

**CINEMÁTICA 4<sup>º</sup>ESO**  
**MAGNITUDES**

**IES EL CLOT**



Procedencia: FisQuiWeb

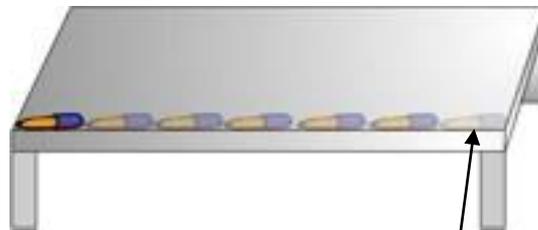
**Magnitud** es todo aquello que puede ser medido. Por ejemplo una longitud, la temperatura, la intensidad de corriente, la fuerza... etc.

**Medir** una magnitud consiste en compararla con otra de la misma especie (elegida arbitrariamente) llamada **unidad** y ver cuantas veces está contenida dicha unidad en la magnitud medida.

Ejemplo.

Si tratamos de medir la longitud de una mesa (magnitud), deberemos primero elegir una unidad de medida y ver después cuántas veces esa unidad está contenida en la magnitud a medir.

**El resultado de la medida debe ser, por tanto, el resultado numérico y la unidad empleada en la medición.**



Para medir la longitud de la mesa se ha elegido como unidad de medida "el boli". Miramos cuántas veces el bolígrafo está contenida en la mesa. El resultado es **7 bolis**.

Aunque existe un número muy grande de magnitudes y se puede elegir para su medida una cantidad enorme de unidades, la medida de cualquier magnitud se reduce a la medida de un número muy pequeño de magnitudes llamadas magnitudes fundamentales.

El **Sistema Internacional de Unidades (S.I.)**, creado en 1960, es el sistema mundialmente aceptado. Está basado en el Sistema Métrico y consta de siete magnitudes fundamentales y sus correspondientes unidades de medida (todas basadas en fenómenos físicos fundamentales, excepto la unidad de masa: el kilogramo)

Sistema Internacional de Unidades (S.I)			
Magnitud fundamental	Símbolo	Unidad	Símbolo
Longitud	L	Metro	m
Masa	M	Kilogramo	kg
Tiempo	T	Segundo	s
Intensidad de corriente	I	Amperio	A
Temperatura	θ	Kelvin	K
Cantidad de sustancia	N	Mol	mol
Intensidad luminosa	J	Candela	cd

## MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES

La gran variedad de cosas medibles (magnitudes) se pueden clasificar en dos grandes grupos:

- Magnitudes que sólo requieren dar su valor. Por ejemplo 5,0 g ; 25 ° C ; 54,65 s... Son las llamadas **magnitudes escalares**.
- Magnitudes que para estar correctamente especificadas se requiere conocer:

**Su valor o módulo.**

**Su dirección** (representada por una recta)

**Su sentido** (que se representa por una punta de flecha)

Son las llamadas **magnitudes vectoriales** que usan para su representación flechas o vectores. Son ejemplos de este tipo, la velocidad, la aceleración o las fuerzas.

### Igualdad de dos vectores:

Dos vectores son iguales si tienen el mismo módulo, la misma dirección y el mismo sentido.

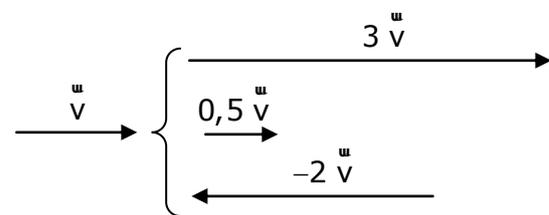
### Producto de un escalar (número) por un vector

Es un vector:

- De módulo el producto del número por el módulo del vector.
- Dirección, la del vector.
- Sentido, el mismo del vector si el número es positivo y contrario si es negativo.

Al multiplicar un número por un vector obtenemos otro vector de la misma dirección y sentido que el primero (si el número es positivo), pero mayor o más pequeño. O bien, un vector (mayor o más pequeño) que apunta en sentido contrario al dado (si el número es negativo)

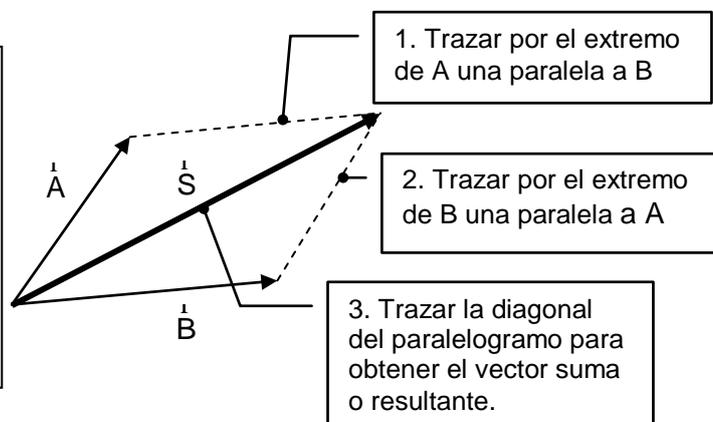
Ejemplos:



### Suma de vectores

Al sumar dos vectores se obtiene otro vector (vector suma o resultante).

**Para obtener el vector suma es necesario recurrir a lo que se conoce como "regla del paralelogramo"**. Esto es, se construye un paralelogramo que tenga los vectores como lados y se traza la diagonal del mismo para obtener el vector suma.



### Importante:

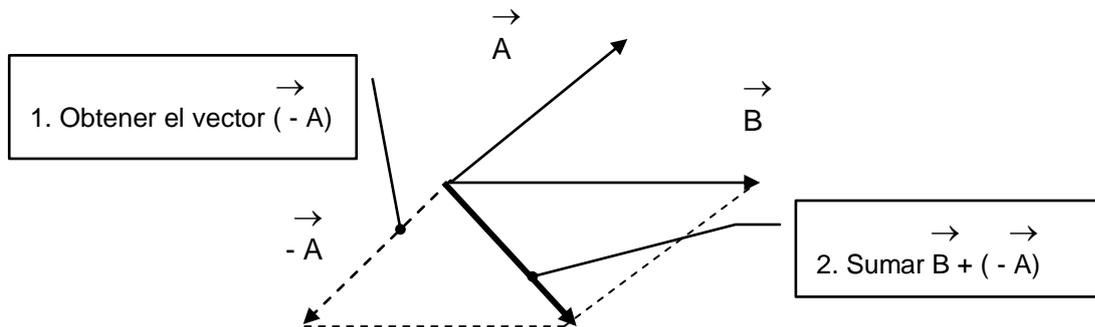
El vector suma  $\vec{S}$  produce el mismo efecto actuando él solo que los vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  actuando a la vez, luego a la hora de hacer cálculos podemos emplear  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$ , o solo  $\vec{S}$  y obtendremos idéntico resultado.

**Resta de vectores**

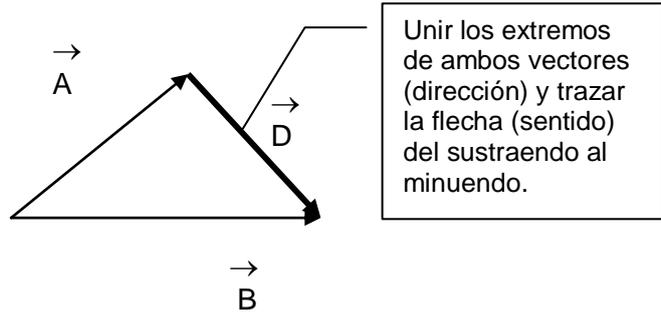
**Al restar dos vectores se obtiene otro vector.**

Para obtener el vector resta o diferencia se puede usar la regla del paralelogramo, teniendo en cuenta que la diferencia puede ser considerada como la suma de un vector y su opuesto:

$$\vec{B} - \vec{A} = \vec{B} + (-\vec{A})$$



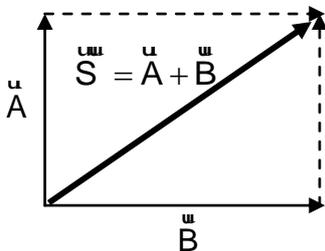
... aunque existe un procedimiento abreviado:



**Si los vectores son perpendiculares:**

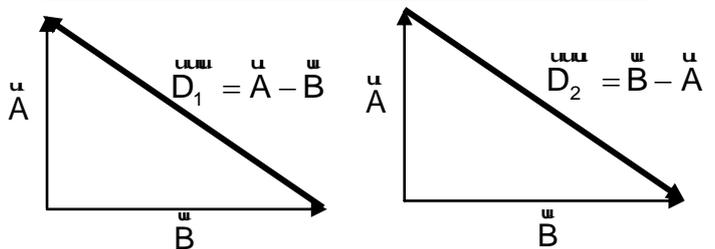
**Para SUMAR**

Construir el paralelogramo y trazar la diagonal



**Para RESTAR**

Unir los extremos de ambos vectores y asignar como sentido del vector diferencia el que va del sustraendo al minuendo.



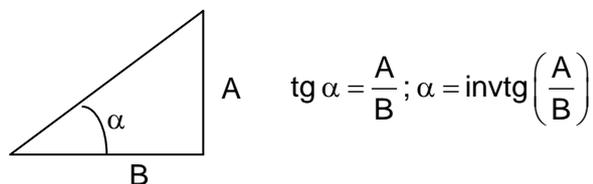
Observa que  $\vec{A} - \vec{B} \neq \vec{B} - \vec{A}$  ya que son vectores que tienen el mismo módulo, la misma dirección, pero sentidos contrarios.

Tanto para la suma como para la resta. Si queremos obtener el valor del vector resultante, tendremos que hacer:

$$S^2 = A^2 + B^2 ; S = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$D^2 = A^2 + B^2 ; D = \sqrt{A^2 + B^2}$$

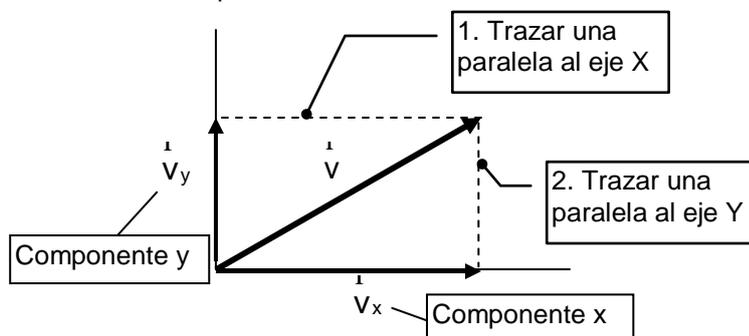
Si queremos saber el ángulo que forma con el eje x podemos utilizar la función tangente:



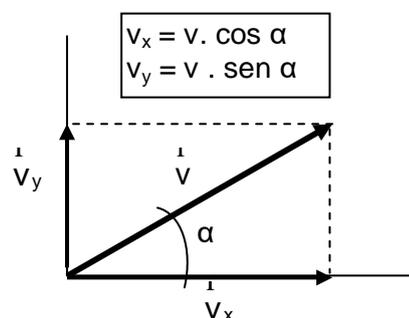
### Componentes de un vector

Siempre podemos descomponer un vector en sus dos componentes. Es decir, **obtener otros dos vectores perpendiculares que, actuando a la vez, produzcan el mismo efecto que el vector considerado actuando solo.**

Descomposición de un vector en sus componentes:



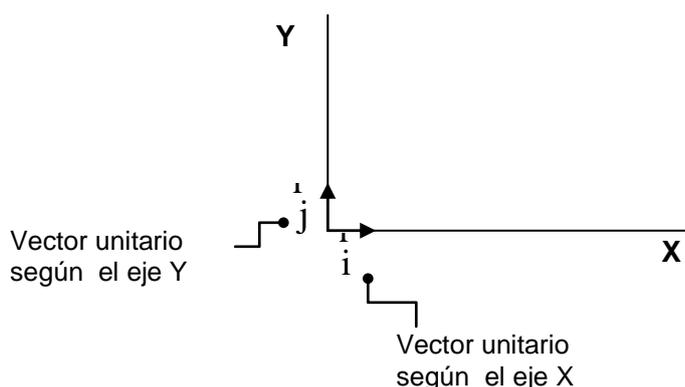
Para obtener el valor (módulo) de las componentes:



### Expresión de un vector en función de los vectores unitarios

Aprovechando el concepto de producto de un escalar por un vector se pueden obtener una notación muy útil para representar los vectores.

