EAA Previo 5-10-2023

1. Determinar si las afirmaciones que se hacen en los siguientes apartados son necesariamente ciertas (tautológicas), necesariamente falsas (contradictorias), o bien, simplemente posibles ( contingentes). Justificar la respuesta.

a) Si P(a) = 0,3 y P(b)=0,5 ; entonces $P(a\cap b)=0,15$
Posible si son independientes (contingente)

b) Si A y B son independientes ; entonces A esta incluido en B
Si a A está incluído en B NO son independientes (contradictoria)

c) Si f(x) es una función de densidad ; entonces f(x) será siempre no negativa
La f(x) siempre es no negativa (tautológica)

d) Si f(x)=2x para $x\in[0,1]$ ; entonces P(x>0,5)= 0,664

$$\int_{0,5}^{1} 2x\,dx = \left[x^2\right]_{0,5}^{1} = 0,75 \neq 0,664$$ contradictoria falso

e) Si P(A)=0,3 P(B)=0,3 ; entonces P(A/B)=0

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}\rightarrow 0\ si\ P(A\cap B)=0\ disjuntos$$

2.- El número de asignaturas aprobadas en una determinada convocatoria sigue una distribución de Poisson con media 3. calcular la probabilidad que de un grupo de cuatro amigos sólo dos de ellos aprueben más de una asignatura.

$$Na = x \rightarrow \wp(3).$$

$$P(más\ de\ una)=P(x>1)=1-P(x\leq 1)=1-\left[P(x=0)+P(x=1)\right]=$$

$$=1-\left[\frac{e^{-3}\cdot 3^{0}}{0!}+\frac{e^{-3}\cdot 3^{1}}{1!}\right]=1-\left[0,0497+0,1493\right]=0,8$$

$$Y\rightarrow n^{o}\ amigos\ a.más\ de\ una\ de\ \ 4$$

$$Y\rightarrow B(4;0,8)\quad P(Y=2)=\binom{4}{2}=0,8^{2}\cdot 0,2^{2}=6\cdot 0,64\cdot 0,04=0,1536$$

3.- Las placas de aluminio que fabricamos tienen un coste de elaboración, todo incluido, de un euro. Si la placa presenta menos de dos defectos de pulido, lo vendemos a 3 euros mientras que si tuviera más su comercialización es imposible por lo que la perdemos y obtenemos un valor residual de un euro . Sabiendo que las placas tienen por término medio tras su elaboración un defecto de pulido. Calcular el beneficio esperado por la venta de una pieza

$siendo\, B = beneficio\, de\ una\ \ placa$

$$B\begin{cases} 3-1=2 \ \ si\ n^o\, defectos < 2 \\ 1-1=0 \ \ si\ n^o\, defectos \geq 2 \end{cases}$$

$$X \equiv n^o\, defectos \ \ x \Rightarrow \wp(\lambda = 1)$$

$$E\left[B\right] = 2 \cdot P(x<2) - 0P(x \geq 2)$$

$$P(x<2) = P(1) + P(0) = \frac{e^{-1} \cdot 1^1}{1!} + \frac{e^{-1} \cdot 1^0}{0!} = 0,3678 + 0,3678 = 0,7356$$

$$P(x \geq 2) = 1 - P(x<2) = 1 - 0,7356 = 0,2644$$

$$E\left[B\right] = 2 \cdot P(x<2) - 0P(x \geq 2) = 2 \cdot 0,7356 - 0 = 1,4712\, euros$$

4.- Dos máquinas realizan independientemente la producción total de una empresa a razón del 40% la máquina A y el resto la B. La proporción de piezas defectuosas que realiza la máquina A es del 5%, mientras que en la B este porcentaje es del 4%. Si en una jornada se fabricaron en total por ambas máquinas conjuntamente 10000 piezas. Calcular la probabilidad de que más de 420 fueran defectuosas

NDA= número de defectuosas fabrica A = X →B( 4000; 0,05)
NDB= número de defectuosas fabrica B = Y →B( 6000; 0,04)

por Moivre X →B( 4000; 0,05) →N[4000·0,05 ;√ 4000·0,05·0,95] =N[200:13,784]
por Moivre Y →B( 6000; 0,04) →N[6000·0,04 ;√ 6000·0,04·0,96] =N[240:15,1789]

