

LA RECTA

Recuerda:

Una **recta** es una función de la forma $y = mx + n$, siendo m y n números reales.

m es la pendiente de la recta y n es la ordenada en el origen. La ordenada en el origen nos indica el punto de corte con el eje Y: $(0, n)$

Según el signo de m :

- { si $m > 0$ la recta es creciente
- { si $m < 0$ la recta es decreciente
- { si $m = 0$ la recta es constante y la gráfica es paralela al eje X

Si $n=0$ la recta es de la forma $y = mx$, y la llamamos **función lineal**. Esta función pasa por el origen de coordenadas.

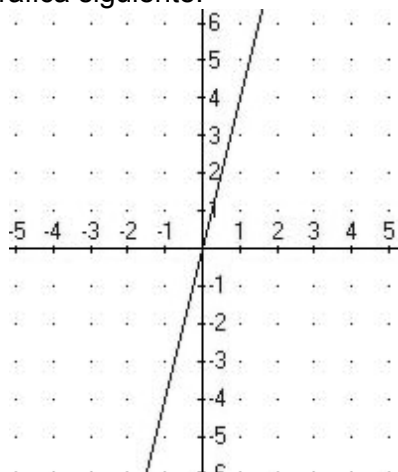
Si $n \neq 0$ la recta es de la forma $y = mx + n$ y la llamamos **función afín**.

Dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente y distinta ordenada en el origen.

Dos rectas son secantes si tienen distinta pendiente. Para determinar el punto donde se cortan resolveremos el sistema que forman ambas rectas.

Ejercicios de autoaprendizaje

1. Sea la gráfica siguiente:



- a) ¿Es una función lineal?
- b) Determina dos puntos de la recta
- c) ¿Cuál es el signo de la pendiente de la recta?
- d) Determina la ecuación de la recta.

SOLUCIÓN:

a) Es una función lineal porque es una recta que pasa por el origen de coordenadas.

b) Dos puntos de esta recta son $(0, 0)$ y $(1, 4)$

c) La pendiente de la recta es positiva porque la recta es creciente.

d) Para escribir la ecuación de la recta sabemos lo siguiente:

Tendrá la forma: $y = mx$

Como pasa por $(0, 0)$ y $(1, 4)$, cumplirán la ecuación:

Si sustituimos $x = 1$ obtendremos que $y = 4$: $4 = m \cdot 1$. Por tanto $m = 4$. Hemos determinado el valor de la pendiente.

Entonces la ecuación es $y = 4x$.

2. Dada la ecuación $y = -\frac{1}{2}x$, haz un estudio de todas las características que tiene la función antes de dibujarla, y después dibújala.

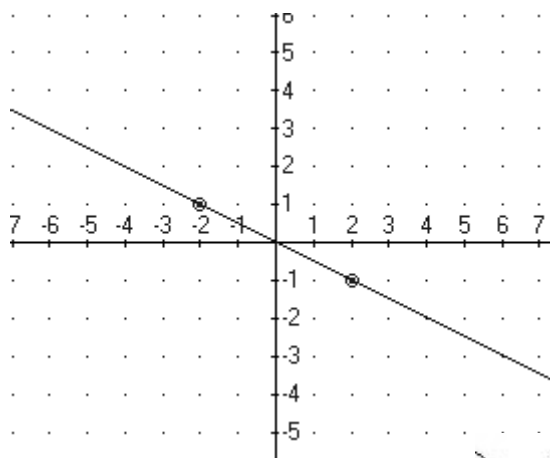
SOLUCIÓN:

Es una función lineal con la pendiente negativa. Entonces la recta pasa por el origen de coordenadas, es decreciente y pasa por el segundo y cuarto cuadrante.

Para dibujarla hacemos una tabla de valores:

| | | |
|---|----|----|
| x | 2 | -2 |
| y | -1 | 1 |

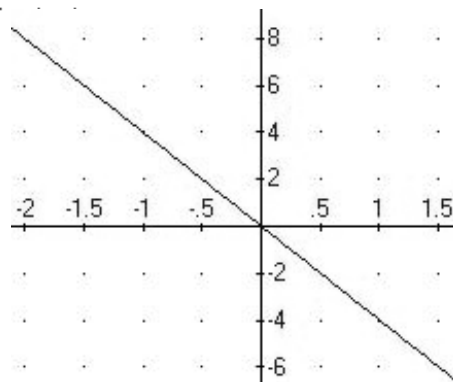
Dibujémosla:



3. Determina un valor de m para que la recta correspondiente a $y = mx$ tenga una inclinación mayor que $y = -4x$. ¿Cuál es el conjunto de valores de m que hacen posible la afirmación anterior?

