sol:  $g = 0,0034 \text{ m/s}^2$  hacia el sol**
- 19) (C Sept98) Calcular a que altura sobre la superficie terrestre la intensidad del campo gravitatorio se reduce a la cuarta parte de su valor sobre dicha superficie. Dato:  $R_{\text{Tierra}} = 6370 \text{ km}$ . **Sol:  $h = R_T$**
- 20) (C Sept98) Si la distancia entre la Tierra y la Luna es  $D = 3,8 \times 10^5 \text{ km}$ , se pide calcular el tiempo que tarda la Luna en dar una vuelta completa a la Tierra. Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ S.I.}$ ;  $M_{\text{Tierra}} = 5,98 \times 10^{24} \text{ Kg}$ . **Sol:  $T = 2,33 \cdot 10^6 \text{ s} = 26,97 \text{ días}$**
- 21) (P Jun99) Un satélite artificial de  $500 \text{ Kg}$  de masa se lanza desde la superficie terrestre hasta una altura  $H$  de dicha superficie. En esa posición se le comunica una velocidad de  $5000 \text{ m/s}$  para ponerlo en órbita circular alrededor de la Tierra. Se pide: 1. Altura  $H$  a la que debe situarse el satélite, para que las órbitas sean circulares. 2. Energía necesaria para llevarlo hasta dicha altura  $H$ . Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$   $M_{\text{Tierra}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_{\text{Tierra}} = 6370 \text{ km}$ . **Sol:  $H = 9584640 \text{ m}$ ;  $E_C = 2,5 \cdot 10^{10} \text{ J}$**
- 22) (C Jun99) Si un cuerpo tiene un peso de  $100 \text{ N}$  sobre la superficie terrestre, calcular su peso en la superficie de otro planeta cuya masa sea el doble que la de la Tierra y su radio sea el triple que el de la Tierra. **Sol:  $F_P = 2/9 F_T = 22,22 \text{ N}$**
- 23) (C Sept99) ¿A qué distancia de la superficie terrestre un objeto, de  $2 \text{ Kg}$  de masa, tendrá un peso de  $10 \text{ N}$ ? Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ Kg}^{-2}$ ;  $M_{\text{Tierra}} = 5,98 \times 10^{24} \text{ Kg}$ ;  $R_{\text{Tierra}} = 6370 \text{ km}$  **Sol:  $h = 2561584,4 \text{ m}$**
- 24) (P Sept99) Calcular el trabajo necesario para trasladar una masa de  $40 \text{ kg}$ , desde la superficie de la Luna hasta una altura de  $25 \text{ m}$ . Comparar el resultado obtenido con el trabajo que habría que realizar si el proceso se llevase a cabo en la Tierra ( $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$ ) Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ Kg}^{-2}$ .  $M_{\text{Luna}} = 7,3 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ ;  $R_{\text{Luna}} = 1740 \text{ km}$ . **Sol:  $W_L = 1608,2 \text{ J}$ ;  $W_T = 9800 \text{ J}$ ;  $W_T = 6W_L$**
- 25) (C Jun00) Para los planetas del sistema solar, según la tercera ley de Kepler, la relación  $R^3 / T^2$  es constante y vale  $3,35 \times 10^{18} \text{ m}^3/\text{s}^2$ , siendo  $R$  el radio de sus órbitas y  $T$  el periodo de rotación. Suponiendo que las órbitas son circulares, calcular la masa del Sol. Dato:  $G = 6,67 \times 10^{11} \text{ S.I.}$  **Sol:  $M_S = 1,98 \cdot 10^{30} \text{ kg}$**
- 26) (P Sept00) Se desea colocar en órbita un satélite de comunicaciones, de tal forma que se encuentre siempre sobre el mismo punto de la superficie terrestre (órbita "geoestacionaria"). Si la masa del satélite es de  $1500 \text{ kg}$ , se pide calcular: 1. Altura sobre la superficie terrestre a la que hay que situar el satélite. 2. Energía total del satélite cuando se encuentre en órbita. Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ S.I.}$ ;  $M_{\text{Tierra}} = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_{\text{Tierra}} = 6370 \text{ km}$ . **Sol:  $h = 35880474 \text{ m}$ .  $E_T = -7,68 \cdot 10^9 \text{ J}$**
- 27) (P Sept00) Sean dos masas puntuales de  $100 \text{ kg}$  y  $150 \text{ kg}$ , situadas en los puntos A(-2,0) m y B(3,0) m, respectivamente. Se pide calcular: 1. Campo gravitatorio en el punto C(0,4) m. 2. Trabajo necesario para desplazar una partícula de  $10 \text{ kg}$  de masa desde el punto C(0,4) m hasta el punto O(0,0) m. Dato:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ S.I.}$  **Sol:  $\vec{g} = (0,9 \cdot 10^{-10}, 6,185 \cdot 10^{-10}) \text{ m/s}^2$ .  $W_{\text{ext}} = -3,18 \cdot 10^{-8} \text{ J}$ .**
- 28) (C Jun01) Si la Luna siguiera una órbita circular en torno a la Tierra, pero con un radio igual a la cuarta parte de su valor actual, ¿cuál sería su período de revolución?. Dato: Tomar el periodo actual igual a 28 días.
- 29) (C Jun01) ¿Cuál debería ser la velocidad inicial de la Tierra para que escapase del Sol y se dirigiera hacia el infinito? Supóngase que la Tierra se encuentra describiendo una órbita circular alrededor del Sol. Datos: Distancia Tierra-Sol =  $1,5 \times 10^{11} \text{ m}$ ;  $M_{\text{Sol}} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$ ,  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .
- 30) (C Sept01) Enunciar las leyes de Kepler. Demostrar la tercera de ellas, para el caso de órbitas circulares, a partir de las leyes de la mecánica newtoniana.
- 31) (C Sept01) El satélite Europa tiene un periodo de rotación alrededor de Júpiter de 85 horas y su órbita, prácticamente circular, tiene un radio de  $6,67 \times 10^5 \text{ km}$ . Calcular la masa de Júpiter. DATO:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ S.I.}$  **Sol:  $M_J = 1,88 \cdot 10^{27} \text{ kg}$**
- 32) (P Jun02) Se determina, experimentalmente, la aceleración con la que cae un cuerpo en el campo gravitatorio terrestre en dos laboratorios diferentes, uno situado al nivel del mar y otro situado en un globo que se encuentra a una altura  $h = 19570 \text{ m}$  sobre el nivel del mar. Los resultados obtenidos son  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  en el primer laboratorio y  $g = 9,75 \text{ m/s}^2$  en el segundo laboratorio. Se pide: 1. Determinar el valor del radio terrestre. 2. Sabiendo que la densidad media de la tierra es  $\rho_T = 5523 \text{ kg/m}^3$ , determinar el valor de la constante de gravitación  $G$ .