NTD= número total de defectuosas = X+Y=Z

$$Z \Rightarrow N\left[\mu_x + \mu_y ; \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}\right] = N\left[440; \sqrt{190 + 230,4}\right]$$

$$= N\left[440; 20,5\right]$$

$$P(Z > 420) = P(t > \frac{420 - 440}{20,5}) = P(t > -0,9756) =$$

$$F(0,9756) = 0,835$$

5.- Realizamos un contraste de hipótesis sobre la proporción de clientes morosos estableciendo como hipótesis nula que p=0,89 frente a la alternativa de que es mayor. Los resultados en base al tamaño muestral y el resultado de la proporción muestral han sido que el estadístico es 0,7610 y la probabilidad de superar dicho valor es 0,2233. (un valor crítico de probabilidad expresión habitual en los programas de cálculo- Caest-spss-R)
Con esta información, ¿qué decisión tomaríamos si trabajamos con un nivel de significación de 0,05?

Dado que la probabilidad que genera el valor del estadístico a la derecha es de 0,2233 ,y por tanto mayor que el nivel de significación hace que el estadístico se encuentre en zona de NO rechazo , otra cosa sería si el nivel de significación fuera 0,25, entonces si rechazaríamos la hipótesis nula

6.- La probabilidad de supervivencia durante un año de las mujeres de 79 años se ha estimado que es 0,9. Si en nuestra cartera de clientes asegurados tenemos 500 mujeres de esa edad. Calcular:
a) la probabilidad de que a final de año hayan sobrevivido más de 460?
b) el coste esperado para nuestra empresa aseguradora si cada fallecimiento de cada mujer de esa edad, en ese año, nos supone un desembolso de 25000 euros,

a) X= número de clientas sobrevivirán de 500 luego $X \to B(500;\, 0{,}98)$
aplicando Moivre $X \to N\,[500 \cdot 0{,}90;\, 500 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}1] = N[450;\, 6{,}7]$
$P(x > 460) = P\,[t > (460 - 450)/\, 6{,}7\,] = P(t > 1{,}49) = 1 - F(1{,}49) = 0{,}068$

b) el número de fallecimientos en ese año será $Y \to B(500;\, 0{,}1)$
coste = Y·2500
E[coste]=E[25000·Y]=25000E[Y]= 25000·
E[Y]=np=50 E[coste]=25000·50=1250000

7.- Una franquicia, dedicada a la restauración, pretende realizar un análisis del comportamiento de sus establecimientos en dos comunidades autónomas, A y B.
Los ingresos diarios en los establecimientos de la franquicia en la comunidad A se distribuyen $N(\mu_A;\, \sigma_A = 500)$ y en los de la comunidad B se distribuyen $N(\mu_B;\, \sigma_B=400)$.

Se obtienen dos m.a.s. independientes de 20 establecimientos de la comunidad A con unos ingresos medios diarios de 5000 € y 16establecimientos de la comunidad B con unos ingresos medios diarios de 4500 €.

a) Obtener un intervalo, al 99% de confianza, para la diferencia media de los ingresos de los establecimientos de ambas comunidades.

b) Al realizar el pago, se pasa una encuesta a los clientes, sobre su grado de satisfacción con el servicio (valorado de 1 a 5). Determinar el tamaño muestral necesario para estimar, con un nivel de confianza del 95% y un error de estimación de ±4%, la proporción de clientes de los establecimientos de la comunidad A satisfechos

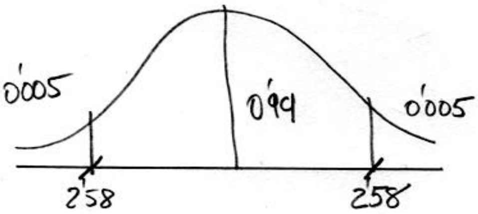
**(1'25 puntos)**

3- A $\longrightarrow N[\mu_A ; \sigma_A = 500]$ $\quad n_A = 20 \quad \overline{X}_A = 5000$

B $\longrightarrow N[\mu_B ; \sigma_B = 400]$ $\quad n_B = 16 \quad \overline{X}_B = 4500$

a/ Int. $1-\alpha = 0'99$ PARA DIF DE MEDIAS

$$P\left((\overline{X}_A - \overline{X}_B) - \lambda_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_a} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}} \leq \mu_A - \mu_B < (\overline{X}_A - \overline{X}_B + \lambda_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}\right) = 1-\alpha$$




$$P\left(500 - 2'58\sqrt{12500 + 10000} < \mu_A - \mu_B < 500 + 2'58\sqrt{22500}\right) = 0'99$$

$$P\left(500 - 387 < \mu_A - \mu_B < 500 + 387\right) = 0'99$$

$$P\left(113 < \mu_A - \mu_B < 887\right) = 0'99$$

---

b/ TAMAÑO MUESTRAL PARA P $\quad 1-\alpha = 0'95$

$\varepsilon = \pm 4\%$ $\quad$ ¿n?