SOLUCIÓN:

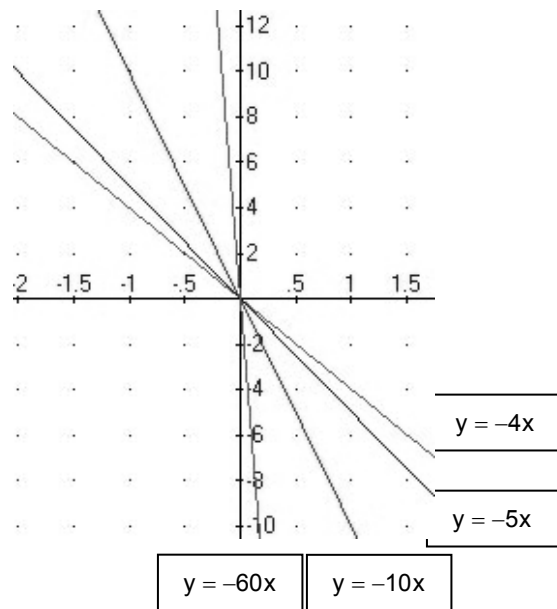
Si dibujamos la función $y = -4x$ tenemos:



La recta $y = -4x$ tiene pendiente negativa y con “mucho” inclinación. Si damos valores a m más pequeños que -4 obtendremos rectas con más inclinación que la dada porque para el mismo valor de x , por ejemplo, el valor de la recta se hace más grande en los negativos y más pequeño en los positivos.

Entonces el conjunto de valores de m que hacen que las rectas $y = mx$ tengan más inclinación que $y = -4x$ son todos los números reales más pequeños que -4 :

$$m \in \mathbb{R}, \text{ tal que } m < -4.$$



4. Contesta verdadero o falso a las siguientes afirmaciones referidas a la función $y = -\frac{1}{2}x + 1$,

razonando las respuestas:

- Es una función lineal de pendiente $-0,5$
- Su gráfica corta el eje Y por debajo del origen.
- Es una recta decreciente.
- El punto $(-4, 3)$ pertenece a la recta.

SOLUCIÓN:

a) Es una afirmación falsa.

No es una función lineal, porque es de la forma $y = mx + n$, por tanto es una función afín.

La pendiente es $-0,5$.

b) Es una afirmación falsa.

La gráfica corta al eje Y en el punto $(0, 1)$ que no está por debajo del origen de coordenadas.

c) Es una afirmación verdadera.

Como la pendiente de esta recta es negativa, es una recta decreciente.

d) Es una afirmación verdadera.

Si en la función sustituimos $x = -4$ obtenemos $y = 3$, $3 = -\frac{1}{2} \cdot (-4) + 1$.

5. Representa gráficamente la función $f(x) = -2x + 4$

Para dibujar una recta $f(x) = mx + n$ necesitamos estudiar la pendiente m que nos dirá si es creciente o decreciente la función.

Determinar el punto de corte con el eje de ordenadas que es $(0, n)$

Determinar dos puntos de la función.

Determinar el punto de corte con el eje de abscisas, $f(x) = 0$. Para lo cual resolveremos la ecuación $mx + n = 0$

SOLUCIÓN:

La pendiente de la recta es -2 , por tanto la función es decreciente.

La ordenada en el origen es 4 , por tanto la función corta al eje de ordenadas en el punto $(0, 4)$.

