

Si el tanto instantáneo de mortalidad es 0,01.
defunciones que se producen 15 años
después del año 30



$$\mu_x = 0,01$$

$$S(x) = e^{-\int_0^x \mu_y dy} = e^{-[0,01y]_0^x} = e^{-0,01x} \Rightarrow F(x) = 1 - S(x) = 1 - e^{-0,01x}$$

$$\begin{aligned} {}_{15}d_{30} &= \int_{30}^{45} e^{-0,01y} \cdot \mu_y dy = \int_{30}^{45} 0,01e^{-0,01y} \cdot dy = (-1) \left[e^{-0,01y} \right]_{30}^{45} = e^{-[0,30]} - e^{-[0,45]} = \\ &= 0,740 - 0,637 = 0,103 \end{aligned}$$

Evidentemente se trata de un factor a aplicar a l_0

Si el tanto instantáneo de mortalidad es 0,01.
defunciones que se producen 15 años
después del año 30 , utilizando la función de
cohorte con $l_0=1000$



$$\text{Si } l_0 = 1000 \rightarrow l(x) = 1000 \cdot e^{-0,01x}$$

$${}_{15}d_{30} = 1000 \cdot e^{-0,01x} - 1000 \cdot e^{-0,01x+t}$$

$$= 1000(e^{-[0,30]}) - 1000(e^{-[0,45]}) =$$

$$= (1000 \cdot 0,740) - (1000 \cdot 0,637) = 103$$

tanto de supervivencia de una persona de 67 en los próximos 10 años en base a la función de cohorte, la anterior



$$\text{Si } l_0 = 1000 \rightarrow l(x) = 1000 \cdot e^{-0,01x}$$

$$\begin{aligned} 10P_{67} &= \frac{l(x+t)}{l(x)} = \frac{l(77)}{l(67)} = \frac{1000 \cdot e^{-0,01 \cdot 77}}{1000 \cdot e^{-0,01 \cdot 67}} = \frac{e^{-0,01 \cdot 77}}{e^{-0,01 \cdot 67}} = \\ &= \frac{e^{-0,77}}{e^{-0,67}} = \frac{0,4630}{0,5117} = 0,9048 = e^{-0,10} \end{aligned}$$

tanto de mortalidad de una persona de 40 años en los próximos 9 años en base a la función de cohorte, la anterior



$$l_0 = 1000 \rightarrow l(x) = 1000 \cdot e^{-0,01x}$$

$${}_9q_{40} = 1 - {}_9p_{40} = 1 - 0,9139 = 0,0861$$

$$\begin{aligned} {}_9p_{40} &= \frac{l(x+t)}{l(x)} = \frac{l(49)}{l(40)} = \frac{1000 \cdot e^{-0,01 \cdot 49}}{1000 \cdot e^{-0,01 \cdot 40}} = \frac{e^{-0,01 \cdot 49}}{e^{-0,01 \cdot 40}} = \\ &= \frac{e^{-0,49}}{e^{-0,40}} = \frac{0,61262639}{0,670329946} = 0,9139 = e^{-0,09} \end{aligned}$$

tanto de mortalidad de una persona de 50 en el próximo año en base a función de cohorte anterior



$$l_0 = 1000 \rightarrow l(x) = 1000 \cdot e^{-0,01x}$$

$${}_1q_{50} = 1 - p_{50} = 1 - 0,990049 = 0,0099501$$

$$\begin{aligned} p_{40} &= \frac{l(x+t)}{l(x)} = \frac{l(51)}{l(50)} = \frac{1000 \cdot e^{-0,01 \cdot 51}}{1000 \cdot e^{-0,01 \cdot 50}} = \frac{e^{-0,01 \cdot 51}}{e^{-0,01 \cdot 50}} = \\ &= \frac{e^{-0,51}}{e^{-0,50}} = \frac{0,6004955}{0,6065306597} = 0,990049 = e^{-0,01} \end{aligned}$$

tanto de mortalidad de una persona de 50 en el próximo año en base a función de cohorte anterior mediante defunciones



$$l_0 = 1000 \rightarrow l(x) = 1000 \cdot e^{-0,01x}$$

$$\begin{aligned} {}_9q_{40} &= \frac{{}_9d_{40}}{l(40)} = \frac{1000 \cdot e^{-0,01 \cdot 40} - 1000 \cdot e^{-0,01 \cdot 49}}{1000 \cdot e^{-0,01 \cdot 40}} = \\ &= \frac{e^{-0,01 \cdot 40} - e^{-0,01 \cdot 49}}{e^{-0,01 \cdot 40}} = \frac{0,670329946 - 0,61262639}{0,670329946} = \\ &= \frac{0,057703}{0,670329946} = 0,0861 \end{aligned}$$

función censal de supervivencia : promedio de individuos vivos a lo largo de la edad de 40 años .Uniformidad



$$l_0 = 1000 \rightarrow l(x) = 1000 \cdot e^{-0,01x}$$

$$\begin{aligned} L_{40} &= l_x - \frac{d_x}{2} = 1000 \cdot e^{-0,01 \cdot 40} - \frac{1000e^{-0,01 \cdot 40} - 1000e^{-0,01 \cdot 41}}{2} = \\ &= 670,329946 - \frac{670,329946 - 663,65}{2} = 670,3199 - 3,3398 = 666,98 \end{aligned}$$