$\lambda_{\alpha/2} = 1'96$

$$0'04 = \lambda_{\alpha/2}\sqrt{\frac{0'25}{n}} \rightarrow 0'0016 = 3'8416 \cdot \frac{0'25}{n}$$

$$\Rightarrow 0'0016 = \frac{0'9604}{n} \rightarrow n = 600'25 \sim 600$$

**8.-** Una empresa aseguradora desea realizar un estudio sobre el coste de los siniestros de automóvil de sus asegurados. Por estudios anteriores, y en base a que tiene una amplísima cartera, considera que el coste de los siniestros de automóvil se comporta como una distribución normal.

a) El responsable del estudio, afirma que, por término medio, cada siniestro de automóvil de sus asegurados le cuesta más de 1000 euros Para comprobar lo anterior, un actuario de la empresa realiza un muestreo aleatorio a 26 siniestros acaecidos, resultando que la media de éstos fue de 925 euros con desviación típica de 145. En base a esto contrastar con un nivel de significación del 5% la hipótesis planteada por la empresa.

b) Por otro lado, según el mismo estudio, la dispersión en el coste de estos siniestros viene dada por una desviación típica de 130 €. Contrastar esta hipótesis, con un nivel de significación del 1%, a partir de los datos muestrales detallados en el apartado a).

2-

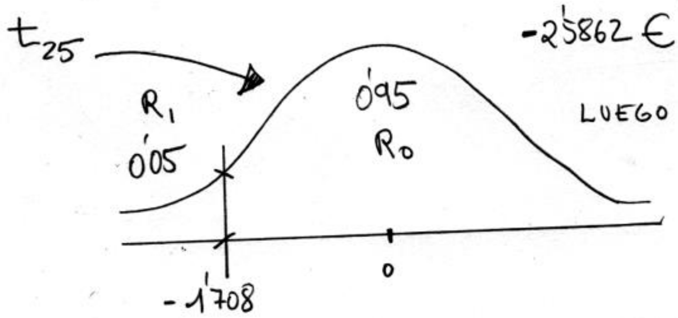
a) $\bar{X} = 925$ $\quad S = 145$ $\quad H_0 : \mu > 1000$

$n = 26$ $\quad \alpha = 0'05$ $\quad H_A : \mu \leq 1000$

n peq $\quad \sigma$ desconocida

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S}\sqrt{n-1} = \frac{925 - 1000}{145} \cdot 5 = -2'5862$$

$$-2'5862 \in \underbrace{[-\infty ; -1'708]}_{R_1}$$




LUEGO SE RECHAZA

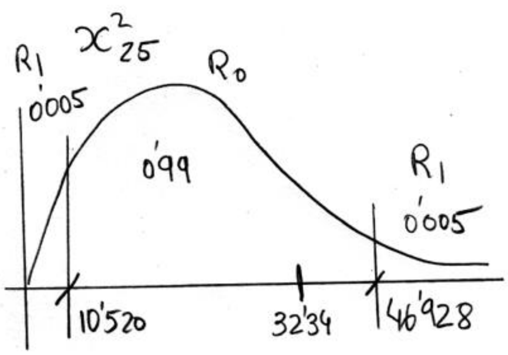
b) $\bar{X} = 925$ $\quad S = 145$ $\quad H_0 : \sigma^2 = 16900$