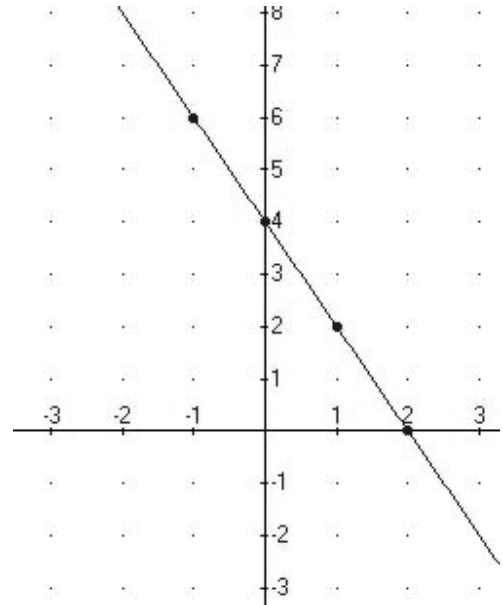
Determinemos dos puntos de la recta

| x | f(x) |
|----|------|
| -1 | 6 |
| 1 | 2 |

El punto de corte con el eje de abscisas es:

$f(x) = 0$, $-2x + 4 = 0$, $x = 2$ es decir, el punto $(2, 0)$.

Es conveniente calcular algún punto más de la recta.



6. Calcula el valor de a para que la recta $y = ax + (2a + 3)$ sea paralela a la recta $y = 2x + 5$.
¿Qué distancia vertical hay entre ambas rectas?

SOLUCIÓN:

Para que dos rectas sean paralelas tienen que tener la misma pendiente.

La pendiente de la primera recta es : $m = a$
La pendiente de la segunda es : $m = 2$ } si igualamos $a = 2$.

Substituímos a por 2 : $y = 2x + 4 + 3 \Rightarrow y = 2x + 7$

Ya tenemos las dos rectas: $\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = 2x + 7 \end{cases}$. La primera corta al eje Y en $(0, 5)$ y la segunda en

$(0, 7)$. La distancia vertical entre ambas es $7 - 5 = 2$.

7. Con una cuerda de 1 metro de largo atada por los extremos, construimos rectángulos.

a) Determina la altura de los rectángulos que tienen por base 15 cm, 25 cm, 30 cm y 45 cm respectivamente.

b) Representa los datos anteriores gráficamente.

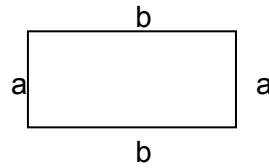
c) Determina la función que permita encontrar la altura de cualquier rectángulo dada la base.

d) Calcula la pendiente de la recta que relaciona la base y la altura?

e) ¿Qué le pasa a la altura si aumentamos la base?. ¿Por qué?

SOLUCIÓN:

a) Para determinar la altura dibujamos el rectángulo:



Entonces tenemos dos lados de longitud b y otros dos de longitud a .

La suma de los cuatro lados, que es el perímetro, tiene que ser $1\text{m} = 100\text{cm}$.

El perímetro del rectángulo es $2a + 2b = 100$.

Si tenemos un rectángulo de base 15 cm

$2a + 2 \cdot 15 = 100$, por tanto, $a = 35\text{cm}$

El primer rectángulo tiene una $b = 15\text{ cm}$ y una altura $a = 35\text{ cm}$.

Análogamente, si la base es $b = 25\text{cm}$, la altura es $a = 25\text{ cm}$.

Si la base es $b = 30\text{cm}$, la altura es $a = 20\text{cm}$.

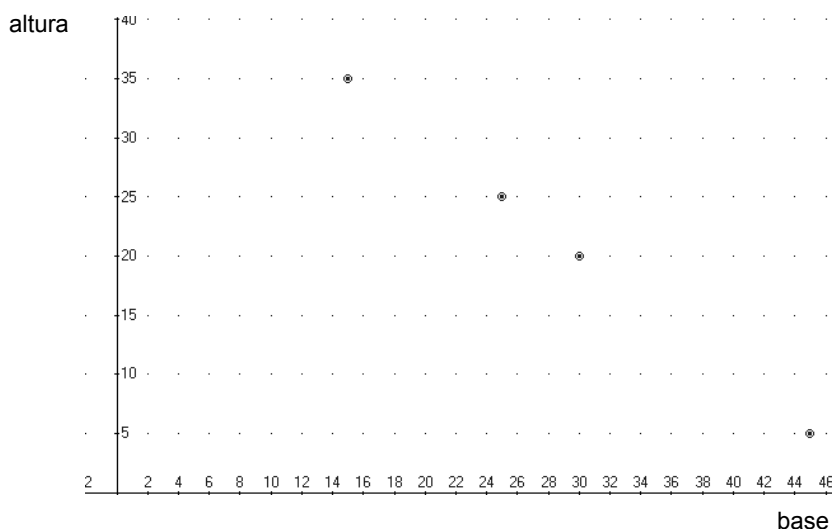
Si la base es $b = 45\text{cm}$, la altura es $a = 5\text{cm}$

b) Tenemos los siguientes datos: $(15, 35)$, $(25, 25)$, $(30, 20)$ y $(45, 5)$

Representemos en los ejes.