Tanto central de mortalidad a la edad de 50 años m



$$m_x = \frac{d_x}{L_x} \Rightarrow m_{50} = \frac{d_{50}}{L_{50}} = \frac{6,0406}{603,51} = 0,01$$

$$l_0 = 1000 \rightarrow l(x) = 1000 \cdot e^{-0,01x}$$

$$\begin{aligned} L_{50} &= l_{x+1} + \frac{d_x}{2} = 1000 \cdot e^{-0,01 \cdot 51} + \frac{1000e^{-0,01 \cdot 50} - 1000e^{-0,01 \cdot 51}}{2} = \\ &= 600,49 + \frac{606,53 - 600,49}{2} = 600,49 + 3,02 = 603,51 \end{aligned}$$

$$d_x = 6,0406$$

conocido este tanto (tanto central de fallecimiento a los 50 años es 0,01 calcula el tanto anual de fallecimiento y de supervivencia a dicha edad (suponiendo uniformidad)



$$m_x = \frac{2q_x}{2 - q_x} \Rightarrow q_x = \frac{2m_x}{2 + m_x} = \frac{2 \cdot 0,01}{2 + 0,01} = 0,009950$$

$$p_x = 1 - q_x = 1 - 0,009950 = 0,990050$$

$$p_x = \frac{2 - m_x}{2 + m_x} = \frac{2 - 0,01}{2 + 0,01} = \frac{1,99}{2,01} = 0,99005$$

Conociendo

$$l(x) = 10000 - x^2 \quad 0 < x < 100$$

cantidad de existencia para la cohorte de la
edad de 40 años
(número de años vivirá en conjunto la cohorte
de 40 años)



$$T_{40} = \int_{40}^{100} (10000 - x^2) dx = \left[10000x - x^3 / 3 \right]_{40}^{100} =$$
$$= 666666,6666 - 378666,6667 = 288000$$

Realizar en tabla excel.

Esperanza de vida de una persona de 60 años
(sin tabla)



$$- \frac{T_{60}}{l(60)} = \frac{138666,6667}{6400} = 21,66$$

$$l(60) = 10000 - x^2 = 10000 - 36000 = 6400$$

$$T_{60} = \int_{60}^{100} (10000 - x^2) dx = \left[10000x - x^3 / 3 \right]_{60}^{100} =$$
$$= 666666,6666 - 528000 = 138666,6667$$

Realizar en tabla excel.

esperanza de vida de una persona de 60 años
tras(diferida) sus próximos 10. Manera directa



$${}_{10|}e_{60} = \frac{T_{60+10}}{l(60)} = \frac{80999,999}{6400} = 12,65$$

$$l(60) = 10000 - x^2 = 10000 - 36000 = 6400$$

$$T_{70} = \int_{70}^{100} (10000 - x^2) dx = \left[10000x - x^3 / 3 \right]_{70}^{100} =$$

$$= 666666,6666 - 585666,6667 = 80999,999$$

esperanza de vida de una persona de 60 años tras(diferida) sus próximos 10. Como esperanza de vida de una persona de 70, ponderada por la probabilidad de que sobreviva 10 años a los 60



$${}_{10|}\bar{e}_{60} = \bar{e}_{70} \cdot {}_{10}P_{60} = \frac{T_{60+10}}{l(60+10)} \cdot \frac{l(60+10)}{l(60)} =$$

$$\frac{80999,999}{5100} \cdot \frac{5100}{6400} = 15,882335 \cdot 0,7968 = 12,655$$

$$l(60) = 10000 - x^2 = 10000 - 36000 = 6400$$

$$l(70) = 10000 - 4900 = 5100$$

$$T_{70} = \int_{70}^{100} (10000 - x^2) dx = \left[10000x - x^3 / 3 \right]_{70}^{100} =$$

$$= 666666,6666 - 585666,6667 = 80999,999$$

esperanza de vida de un persona de 60 en
(durante un tiempo, temporal) los próximos 5,
con función de supervivientes anterior

$$l(x) = 10000 - x^2 \quad 0 < x < 100$$



$${}_{5|}\bar{e}_{60} = \bar{e}_{60} - {}_{5|}\bar{e}_{60} = 21,6667 - 16,90755 = 4,75$$

$$\bar{e}_{60} = \frac{T_{60}}{l(60)} = \frac{138666,6667}{6400} = 21,6667$$

$${}_{5|}\bar{e}_{60} = \frac{T_{65}}{l(60)} = \frac{108208,33}{6400} = 16,90755$$

$$l(60) = 10000 - x^2 = 10000 - 36000 = 6400$$

$$T_{65} = \int_{65}^{100} (10000 - x^2) dx = \left[10000x - x^3 / 3 \right]_{65}^{100} =$$