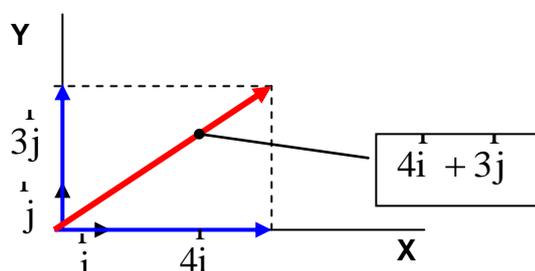
Se definen en primer lugar los llamados **vectores unitarios**. Esto es, unos vectores que tienen módulo uno (1), cuya dirección es la de los ejes coordenados y su sentido el sentido positivo de éstos.

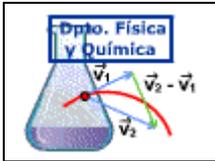


Usando estos vectores es muy fácil escribir vectores cuya dirección sea la de los ejes coordenados. Para ello recordamos el producto de un vector por un escalar:

- $3\mathbf{i}$  Vector de módulo 3 que apunta en la dirección positiva del eje X.
- $-2\mathbf{i}$  Vector de módulo 2 que apunta en la dirección negativa del eje X.
- $4\mathbf{j}$  Vector de módulo 4 que apunta en la dirección positiva del eje Y.
- $-3\mathbf{j}$  Vector de módulo 3 que apunta en la dirección negativa del eje Y.

... y ahora (recordando el significado de la suma de dos vectores) resulta muy sencillo expresar cualquier otro vector como suma de dos vectores mutuamente perpendiculares:



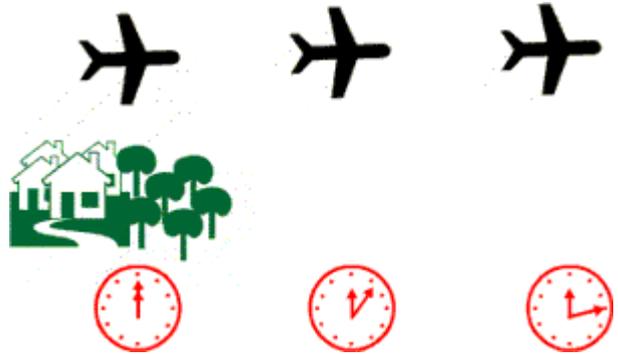


## EL MOVIMIENTO. CONCEPTOS BÁSICOS

A la hora de estudiar el movimiento de un cuerpo el primer problema con que nos encontramos está en determinar, precisamente, si se está moviendo o no. Aunque la cuestión es, aparentemente, de fácil respuesta realmente no es así:

### 1. ¿Cómo sabemos que un cuerpo se está moviendo?

Para determinar el movimiento de un objeto hemos de tomar un sistema de referencia (que podemos considerar fijo) y observar la posición del cuerpo respecto de dicho sistema de referencia. Si su posición cambia con el tiempo, decimos que ese objeto se mueve **respecto del sistema de referencia tomado**. En la imagen de la derecha, un observador concluye que el avión se mueve respecto del sistema de referencia (que supone fijo) formado por las casas situadas a la izquierda.

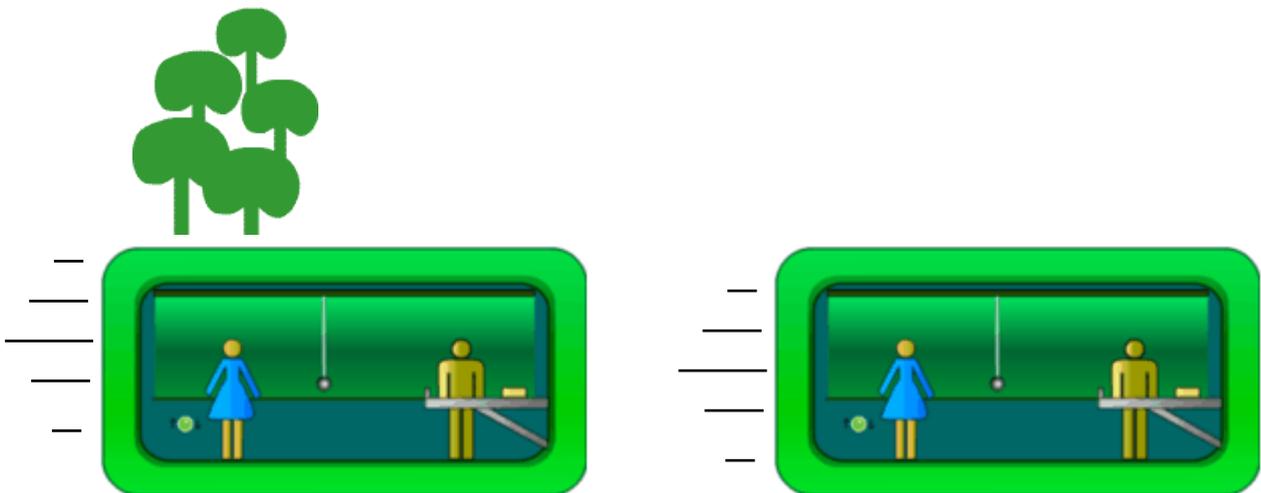


Pero las cosas no son tan sencillas como pueden parecerlo en un principio.



La pareja que observamos en la imagen de la izquierda, está situada en el interior de un vagón de tren (laboratorio) y concluye que están en reposo, ya que si toman como referencia el interior de su vagón, su posición no cambia con el tiempo.

Sin embargo, un observador situado fuera podría observar como los ocupantes del vagón se mueven respecto de otro sistema de referencia situado en el exterior (árboles situados al fondo)



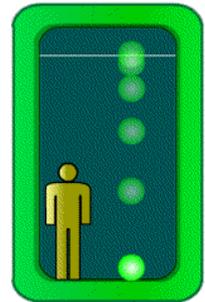
De lo discutido hasta aquí podemos concluir que **el movimiento es siempre relativo. Un cuerpo se mueve o permanece en reposo respecto del sistema de referencia tomado.**

En el universo es imposible seleccionar un sistema de referencia que esté absolutamente en reposo (la Tierra se mueve alrededor del Sol, éste alrededor del centro de la Vía Láctea, nuestra galaxia también se mueve alrededor del llamado cúmulo de Virgo... etc.), luego el reposo absoluto no existe.

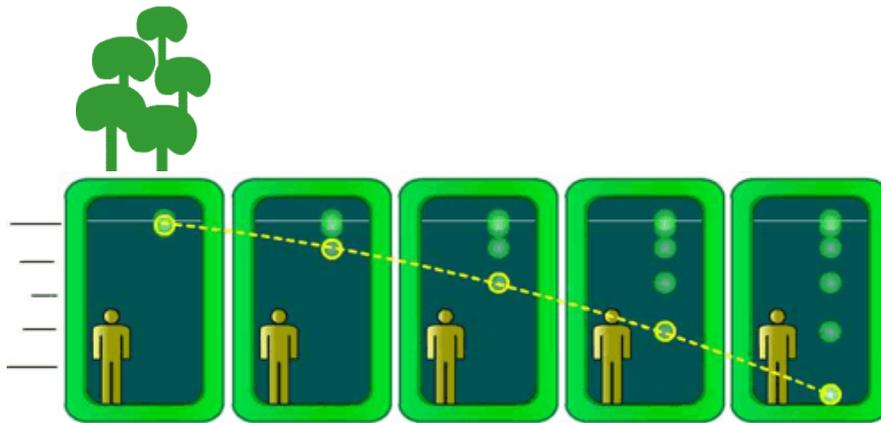
### 2. ¿Cómo se mueve un cuerpo?

**El movimiento del cuerpo también depende del sistema de referencia desde el cual se observe.**

Si observamos la caída de un cuerpo desde el interior del laboratorio mostrado en la figura de la derecha observaremos que **la trayectoria** (o camino seguido por el cuerpo) es en línea recta hacia abajo y con velocidad creciente.

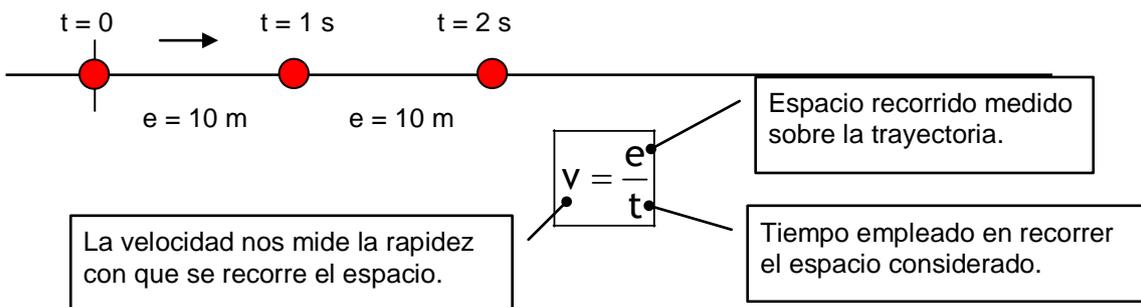


Si realizamos la misma observación desde un sistema de referencia situado en el exterior, respecto del cual el laboratorio se mueva, el resultado de la observación será el que se muestra en la figura de abajo (donde se han puesto una a continuación de otra lo que podrían ser fotografías del laboratorio tomadas a intervalos regulares de tiempo), ya que ahora a la vez que el objeto cae, se desplaza hacia la derecha. Su trayectoria será ahora una parábola (línea de puntos). Ambas descripciones son correctas.