- 33)** (P Jun02) Un satélite de 500kg de masa se mueve alrededor de Marte, describiendo una órbita circular a  $6 \times 10^6 \text{ m}$  de su superficie. Sabiendo que la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte es  $3,7 \text{ m/s}^2$  y que su radio es  $3400 \text{ km}$ , se pide: 1) Fuerza gravitatoria sobre el satélite. 2) Velocidad y periodo del satélite. 3) ¿A qué altura debería encontrarse el satélite para que su periodo fuese el doble?.
- 34)** (C Sept02) Un astronauta que se encuentra dentro de un satélite en órbita alrededor de la Tierra a  $250 \text{ km}$ , observa que no pesa. ¿Cuál es la razón de este fenómeno? Calcula la intensidad del campo gravitatorio a esa altura. Comenta el resultado.  
 Datos:  $G=6,67 \times 10^{-11} \text{ S.I.}$ ;  $M_{\text{Tierra}}= 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_{\text{Tierra}}= 6370 \text{ km}$
- 35)** (C Sept02) La Tierra gira alrededor del Sol realizando una órbita aproximadamente circular. Si por cualquier causa, el Sol perdiera instantáneamente las tres cuartas partes de su masa, ¿continuaría la Tierra en órbita alrededor de éste? Razona la respuesta.
- 36)** (C Jun 2003) Calcula el cociente entre la energía potencial y la energía cinética de un satélite en órbita circular. **Sol:  $E_p/E_c=-2$**
- 37)** (C Jun 2003) Una partícula puntual de masa  $3M$  se coloca en el origen de un cierto sistema de coordenadas, mientras que otra de masa  $M$  se coloca sobre el eje X a una distancia de  $1 \text{ m}$  respecto del origen. Calcula las coordenadas del punto donde el campo gravitatorio es nulo.  
**Sol:  $P(0,634, 0)$**
- 38)** (C Sept 2003) Si consideramos que las órbitas de la Tierra y de Marte alrededor del Sol son circulares, ¿cuántos años terrestres dura un año marciano? El radio de la órbita de Marte es 1,486 veces mayor que el terrestre. **Sol:  $T_M= 1,811 T_T$**
- 39)** (C Sept 2003) Dibuja las líneas de campo del campo gravitatorio producido por dos masas puntuales iguales separadas una cierta distancia. ¿Existe algún punto en el que la intensidad del campo gravitatorio sea nula? En caso afirmativo indica en que punto. ¿Existe algún punto en el que el potencial gravitatorio sea nulo? En caso afirmativo indica en que punto.
- 40)** (P Jun 2004) Un satélite artificial de  $500 \text{ kg}$  de masa se mueve alrededor de un planeta, describiendo una órbita circular con un periodo de  $42,47 \text{ horas}$  y un radio de  $419.000 \text{ km}$ . Se pide: 1) Fuerza gravitatoria que actúa sobre el satélite. 2) La energía cinética, la energía potencial y la energía total del satélite en su órbita. 3) Si, por cualquier causa, el satélite duplica repentinamente su velocidad sin cambiar la dirección, ¿se alejará éste indefinidamente del planeta?  
**Sol 1)  $353,81 \text{ N}$ , 2)  $E_c=7,41 \cdot 10^{10} \text{ J}$ ;  $E_p= -1,48 \cdot 10^{11} \text{ J}$ ;  $E_t= -7,41 \cdot 10^{10} \text{ J}$  3) Si**
- 41)** (P Jun 2004) Una partícula puntual de masa  $m=10 \text{ kg}$  está situada en el origen O de un cierto sistema de coordenadas. Una segunda partícula puntual de masa  $m_2=30 \text{ kg}$  está situada, sobre el eje X, en el punto A de coordenadas  $(6,0) \text{ m}$ . Se pide: 1) El módulo, la dirección y el sentido del campo gravitatorio en el punto B de coordenadas  $(2,0) \text{ m}$ . 2) El punto sobre el eje X para el cual el campo gravitatorio es nulo. 3) El trabajo realizado por el campo gravitatorio cuando la masa  $m_2$  se traslada desde el punto A hasta el punto C de coordenadas  $(0,6) \text{ m}$ .  
 Dato:  $G=6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  **Sol: 1)  $-4,167 \cdot 10^{-11} \text{ iN/kg}$ ; 2)  $P(2,196, 0)$ ; 3)  $W=0$**
- 42)** (P Sept 2004) La órbita de una de las lunas de Júpiter, lo, es aproximadamente circular con un radio de  $4,20 \times 10^8 \text{ m}$ . El periodo de la órbita vale  $1,53 \times 10^5 \text{ s}$ . Se pide: 1) El radio de la órbita circular de la luna de Júpiter Calisto que tiene un periodo de  $1,44 \times 10^6 \text{ s}$ . 2) La masa de Júpiter. 3) El valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter. Datos: Radio de Júpiter  $R_J=71400 \text{ km}$ ;  $G=6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .  
**Sol: 1)  $1,872 \cdot 10^9 \text{ m}$ ; 2)  $1,873 \cdot 10^{27} \text{ kg}$ ; 3)  $24,5 \text{ m/s}^2$**
- 43)** (P Sept 2004) Un satélite geoestacionario es aquel que se encuentra siempre en la misma posición respecto a un punto de la superficie de la Tierra. Se pide: 1) La distancia sobre la superficie terrestre a la que ha de situarse un satélite geoestacionario. 2) La velocidad que llevará dicho satélite en su órbita geoestacionaria. **Sol: 1)  $35927 \text{ m}$ ; 2)  $3075,9 \text{ m/s}$**   
 Datos: Masa de la Tierra  $M_T=6 \times 10^{24} \text{ kg}$ ; Radio de la Tierra  $R_T=6370 \text{ km}$ ;  $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .
- 44)** (C Jun 2005) Calcula el radio de la Tierra  $R_T$  sabiendo que la energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa  $20 \text{ kg}$ , situado a una altura  $R_T$  sobre la superficie terrestre, es  $E_P = -1,2446 \times 10^9 \text{ J}$ . Toma como dato el valor de la aceleración de la gravedad sobre la superficie terrestre  $g=9,8 \text{ m/s}^2$ . **Sol:  $12700 \text{ km}$**
- 45)** (C Jun 2005) Un satélite de masa  $m$  describe una órbita circular de radio  $R$  alrededor de un planeta de masa  $M$ , con velocidad constante  $v$ . ¿Qué trabajo realiza la fuerza que actúa sobre el satélite durante una vuelta completa? Razona la respuesta. **Sol: 0**

