EAA previo 3-10-17

Apellidos:…………………………………….......................Nombre..........................

1.- Determinar si las afirmaciones que se hacen en los siguientes apartados son necesariamente ciertas (tautológicas), necesariamente falsas (contradictorias), o bien, simplemente posibles (contingentes). Justificar la respuesta.

a) Si P(a) = 0,3 y P($a \cap b$)=0,15; entonces P(b)=0,5
b) Si A y B no tienen elementos en común ; entonces A y B son independientes
c) Si f(x)=2x para $x \in [0,1]$; entonces P(x=1)= 1
d) Si f(x)=2x para $x \in [0,1/2]$; entonces no es posible que sea verdaderamente función de densidad

a) contingente, posible si fueran independientes
b) falso , No pueden ser independientes
c) falso , la probabilidad de un valor es cero dado que es continua
d) cierno no puede ser f(X), integrada para todo el campo no da 1

2.-Dada la variable aleatoria X de carácter continuo , con función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{cuando } x < 0 \\ x/3 & \text{cuando x pertenece al intervalo}[0,3] \\ 1 & \text{cuando } x > 3 \end{cases}$$

a) Obtener la función de densidad
b) Calcular P (x < 2,5/ x > 1)
c) Calcular la media 2,5 puntos

a) dado que conocemos la función de distribución .
la función de densidad será simplemente la derivada de la función de distribución

$f(x) = F'(x) = 1/3$ para el intervalo 0, 3 siendo lógicamente cero para el resto.

Por su simplicidad se obvia la representación.

b) $P(x < 2{,}5 / x > 1) = \dfrac{P(1 < x < 2{,}5)}{P(x > 1)} = \dfrac{0{,}5}{0{,}666} = 0{,}75$

$$P(1 < x < 2,5) = \int_1^{2,5} 1/3dx = \left[\frac{x}{3}\right]_1^{2,5} = 0,8333 - 0,333 = 0,5$$

$$P(x > 1) = \int_1^3 1/3dx = \left[\frac{x}{3}\right]_1^3 = 1 - 0,3333 = 0,6666$$

c) la media = $E[x] = \int_0^3 xf(x)dx = \int_0^3 \frac{x}{3}dx = \left[\frac{x^2}{6}\right]_0^3 = 1,5 - 0 = 1,5$

3.- Las placas de aluminio que fabricamos tienen un coste de elaboración, todo incluido, de un euro. Si la placa presenta menos de dos defectos de pulido, lo vendemos a 3 euros mientras que si tuviera más su comercialización es imposible por lo que la perdemos y obtenemos un valor residual de un euro . Sabiendo que las placas tienen por término medio tras su elaboración un defecto de pulido. Calcular el beneficio esperado por la venta de una pieza

$$siendo\, B = beneficio\, de\ una\ \ placa$$

$$B\begin{cases} 3-1=2 \ \ si\ \ n^o\, defectos < 2 \\ \ 1-1=0 \ \ si\ \ n^o\, defectos \geq 2 \end{cases}$$
$$X \equiv n^o\, defectos \ \ x \Rightarrow \wp(\lambda = 1)$$
$$E\left[B\right] = 2{\cdot}P(x<2) - 0P(x \geq 2)$$

$$P(x<2) = P(1) + P(0) = \frac{e^{-1}1^1}{1!} + \frac{e^{-1}1^0}{0!} = 0,3678 + 0,3678 = 0,7356$$
$$P(x \geq 2) = 1 - P(x<2) = 1 - 0,7356 = 0,2644$$
$$E\left[B\right] = 2{\cdot}P(x<2) - 0P(x \geq 2) = 2{\cdot}0,7356 - 0 = 1,4712\, euros$$

4. Sobre una muestra de 120 asistentes a un espectáculo se calculó que sólo 38 habían acudido con vehículo propio. Estime al 95% de confianza un intervalo para la proporción de los asistentes que acudieron en su propio vehículo.

$P(\hat{p} - \lambda_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}} \leq p \leq \hat{p} + \lambda_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}})$=0,95

P=Q=0,5

$P(0{,}316 - 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}5\cdot 0{,}5}{120}} \leq p \leq 0{,}316 + 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}5\cdot 0{,}5}{120}}$)=0,95

$P(0{,}316 - 1{,}96 \cdot 0{,}0447 \leq p \leq 0{,}316 + 1{,}96 \cdot 0{,}0447)$=0,95
$P(0{,}316 - 0{,}0876 \leq p \leq 0{,}316 + 0{,}0876)$=0,95
$P(0{,}229 \leq p \leq 0{,}4036)$=0,95

5.- La probabilidad de supervivencia durante un año de las mujeres de 79 años se ha estimado que es 0,9. Si en nuestra cartera de clientes asegurados tenemos 500 mujeres de esa edad. Calcular:
a) la probabilidad de que a final de año hayan sobrevivido más de 460?
b) el coste esperado para nuestra empresa aseguradora si cada fallecimiento de cada mujer de esa edad, en ese año, nos supone un desembolso de 25000 euros,

a)

X= número de clientas sobrevivirán de 500 luego $X \rightarrow B(500; 0{,}98)$
aplicando Moivre $X \rightarrow N\left[500 \cdot 0{,}90;\ \sqrt{500 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}1}\right] = N[450; 6{,}7]$

$$P(x > 460) = P\left(t > \frac{460 - 450}{6{,}7}\right) = P(t > 1{,}49) = 1 - F(1{,}49) = 0{,}068$$

b) el número de fallecimientos en ese año será $Y \rightarrow B(500; 0{,}1)$
coste = Y·2500 E[coste]=E[25000·Y]=25000E[Y]= 25000·np=25000·50=1250000 euros

6.- Realizamos un contraste de hipótesis sobre la proporción de clientes morosos estableciendo como hipótesis nula que p=0,1 frente a la alternativa de que es mayor. Los resultados en base al tamaño muestral y el resultado de la proporción muestral han sido que el estadístico es 1,4907 y la probabilidad de superar dicho valor es 0,068. (un valor crítico de probabilidad expresión habitual en los programas de cálculo- Caest-spss-R)
Con esta información, ¿qué decisión tomaríamos si trabajamos con un nivel de significación de 0,05?

Dado que la probabilidad que genera el valor del estadístico a la derecha es de 0,068 ,y por tanto mayor que el nivel de significación hace que el estadístico se encuentre en zona de NO rechazo , otra cosa sería si el nivel de significación fuera 0,1, entonces si rechazaríamos la hipótesis nula