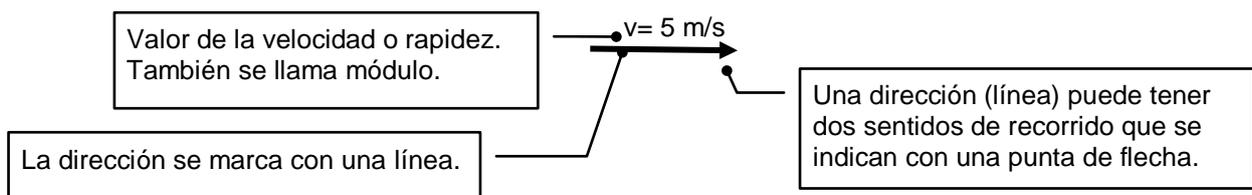


### 3. ¿Cómo medir la rapidez con la que un cuerpo se mueve?

Para medir lo rápido que un cuerpo se mueve dividimos la distancia recorrida entre el tiempo empleado en recorrerla. A la rapidez se le denomina, en la vida diaria, **velocidad**:



La velocidad así definida está incompleta ya que para definirla correctamente hemos de decir, además de su valor, en qué dirección y sentido se mueve el cuerpo. **La velocidad es una magnitud vectorial.**



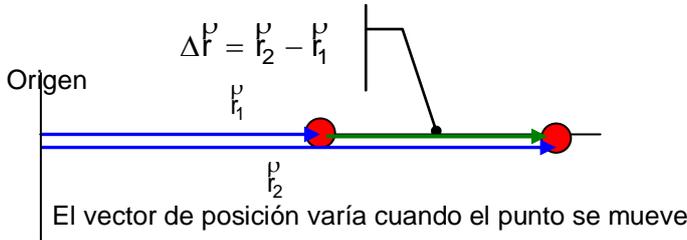
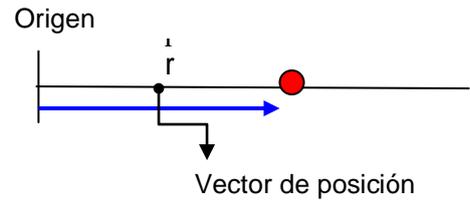
**La unidad de velocidad en el S.I. es el m/s**, aunque en la vida diaria se utiliza mucho el km/h. Para pasar de una unidad a otra podemos utilizar factores de conversión.

Pasar 100 km/h a m/s:  $100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 27,78 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Pasar 50 m/s a km/h:  $50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 180 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

### 4. ¿Dónde está el cuerpo?

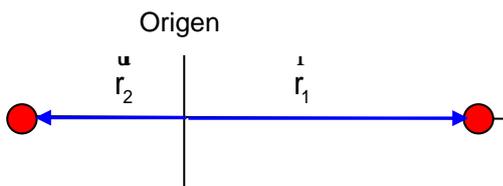
Para fijar la posición de un punto que se mueve se utiliza un vector, llamado **vector de posición**, que tiene el origen en el origen de espacios y su extremo coincide con la posición del punto.



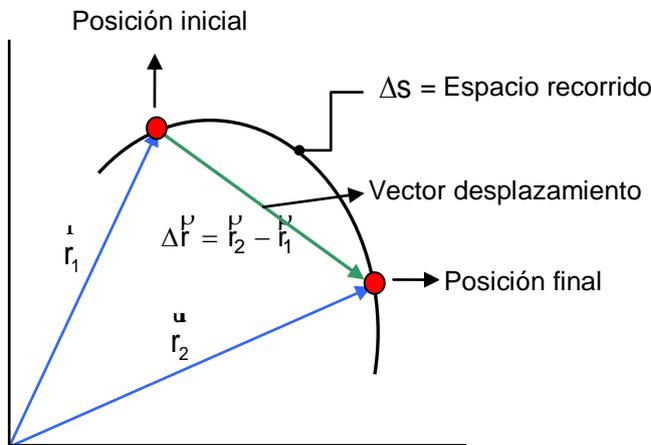
El vector diferencia de los dos vectores de posición (el del punto inicial y el punto final) se denomina **vector desplazamiento**.

En un movimiento rectilíneo el desplazamiento se obtiene restando la posición inicial y la final.

Si hay cambio en el sentido del movimiento, el espacio recorrido y el desplazamiento no serán iguales.



Si el cuerpo se sitúa a la derecha del origen, el desplazamiento suele considerarse positivo y negativo cuando se sitúa hacia la izquierda.

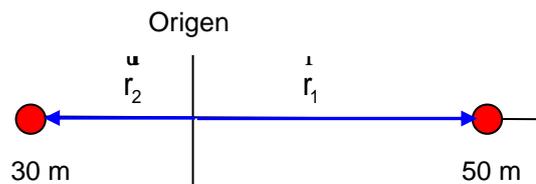


Si la trayectoria no es recta el desplazamiento y el espacio recorrido no coinciden.

### Ejemplo

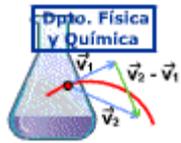
El punto del esquema se mueve inicialmente hacia la derecha. Cuando alcanza los 50 m invierte su sentido moviéndose hacia la izquierda. Determinar:

- a) Posición en el máximo desplazamiento hacia la derecha y posición final.
- b) Espacio recorrido.
- c) Desplazamiento (respecto del origen)



### Solución:

- a) Posición máx. desplazamiento hacia la derecha: 50 m a la derecha: +50 m.  
Posición final: 30 m hacia la izquierda: - 30 m.
- b) Esp. recorrido: 50 m (hacia la derecha)+50 m (hacia la izquierda)+30 m (hacia la izquierda)=130 m.
- c) Desplazamiento (respecto del origen): 30 m hacia la izquierda: - 30 m.



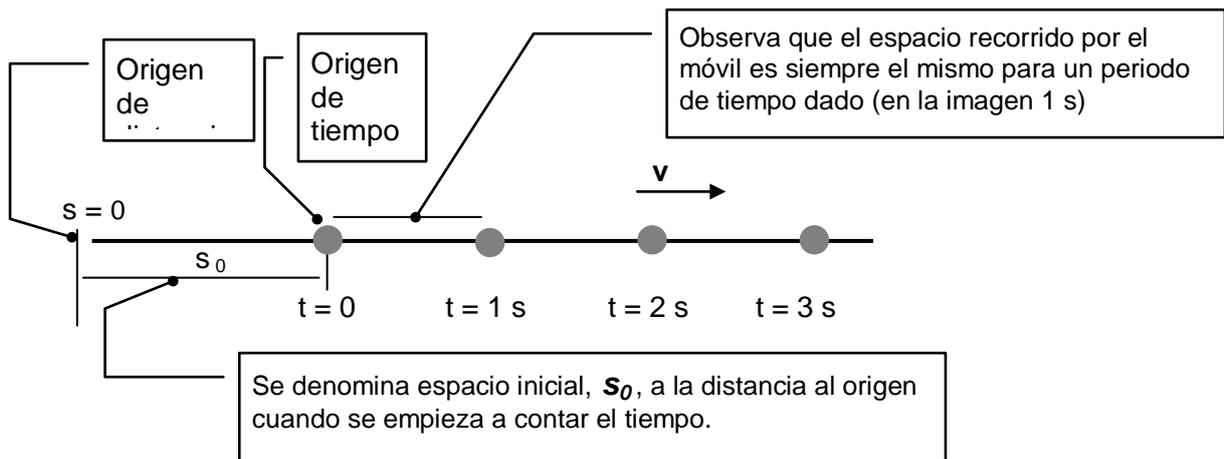
## MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y UNIFORME

Se define el movimiento rectilíneo y uniforme como aquel en el que:

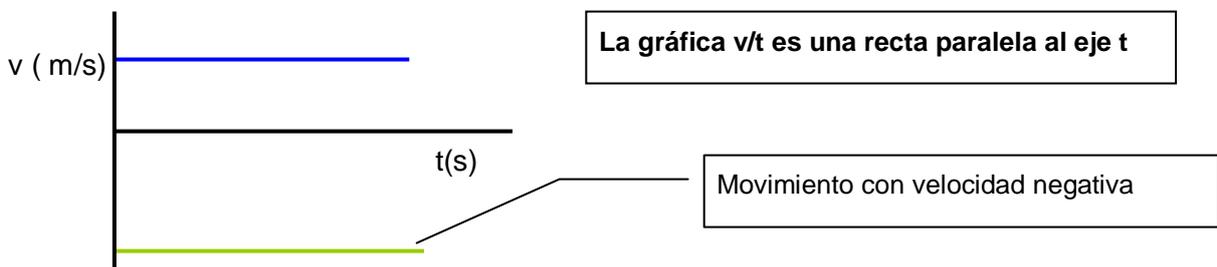
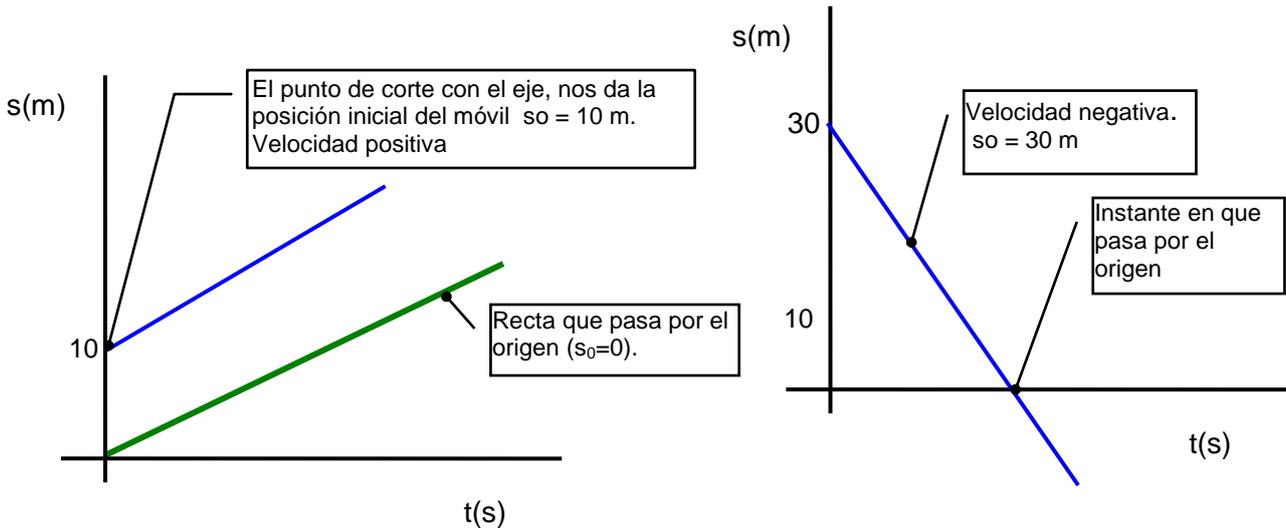
- **La trayectoria es una recta**
- **El valor de la velocidad permanece invariable.**

Ecuaciones:  $v = cte$   
 $s = s_0 + v t$

$s$  da la distancia al origen, que no tiene por qué coincidir con el espacio recorrido



La gráfica  $s/t$  es una línea recta. La inclinación (pendiente) nos da la velocidad. El punto de corte con el eje vertical da  $s_0$



**Para escribir la ecuación correspondiente a un movimiento rectilíneo y uniforme:**

- Determina el valor de  $s_0$ .
- Determina el valor de la velocidad
- Adapta las ecuaciones generales del movimiento al caso particular que estudias poniendo los valores de  $s_0$  y  $v$ .

**Ejemplo 1**

Un cuerpo que se mueve con velocidad constante de 3 m/s, se encuentra situado a 15 m a la derecha del origen cuando comienza a contarse el tiempo. Escribe las ecuaciones que describen su movimiento:

**Solución:**

Ecuaciones generales para el movimiento. rectilíneo y uniforme:

$$\begin{aligned} v &= \text{cte.} \\ s &= s_0 + v t \end{aligned}$$

Valores de  $s_0$  y  $v$  para este caso:  $s_0 = 15 \text{ m}$  ;  $v = 3 \text{ m/s}$

Ecuaciones particulares para este movimiento:

$$\begin{aligned} v &= 3 \\ s &= 15 + 3 t \end{aligned}$$

**Ejemplo 2**

Un cuerpo se mueve hacia el origen con velocidad constante de 2,3 m/s. Si inicialmente se encuentra a una distancia de 100 m de éste ¿cuánto tardará en pasar por él?