- 46) (P Sept 2005) Un objeto de masa  $m = 1000 \text{ kg}$  se acerca en dirección radial a un planeta, de radio  $R_P = 6000 \text{ km}$ , que tiene una gravedad  $g = 10 \text{ m/s}^2$  en su superficie. Cuando se observa este objeto por primera vez se encuentra a una distancia  $R_O = 6 R_P$  del centro del planeta. Se pide: 1) ¿Qué energía potencial tiene ese objeto cuando se encuentra a la distancia  $R_O$ ? 2) Determina la velocidad inicial del objeto  $v_O$ , o sea cuando está a la distancia  $R_O$ , sabiendo que llega a la superficie del planeta con una velocidad  $v = 12 \text{ km/s}$ . **Sol: 1)  $-1 \cdot 10^{10} \text{ J}$  2)  $6633,25 \text{ m/s}$**
- 47) (P Sept 2005) Dos partículas puntuales con la misma masa  $m_1 = m_2 = 100 \text{ kg}$  se encuentran situadas en los puntos  $(0,0)$  y  $(2,0) \text{ m}$ , respectivamente. Se pide 1) ¿Qué valor tiene el potencial gravitatorio en el punto  $(1,0) \text{ m}$ ? Tómese el origen de potenciales en el infinito. Calcula el campo gravitatorio, módulo, dirección y sentido, que generan esas dos masas en el punto  $(1,0) \text{ m}$ . 2) Si la masa  $m_2$  se dejara en libertad, la fuerza gravitatoria haría que se acercara a la masa  $m_1$ . Si no actúa ninguna otra fuerza, ¿qué velocidad tendrá cuando esté a una distancia de  $30 \text{ cm}$  de  $m_1$ ? Dato:  $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  **Sol: 1)  $V = 1,34 \cdot 10^{-8} \text{ J/kg}$ ;  $g = 0$  2)  $1,95 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$**
- 48) (P Jun 2006) Una sonda espacial de masa  $m = 1200 \text{ kg}$  se sitúa en una órbita circular de radio  $r = 6000 \text{ km}$ , alrededor de un planeta. Si la energía cinética de la sonda es  $E_C = 5,4 \cdot 10^9 \text{ J}$ , calcula: 1) El período orbital de la sonda. 2) La masa del planeta. Dato:  $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  **S: 1)  $12566 \text{ s}$  2)  $8,1 \cdot 10^{23} \text{ kg}$**
- 49) (P Jun 2006) Fobos es un satélite que gira en una órbita circular de radio  $r = 14460 \text{ km}$  alrededor del planeta Marte con un período de  $14 \text{ horas}$ ,  $39 \text{ minutos}$  y  $25 \text{ segundos}$ . Sabiendo que el radio de Marte es  $R_M = 3394 \text{ km}$ , calcula: 1) La aceleración de la gravedad en la superficie de Marte. 2) La velocidad de escape de Marte de una nave espacial situada en Fobos. **Sol: 1)  $3,72 \text{ m/s}^2$  2)  $2435,1 \text{ m/s}$**
- 50) (C Sept 2006, 2008) Enuncia las leyes de Kepler.
- 51) (C Sept 2006) Calcula la velocidad a la que orbita un satélite artificial situado en una órbita que dista  $1000 \text{ km}$  de la superficie terrestre. Datos:  $R_T = 6370 \text{ km}$ ,  $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ,  $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  **Sol:  $7356,6 \text{ m/s}$**
- 52) (P Jun 2007) Un objeto de masa  $M_1 = 100 \text{ kg}$  está situado en el punto A de coordenadas  $(6, 0) \text{ m}$ . Un segundo objeto de masa  $M_2 = 300 \text{ kg}$  está situado en el punto B de coordenadas  $(-6, 0) \text{ m}$ . Calcular: 1) El punto sobre el eje X para el cual el campo gravitatorio es nulo. **Sol: P(1,6077, 0)** 2) El trabajo realizado por el campo gravitatorio cuando la masa  $M_1$  se traslada desde el punto A hasta el punto C de coordenadas . Dato:  $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ . **Sol:  $1,67 \cdot 10^{-7} \text{ J}$**
- 53) (P Jun 2007) Sabiendo que el radio orbital de la luna es de  $3,8 \times 10^8 \text{ m}$  y que tiene un periodo de  $27 \text{ días}$ , se quiere calcular: 1) El radio de la órbita de un satélite de comunicaciones que da una vuelta a la Tierra cada  $24 \text{ horas}$  (satélite geoestacionario. 2) La velocidad de dicho satélite. **Sol:  $42222 \text{ km}$ ;  $3070 \text{ m/s}$**
- 54) (C Sept 2007) Define el momento angular de una partícula de masa  $m$  y velocidad  $v$  respecto a un punto O. Pon un ejemplo razonado de ley o fenómeno físico que sea una aplicación de la conservación del momento angular
- 55) (C Sept 2007) Calcula el trabajo necesario para poner en órbita de radio  $r$  un satélite de masa  $m$ , situado inicialmente sobre la superficie de un planeta que tiene radio  $R$  y masa  $M$ . Expresar el resultado en función de los datos anteriores y de la constante de gravitación universal  $G$ . **Sol:  $G M m \left( \frac{-1}{2r} + \frac{1}{R} \right)$**
- 56) (P Jun 2008) Una sonda espacial de  $200 \text{ kg}$  de masa se encuentra en órbita circular alrededor de la Luna, a  $160 \text{ km}$  de su superficie. Calcula: 1) La energía mecánica y la velocidad orbital de la sonda. 2) La velocidad de escape de la atracción lunar desde esa posición. Datos:  $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ , masa de la Luna  $7,4 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ , radio de la Luna  $1740 \text{ km}$ . **Sol: 1)  $-2,6 \cdot 10^8 \text{ J}$ ;  $1611,8 \text{ m/s}$  2)  $2279,4 \text{ m/s}$**
- 57) (P Jun 2008) Disponemos de dos masas esféricas cuyos diámetros son  $8$  y  $2 \text{ cm}$ , respectivamente. Considerando únicamente la interacción gravitatoria entre estos dos cuerpos, calcula: 1) La relación entre sus masas  $m_1/m_2$  sabiendo que si ponemos ambos cuerpos en contacto el campo gravitatorio en el punto donde se tocan es nulo. 2) El valor de cada masa sabiendo que el trabajo necesario para separar los cuerpos, desde la posición de contacto hasta otra donde sus centros distan  $20 \text{ cm}$ , es:  $W = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ J}$ . **Sol 1)  $m_1/m_2 = 16$ ; 2)  $m_2 = 0,01 \text{ kg}$ ,  $m_1 = 0,16 \text{ kg}$**
- 58) (C Sept 2008) ¿A qué altitud sobre la superficie terrestre la intensidad del campo gravitatorio es el 20% de su valor sobre la superficie de la tierra? Dato: Radio de la Tierra  $R = 6.300 \text{ km}$ . **Sol:  $7787,23 \text{ km}$**

