

1. El número de defectos por baldosa en determinada fábrica es una v.a. que sigue la siguiente distribución:

Nº de defectos	Probabilidad
0	0'5
1	0'25
2	0'15
3	0'08
4	0'02

a) Un cliente examina 400 baldosas al azar, y si el número total de defectos excede de 330 rechaza el pedido. ¿Cuál es la probabilidad de que rechace el pedido?
¿Cuál es la probabilidad de que, al examinar 400 baldosas por término medio haya más de un defecto por baldosa

a) X = número de defectos de una baldosa $X=VA$ con función de cuantía la del enunciado.

No es un V.A. con modelo conocido(ni binomial, ni poisson ni...) por tanto D (desconocido)

$$X \rightarrow D(\mu, \sigma)$$

No conocemos ni la media , ni la varianza/desviación

fácil de calcular ambas teniendo la función de cuantía:

será

x	p(x)	xP(x)	X ² P(x)	
0	0,5	0	0	
1	0,25	0,25	0,25	
2	0,15	0,3	0,6	
3	0,08	0,24	0,72	
4	0,02	0,08	0,32	
		0,87	1,89	
			E[x]	0,87
			α_2	1,89
			Varianza= $\alpha_2 - \mu^2$	1,1331
			desvi	1,0644717

así X = número de defectos de una baldosa

$$X \rightarrow D(\mu = 0,87; \sigma = 1,0644717)$$

Como la pregunta hace referencia al total de defectos de 400 baldosas será :

la suma de defectos de cada una de las 400 , es decir $Y_{400} = \sum_{i=1}^{400} x_i$

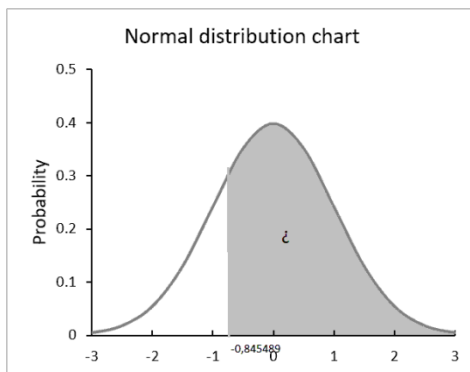
Como los defectos de cada baldosa los suponemos independientes podemos aplicar el TCL en su versión suma así :

$$\begin{aligned} Y_{400} &= \sum_{i=1}^{400} x_i \rightarrow N[n \cdot \mu; \sigma \cdot \sqrt{n}] \\ &= N[400 \cdot 0,87; 1,06447 \cdot \sqrt{400}] \\ &= N[348 ; 21,2894] \end{aligned}$$

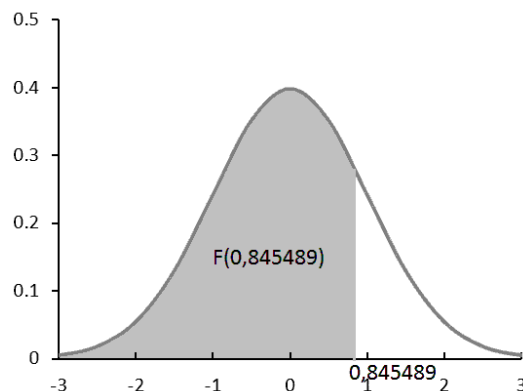
nos piden $P(\text{de que el total de los defectos de 400 baldosas exceda a 330}) =$

$P(Y_{400} > 330)$ tipificando para usar tablas será: $t \rightarrow N[0,1]$ Tabla

$$P(Y_{400} > 330) = P\left(t > \frac{330 - \mu}{\sigma}\right) = P\left(t > \frac{330 - 348}{21,2894}\right) = P(t > -0,845489)$$



nos piden la superficie en gris, como es un valor negativo, no lo tenemos en la tabla. Por simetría de la normal ese valor coincide con :



Por tanto $P(t > -0,845489) = F(0,845489) = 0,8023$

b) Ahora nos piden que al examinar esas 400 "por término medio" haya más de un defecto.