Esquema del movimiento:



Ecuaciones generales para el mov. rectilíneo y uniforme:

$$\begin{aligned} v &= \text{cte.} \\ s &= s_0 + v t \end{aligned}$$

Valores de  $s_0$  y  $v$  para este caso:  $s_0 = 100 \text{ m}$  ;  $v = - 2,3 \text{ m/s}$

Ecuaciones particulares para este movimiento:

$$\begin{aligned} v &= - 2,3 \\ s &= 100 - 2,3 t \end{aligned}$$

Cuando pasa por el origen  $s = 0$ , luego:

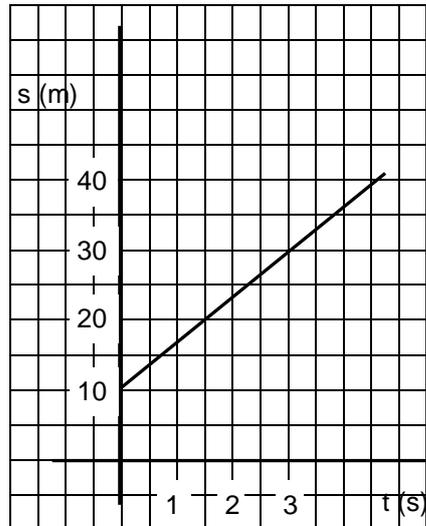
$$0 = 100 - 2,3 t ;$$

$$t = \frac{100}{2,3} = 43,5 \text{ s}$$

**Ejemplo 3**

Se ha estudiado el movimiento de un cuerpo obteniéndose como resultado la gráfica que se muestra.

- ¿Cuáles son las ecuaciones que describen su movimiento?
- ¿A qué distancia del origen se encuentra cuando pasen 5,4 s?



**Solución:**

Ecuaciones generales para el mov. rectilíneo y uniforme:

$$v = \text{cte.}$$

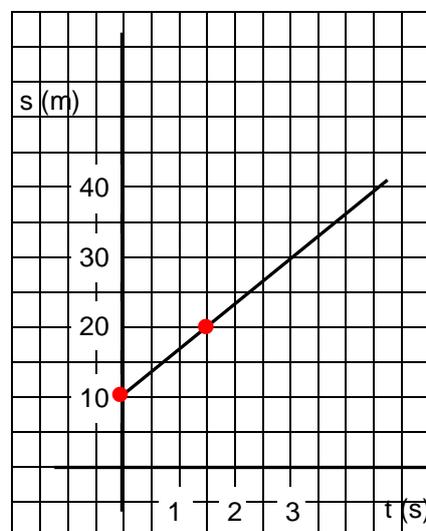
$$s = s_0 + v t$$

Valores de  $s_0$  y  $v$  para este caso:

$s_0 = 10$  m (leído en la gráfica: punto de corte con el eje vertical)

Para saber el valor de la velocidad se calcula la pendiente de la recta. Para ello se toman dos puntos de lectura fácil (ver gráfica) y se calcula la pendiente de la siguiente manera:

$$v = \frac{(20 - 10) \text{ m}}{(1,5 - 0) \text{ s}} = 6,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Ecuaciones particulares para este movimiento:

$$v = 6,7$$

$$s = 10 + 6,7 t$$

Valor de  $s$  cuando  $t = 5,4$  s :  $s_{(t=5,4)} = 10 + 6,7 \cdot 5,4 = 46,2$  m

**Ejemplo 4**

El movimiento de un cuerpo obedece a la ecuación siguiente:  $s = -12 + 5t$ .

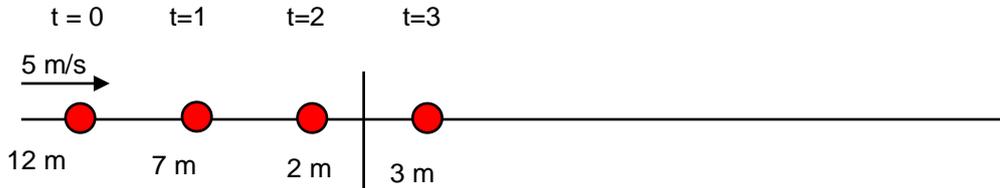
- Indica el tipo de movimiento del cuerpo y haz un esquema de su trayectoria.
- ¿Qué aspecto tendrán las gráficas  $s/t$  y  $v/t$ ?
- ¿Cuánto tiempo tardará en pasar por el origen?

**Solución:**

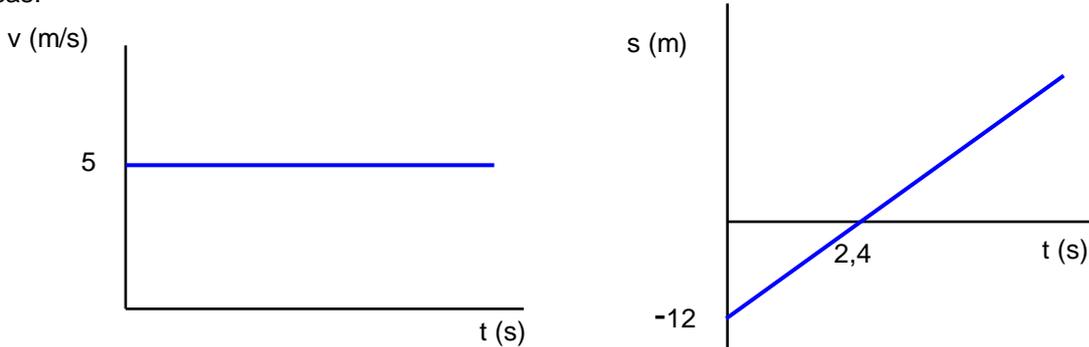
El cuerpo se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme (m.r.u), ya que la ecuación  $s/t$  es del tipo  $s = s_0 + vt$ , siendo los valores de las constantes, para este caso:

$s_0 = -12$  m. El signo menos se debe a que inicialmente se encuentra situado a la izquierda del origen.

$v = 5$  m/s. El signo positivo nos indica que se mueve hacia la derecha.



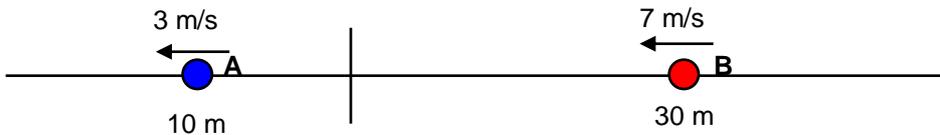
Gráficas:



Cuando pase por el origen se cumplirá:  $s = 0$ . Luego:  $0 = -12 + 5t$ ;

$$t = \frac{12}{5} = 2,4 \text{ s}$$

**Ejemplo 5**



- Escribir las ecuaciones que describen el movimiento de los puntos considerados.
- ¿A qué distancia del origen se encuentran?

**Solución**

Para el punto A:  $s_0 = -10$  m ;  $v = -3$  m/s.

Luego:  $s_A = -10 - 3t$ .

Para el punto B:  $s_0 = 30$  m ;  $v = -7$  m/s.

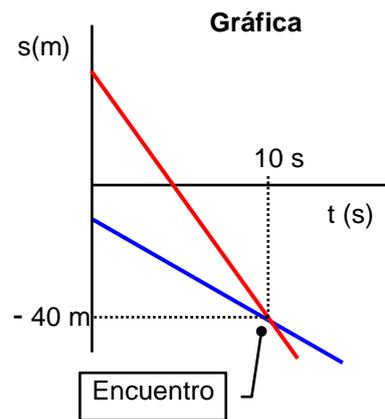
Luego:  $s_B = 30 - 7t$ .

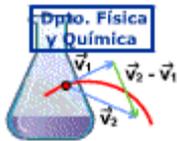
Cuando se encuentren, **ambos estarán situados a la misma distancia del origen**. Es decir:  $s_A = s_B$ . Igualando por tanto ambas expresiones:

$$-10 - 3t = 30 - 7t ; 7t - 3t = 30 + 10 ; 4t = 40 ; t = 10 \text{ s}$$

Se encuentran al cabo de 10 s.

Para saber a qué distancia del origen se encuentran, sustituimos el valor obtenido para el tiempo en cualquiera de las ecuaciones:  $s_A = -10 - 3 \cdot 10 = -40$  m. (40 m a la izquierda)





## MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y UNIFORMEMENTE ACELERADO

Vamos a considerar ahora movimientos en los que **su velocidad varíe**. Lo primero que necesitamos conocer es **cómo varía la velocidad con el tiempo**. De todos los movimientos variados hay uno, singularmente importante, en el que **la velocidad varía de forma uniforme con el tiempo**. Esto es, **la velocidad varía (aumentando o disminuyendo) siempre lo mismo en un segundo**. Este tipo de movimiento se denomina **movimiento uniformemente acelerado**.

Fíjate en la tabla de la derecha, en ella se puede observar que la velocidad varía de manera uniforme: **aumenta diez unidades cada segundo**.

**La aceleración mide, precisamente, la tasa de variación de la velocidad, o lo que es lo mismo, la rapidez con que varía la velocidad.**

En el ejemplo propuesto la velocidad aumenta 10 m/s cada segundo. **El valor de la aceleración para este caso será de 10 m/s<sup>2</sup>**

Podemos calcular la aceleración de la forma siguiente:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Incremento de v

Incremento de t

Tiempo (s)	Velocidad (m/s)
0,00	0,00
1,00	10,00
2,00	20,00
3,00	30,00
4,00	40,00
5,00	50,00
6,00	60,00
7,00	70,00
8,00	80,00
9,00	90,00
10,00	100,00

El numerador de la expresión anterior calcula lo que varía la velocidad (se le llama "incremento" de v). El denominador calcula el tiempo transcurrido (se le denomina "incremento" de t).

Para el ejemplo anterior se puede calcular la aceleración de la siguiente manera:

- Para t = 0,00 (momento en el que se empieza a contar el tiempo) la velocidad es nula, y en el instante t = 1,00 s la velocidad vale 10,00 m/s, luego:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(10 - 0) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{(1 - 0) \text{s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Podemos hacer el cálculo entre los instantes t = 2,00 s y t = 8,00 s. En este caso:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(80 - 20) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{(8 - 2) \text{s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Si repetimos el cálculo para dos instantes cualesquiera nos saldría lo mismo. La aceleración es constante y vale 10 m/s<sup>2</sup>, **lo que significa que la velocidad aumenta diez unidades (10 m/s) cada segundo**.