- 59) (P Jun 2009) Un sistema estelar es una agrupación de varias estrellas que interaccionan gravitatoriamente. En un sistema estelar binario, una de las estrellas, situada en el origen de coordenadas, tiene masa  $m_1=1 \cdot 10^{30}$  kg, y la otra tiene masa  $m_2=2 \cdot 10^{30}$  kg y se encuentra sobre el eje X en la posición (d,0), con  $d=2 \cdot 10^6$  km. Suponiendo que dichas estrellas se pueden considerar masas puntuales, calcula: 1) El módulo, dirección y sentido del campo gravitatorio en el punto intermedio entre las dos estrellas. 2) El punto sobre el eje X para el cual el potencial gravitatorio debido a la masa  $m_1$  es igual al de la masa  $m_2$ . 3) El módulo, dirección y sentido del momento angular de  $m_2$  respecto al origen, sabiendo que su velocidad es (0,v), siendo  $v=3 \cdot 10^5$  m/s. Dato:  $G=6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup> Sol: 1) 66,7  $\vec{i}$ N/kg; 2) P(2/3  $\cdot 10^9$ , 0)m 3) 1,2  $\cdot 10^{45}$   $\vec{k}$  kg m<sup>2</sup>/s
- 60) (P Jun 2009) Hay tres medidas que se pueden realizar con relativa facilidad en la superficie de la Tierra: la aceleración de la gravedad en dicha superficie (9,8 m/s<sup>2</sup>), el radio terrestre (6,37  $\cdot 10^6$  m) y el periodo de la órbita lunar (27 días, 7 h, 44 s): 1) Utilizando exclusivamente estos valores y suponiendo que se desconoce la masa de la Tierra, calcula la distancia entre el centro de la Tierra y el centro de la Luna. 2) Calcula la densidad de la Tierra sabiendo que  $G=6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup> Sol: 1) 3,826  $\cdot 10^8$ m; 2) 5506,5kg/m<sup>3</sup>
- 61) (C Sept 2009) Determina la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte sabiendo que su densidad media es 0,72 veces la densidad media de la Tierra y que el radio de dicho planeta es 0,53 veces el radio terrestre .Dato: aceleración de la gravedad en la superficie terrestre 9,8 m/s<sup>2</sup>. S:3,74m/s<sup>2</sup>
- 62) (C Sept 2009) Dos masas puntuales M y m se encuentran separadas una distancia d. Indica si el campo o el potencial gravitatorios creados por estas masas pueden ser nulos en algún punto del segmento que las une. Justifica la respuesta
- 63) ( C Jun 2010) Un planeta gira alrededor del sol con una trayectoria elíptica. Razona en qué punto de dicha trayectoria la velocidad del planeta es máxima. Sol: perihelio
- 64) (P Jun 2010) Un objeto de masa  $m_1$  se encuentra situado en el origen de coordenadas, mientras que un segundo objeto de masa  $m_2$  se encuentra en un punto de coordenadas (8, 0) m. Considerando únicamente la interacción gravitatoria y suponiendo que son masas puntuales, calcula: 1) La relación entre las masas  $m_1/m_2$  si el campo gravitatorio en el punto (2, 0) m es nulo. 2) El módulo, dirección y sentido del momento angular de la masa  $m_2$  con respecto al origen de coordenadas si  $m_2 = 200$  kg y su velocidad es (0, 100) m/s Sol: 1)  $m_1/m_2=1/9$ ; 2) 160000  $\vec{k}$ kg m<sup>2</sup>/s
- 65) (C Sept 2010) Explica brevemente el significado de la velocidad de escape. ¿Qué valor adquiere la velocidad de escape en la superficie terrestre? Calcúlala utilizando exclusivamente los siguientes datos: el radio terrestre  $=6,4 \cdot 10^6$  m y la aceleración de la gravedad  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>. Sol: 11200m/s
- 66) (P Sept 2010) Un satélite se sitúa en órbita circular alrededor de la Tierra. Si su velocidad orbital es de 7,6  $\cdot 10^3$  m/s. calcula: a) El radio de la órbita y el periodo orbital del satélite. b) La velocidad de escape del satélite desde ese punto. Utilizar exclusivamente estos datos: aceleración de la gravedad en la superficie terrestre  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>; radio de la Tierra  $R = 6,4 \cdot 10^6$ m. Sol: 6,96  $\cdot 10^{10}$ m; 5745s; 2) 10748m/s
- 67) (P Jun 2011) Se quiere situar un satélite en órbita circular a una distancia de 450 km desde la superficie de la Tierra. A) Calcula la velocidad que debe tener el satélite en esa órbita. b) Calcula la velocidad con la que debe lanzarse desde la superficie terrestre para que alcance esa órbita con esa velocidad (supón que no actúa rozamiento alguno). Datos: Radio de la Tierra.  $R_T=6370$  km ; masa de la Tierra.  $M_T=5,9 \cdot 10^{24}$  kg ;  $G=6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup> Sol: a) 7596m/s; b) 8115m/s
- 68) (C Jun 2011) Suponiendo que el planeta Neptuno describe una órbita circular alrededor del Sol y que tarda 165 años terrestres en recorrerla, calcula el radio de dicha órbita. Datos:  $G=6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>; masa del Sol.  $M_s = 1.99 \cdot 10^30$  kg Sol: 4,5  $\cdot 10^{12}$ m
- 69) (P Sept 2011) La distancia entre el Sol y Mercurio es de 58  $\cdot 10^6$  km y entre el Sol y la Tierra es de 150  $\cdot 10^6$  km. Suponiendo que las órbitas de ambos planetas alrededor del Sol son circulares, calcula la velocidad orbital de: a) La Tierra. b) Mercurio. Justifica los cálculos adecuadamente. Sol: a) 29886m/s; b) 48061m/s.
- 70) (C Sept 2011) El Apolo 11 fue la primera misión espacial tripulada que aterrizó en la Luna. Calcula el campo gravitatorio en el que se encontraba el vehículo espacial cuando había recorrido 2/3 de la distancia desde la Tierra a la Luna (considera sólo el campo originado por ambos cuerpos). Datos: Distancia Tierra-Luna,  $d = 3,84 \cdot 10^5$  km; masa de la Tierra,  $M_T = 5,9 \cdot 10^{24}$  kg; masa de la Luna,  $M_L = 7,4 \cdot 10^{22}$  kg;  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>. Sol: -5,7  $\cdot 10^{-3}$   $\vec{i}$ N/kg