ahora sería $Y = \frac{\sum_{i=1}^{400} x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{400} x_i}{400}$ como en el caso anterior podemos aplicar el TCL , en este caso versión media(término medio) así: y como ya conocemos del apartado anterior que $X = \text{número de defectos de una baldosa}$

$$X \rightarrow D(\mu = 0,87; \sigma = 1,0644717)$$

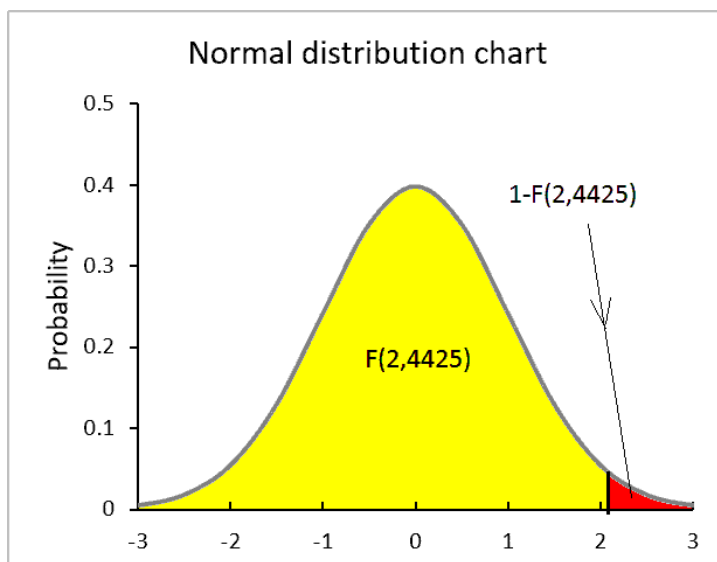
aplicando TCL

$$\begin{aligned} Y &= \frac{\sum_{i=1}^{400} x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{400} x_i}{400} \rightarrow N\left[\mu_x; \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\right] \\ &= N\left[0,87; \frac{1,0644717}{\sqrt{400}}\right] = N[0,87; 0,05322] \end{aligned}$$

Nos pregunta por haya más de un defecto por término medio de esas 400, luego

$$P(Y > 1) \text{ tipificando } P\left(t > \frac{1 - 0,87}{0,05322}\right) = P(t > 2,4425)$$

como sabemos que t es la $N[0,1]$ tablas :



Nos piden la superficie en rojo. Como no está en la tabla, la calcularemos con el complementario así:

$$\begin{aligned} P(t > 2,4425) &= 1 - F(2,4425) \\ &= 1 - 0,9927 = 0,0073 \end{aligned}$$

2. Una agencia inmobiliaria, dedicada a la venta de las parcelas ubicadas en las urbanizaciones “PICOS ALTOS” y “VALLES BAJOS”, desea realizar un estudio sobre los posibles ingresos que podría obtener en un periodo de ventas de 100 días. Sabiendo que el precio de todas las parcelas es el mismo e igual a 15000 euros/unidad, y que la probabilidad de no vender ninguna parcela en un día es de 0’6, la de vender una de 0’2, la de vender dos de 0’15, la de vender tres es de 0’05 y más de tres prácticamente despreciable (siendo independientes las ventas realizadas día a día). ¿Cuál es la probabilidad de que en el periodo de ventas considerado obtenga unos ingresos superiores a 990000 euros?

Solución: 0’4562.

Precio parcela 15000.

$X = \text{Nº parcelas se venden al día}$ V.A. de distribución de nombre desconocido pero conocemos su función de cuantía, por lo que podemos calcular su media y varianza. que serán :

nº ven X	P(x)	xP(x)	$X^2P(x)$	
0	0,6	0	0	
1	0,2	0,2	0,2	
2	0,15	0,3	0,6	
3	0,05	0,15	0,45	
		0,65	1,25	
			$E[x]$	0,65
			α_2	1,25
			Varianza= $\alpha_2 - \mu^2$	0,8275
			desvi	0,90967027

Si queremos conocer las ventas en 100 días y dado que la venta de un día es independiente de la de otro podemos aplicar TCL, en este caso, suma

así:

$$\begin{aligned}
 Y_{100} &= \sum_{i=1}^{100} x_i \rightarrow N[n \cdot \mu_x; \sigma_x \cdot \sqrt{n}] \\
 &= N[100 \cdot 0,65; 0,90967 \cdot \sqrt{100}] \\
 &= N[65; 9,0967]
 \end{aligned}$$

dado que no nos interesa el nº de ventas en 100 días sino los ingresos obtenidos

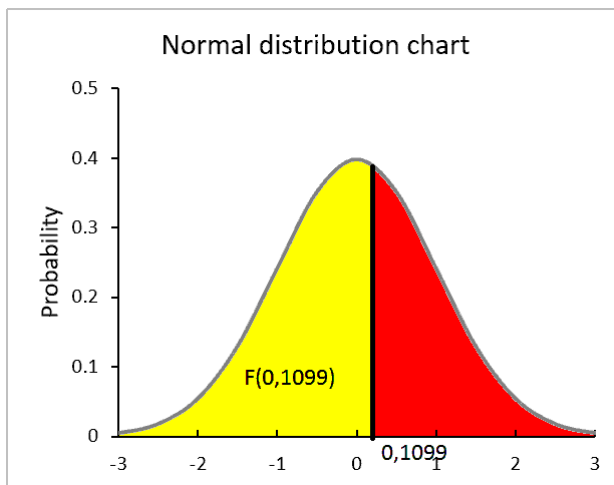
tendremos que $I = N^\circ \text{ ventas} \cdot 15000$ como el número de ventas es Normal tendremos que :