**La aceleración es un vector**, que puede apuntar en la misma dirección que la velocidad, o en sentido contrario.

Cuando usemos ecuaciones indicaremos el sentido del vector mediante el signo + ó - (ver ejemplos en las páginas siguientes)

### MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y UNIFORMEMENTE ACCELERADO (MRUA)

> La trayectoria es una recta  
> La aceleración es constante

Ecuaciones:

$$v = v_0 + a t$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Donde:

$v_0$  = velocidad cuando  $t = 0$

$s_0$  = distancia al origen cuando  $t = 0$

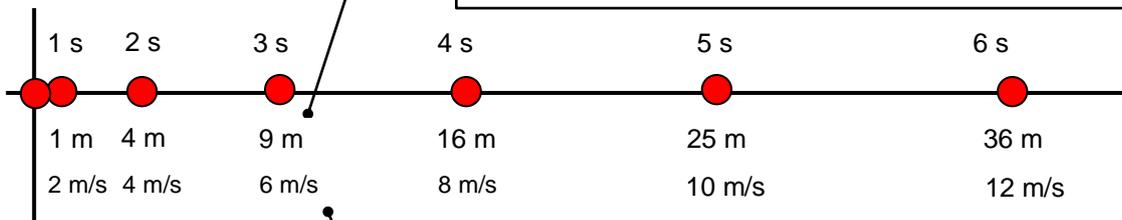
$s$  = distancia al origen (puede que no coincida con el espacio recorrido)

$t = 0$ , significa *cuando empieza a contarse el tiempo o cuando se aprieta el cronómetro*

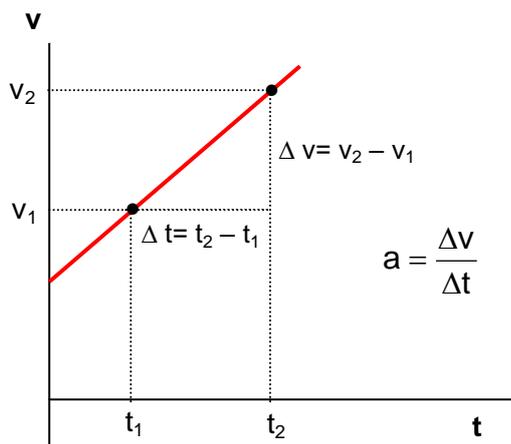
**La aceleración mide la rapidez con la que varía la velocidad.**

Se mide en  $m/s^2$ . Así una aceleración de  $5 m/s^2$  indica que la velocidad aumenta a razón de  $5 m/s$  cada segundo.

Observa que en el mismo intervalo de tiempo (1 s) cada vez recorre más espacio, ya que la velocidad va aumentando.



La velocidad aumenta siempre lo mismo en 1 s. La aceleración es constante. La velocidad aumenta linealmente con el tiempo.



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

**La gráfica v - t es una recta.** La inclinación de la recta depende de la aceleración.

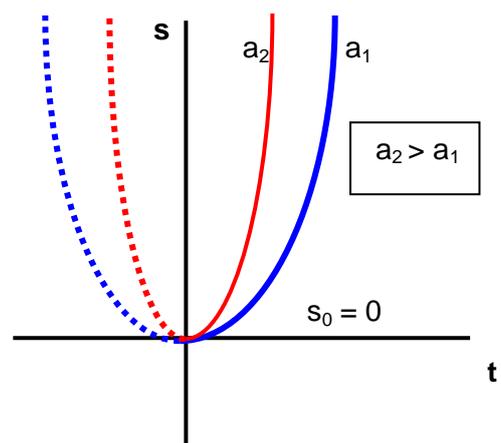
Para calcular  $v_0$  determinar el punto de corte de la

Para calcular la aceleración del movimiento, calcular la pendiente de la

**La gráfica s/t es una parábola.**

La aceleración es positiva si la parábola se abre hacia arriba y negativa si lo hace hacia abajo.

Cuanto más cerrada sea la parábola, mayor aceleración



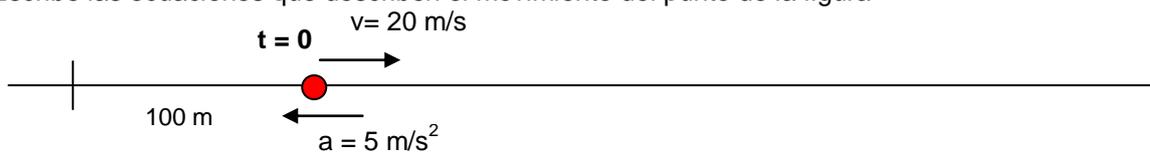
**Para escribir las ecuaciones de un movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado:**

- Fija el origen a partir del cual se va a medir la distancia.
- Fija el sentido al que se le asigna signo positivo
- Determina el valor de las constantes del movimiento:  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{s}_0$ ,  $\mathbf{v}_0$
- Adapta las ecuaciones generales al caso particular sustituyendo los valores de  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{s}_0$ ,  $\mathbf{v}_0$  para el caso considerado.

Ten en cuenta que aunque no usemos los elementos matemáticos las magnitudes que estás usando: distancia al origen, velocidad, aceleración, son lo que se llaman **vectores** (muy a menudo los vectores se representan por flechas). Los vectores además de un valor (el número) tienen una dirección y un sentido. Pues bien, el signo nos indica el sentido del vector (hacia adonde apunta la flecha).

**Ejemplo 1.**

Escribe las ecuaciones que describen el movimiento del punto de la figura

**Solución:**

Ecuaciones generales para el movimiento:

$$v = v_0 + a t$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Se toma como origen de distancias la línea vertical.

Sentido positivo hacia la derecha.

Determinación de  $s_0$ : ¿A qué distancia del origen está el punto cuando  $t=0$ ?  $s_0 = 100$  m

Determinación de  $v_0$ : ¿Cuál es la velocidad del punto cuando  $t=0$ ?  $v_0 = 20$  m/s

Determinación de la aceleración:  $a = - 5$  m/s<sup>2</sup> (signo menos, ya que apunta hacia la izquierda).

Ecuaciones particulares para este movimiento:

$$v = 20 - 5 t$$

$$s = 100 + 20 t - 2,5 t^2$$

Una vez escritas las ecuaciones se pueden resolver prácticamente todas las cuestiones que se quieran plantear. Solamente hay que *traducir* de nuestro lenguaje al *lenguaje de la ecuación* que solamente sabe de valores de  $s$ ,  $v$  ó  $t$ .

Ejemplos: ¿Cuánto tarda en frenar el punto del ejemplo anterior?.

Traducción al *lenguaje ecuación*: ¿Qué valor toma  $t$  cuando  $v=0$ ?

Si  $v = 0$  ;  $0 = 20 - 5 t$  ;

$$t = \frac{20}{5} = 4 \text{ s}$$

¿Cuál es su velocidad al cabo de 5,3 s?

Traducción *al lenguaje ecuación*: ¿Qué valor toma  $v$  cuando  $t = 5,3$  s?

Si  $t = 5,3$  s ;  $v = 20 - 5 \cdot 5,3 = - 6,5$  m/s (el signo menos indica que se desplaza hacia la izquierda. Después de frenar ha dado la vuelta)

**Ejemplo 2**

Un cuerpo parte del reposo y comienza a moverse. Los datos tomados se recogen en la tabla adjunta. Indicar qué tipo de movimiento tiene y determinar las ecuaciones para el mismo.

t (s)	s (m)
0	10
1	13
2	22
3	37
4	58
5	85

**Solución:**

Como se observa en la tabla adjunta el espacio recorrido no varía linealmente con el tiempo. Esto es: en el intervalo de un segundo recorre cada vez más espacio. Esto indica que su velocidad va aumentando. Si se trata de un movimiento uniformemente acelerado el aumento de velocidad, o lo que es lo mismo, **su aceleración, será constante**.

Si el movimiento es uniformemente acelerado deberá cumplir la ecuación:  $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ .

Como en este caso  $v_0 = 0$ , la ecuación quedará:  $s = s_0 + \frac{1}{2} a t^2$ .

$$\text{Despejando } a : \quad \frac{1}{2} a t^2 = s - s_0 ; \quad a = \frac{2(s - s_0)}{t^2}$$

Usando la ecuación anterior vamos probando con datos correspondientes de  $t$  y  $s$  comprobamos si el valor de  $a$  es constante:

$$a = \frac{2(13-10) \text{ m}}{1^2 \text{ s}^2} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad a = \frac{2(22-10) \text{ m}}{2^2 \text{ s}^2} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad a = \frac{2(37-10) \text{ m}}{3^2 \text{ s}^2} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Por tanto estamos ante un movimiento uniformemente acelerado con  $a = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Para obtener las ecuaciones determinamos el valor de  $v_0$  y  $s_0$ :

$v_0 = 0$ , ya que nos lo dicen en el enunciado

$s_0 = 10 \text{ m}$ , ya que es el valor de  $s$  cuando  $t = 0$  (ver tabla).

Ecuaciones:  $v = 6 t \quad s = 10 + 3 t^2$

**Los cuerpos cuando son lanzados al aire o caen libremente, están sometidos a una aceleración constante de  $9,8 \text{ m/s}^2$  (que por simplicidad aproximaremos a  $10,0 \text{ m/s}^2$ ), y que apunta hacia abajo (aceleración de la gravedad), y llevan un movimiento uniformemente acelerado.**

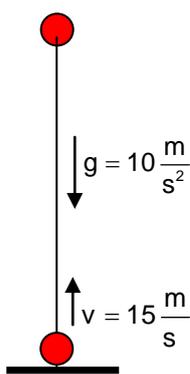
**Ejemplo 3**

Una piedra es lanzada verticalmente y hacia arriba con una velocidad de  $15 \text{ m/s}$ . Determinar:

- Ecuaciones del movimiento.
- Altura máxima alcanzada.
- Valor de la velocidad cuando  $t = 0,8 \text{ s}$  y  $t = 2,3 \text{ s}$ . Comentar

**Solución:**

Esquema:



Origen : el suelo (punto de lanzamiento)

Sentido positivo : hacia arriba

Determinación de  $v_0$ : ¿Cuál es la velocidad cuando  $t = 0$ ? El tiempo empieza a contar cuando la piedra sale de la mano. Luego  $v_0 = 15 \text{ m/s}$

Determinación de  $s_0$ : ¿A qué distancia del origen está la piedra cuando  $t = 0$ ? Cuando se lanza la piedra está en el punto de lanzamiento (origen). Luego  $s_0 = 0$

Determinación del valor de  $a$ :  $a = g = -10 \text{ m/s}^2$ . El signo menos se debe a que la aceleración apunta hacia abajo y hemos considerado sentido positivo hacia arriba.

a) Ecuaciones:

$$v = 15 - 10 t$$

$$s = 15 t - 5 t^2$$

b) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada?

Traducción al *lenguaje ecuación*: ¿Para qué valor de  $t$ ,  $v = 0$ ? (ya que en el punto de altura máxima la piedra se detiene durante un instante)

$$\text{Si } v = 0; 0 = 15 - 10 t; t = \frac{15}{10} = 1,5 \text{ s. Tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima}$$

Para calcular la altura máxima alcanzada calculamos la distancia a la que se encuentra del origen cuando  $t = 1,5$  s:

$$s = h_{\max} = 15 \cdot 1,5 - 5 \cdot 1,5^2 = 11,25 \text{ m.}$$

c) Valores de la velocidad:

$$v_{(t=0,8)} = 15 - 10 \cdot 0,8 = 7 \text{ m/s}$$

$$v_{(t=2,3)} = 15 - 10 \cdot 2,3 = -8 \text{ m/s}$$

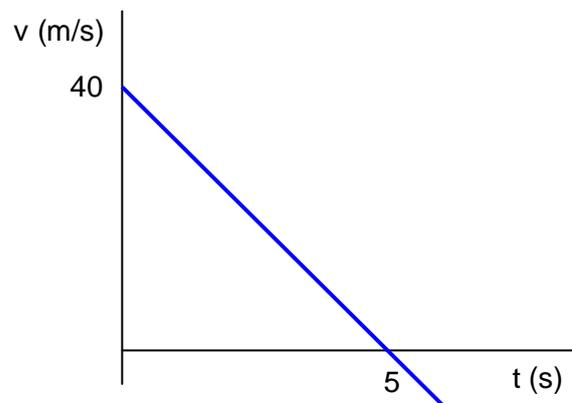
Como se puede observar al cabo de 0,8 s del lanzamiento la piedra aún está en la fase ascendente, ya que el signo de la velocidad es positivo (sentido positivo: hacia arriba). Como se ve su velocidad va disminuyendo, debido a que durante el tramo de ascenso la aceleración lleva sentido contrario a la velocidad (movimiento decelerado)

Al cabo de 2,3 s la piedra se mueve hacia abajo. El signo es negativo: sentido hacia abajo. Efectivamente, a los 1,5 s alcanza la altura máxima y como la aceleración continúa actuando, comienza su carrera de descenso, pero esta vez al tener el mismo sentido aceleración y velocidad, ésta aumenta.