- 71) (C Jun 2012) El módulo del campo gravitatorio de la Tierra en su superficie es una constante de valor  $g_0$ . Calcula a qué altura  $h$  desde la superficie el valor del campo se reduce a la cuarta parte de  $g_0$ . Realiza primero el cálculo teórico y después el numérico, utilizando únicamente este dato: radio de la Tierra,  $R_T = 6370$  km. **Sol:  $R=R_T=6370$ km**
- 72) (C Jun 2012) Se sabe que la energía mecánica de la Luna en su órbita alrededor de la Tierra aumenta con el tiempo. Escribe la expresión de la energía mecánica de la Luna en función del radio de su órbita, y discute si se está alejando o acercando a la Tierra. Justifica la respuesta prestando especial atención a los signos de las energías. **Sol:  $E_m = -1/2 GMm/r$ ; Se está alejando.**
- 73) (P Sept 2012) La estación espacial internacional gira alrededor de la Tierra siguiendo una órbita circular a una altura  $h = 340$  km sobre la superficie terrestre. Deduce la expresión teórica y calcula el valor numérico de: a) La velocidad de la estación espacial en su movimiento alrededor de la Tierra. ¿Cuántas órbitas completa al día? b) La aceleración de la gravedad a la **altura a** la que se encuentra la estación espacial. Datos: Constante de gravitación universal  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ ; radio de la Tierra  $R = 6400$  km; masa de la Tierra  $M = 6 \cdot 10^{24}$  kg  
**Sol: a)  $7705 \text{ m/s}$ ;  $15,72$  vueltas /día; b)  $8,81 \text{ m/s}^2$**
- 74) (C Sept 2012) La velocidad de escape de un objeto desde la superficie de la Luna es de  $2375$  m/s. Calcula la velocidad de escape de dicho objeto desde la superficie de un planeta de radio 4 veces el de la Luna y masa 80 veces la de la Luna. **Sol:  $10621 \text{ m/s}$**
- 75) (P Jun 2013) En el mes de febrero de este año, la Agencia Espacial Europea colocó en órbita circular alrededor de la Tierra un nuevo satélite denominado Amazonas 3. Sabiendo que la velocidad de dicho satélite es de  $3072$  m/s, calcula: a) La altura  $h$  a la que se encuentra desde la superficie terrestre (en km). b) Su periodo (en horas). Datos: constante de gravitación universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ ; masa de la Tierra,  $M_T = 6 \cdot 10^{24}$  kg; radio de la Tierra,  $R_T = 6400$  km  
**Sol: a)  $3,6 \cdot 10^4 \text{ km}$ , b)  $24,1 \text{ hr}$**
- 76) (C Jun 2013) Para escalar cierta montaña, un alpinista puede emplear dos caminos diferentes, uno de pendiente suave y otro más empinado ¿Es distinto el valor del trabajo realizado por la fuerza gravitatoria sobre el cuerpo del montañero según el camino elegido? Razona la respuesta.  
**Sol: no**
- 77) (C Jul 2013) La energía cinética de una partícula se incrementa en  $1500$  J por la acción de una fuerza conservativa. Deduce razonadamente la variación de la energía mecánica y la variación de la energía potencial, de la partícula. **Sol:  $\Delta E_m = 0$ ;  $\Delta E_p = -1500 \text{ J}$**
- 78) (P Jul 2013) Tres planetas se encuentran situados, en un cierto instante, en las posiciones representadas en la figura, siendo  $a = 10^5$  m. Considerando que son masas puntuales de valores  $m_2 = m_3 = 2m_1 = 2 \cdot 10^{21}$  kg, calcula: El vector campo gravitatorio originado por los 3 planetas en el punto  $O(0,0)$  m. El potencial gravitatorio (energía potencial por unidad de masa) originado por los 3 planetas en el punto  $P(a,0)$  m. Datos: constante de gravitación universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$  **Sol: a)  $-6,67 \vec{i} \text{ N/kg}$ , b)  $-2,22 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$**
- 
- 79) (C Jun 2014) La Luna tarda 27 días y 8 horas aproximadamente en completar una órbita circular alrededor de la Tierra, con un radio de  $3,84 \cdot 10^5$  km. Calcula razonadamente la masa de la Tierra. Dato: constante de gravitación universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$  **Sol:  $6,01 \cdot 10^{24} \text{ kg}$**
- 80) (C Jun 2014) Nos encontramos en la superficie de la Luna. Ponemos una piedra sobre una báscula en reposo y ésta indica  $1,58$  N. Determina razonadamente la intensidad de campo gravitatorio en la superficie lunar y la masa de la piedra sabiendo que el radio de la Luna es 0,27 veces el radio de la Tierra y que la masa de la Luna es 1/85 la masa de la Tierra. Dato: aceleración de la gravedad en la superficie terrestre,  $g_{\text{TIERRA}} = 9,8 \text{ m/s}^2$  **Sol:  $1,58 \text{ m/s}^2$ ;  $1 \text{ kg}$**
- 81) (C Jul 2014) El planeta Tatooine, de masa  $m$ , se encuentra a una distancia  $r$  del centro de una estrella de masa  $M$ . Deduce la expresión de la velocidad del planeta en su órbita circular alrededor de la estrella y razona el valor que tendría dicha velocidad si la distancia a la estrella fuera  $4r$ .  
**Sol:  $v_2 = \frac{1}{2} v_1$**
- 82) (C Jul 2014) Un objeto de masa  $m_1 = 4m_2$  se encuentra situado en el origen de coordenadas, mientras que un segundo objeto de masa  $m_2$  se encuentra en un punto de coordenadas  $(9,0)$  m. Considerando únicamente la interacción gravitatoria y suponiendo que son masas puntuales, calcula razonadamente: a) El punto en el que el campo gravitatorio es nulo. b) El vector momento angular de la masa  $m_2$  con respecto al origen de coordenadas si  $m_2 = 100$  kg y su velocidad es  $\vec{v}(0,50) \text{ m/s}$ . **Sol: a)  $P(6,0) \text{ m}$ ; b)  $\vec{L} = 45000 \vec{k} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$**