$$= 666666,6666 - 558458,333 = 108208,33$$

$$T_{60} = \int_{60}^{100} (10000 - x^2) dx = \left[10000x - x^3 / 3 \right]_{60}^{100} =$$

$$= 666666,6666 - 528000 = 138666,6667$$

esperanza de vida de una persona de 60 tras 5 años en los siguientes 5

esperanza de vida diferida 5 y temporal en los siguientes 5 (esperanza de vida mixta). Como diferencia de esperanzas



$${}_{5/5}\bar{e}_{60} = {}_{5/}\bar{e}_{60} - {}_{10/}\bar{e}_{60} = 16,90755 - 12,6562 = 4,25$$

$${}_{10/}\bar{e}_{60} = \frac{T_{70}}{l(60)} = \frac{80999,999}{6400} = 12,6562$$

$${}_{5/}\bar{e}_{60} = \frac{T_{65}}{l(60)} = \frac{108208,33}{6400} = 16,90755$$

$$l(60) = 10000 - x^2 = 10000 - 36000 = 6400$$

$$T_{65} = \int_{65}^{100} (10000 - x^2) dx = \left[10000x - x^3 / 3 \right]_{65}^{100} =$$

$$= 666666,6666 - 558458,333 = 108208,33$$

$$T_{70} = \int_{70}^{100} (10000 - x^2) dx = \left[10000x - x^3 / 3 \right]_{70}^{100} =$$

$$= 666666,6666 - 585666,6667 = 80999,999$$

esperanza de vida de una persona de 60 tras 5 años en los siguientes 5
 esperanza de vida diferida 5 y temporal en los siguientes 5 (esperanza de vida mixta). Como diferencia de cantidad de existencia



$$\begin{aligned} \frac{-}{n/t} e_x &= \frac{-}{5/5} e_{60} = \frac{T_{x+n} - T_{x+n+t}}{l(x)} = \frac{T_{65} - T_{70}}{l(60)} = \frac{108208,33 - 80999,999}{6400} = \\ &= \frac{27208,33}{6400} = 4,2513 \end{aligned}$$

$$l(60) = 10000 - x^2 = 10000 - 36000 = 6400$$

$$\begin{aligned} T_{65} &= \int_{65}^{100} (10000 - x^2) dx = \left[10000x - x^3 / 3 \right]_{65}^{100} = \\ &= 666666,6666 - 558458,333 = 108208,33 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{70} &= \int_{70}^{100} (10000 - x^2) dx = \left[10000x - x^3 / 3 \right]_{70}^{100} = \\ &= 666666,6666 - 585666,6667 = 80999,999 \end{aligned}$$

esperanza de vida de una persona de 60 tras 5 años en los siguientes 5

esperanza de vida diferida 5 y temporal en los siguientes 5 (esperanza de vida mixta). Como esperanza de vida en los siguientes 5 de una persona de 65 ponderada por la probabilidad de supervivencia(tanto) a los 65 de una persona de 60



$${}_{n/t}\bar{e}_x = {}_n P_x \cdot {}_t\bar{e}_{x+n} = 4,7114 \cdot 0,902343 = 4,2513$$

$$l(65) = 10000 - x^2 = 10000 - 4225 = 5775$$

$$l(60) = 10000 - x^2 = 10000 - 36000 = 6400$$

$${}_n P_x = {}_5 P_{60} = \frac{l(65)}{l(60)} = \frac{5775}{6400} = 0,902343$$

$$\begin{aligned} {}_t\bar{e}_{x+n} &= \frac{T_{x+n} - T_{x+n+t}}{l(x+n)} = \frac{T_{65} - T_{70}}{l(65)} = \frac{108208,33 - 80999,999}{5775} \\ &= \frac{27208,343}{5775} = 4,7114 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{65} &= \int_{65}^{100} (10000 - x^2) dx = \left[10000x - x^3 / 3 \right]_{65}^{100} = \\ &= 666666,6666 - 558458,333 = 108208,33 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{70} &= \int_{70}^{100} (10000 - x^2) dx = \left[10000x - x^3 / 3 \right]_{70}^{100} = \\ &= 666666,6666 - 585666,6667 = 80999,999 \end{aligned}$$

Esperanza abreviada de vida de una
persona de 61



e_x ?

$$\bar{e}_{61} = \frac{T_{61}}{l(61)} = \frac{132326,999}{6279} = 21,07$$

$$l(61) = 10000 - x^2 = 10000 - 3721 = 6279$$

$$T_{61} = \int_{61}^{100} (10000 - x^2) dx = \left[10000x - x^3 / 3 \right]_{61}^{100} =$$
$$= 666666,6666 - 534339 = 132326,999$$

$e_x^0 = \frac{1}{2} + e_x$ vida media completa ,esperanza completa de vida $\rightarrow \bar{e}_x$

$$e_{61} = \bar{e}_{61} - 0,5 = 20,57$$

comprobar en Excel con $e_{61} = \sum_{t=1}^{100-61-1} {}_t p_{61}$ donde ${}_t p_{61} = \frac{l(61+t)}{l(61)}$ t desde 1 hasta 38