#### Ejemplo 4.

La gráfica de la izquierda se ha obtenido tras estudiar el movimiento de un cuerpo.

- ¿Qué tipo de movimiento tiene?
- ¿Cuáles son sus ecuaciones?
- ¿Qué sucede para  $t = 5$  s?



- La gráfica  $v - t$  es una recta con pendiente negativa. Esto nos indica que la velocidad disminuye con el tiempo pero de forma lineal (la misma cantidad en 1 s). Luego el movimiento es uniformemente acelerado (con aceleración negativa. También se llama decelerado). Para calcular la aceleración (deceleración) calculamos la pendiente de la recta  $v - t$ :

$$\text{Pendiente} = a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(0 - 40) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{(5 - 0) \text{ s}} = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Observa los valores tomados:  $t_1 = 0$   $v_1 = 40$ ;  $t_2 = 5$   $v_2 = 0$

- Como no nos dan datos, podemos tomar para  $s_0$  cualquier valor. Tomaremos  $s_0 = 0$

$v_0 = 40$  m/s (leído en la gráfica)

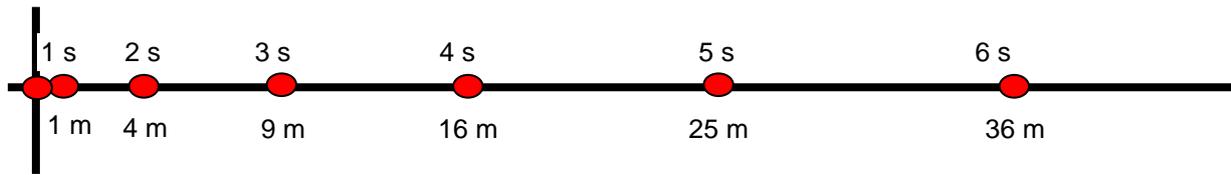
$a = -8$  m/s<sup>2</sup> (calculado)

Ecuaciones:  $v = 40 - 8 t$ ;  $s = 40 t - 4 t^2$

- En la gráfica se puede leer que cuando  $t = 5$  s,  $v = 0$ . Luego al cabo de 5 s se detiene (es un movimiento decelerado). Si  $t$  es mayor de 5 s, observa que la línea en la gráfica  $v - t$  rebasa el eje horizontal empezando la velocidad (valores del eje Y) a tomar valores negativos ¿cómo interpretas esto?

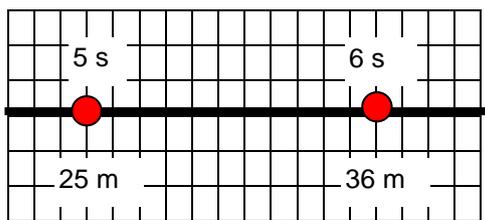
**CONCEPTO DE VELOCIDAD INSTANTÁNEA**

Si consideramos un cuerpo que se mueve con velocidad variable ¿Cómo podemos calcular el valor de la velocidad en un instante determinado (por ejemplo para  $t = 5$  s)?

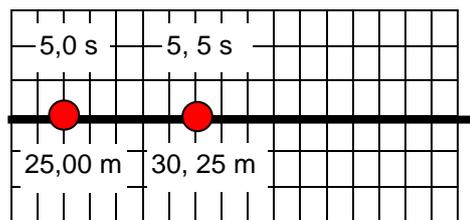


La pregunta no es fácil de contestar si pensamos cómo calculamos la velocidad (en realidad su módulo):

Observamos el móvil durante cierto tiempo y dividimos el espacio recorrido entre el tiempo que ha tardado en recorrerlo. Esto implica que hemos de tomar un intervalo de tiempo (por ejemplo: 1 s), pero como su velocidad varía, lo que realmente estamos calculando será la velocidad media entre el instante  $t = 5,0$  y  $t = 6,0$  s. Esto es, la velocidad constante a la que debe moverse el móvil para recorrer el espacio considerado en el mismo tiempo.

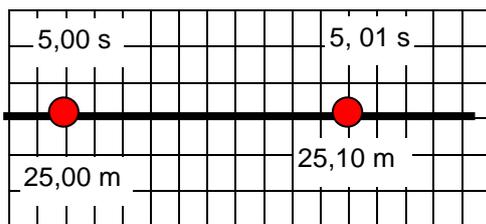


$$v_m = \frac{(36 - 25) \text{ m}}{1 \text{ s}} = 11 \frac{\text{ m}}{\text{ s}}$$

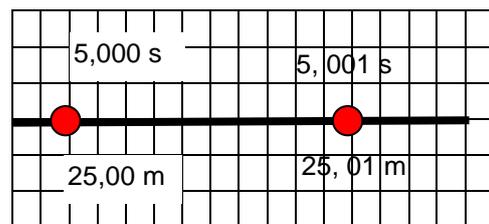


$$v_m = \frac{(30,25 - 25,00) \text{ m}}{0,50 \text{ s}} = 10,50 \frac{\text{ m}}{\text{ s}}$$

¿Qué ocurrirá si hacemos más pequeño el intervalo de tiempo? Seguiremos calculando una velocidad media, pero el resultado se aproximará más al valor buscado.



$$v_m = \frac{(25,10 - 25,00) \text{ m}}{0,01 \text{ s}} = 10,01 \frac{\text{ m}}{\text{ s}}$$



$$v_m = \frac{(25,01 - 25,00) \text{ m}}{0,001 \text{ s}} = 10,001 \frac{\text{ m}}{\text{ s}}$$

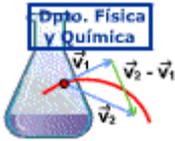
Podemos reiterar el procedimiento e ir estrechando cada vez más el intervalo de tiempo. De esta manera **vamos obteniendo el valor de la velocidad media entre dos puntos que están cada vez más próximos** y, en consecuencia, el valor obtenido se irá aproximando más y más al que la velocidad tendría en el instante  $t = 5$  s.

¿Qué ocurriría si lográsemos calcular esta velocidad media entre dos puntos infinitamente próximos? Entonces obtendríamos la velocidad en el instante  $t = 5$  s, con un error infinitamente pequeño (infinitesimal). Esto se puede lograr mediante un procedimiento matemático denominado "paso al límite", que forma parte del llamado cálculo infinitesimal.

Velocidad instantánea (módulo):

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Se lee: "límite de incremento de  $s$ , dividido por incremento de  $t$ , cuando incremento de  $t$  tiende a cero" o (segunda igualdad) "derivada de  $s$  respecto de  $t$ ".



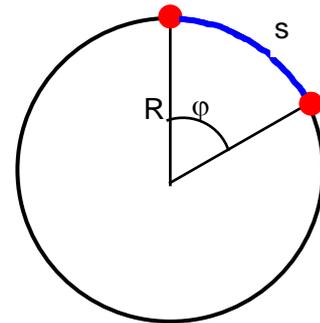
## MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

- > La trayectoria es una circunferencia.
- > La velocidad es constante

Si se considera un punto girando en una circunferencia es fácil concluir que es mucho más sencillo medir el ángulo girado en un intervalo de tiempo que el arco recorrido (espacio). Por esto se define la **velocidad angular**  $\omega$  como la rapidez con que se describe el ángulo ( $\varphi$ ):

$$\omega = \frac{\varphi}{t}$$

$$\omega = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$



Entre la velocidad lineal y la angular existe la siguiente relación:

$$v = \omega \cdot R$$

El ángulo ( $\varphi$ ), debe medirse en **radianes**:

$$\varphi \text{ (rad)} = \frac{\text{longitud arco (m)}}{\text{radio circunferencia (m)}} = \frac{s}{R}$$

Según esta definición:

$$1 \text{ vuelta} = 360^\circ = 2\pi \text{ radianes}$$

$$\frac{1}{2} \text{ vuelta} = 180^\circ = \pi \text{ radianes}$$

$$\frac{1}{4} \text{ de vuelta} = 90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ radianes}$$

Para convertir vueltas o grados a radianes:

$$30^\circ \cdot \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$0,9 \text{ vueltas} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} = 1,8 \pi \text{ rad}$$

En el Sistema Internacional (S.I.) la velocidad angular se mide en  $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$  o en  $\frac{1}{\text{s}} = \text{s}^{-1}$  (el radian no tiene dimensiones)

Otras unidades (no S.I.) son:

$$\frac{\text{vueltas}}{\text{s}} ; \frac{\text{revoluciones}}{\text{min}} = \text{r.p.m}$$

De la definición de velocidad angular se deduce la relación entre la velocidad angular  $\omega$  y el ángulo girado  $\varphi$ :

$$\varphi = \omega t$$

El movimiento circular uniforme **es un movimiento periódico**, ya que se repite a intervalos regulares de tiempo.

Se denomina **periodo (T)** al tiempo que el punto tarda en dar una vuelta (el movimiento vuelve a repetirse).

Se denomina **frecuencia (f)** al número de vueltas que el punto da en un segundo.

Periodo y frecuencia son magnitudes inversamente proporcionales:

$$T = \frac{1}{f} ; f = \frac{1}{T} ; T \cdot f = 1$$

El periodo se mide en segundos (s)

La frecuencia se mide en  $\text{s}^{-1}$  o **Hz** (hertzios)

Si cuando empieza a contarse el tiempo ( $t = 0$ ) el punto ya ha descrito un ángulo  $\varphi_0$ , entonces el ángulo girado en un tiempo  $t$  será:

Teniendo en cuenta las definiciones de periodo, frecuencia y velocidad angular, se puede poner:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \frac{1}{T} = 2\pi f$$

**Ejemplo 1**

Un punto describe una trayectoria circular tardando 3,52 s en dar cinco vueltas. Calcular:

- La velocidad angular en r.p.m y en rad/s
- El periodo y la frecuencia del movimiento
- El ángulo girado al cabo de 0,65 s de iniciado el movimiento.

**Solución:**

$$a) \quad \omega = \frac{5 \text{ vueltas}}{3,52 \text{ s}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 85,23 \frac{\text{vueltas}}{\text{min}} = 85,23 \text{ r.p.m.}$$

$$\omega = \frac{5 \text{ vueltas}}{3,52 \text{ s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} = 2,84 \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 2,84 \pi \text{ s}^{-1}$$

$$b) \quad T = \frac{3,52 \text{ s}}{5} = 0,704 \text{ s} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,704 \text{ s}} = 1,420 \text{ s}^{-1} = 1,420 \text{ Hz}$$

$$c) \quad \varphi = \omega \cdot t = 2,84 \pi \text{ s}^{-1} \cdot 0,65 \text{ s} = 1,85 \pi \text{ rad} \approx 5,81 \text{ rad}$$

**Ejemplo 2**

En el laboratorio se estudia el movimiento de un disco, de radio 10 cm, que gira con velocidad constante, midiéndose el tiempo que tarda en dar cinco vueltas. Los valores obtenidos se dan en la tabla adjunta.