- 83) (C Jun 2015) a) Deduce razonadamente la expresión de la velocidad de un cuerpo que se encuentra a una distancia  $r$  del centro de un planeta de masa  $M$  y gira a su alrededor siguiendo una órbita circular. b) Dos satélites, A y B, siguen sendas órbitas circulares con radios  $r_A$  y  $r_B=9r_A$ , respectivamente, ¿cuál de los dos se moverá con mayor velocidad? Razona la respuesta.

Sol: a)  $v = \sqrt{G \cdot M/r}$ , b)  $v_A=3v_B$

- 84) (C Jun 2015) Nuestra galaxia, la Vía Láctea, se encuentra próxima a la galaxia M33, cuya masa se estima que es 0,1 veces la masa de la primera. Suponiendo que son puntuales y están separadas por una distancia  $d$ , justifica razonadamente si existe algún punto entre las galaxias donde se anule el campo gravitatorio originado por ambas. En caso afirmativo, determina la distancia de ese punto a la Vía Láctea, expresando el resultado en función de  $d$ .

Sol:  $x = \sqrt{10} \cdot d / (1 + \sqrt{10})$

- 85) (C Jul 2015) Calcula a qué distancia desde la superficie terrestre se debe situar un satélite artificial para que describa órbitas circulares con un periodo de una semana. Datos: constante de gravitación universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ ; masa de la Tierra,  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ; radio de la Tierra,  $R_T = 6400 \text{ km}$

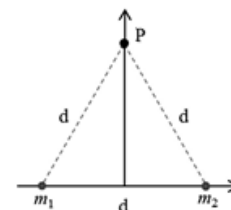
Sol:  $h=148151\text{km}$ .

- 86) (P Jul 2015) Un planeta tiene la misma densidad que la Tierra y un radio doble que el de ésta. Ambos planetas se consideran esféricos. a) Si una nave aterriza en dicho planeta, ¿cuál será su peso en comparación con el que la nave tiene en la Tierra? b) Obtén la velocidad de escape en dicho planeta, si la velocidad de escape terrestre es de  $11,2 \text{ km/s}$ .

Sol: a)  $p_P=2p_T$ , b)  $22,4 \text{ km/s}$ .

- 87) (P Jun 2016) Se sitúan dos cuerpos de masa  $m_1=2\text{kg}$  y  $m_2=4\text{kg}$  en dos vértices de un triángulo equilátero de lado  $d=2\text{m}$ . Calcula: a) El campo gravitatorio en el tercer vértice,  $P(0, \sqrt{3})\text{m}$ , debido a cada una de las masas y el campo total. b) La energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa  $m_3=5\text{g}$  situada en P y el trabajo necesario para trasladarla hasta el infinito. Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

Sol: a)  $(1,67 \cdot 10^{-11} \hat{i} - 8,66 \cdot 10^{-11} \hat{j}) \text{ N/kg}$ ; 2)  $10^{-12} \text{ J}$



- 88) (C Jun 2016) Deduce razonadamente la expresión que relaciona el radio y el periodo de una órbita circular. El planeta Júpiter tarda 4300 días terrestres en describir una órbita alrededor del Sol. Calcula el radio de esa órbita suponiendo que es circular. Datos: constante de gravitación universal  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ ; Masa del Sol  $= 1,97 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ .

Sol:  $7,755 \cdot 10^{11} \text{ m}$

- 89) (C Jul 2016) Deduce razonadamente la expresión de la velocidad de escape de un planeta de radio  $R$  y masa  $M$ . Calcula la velocidad de escape del planeta Marte, sabiendo que su radio es de  $3380 \text{ km}$  y su densidad media es de  $4000 \text{ kg/m}^3$ . Dato: constante de gravitación universal,  $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

Sol:  $5053 \text{ m/s}$

- 90) (C Jul 2016) ¿A qué altura desde la superficie terrestre, la intensidad del campo gravitatorio se reduce a la cuarta parte de su valor sobre dicha superficie? Razona la respuesta. Dato: radio de la Tierra,  $R_T=6370 \text{ km}$

Sol:  $h=R_T$

- 91) (C Jun 2017) Calcula razonadamente la velocidad de escape desde la superficie de un planeta cuyo radio es 2 veces el de la Tierra y su masa es 8 veces la de la Tierra. Dato: velocidad de escape desde la superficie de la Tierra,  $v=11,2 \text{ km/s}$ .

Sol:  $22,4 \text{ km/s}$

- 92) (C Jun 2017) Un esquiador puede utilizar dos rutas diferentes para descender entre un punto inicial y otro final. La ruta 1 es rectilínea y la 2 es sinuosa y presenta cambios de pendiente. ¿Es distinto el trabajo debido a la fuerza gravitatoria sobre el esquiador según el camino elegido? Justifica la respuesta.

Sol: No

- 93) (C Jul 2017) Deduce la expresión de la velocidad de un planeta en órbita circular alrededor del Sol, en función de la masa del Sol y del radio de la órbita. Suponiendo que Marte sigue una órbita circular, con un radio de  $2,3 \cdot 10^8 \text{ km}$ , a una velocidad  $v = 8,7 \cdot 10^4 \text{ km/h}$ , calcula de forma razonada la masa del Sol. Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

Sol:  $2,014 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

- 94) (C Jul 2017) Determina razonadamente la relación  $g_M/g_T$ , donde  $g_M$  es la intensidad del campo gravitatorio en la superficie de Marte y  $g_T$  la de la Tierra, sabiendo que la masa de Marte es 0,11 veces la de la Tierra y que su radio es 0,53 veces el terrestre. Un cuerpo que en la Tierra pesa  $2,6 \text{ N}$ , ¿cuánto pesará en Marte?