$$I = Y_{100} \cdot 15000 \quad I \rightarrow N[15000 \cdot \mu_{y_{100}}; 15000 \cdot \sigma_{y_{100}}]$$

$$I \rightarrow N[15000 \cdot 65; 15000 \cdot 9,0967] = N[975000; 136450,54]$$

Nos piden $P(I > 990000)$ tipificando $P(t > \frac{990000 - 975000}{136450,54})$

$$P(t > 0,109929)$$



Nos piden , por tanto, la superficie en rojo a la derecha. Como en la tabla no la tenemos trabajamos con el complementario así

$$P(t > 0,109929) = 1 - F(0,1099) \text{ en tabla}$$

$$1 - 0,5438 = 0,4562$$

3. El número de vehículos que pasa por cierto control de carreteras se comporta como una variable aleatoria de Poisson de intensidad 5 vehículos por minuto. Suponiendo independencia minuto a minuto, ¿Cuál es la probabilidad de que en 2 horas hayan pasado por el control más de 650 vehículos?

Solución: 0'0207.

$$X = \text{número de vehículos por minuto} \quad X \rightarrow \mathcal{P}(\lambda = 5) \text{ luego } \mu_x = 5 \quad \sigma_x = \sqrt{5}$$

la pregunta hace referencia a nº de vehículos en 2 horas , es decir 120 minutos será

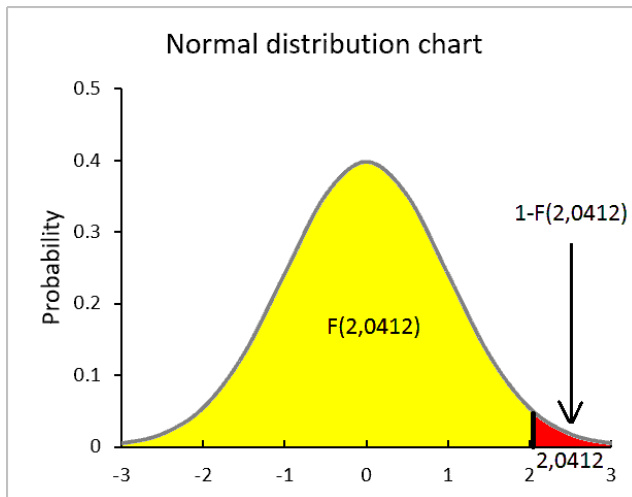
$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{120} = \sum_{i=1}^{120} x_i$ dado que suponemos independencia podemos aplicar TCL en este caso versión suma así :

$$y_{120} = \sum_{i=1}^{120} x_i \rightarrow N[n \cdot \mu_x ; \sigma_x \cdot \sqrt{n}] = N[120 \cdot 5 ; \sqrt{5} \sqrt{120}]$$

$$y_{120} \rightarrow N[600 ; 24,4948]$$

Nos piden la probabilidad de hayan pasado más de 650 luego

$$P(y_{120} > 650) \text{ tipificando } P\left(t > \frac{650 - 600}{24,4948}\right) = P(t > 2,0412)$$



nos piden la superficie de la cola de la derecha, dado que en la tabla no es posible, utilizamos el complementario $1-F(2,0412)$

$1 - 0,9793 = 0,0207$ que es la probabilidad pedida.

Nota: también podíamos haberlo hecho en base a la aproximación de la Poisson a la Normal .

$X =$ número de vehículos por minuto $X \rightarrow \wp(\lambda = 5)$ por tanto en 2 horas(120 minutos), aplicando T. de adición de la Poisson sería $X \rightarrow \wp(\lambda = 600)$ cuya media sería $\mu_y = \lambda = 600$ y cuya varianza sería $\sigma_y^2 = \lambda = 600$ luego $\sigma_y = \sqrt{600}$

dado que λ es grande podemos aplicar convergencia Poisson Normal así

$$X \rightarrow \wp(\lambda) \text{ siendo } \lambda \text{ grande } X \rightarrow N[\lambda ; \sqrt{\lambda}]$$

como en este caso . Por tanto

$$X \rightarrow \wp(\lambda = 600) \rightarrow N[600; \sqrt{600}] = N[600; 24,4948]$$

que lógicamente es la misma que aplicando el TCL