Medida	t (s) . Cinco vueltas
1	4,252
2	4,305
3	4,221
4	4,214
5	4,296

- Calcular la velocidad angular del disco.
- Determinar la velocidad lineal de un punto de su periferia y de otro situado a 3 cm del centro.
- ¿Cuánto tardará en girar 120°?

**Solución:**

- Calculamos el periodo del movimiento (tiempo que tarda en dar una vuelta), hallando la media de los valores obtenidos y dividiendo por cinco:

$$t_{\text{med}} = 4,258 \text{ s} ; T = 0,852 \text{ s.}$$

Cálculo de la velocidad angular :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,852 \text{ s}} = 2,35\pi \text{ s}^{-1} \approx 7,38 \text{ s}^{-1} = 7,38 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

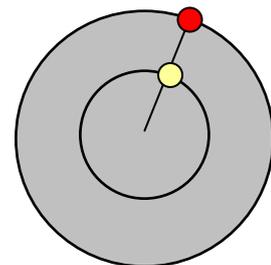
- Un punto situado en la periferia del disco describirá una circunferencia de radio 10 cm = 0,10 m

$$v = \omega \cdot R = 2,35 \pi \text{ s}^{-1} \cdot 0,10 \text{ m} = 0,235 \pi \text{ s}^{-1} \approx 0,74 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 0,74 \text{ m/s}$$

Par el punto situado a 3 cm del centro : R = 3 cm = 0,03 m:

$$v = \omega \cdot R = 2,35 \pi \text{ s}^{-1} \cdot 0,03 \text{ m} = 0,0705 \pi \text{ s}^{-1} \approx 0,22 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 0,22 \text{ m/s}$$

Como se deduce del cálculo ambos puntos giran con idéntica velocidad angular ( $\omega$ ), ya que recorren el mismo ángulo, pero la velocidad lineal aumenta a medida que nos desplazamos hacia la periferia.



- Pasamos los grados a radianes:  $120^\circ \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} = 0,67\pi \text{ rad}$

$$\omega = \frac{\varphi}{t} ; t = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{0,67\pi}{2,35\pi \text{ s}^{-1}} = 0,283 \text{ s}$$

**Ejemplo 3**

Un punto recorre una trayectoria circular de radio 36 cm con una frecuencia de  $0,25 \text{ s}^{-1}$ .

- Calcular el periodo del movimiento.
- Calcular la velocidad angular y la lineal.
- Determinar el ángulo girado en 1,54 s.

**Solución:**

$$\text{a) } T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,25 \text{ s}^{-1}} = 4 \text{ s}$$

$$\text{b) } \omega = 2 \pi f = 2 \pi 0,25 \text{ s}^{-1} = 0,5 \pi \text{ s}^{-1} \approx 1,57 \text{ s}^{-1}$$

$$v = \omega R = 0,5 \pi \text{ s}^{-1} 0,36 \text{ m} = 0,18 \pi \text{ m s}^{-1} = 0,18 \pi \text{ m/s} \approx 0,57 \text{ m/s}$$

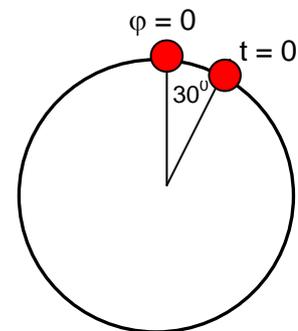
$$\text{c) } \varphi = \omega t = 0,5 \pi \text{ s}^{-1} 1,54 \text{ s} = 0,77 \pi \text{ rad}$$

$$0,77 \pi \text{ rad} \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}} = 138,6^\circ$$

**Ejemplo 4**

Un punto gira describiendo círculos con velocidad constante de forma tal que describe un ángulo de  $180^\circ$  en 1,543 s.

- Calcular su velocidad angular
- Determinar el periodo y la frecuencia del movimiento
- Suponiendo que los ángulos empiezan a contarse a partir del punto más alto de la trayectoria y el cronómetro se pone en marcha cuando el punto está formando un ángulo de  $30^\circ$  con la vertical (ver esquema) ¿en qué posición se encuentra el punto cuando transcurran 2,500 s?



**Solución:**

$$\text{a) } \omega = \frac{\pi \text{ rad}}{1,543 \text{ s}} = 0,65 \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 0,65 \pi \text{ s}^{-1}$$

- Tarda 1,543 s en dar media vuelta ( $180^\circ$ ), luego tardará :  $2 \times 1,543 = 3,086 \text{ s}$  en dar una vuelta completa. Por tanto:

$$T = 3,086 \text{ s.}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3,086 \text{ s}} = 0,32 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{c) } 30^\circ \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t = \frac{\pi}{6} + 0,65 \pi \text{ s}^{-1} 2,500 \text{ s} = \frac{\pi}{6} + 1,625 \pi = \pi \left( \frac{1}{6} + 1,625 \right) = 1,79 \pi \text{ rad}$$

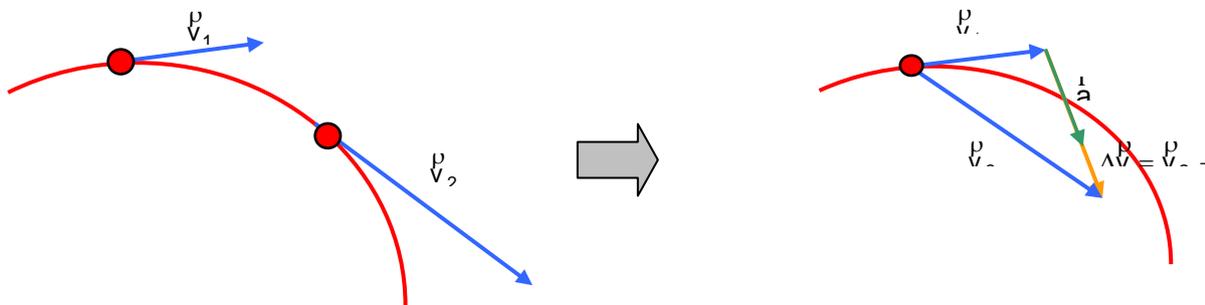
$$1,79 \pi \text{ rad} \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}} = 322,2^\circ$$

**COMPONENTES DE LA ACELERACIÓN EN UN MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME**

Consideremos una trayectoria curva y un móvil que la recorre variando su velocidad (en módulo) de manera uniforme. Si queremos calcular el vector aceleración, deberemos calcular:

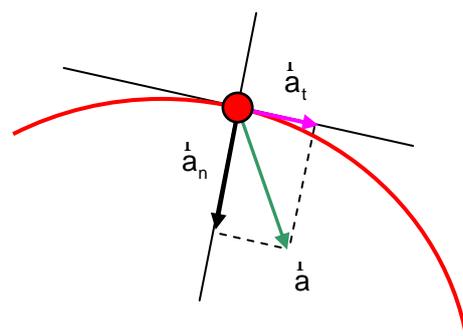
$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \vec{r}$$

Por tanto el vector  $\vec{a}$  (en verde en la figura) será un vector que apunta en el sentido y dirección del vector  $\Delta \vec{v}$  (en naranja en la figura)



Como se puede ver el vector aceleración  $\vec{a}$ , , apuntará hacia “el interior” de la curva.  
 Si consideramos ahora un sistema de ejes coordenados y situamos uno de los ejes en la dirección de la tangente en ese punto y el otro perpendicular y descomponemos el vector según esos ejes, obtenemos dos componentes de la aceleración que apuntan en la dirección de la tangente y perpendicularmente a ésta.  
 La primera componente se llama **aceleración tangencial**  $\vec{a}_t$  y la segunda **aceleración normal**  $\vec{a}_n$

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$



La **aceleración tangencial** mide la rapidez con que varía el módulo del vector velocidad.

La **aceleración normal** mide la rapidez con que varía la dirección del vector velocidad.

$$a_t = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

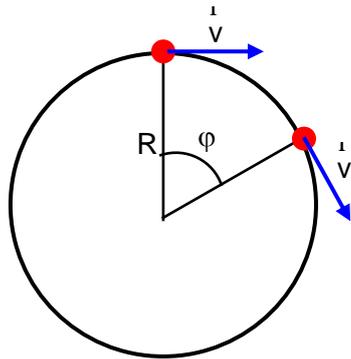
$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

**En el movimiento circular uniforme la trayectoria es una circunferencia que es recorrida con velocidad constante.**

Hay que tener en cuenta que aunque el módulo del vector velocidad no varía (  $a_t = 0$  ), **su dirección varía constantemente (por tanto tiene aceleración normal)**.

**El movimiento circular uniforme tiene aceleración que apunta constantemente en la dirección del centro de la trayectoria. Es la aceleración normal o centrípeta**

$$\left. \begin{matrix} a_n = \frac{v^2}{R} \\ v = \omega R \end{matrix} \right\} a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$



**Ejercicios de Cinemática**

**1. Haz un resumen en tu cuaderno de las expresiones matemáticas desarrolladas en el tema. Indica el significado de cada una de las letras y su unidad correspondiente.**

**2. ¿Cuántos m/s son 72 km/h? ¿Cuántos km/h son 30 m/s?**

SOL: 20 m/s y 108km/h

**3. ¿Cuántos km/min<sup>2</sup> son 10 m/s<sup>2</sup>? SOLUCIÓN: 36km/min<sup>2</sup>**

**4. Pasar de unidades las siguientes velocidades:**

- a) de 36 km/h a m/s.
- b) de 10 m/s a km/h.
- c) de 30 km/min a cm/s.
- d) de 50 m/min a km/h.

**5. Un móvil recorre 98 km a velocidad constante en 2 h, responde:**

- a) Tipo de movimiento del móvil
- b) Ecuaciones del tipo de movimiento
- c) ¿Están los datos del ejercicio en las unidades del S.I.? Transfórmalas si es necesario
- d) Calcula su velocidad.
- e) ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 3 h con la misma velocidad?