Sol:  $g_M/g_T=0,3916$ ;  $1,018 \text{ N}$

- 95) (C Jun 2018) Deduce razonadamente la expresión que permite calcular el radio de una órbita circular descrita por un planeta alrededor de una estrella de masa  $M$ , conociendo la velocidad orbital del planeta. Supongamos dos planetas cuyas velocidades orbitales alrededor de la misma estrella son  $v_1$  y  $v_2$ , siendo  $v_1 > v_2$ . ¿Qué planeta tiene el radio orbital mayor? Razona la respuesta.

Sol:  $r_2 > r_1$

- 96)** (C Jun 2018) Tau Ceti es una estrella que, como nuestro Sol, tiene un sistema planetario. La masa de ese sistema solar es 0,7 veces la masa del nuestro. Considerando ambos sistemas como dos masas puntuales separadas una distancia  $d$ , calcula el punto donde se anula el campo gravitatorio originado exclusivamente por dichas masas. Calcula primero la posición del punto en función de  $d$  y realiza después el cálculo numérico en km sabiendo que  $d=12$  años luz.  
Dato: velocidad de la luz en el vacío,  $c=3 \cdot 10^8$  m/s **Sol:  $6,18 \cdot 10^{13}$  km**
- 97)** (P Jul 2018) Un planeta, de masa  $M=0,86 M_{\text{TIERRA}}$  y radio un 4% mayor que el de la Tierra, orbita alrededor de la estrella TRAPPIST-1. Calcula: a) El peso de un astronauta en la superficie del planeta si su peso en la superficie terrestre es de 800 N. b) La expresión de la velocidad de escape del planeta. Realiza el cálculo numérico sabiendo que la velocidad de escape de la Tierra es de 11,2 km/s. **Sol: a) 636,09N b) 10,19 km/s**
- 98)** (C Jul 2018) Deduce razonadamente la expresión que relaciona el periodo de una órbita circular con su radio. El radio de la órbita terrestre es de  $1,5 \cdot 10^{11}$  m y el de la órbita de Urano es de  $2,9 \cdot 10^{12}$  m. . Calcula el periodo orbital de Urano, suponiendo que la órbita de los planetas alrededor del Sol es circular. **Sol: 85 años terrestres**
- 99)** (C Jun 2019) Sobre un cuerpo sólo actúan fuerzas gravitatorias. Al trasladarse el cuerpo entre dos puntos, A y B, su energía potencial gravitatoria aumenta en 2000J. ¿Cuál es el valor del trabajo que realizan las fuerzas conservativas que actúan sobre el cuerpo? ¿En cuál de los dos puntos su velocidad es mayor? **Sol: -2000 J. V mayor en A.**
- 100)** (P Jun 2019) Un satélite artificial de la Tierra tiene una velocidad de 4,2 km/s en una determinada órbita circular. Calcula: a) Las expresiones del radio de la órbita y del periodo del movimiento, así como sus valores numéricos. b) La velocidad con la que debe lanzarse el satélite desde la superficie terrestre para situarlo en dicha órbita. **Sol: a)  $2,27 \cdot 10^7$  m, 33939s b) 10365m/s**  
Datos: constante de gravitación universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>; masa de la Tierra,  $M_T = 6 \cdot 10^{24}$  kg; radio de la Tierra,  $R_T = 6400$  km
- 101)** (C Jul 2019) Explica brevemente el concepto de velocidad de escape de un planeta y deduce su expresión en función del radio  $R$  del planeta y de la aceleración de la gravedad en su superficie,  $g_0$ .
- 102)** (P Jul 2019) Se sitúan dos masas puntuales de 1 kg en las posiciones (-3,0)m y (3,0)m de un sistema de coordenadas cartesianas. Calcula para el punto (0,4)m : a) Los vectores campo gravitatorio que generan cada una de ellas y el vector campo gravitatorio total. Razona si existe algún punto de esta configuración donde se anula el campo gravitatorio y en caso afirmativo identifícalo. b) El potencial gravitatorio debido a cada una de las masas y el potencial total. Razona si existe algún punto donde el potencial gravitatorio se anula .Dato: constante de gravitación universal,  $G= 6,67 \cdot 10^{-11}$  S.I. **Sol: a)  $-4,26 \cdot 10^{-12}$  N/kg; en (0,0) b)  $-2,67 \cdot 10^{-11}$  J/kg; No**
- 103)** (C Jul 2020) Entre un cuerpo de masa  $m$  y otro de masa  $M > m$  (ambas puntuales) existe solo la interacción gravitatoria. ¿es la fuerza gravitatoria que ejerce  $M$  sobre  $m$  mayor que la que ejerce  $m$  sobre  $M$ ? ¿es la aceleración de ambos cuerpos igual en módulo? ¿y en dirección y sentido? Razona adecuadamente las respuestas. **Sol: Igual F en módulo, distinta a,**
- 104)** (P Jul 2020) Syncom 3 fue un satélite de telecomunicaciones de masa 40 kg, que describía órbitas circulares a una altura de 35800 km sobre la superficie terrestre. a) Deduce la expresión de la velocidad orbital de un satélite y calcula el valor en este caso, así como el periodo de la órbita (en horas). b) Calcula las energías potencial y cinética del satélite en su movimiento por dicha órbita. Calcula la energía que se debe aportar al satélite para que se sitúe en una órbita en la que su energía mecánica sea  $E = -9,5 \cdot 10^7$  J.  
Datos: constante de gravitación universal,  $G=6,67 \cdot 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>·kg<sup>-2</sup>; masa de la Tierra,  $M_T=6 \cdot 10^{24}$  kg; radio de la Tierra,  $R_T=6,4 \cdot 10^6$  m **Sol: a) 3080m/s, 23,92h. b)  $9,47 \cdot 10^7$  J**
- 105)** (C Sept 2020) Escribe la expresión del trabajo de una fuerza y su relación con la energía potencial si la fuerza es conservativa. Un satélite gira alrededor de la Tierra siguiendo una órbita circular. Razona qué trabajo realiza la fuerza gravitatoria cuando el satélite recorre un cuarto de la órbita. ¿Y si recorre una órbita completa?
- 106)** (P Sept 2020) El proyecto Starlink ha colocado en órbita circular alrededor de la Tierra unos 300 satélites para comunicaciones, que son fácilmente visibles desde la superficie de la Tierra. Sabiendo que la velocidad de uno de dichos satélites es de 7,6 km/s: a) Calcula la altura  $h$  a la que se encuentra desde la superficie terrestre (en kilómetros). b) ¿Cuántas órbitas circulares completas describe el satélite en un día?  
Datos: constante de gravitación universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>; masa de la Tierra,  $M_T = 6 \cdot 10^{24}$  kg; radio de la Tierra,  $R_T = 6400$  km **Sol: a) 528,7 km. b) 15**