Sólo dibujamos el primer cuadrante:

En el eje de abscisas representaremos las bases y en el de ordenadas las alturas, las dos en centímetros.



c) Tenemos que el perímetro de todos estos rectángulos es $1\text{ metro} (=100\text{ cm})$, y que siempre nos dan la base. Entonces, en esta función b será la variable independiente y a será la variable dependiente. La función viene dada por el perímetro:

$2a = 100 - 2b$. Despejamos la variable dependiente:

$$2a = 100 - 2b \Rightarrow a = \frac{100 - 2b}{2} \Rightarrow a = -b + 50$$

Entonces, hemos determinado la función afín que representa la relación entre la base y la altura de un rectángulo de perímetro 1m : $a = -b + 50$.

d) La pendiente es -1 . Es una recta decreciente.

e) La altura disminuye cuando aumentamos la base, porque tenemos una cuerda de 1 metro que es la medida del perímetro de todos estos rectángulos.

Ejercicios propuestos:

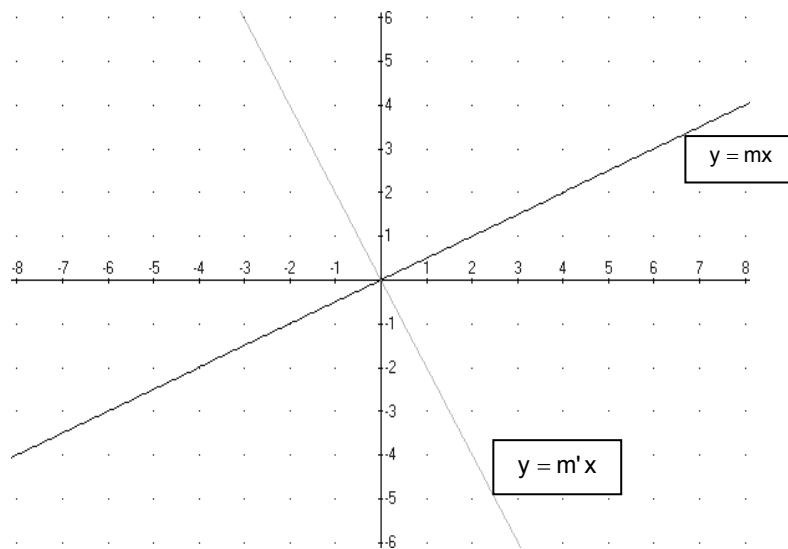
1. Estamos en la puerta de un horno y hemos anotado lo siguiente: una mujer ha comprado seis barras de pan y ha pagado 2'70€; un abuelo ha pagado por 2 barras 0'90€ y un amigo mío que tiene familia numerosa ha comprado 8 barras y ha pagado 3'60€. Haz un estudio del precio de la barra de pan tabulando los datos, dibuja los puntos y escribe, si es posible, la función lineal correspondiente al precio de la barra de pan.

2. Sea la función lineal: $y = 3x$.

Sólo observando la función, ¿qué puedes decir?. ¿Es creciente? ¿Cuál es la pendiente? Dibújala.

3. Según la figura siguiente contesta verdadero o falso, razonando la respuesta:

- a) $m' > m$ b) $m' < 0$ c) $m < 0$

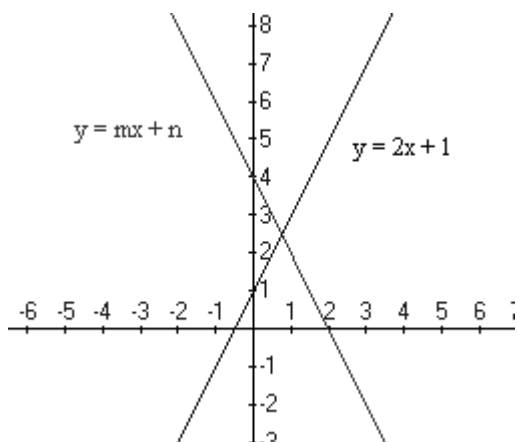


4. Determina una función que transforme pesetas en euros. ¿Es una función lineal?. Dibújala.

5. Estamos en una cabina telefónica y antes de llamar por teléfono leemos la información sobre los gastos. En esta cabina nos cuesta cada 2 segundos 0'60 €. No hay gasto al descolgar el teléfono. Si la conversación durara $\frac{1}{3}$ de minuto, ¿Cuánto nos costará?. Y si hacemos una llamada de un minuto y 20 segundos. Determina la función que representa lo que me gasto en función del tiempo.