$\quad H_A : \sigma^2 \neq 16900$

$\alpha = 0'01$ $\quad n = 26$ $\quad \hat{\sigma} = 130$

$\hat{\sigma} =$

$$T = \frac{nS^2}{\sigma^2} = \frac{26 \cdot 145^2}{16900} = \frac{26 \cdot 21025}{16900} = \frac{546650}{16900} = 32'34$$




$$T = 32'34 \in \underbrace{[10'52 ; 32'34]}_{R_0}$$

LUEGO NO RECHAZAMOS

8.- Con la finalidad de analizar la repercusión que la crisis sanitaria ha tenido en el sector turístico en la campaña de Navidad se ha realizado una encuesta a 100 establecimientos, de dicho sector, acerca de la ocupación en dicha campaña (X) y el tipo de turismo (Y) de dicho establecimiento, obteniéndose la siguiente información:

| X \ Y | Playa | Urbano | Rural |
|---|---|---|---|
| Ocupación inferior a la esperada | 12 | 5 | 8 |
| Ocupación igual a la esperada | 18 | 5 | 5 |
| Ocupación superior a la esperada | 10 | 10 | 27 |

A partir de dichos datos y para un nivel de significación del 1%, ¿Se puede considerar que la ocupación en la campaña de Navidad y el tipo de turismo del establecimiento son independientes?

4/

| | PLAYA | URB | RURAL | |
|---|---|---|---|---|
| Inf | 12 0'4 10 | 5 0 5 | 8 0'4 10 | 25 |
| Igu | 18 4'12 11'2 | 5 0'064 5'6 | 5 3'43 11'2 | 28 |
| Sup | 10 4'119 18'8 | 10 0'0382 9'4 | 27 3'57 18'8 | 47 |
| | 40 | 20 | 40 | 100 |

$\alpha = 0'01$

$n_T = \frac{25 \cdot 40}{100} = 10$ : $\frac{25 \cdot 20}{100} = 5$ : $\frac{25 \cdot 40}{100} = 10$

$\frac{28 \cdot 40}{100} = 11'2$ $\quad \frac{28 \cdot 20}{100} = 5'6$ $\quad \frac{28 \cdot 40}{100} = 11'2$

$\frac{47 \cdot 40}{100} = 18'8$ $\quad \frac{47 \cdot 20}{100} = 9'4$ $\quad \frac{47 \cdot 40}{100} = 18'8$

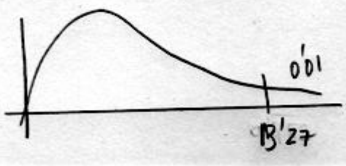
$\frac{(n^{o}_{ij} - n^{T}_{ij})^2}{n^{T}_{ij}} \rightarrow \frac{(10-12)^2}{10} = 0'4$ ; $\frac{(8-10)^2}{10} = 0'4$

$\frac{(18-11'2)^2}{11'2} = 4'12$ $\quad \frac{(5-5'6)^2}{5'6} = 0'064$ $\quad \frac{(5-11'2)^2}{11'2} = 3'43$

$\frac{(10-18'8)^2}{18'8} = 4'119$ $\quad \frac{(10-9'4)^2}{9'4} = 0'0382$ $\quad \frac{(27-18'8)^2}{18'8} = 3'57$

$T = 16'485$ $\quad \chi^2_{(3-1)(3-1)} \rightarrow \chi^2_4$ $\quad \alpha = 0'01$

$T > 13'25$




RECHAZAMOS
IND

B ) Considerando los establecimientos turísticos rurales, contrastar, con un nivel de significación del 5%, la hipótesis que el 25% han tenido una "Ocupación inferior a la esperada", el 20% una "Ocupación igual a la esperada" y el 55% han tenido una "Ocupación superior a la esperada".
1,25puntos

4

b)

| | R | T | $n_T$ |
|---|---|---|---|
| I | 8 | 25% | 10 |
| = | 5 | 20% | 8 |
| S | 27 | 55% | 22 |
| | 40 | | 40 |

$\alpha = 0'05$

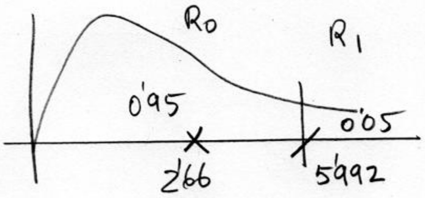
$\chi^2_{m-k-1} = \chi^2_{3-0-1=2}$

NO YATES

NO CONTINUIDAD

$\frac{(8-10)^2}{10} = 0'4 \qquad \frac{(5-8)^2}{8} = 1'125 \qquad \frac{(27-22)^2}{22} = 1'13$

$T = 2'66$




NO RECHAZAMOS