- 107)** (C Jun 2021) Un cuerpo que se encuentra en un campo gravitatorio se mueve entre dos puntos A y B de una superficie equipotencial ¿qué trabajo realiza la fuerza gravitatoria para mover el cuerpo entre A y B? Si la energía potencial del cuerpo en B es de  $-800 \text{ J}$  y seguidamente pasa del punto B a un punto C, donde su energía potencial es de  $-1000 \text{ J}$ , discute si su energía cinética es mayor en B o en C. **Sol: a) 0, mayor en C**
- 108)** (P Jun 2021) La masa del planeta K2-72 es 2,21 veces la masa de la Tierra y su radio es 1,29 veces el radio de la Tierra. a) ¿Cuál es el valor de la intensidad de campo gravitatorio en la superficie de K2-72? ¿Cuál es la fuerza gravitatoria que K2-72 ejerce sobre una persona de  $70 \text{ kg}$  en reposo sobre su superficie? b) Determina la distancia desde el centro de K2-72 para la cual la intensidad de campo gravitatorio es 0,16 veces el valor en su superficie. Deduce y calcula la velocidad que tendría un satélite en órbita circular a dicha distancia.  
 Datos: campo gravitatorio de la Tierra en su superficie,  $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$ ; radio terrestre,  $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$  **Sol: a)  $13 \text{ m/s}^2$ ,  $910 \text{ N}$ . b)  $2 \cdot 10^7 \text{ m}$ ,  $6450 \text{ m/s}$**
- 109)** (C Jul 2021) Explica qué se entiende por fuerza conservativa y su relación con el concepto de energía potencial ¿Es lo mismo la energía potencial gravitatoria que el potencial gravitatorio? ¿En qué unidades del SI se mide cada una de estas dos magnitudes? Justifica las respuestas a partir de sus definiciones.
- 110)** (P Jul 2021) La Estación Espacial Internacional tiene una masa  $m = 4 \cdot 10^5 \text{ kg}$  y describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura sobre su superficie  $h = 400 \text{ km}$ . a) Calcula las energías potencial, cinética y mecánica de la Estación en su movimiento por dicha órbita. b) Calcula la energía que se debe aportar a la estación para que se sitúe en una órbita en la que su energía mecánica sea  $E = -2 \cdot 10^{12} \text{ J}$ . Calcula su velocidad en dicha órbita. Datos: constante de gravitación universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; masa de la Tierra,  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ; radio de la Tierra,  $R_T = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$ . **Sol: a)  $-2,4 \cdot 10^{13} \text{ J}$ ,  $1,2 \cdot 10^{13} \text{ J}$ ,  $-1,2 \cdot 10^{13} \text{ J}$ . b)  $10^{13} \text{ J}$ ,  $3160 \text{ m/s}$**
- 111)** (C Jun 2022) Deduce razonadamente la expresión de la velocidad de un satélite que gira alrededor de un planeta en una órbita circular y también la de la velocidad mínima necesaria para que se aleje indefinidamente desde la órbita en la que se encuentra. Supongamos que un satélite orbita a una distancia  $r$  de un planeta y se propulsa instantáneamente, de forma que su velocidad pasa a ser 1,5 veces la velocidad orbital, ¿continuará dicho planeta en alguna órbita o se alejará indefinidamente del planeta? Justifica la respuesta. **Sol: se alejará indefinidamente**
- 112)** (P Jun 2022) Un planeta de radio  $R_P = 5000 \text{ km}$  que tiene una intensa actividad volcánica, emite fragmentos en las erupciones que pueden llegar a orbitar circularmente a una altura  $h = 400 \text{ km}$ , donde el campo gravitatorio del planeta vale  $g = 7 \text{ m/s}^2$ . a) Deduce las expresiones de la velocidad orbital y de la energía mecánica de un fragmento de masa  $m = 2 \text{ kg}$  que se encuentra en dicha órbita y calcula también sus valores numéricos. b) Calcula el campo gravitatorio en la superficie del planeta y la velocidad con la que el fragmento ha sido emitido desde dicha superficie. **Sol: a)  $6148 \text{ m/s}$ ,  $-3,78 \cdot 10^7 \text{ J}$ . b)  $8,16 \text{ m/s}^2$ ,  $6621,8 \text{ m/s}$**
- 113)** (C Jul 2022) El potencial gravitatorio en un punto situado a una distancia  $r$  del centro de un planeta es  $V = -9,1 \cdot 10^8 \text{ J/kg}$ . La intensidad de campo en la superficie del planeta es  $g_0 = 26 \text{ m/s}^2$  y el radio del planeta es  $R = 7 \cdot 10^4 \text{ km}$ . Deduce una relación que proporcione la distancia  $r$  en función de  $V$ ,  $R$  y  $g_0$  y calcula el valor de  $r$ . **Sol:  $1,4 \cdot 10^8 \text{ m}$**
- 113)** (C Jul 2022) Deduce la relación entre la energía mecánica de un satélite y el radio de su órbita circular alrededor de un planeta. Dos satélites, A y B, de igual masa siguen órbitas circulares, uno con energía mecánica  $E_A = -4 \cdot 10^{10} \text{ J}$  y otro con  $E_B = -2 \cdot 10^{10} \text{ J}$ . Razona cuál de los dos satélites tiene mayor energía cinética y cuál se encuentra más lejos del planeta. **Sol:  $E_C = 2 \cdot E_B$ ,  $r_B = 2 \cdot r_A$**
- 114)** (P Jul 2022) Una sonda espacial de masa  $800 \text{ kg}$  se coloca en órbita circular de radio  $6500 \text{ km}$  alrededor de Venus. Si la energía cinética de la sonda es de  $2 \cdot 10^{10} \text{ J}$ : a) Deduce la expresión de la velocidad orbital de la sonda y calcula la masa de Venus. b) Si Venus es un planeta esférico de densidad  $\rho = 5,24 \text{ g/cm}^3$  obtén la altura, en kilómetros, a la que hay que situar un cuerpo para que la fuerza de atracción gravitatoria que realiza Venus sobre este cuerpo sea un 36% menor que la ejercida en su superficie. Dato: constante de gravitación universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ . **Sol: a)  $4,87 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ; b)  $1510 \text{ km}$**