6. Según la figura contesta verdadero o falso a las afirmaciones siguientes razonando la respuesta:

- a) $m > 2$ b) $n = 1$ c) $m < 2$ d) $m < 0, n = 4$



7. Completa la tabla :

| Función | Tipo | Pendiente | Ordenada en el origen | Creciente o decreciente |
|--------------------|--------|-----------|-----------------------|-------------------------|
| $y = -2x$ | | | 0 | |
| $y = x + 3$ | afín | | | creciente |
| $y = -4$ | | | | constante |
| $y = -x + 10$ | | -1 | | |
| $y = \frac{1}{3}x$ | lineal | | | |
| $y =$ | | 5 | -2 | |

8. Determina las ecuaciones de las rectas:

- La recta que pasa por $(-1, 3)$ y $(2, -3)$. Dibújala.
- La recta que pasa por $(0, 6)$ y es paralela a la recta $y = 2x - 3$.
- La recta que pasa por $(1, 3)$ y $(2, 5)$.
- La recta que tiene pendiente -1 y pasa por $(2, -1)$.
- La recta que pasa por el origen y es paralela a $y = -3x + 5$.
- La recta que pasa por $(0, -5)$ y tiene pendiente $\frac{-1}{2}$
- La recta que pasa por $(0, 2)$ y por $(-1, 0)$.

9. En las siguientes rectas determina la pendiente y calcula la ecuación de una paralela que pase por $(1, 1)$.

- | | |
|----------------------------|-----------------|
| a) $y = 3x + 5$ | c) $y = -x + 1$ |
| b) $y = -\frac{1}{3}x + 2$ | d) $y = x - 1$ |

10. En una línea de autobuses, el billete cuesta 1'50 €, más 0'20 € por cada kilómetro de trayecto. Determina la función que relaciona el número de kilómetros recorridos con el precio del viaje. ¿Cuántos kilómetros podemos hacer en esta línea con 6'50 €.

11. Dibuja las gráficas siguientes:

a) $y = x + 3$

d) $y = 20(x - 2)$

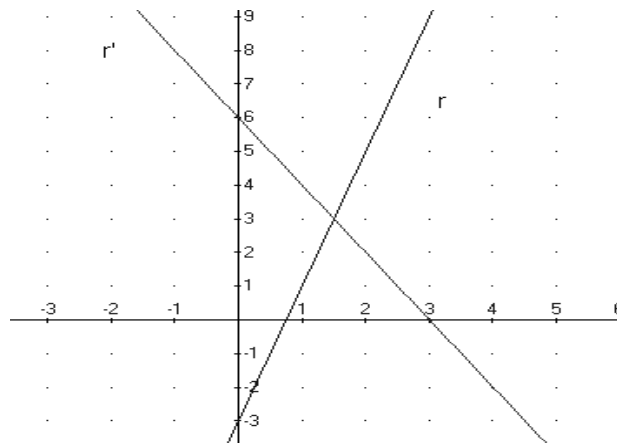
b) $y = 5 - x$

e) $3x - y = -1$

c) $4(y - x) = 3(1 - x)$

12. Una compañía telefónica cobra 12 € por el alquiler del teléfono al mes y 0'12 € por cada paso de conversación. Calcula el gasto de una familia si ha realizado los pasos siguientes: 17 pasos en la primera semana del mes, 24 en la segunda, 15 en la tercera y 34 en la cuarta. Calcula el gasto de cada semana y del mes. Determina una función que represente el gasto de teléfono en el mes.

13. Calcula las ecuaciones de las rectas r y r' de la figura:



14. Calcula las ecuaciones de las rectas que determinan los lados del triángulo y después comprueba que los vértices son las soluciones de los sistemas que determinan estas rectas dos a dos.