**6. Un coche lleva una velocidad de 60 Km/h durante 4 minutos. Calcula:**

- a) Tipo de movimiento del móvil
- b) Ecuaciones del tipo de movimiento
- c) ¿Están los datos del ejercicio en las unidades del S.I.? Transfórmalas si es necesario
- d) espacio que ha recorrido. SOLUCIÓN: 147.000 m

**7. Un coche es capaz de pasar de 0 a 100 km/h en 10 segundos**

- a) Tipo de movimiento del móvil
- b) Ecuaciones del tipo de movimiento
- c) ¿Están los datos del ejercicio en las unidades del S.I.? Transfórmalas si es necesario
- d) ¿Qué aceleración lleva? SOLUCIÓN: 2.87 m/s<sup>2</sup>
- e) ¿Qué distancia recorre en esos 10 segundos? SOLUCIÓN: 142.88 m

**8. Se produce un disparo a 2,04 km de donde se encuentra un policía, ¿cuánto tarda el policía en oírlo si la velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s?**

**9. ¿Cuál de los siguientes móviles se mueve con mayor velocidad: el (a) que se desplaza a 120 km/h o el (b) que lo hace a 45 m/s? SOLUCIÓN:(b)**

**10. Un cohete parte del reposo con aceleración constante y logra alcanzar en 30 s una velocidad de 588 m/s. Calcular:**

- a) Tipo de movimiento del móvil
- b) Ecuaciones del tipo de movimiento
- c) ¿Están los datos del ejercicio en las unidades del S.I.? Transfórmalas si es necesario
- d) ¿Qué aceleración lleva? SOLUCIÓN: 19,6 m/s<sup>2</sup>
- e) ¿Qué distancia recorre en esos 30 segundos? SOLUCIÓN: 8820 m

**11. Si un coche circula a 100 km/h y frena hasta pararse en 5 segundos,**

- a) Tipo de movimiento del móvil

- b) Ecuaciones del tipo de movimiento
- c) ¿Están los datos del ejercicio en las unidades del S.I.? Transfórmalas si es necesario
- d) ¿Qué aceleración lleva? SOLUCIÓN:  $-5,56 \text{ m/s}^2$
- e) ¿Qué distancia recorre en esos 5 segundos? SOLUCIÓN: 69,5 m

**12. Dibuja una gráfica posición-tiempo de un movimiento uniforme**

**13. Dibuja una gráfica velocidad-tiempo de un movimiento uniforme.**

**14. Dibuja la gráfica aceleración-tiempo de un movimiento uniforme.**

**15. Dibuja una gráfica velocidad-tiempo de un movimiento uniformemente acelerado.**

**16. Dibuja una gráfica espacio- tiempo de un movimiento uniformemente acelerado.**

**17. Dibuja la gráfica aceleración-tiempo de un movimiento uniformemente acelerado.**

**18. Un tren AVE que circula a 300 km/h ha de frenar con una aceleración de  $1,5 \text{ m/s}^2$ . Responde:**

- a) Tipo de movimiento del móvil
- b) Ecuaciones del tipo de movimiento
- c) ¿Están los datos del ejercicio en las unidades del S.I.? Transfórmalas si es necesario SOLUCIÓN:  $v = 83.33 \text{ m/s}$ ;  $a = -1.5 \text{ m/s}^2$
- d) Tiempo que tarda en pararse SOLUCIÓN: 55.5 s
- e) Distancia que recorre hasta pararse. SOLUCIÓN: 2314.8m

**19. Un coche acelera, alcanzando en el primer kilómetro una velocidad de 108 km/h.**

- a) Tipo de movimiento del móvil
- b) Ecuaciones del tipo de movimiento
- c) ¿Están los datos del ejercicio en las unidades del S.I.? Transfórmalas si es necesario SOLUCIÓN:  $v = 20 \text{ m/s}$
- d) ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer ese kilómetro? SOLUCIÓN: 66,7 s
- e) ¿Cuánto vale su aceleración? SOLUCIÓN:  $0,45 \text{ m/s}^2$

**20. ¿Cuánto tarda en llegar la luz del sol a la Tierra?** La velocidad de la luz es de 300.000 km/s y el sol se encuentra a 150.000.000 km de distancia. SOLUCIÓN: 500 s

**21. Una moto está parada en un semáforo, cuando se pone en verde el motorista acelera durante 35 s con una aceleración de  $1,85 \text{ m/s}^2$**

- a) Velocidad que alcanza la moto.
- b) Distancia que recorre.

22. ¿Cuál será la distancia recorrida por un móvil a razón de 90 km/h, después de un día y medio de viaje?. SOLUCIÓN: 3.240.000 m

23. ¿Cuál es el tiempo empleado por un móvil que se desplaza a 75 km/h para recorrer una distancia de 25.000 m? SOLUCIÓN: 1200 s

24. ¿Qué tiempo empleará un móvil que viaja a 80 km/h para recorrer una distancia de 640 km?

**25. Un móvil que se desplaza con velocidad constante aplica los frenos durante 25 s y recorre 400 m hasta detenerse.** Calcular:

- a) ¿Qué velocidad tenía el móvil antes de aplicar los frenos?. SOL: 32 m/s
- b) ¿Qué aceleración produjeron los frenos? SOLUCIÓN:  $-1,28 \text{ m/s}^2$

26. ¿Cuánto tiempo tardará un móvil en alcanzar una velocidad de 60 km/h, si parte del reposo acelerando constantemente con una aceleración de 20 km/h<sup>2</sup>?
27. Un móvil parte del reposo con una aceleración de 20 m/s<sup>2</sup> constante. Calcule:  
a) ¿Qué velocidad tendrá después de 15 s?. SOLUCIÓN: 300 m/s  
b) ¿Qué espacio recorrió en esos 15 s?. SOLUCIÓN: 2250 m
28. Un auto parte del reposo, a los 5 s posee una velocidad de 90 km/h, si su aceleración es constante, calcule:  
a) ¿Cuánto vale la aceleración? SOLUCIÓN: 5 m/s<sup>2</sup>  
b) ¿Qué espacio recorrió en esos 5 s? SOLUCIÓN: 62,5 m  
c) ¿Qué velocidad tendrá los 11 s? SOLUCIÓN: 100 m/s
29. Un motociclista parte del reposo y tarda 10 s en recorrer 20 m.  
a) ¿Qué tiempo necesitará para alcanzar 40 km/h?  
b) Representar gráficamente la velocidad en función del tiempo.  
c) Representar gráficamente la distancia en función del tiempo.  
d) Representar gráficamente la aceleración en función del tiempo.
30. Un móvil se desplaza con MUA partiendo del reposo con una aceleración de 51840 km/h<sup>2</sup>. **Calcule:**  
a) ¿Qué velocidad tendrá los 10 s? SOLUCIÓN: 40 m/s  
b) ¿Qué distancia habrá recorrido a los 32 s de la partida? SOLUCIÓN: 2048 m  
c) Representar gráficamente la velocidad en función del tiempo.
31. Un automóvil parte del reposo con una aceleración constante de 30 m/s<sup>2</sup>, transcurridos 2 minutos deja de acelerar y sigue con velocidad constante, **determine:**  
a) ¿Cuántos km recorrió en los 2 primeros minutos? SOLUCIÓN: 216 km  
b) ¿Qué distancia habrá recorrido a las 2 horas de la partida?  
SOLUCIÓN: 25704 km = 25.704.000 m
32. Un camión lleva una velocidad de 57 km/h y ha recorrido 3 km.  
a) Calcula el tiempo que ha tardado.  
b) Representar gráficamente la velocidad en función del tiempo.  
c) Representar gráficamente la distancia en función del tiempo.  
d) Representar gráficamente la aceleración en función del tiempo.
33. Un camión recorre los 90 Km que separa Sevilla de Huelva en 1 hora y 12 minutos. Calcula su velocidad expresadas en las unidades del S.I. y también en km/h.
34. Un avión cuando despegar necesita alcanzar una velocidad de 112 km/h, sabemos que tarda aproximadamente 1,67 minutos la maniobra de despegue. **Calcula:**  
a) Aceleración que comunican los motores del avión.  
b) Distancia que recorre por la pista el avión antes de despegar.  
c) Representar gráficamente la velocidad en función del tiempo.  
d) Representar gráficamente la distancia en función del tiempo.  
e) Representar gráficamente la aceleración en función del tiempo.
35. Un coche lleva una velocidad de 60 Km/h durante 4 minutos y 10 segundos. Calcula el espacio que ha recorrido.
36. Una moto está parada en un semáforo, cuando se pone en verde el motorista acelera durante 2,5 minutos con una aceleración de 1,25 m /s<sup>2</sup>  
a) Velocidad que alcanza la moto.  
b) Distancia que recorre.

37. Un camión lleva una velocidad de 55 km/h y ha recorrido 16 km.

- Calcula el tiempo que ha tardado.
- Representar gráficamente la velocidad en función del tiempo.
- Representar gráficamente la distancia en función del tiempo.
- Representar gráficamente la aceleración en función del tiempo.

38. Un camión recorre los 120 Km que separa Sevilla de Cádiz en 1 hora y 23 minutos. Calcula su velocidad expresadas en las unidades del S.I. y también en km/h.

39. Una avioneta cuando despegar necesita alcanzar una velocidad de 75 km/h, sabemos que tarda aproximadamente 1,8 minutos la maniobra de despegue. Calcula:

- Aceleración que comunican los motores de la avioneta.
- Distancia que recorre por la pista la avioneta antes de despegar.

40. Un conductor observa un semáforo en rojo cuando lleva una velocidad de 40 km/h y sabe que los frenos de su coche frenan con una aceleración de  $-3 \text{ m/s}^2$ . Calcula:

- Tiempo que tarda el coche en detenerse.
- Distancia que recorre el coche antes de parar.
- Representar gráficamente la velocidad en función del tiempo.
- Representar gráficamente la distancia en función del tiempo.
- Representar gráficamente la aceleración en función del tiempo.

41. Un ciclista que va a 30 km/h, aplica los frenos y logra detener la bicicleta en 4 segundos. Calcular:

- ¿Qué aceleración produjeron los frenos? SOLUCIÓN:  $-2,08 \text{ m/s}^2$
- ¿Qué espacio necesito para frenar?. SOLUCIÓN: 16,68 m
- Representar gráficamente la velocidad en función del tiempo.
- Representar gráficamente la distancia en función del tiempo.
- Representar gráficamente la aceleración en función del tiempo.

42. Un avión, cuando toca pista, acciona todos los sistemas de frenado, que le generan una aceleración de  $-20 \text{ m/s}^2$ , necesita 100 metros para detenerse. Calcular:

- ¿Con qué velocidad toca pista? SOLUCIÓN: 63,24 m/s
- ¿Qué tiempo demoró en detener el avión? SOLUCIÓN: 3,16 s

43. Un camión viene disminuyendo su velocidad en forma uniforme, de 100 km/h a 50 km/h. Si para esto tuvo que frenar durante 1.500 m. Calcular:

- ¿Qué aceleración produjeron los frenos? SOLUCIÓN:  $-0,24 \text{ m/s}^2$
- ¿Cuánto tiempo empleó para el frenado? SOLUCIÓN: 67,49 s

44. La bala de un rifle, cuyo cañón mide 1,4 m, sale con una velocidad de 1.400 m/s. Calcular:

- ¿Qué aceleración experimenta la bala? SOLUCIÓN:  $700000 \text{ m/s}^2$
- ¿Cuánto tarda en salir del rifle? SOLUCIÓN: 0,002 s

45. Un móvil que se desplaza con velocidad constante, aplica los frenos durante 25 s, y recorre una distancia de 400 m hasta detenerse. Determinar:

- ¿Qué velocidad tenía el móvil antes de aplicar los frenos? SOLUCIÓN: 32 m/s
- ¿Qué desaceleración produjeron los frenos? SOLUCIÓN:  $-1,28 \text{ m/s}^2$

46. Un auto marcha a una velocidad de 90 km/h. El conductor aplica los frenos en el instante en que ve el pozo y reduce la velocidad hasta  $1/5$  de la inicial en los 4 s que tarda en llegar al pozo. Determinar a qué distancia del obstáculo el conductor aplicó los frenos, suponiendo que la aceleración fue constante. SOLUCIÓN: 60 m

47. Un automóvil parte del reposo con una aceleración constante de  $3 \text{ m/s}^2$ , determinar:

- ¿Qué velocidad tendrá a los 8 s de haber iniciado el movimiento? SOL: 24 m/s
- ¿Qué distancia habrá recorrido en ese lapso? SOLUCIÓN: 96 m